2022年度　秋田県
数学

KmKm

1.

(1) 与式 $= -3 \times (-3)$

$= 9$

(2) 与式 $= a^3b^2 \div a^3b$

$= b$

(3) 与式 $= 4\sqrt{5} \times \sqrt{5}$

$= 4 \times 5$

$= 20$

(4) 無理数 → 分数で表せない数

$\sqrt{2}$ → 無理数

$\sqrt{9}$ → $\sqrt{9} = 3$ なので有理数

$\frac{5}{7}$ → 有理数

-0.6 → 有理数

π → 無理数

よって、無理数は $\sqrt{2}$、π

(5) $\begin{cases} x + y = 9 & \text{—— ①} \\ 0.5x - \frac{1}{4}y = 3 & \text{—— ②} \end{cases}$

※ $0.5x = \frac{5}{10}x = \frac{1}{2}x$ より

② は. $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}y = 3$

① + ② × 4 より

$$\begin{array}{rrcl} & x + y & = & 9 \\ +) & 2x - y & = & 12 \\ \hline & 3x & = & 21 \\ & x & = & 7 \end{array}$$

$x = 7$ を ① に代入して

$7 + y = 9$

$\therefore y = 2$

(6) $x^2 + 3x + 2$ を因数分解すると

$x^2 + 3x + 2 = (x+2)(x+1)$

よって

$(x+2)(x+1) = 0$

$x = -2, -1$

(7) y は x に反比例するので. $y = \frac{a}{x}$ とおく。

$x = 2, y = 4$ を代入して

$4 = \frac{a}{2}$

$a = 8$

よって. $y = \frac{8}{x}$

(8)

$$\times\frac{500}{60}\left(\begin{array}{l} 60\text{個} \longrightarrow \text{白は}18\text{個} \\ 500\text{個} \longrightarrow \text{白は？個} \end{array}\right)\times\frac{500}{60}$$

求める白い碁石は，

$$18\times\frac{500}{60}=\frac{9000}{60}$$

$$=150\text{個}$$

(9) $25x^2-y^2$ を因数分解すると

$$25x^2-y^2=(5x+y)(5x-y)$$

$x=11,\ y=54$ を代入して

$$(5\times\underbrace{11}_{x}+\underbrace{54}_{y})(5\times\underbrace{11}_{x}-\underbrace{54}_{y})$$

$$=(55+54)(55-54)$$

$$=109\times1$$

$$=109$$

(10) $148 \div n = ○ \cdots 4$ ―― ①

$245 \div n = △ \cdots 5$ ―― ②

①より

$148 = ○ \times n + 4$

※ $a \div b = c \cdots d$
$\Rightarrow a = bc + d$

$\therefore ○ \times n = 144$

よって144は、nの倍数である. ―― ③

②より

$245 = △ \times n + 5$

$\therefore △ \times n = 240$

よって、240は、nの倍数である ―― ④

③, ④より 144と240はともにnの倍数である。

144と240の最大公約数は48なので、
nは48の約数である。

48の約数 = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16,
24, 48

このうち、割る数は、余りの5より大きい必要があるので、

$n = 6, 8, 12, 16, 24, 48$

よって 6個

参考

$144 = 2^4 \times 3^2 = \boxed{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3} \times 3$

$240 = 2^4 \times 3 \times 5 = \boxed{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3} \times 5$

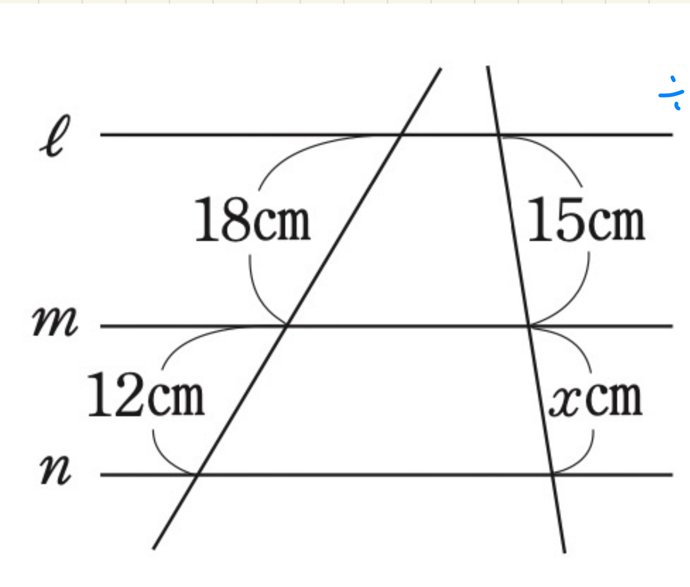
144と240の最大公約数

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$= 48$

2, 2, 2, 2, 3 のかけ算の組み合わせが48の約数。

(11)



$18 : 12 = 15 : x$

÷6

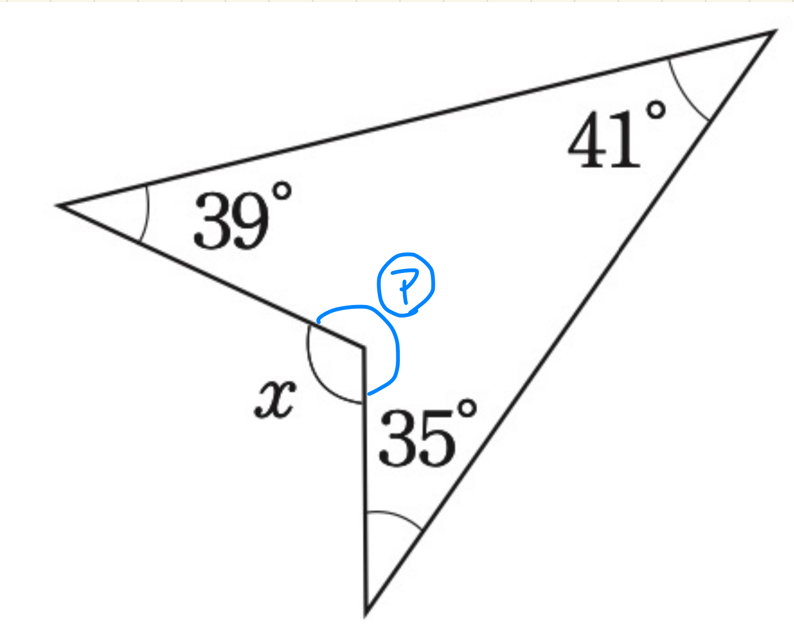
$\Downarrow$

$3 : 2 = 15 : x$

$3x = 30$

$x = 10$ cm

(12)



四角形の内角の和は360°なので

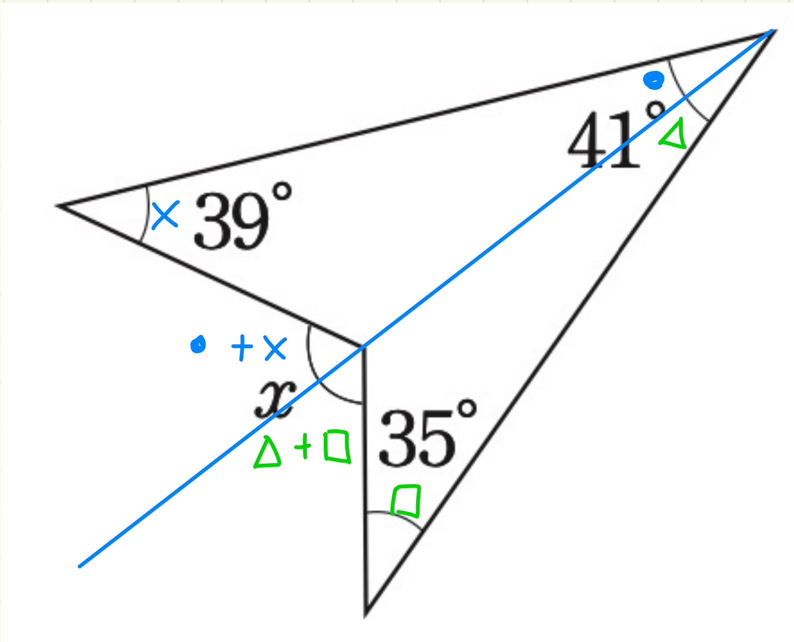
ア $= 360° - (41° + 39° + 35°)$

$= 245°$

$\therefore \angle x = 360° - 245°$

$= 115°$

(別解)



三角形の外角を利用して.

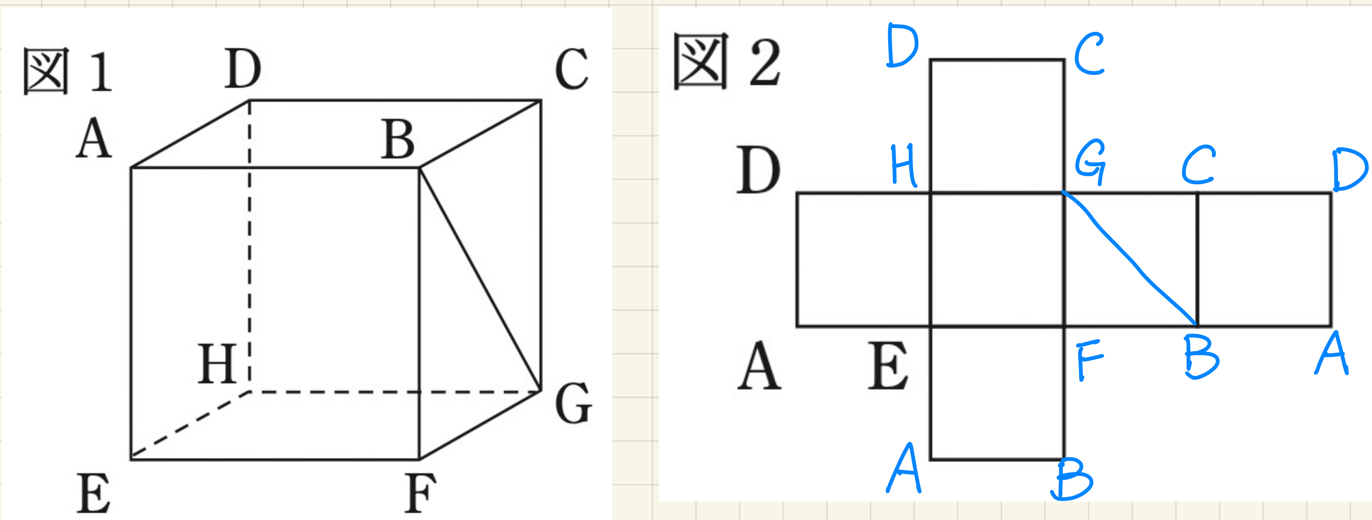
$\angle x = • + × + △ + □$

$= \underbrace{• + △}_{41°} + \underbrace{×}_{39°} + \underbrace{□}_{35°}$

$= 41° + 39° + 35°$

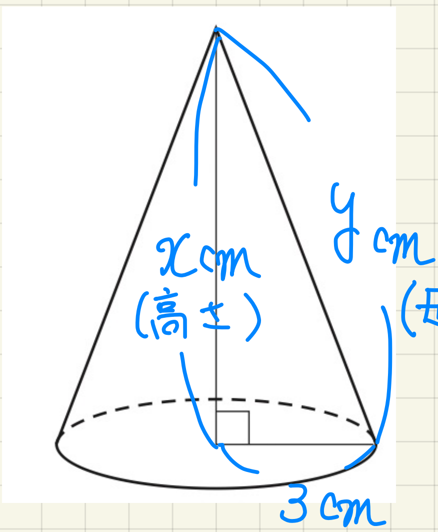
$= 115°$

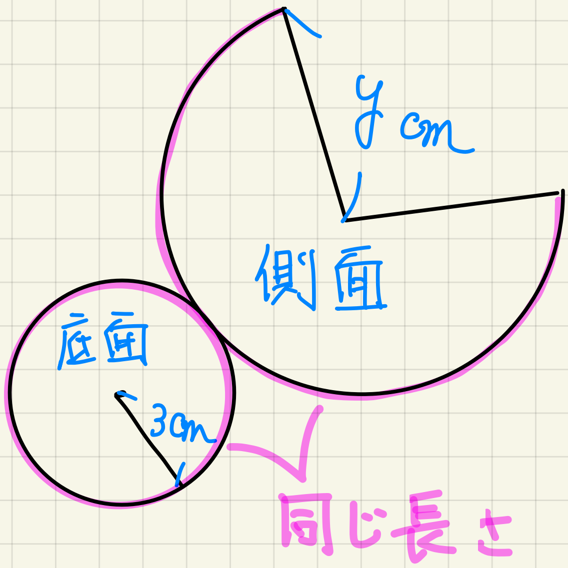
(13)「頂点を表すA～Hの文字を書く必要はない」と問題文にあるが、A～Hの文字を書いた方が分かりやすい。



(14) 円錐の体積 = 半径×半径×π×高さ×$\frac{1}{3}$

問題文から、円錐の高さが分からないので、計算で求める。





円錐の高さを x cm、母線を y cm とすると、展開図から、母線の長さと側面(扇形)の半径は一致する。

$$\underbrace{\text{側面積(扇形)}}_{24\pi} = \underbrace{\text{半径}}_{y} \times \underbrace{\text{半径}}_{y} \times \pi \times \frac{\text{中心角}}{360} \quad \text{—①}$$

ここで、底面の円周の長さと側面の弧の長さは一致するので、

$$\underbrace{\boxed{\underbrace{3 \times 2}_{\text{底面の直径}} \times \pi}}_{\text{円周の長さ}} = \underbrace{\boxed{\underbrace{y \times 2}_{\text{側面の直径}} \times \pi \times \frac{\text{中心角}}{360}}}_{\text{弧の長さ}}$$

両辺を2πで割ると

$$3 = y \times \frac{\text{中心角}}{360}$$

よって

$$\frac{\text{中心角}}{360} = \frac{3}{y}$$

①式より

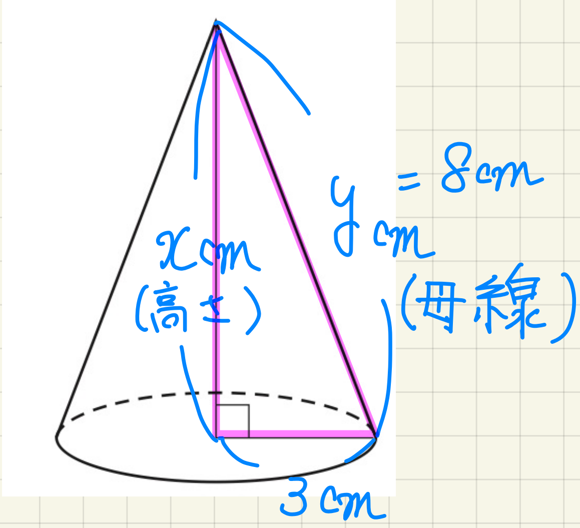
$$\underbrace{\text{側面積(扇形)}}_{24\pi} = \underbrace{\text{半径}}_{y} \times \underbrace{\text{半径}}_{y} \times \pi \times \overset{\frac{3}{y}}{\overset{\|}{\boxed{\frac{\text{中心角}}{360}}}}$$

よって

$$24\pi = y \times y \times \pi \times \frac{3}{y}$$

$$24\pi = 3y$$

$$\therefore \underline{y = 8}$$



円錐の高さ x は、三平方の定理より

$$x = \sqrt{8^2 - 3^2}$$
$$= \sqrt{64 - 9}$$
$$= \sqrt{55}$$

よって，円錐の体積は．

$$3 \times 3 \times \pi \times \sqrt{55} \times \frac{1}{3} = 3\sqrt{55}\pi \ \text{cm}^3$$

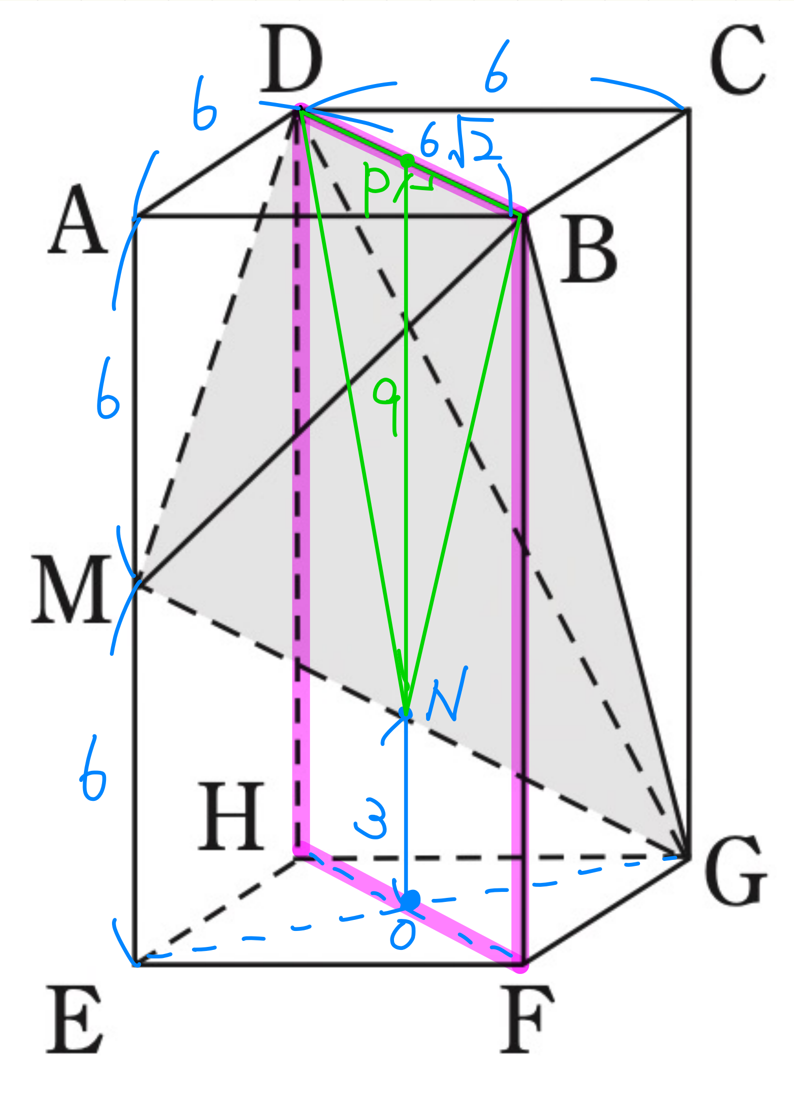
（参考）母線の長さの求め方は、次でも良い

$\boxed{\text{円錐の}\underbrace{\text{表面積}}_{\text{底面積＋側面積}} = \pi \times \text{半径} \times (\text{母線} + \text{半径})}$

底面積 $= 3 \times 3 \times \pi = 9\pi$.
側面積 $= 24\pi$ （問題文より）
母線を y cm とおくと．

$$\underbrace{9\pi + 24\pi}_{\text{表面積}} = \pi \times \underbrace{3}_{\text{半径}} \times (\underbrace{y}_{\text{母線}} + \underbrace{3}_{\text{半径}})$$
$$33\pi = 3\pi y + 9\pi$$
$$24\pi = 3\pi y$$
$$\therefore y = 8$$

(15)



□BDHFで直方体を切断する。

HFとEGの交点をO,

Oの真上にあり，MGとの交点をN，DBとの交点をPとする。

四面体BDGMは，

三角錐M-BDMと
三角錐G-BDMに
分けることができる。

まず△BDNの面積を求める。

□ABCDは，AB=BC=6で，正方形なので，
△ABDは∠DAB=90°，AB=DAの直角二等辺三角形。よって，三平方の定理より

$$BD = \sqrt{6^2+6^2}$$

$$= 6\sqrt{2} \quad (\triangle BDN\text{の底辺})$$

また，△GNOと△GMEにおいて，

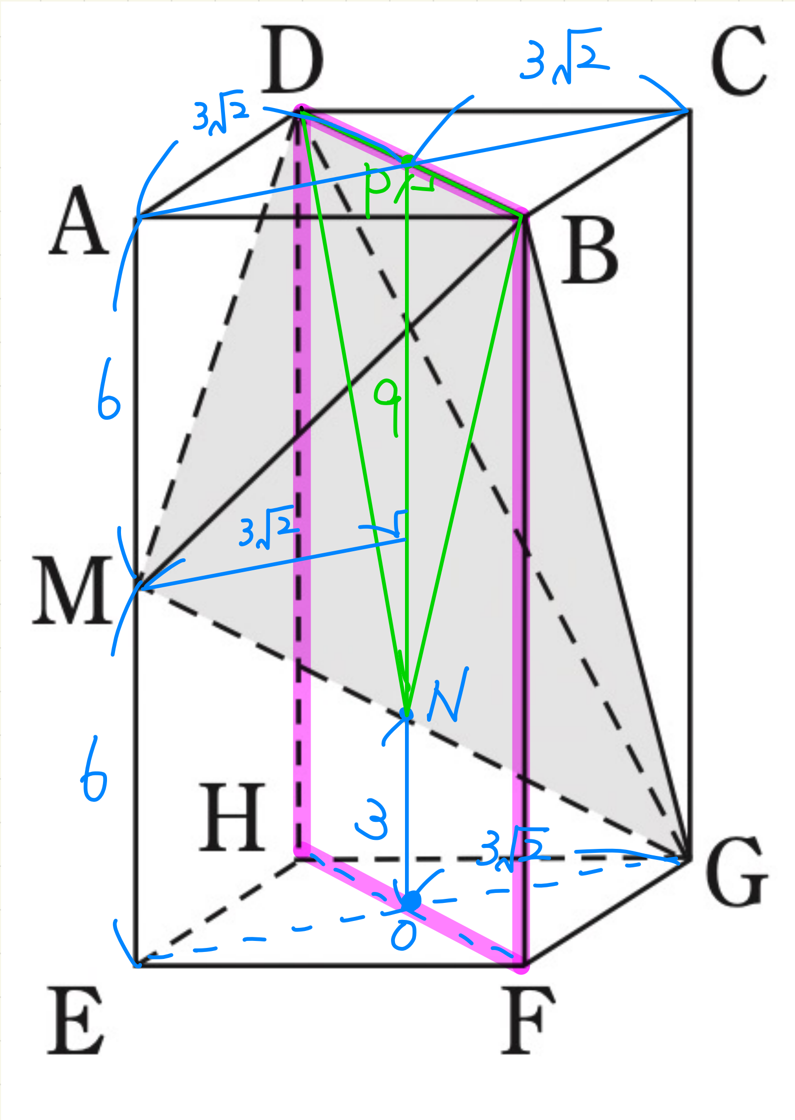
NO // ME

より，同位角が等しいので，

$\angle GNO = \angle GME$ — ①
$\angle GON = \angle GEM$ — ②
①、② より 2組の角がそれぞれ等しいので.
$\triangle GNO \sim \triangle GME$
点 O は. 線分 GE の中点なので,
$GO : OE = 1 : 1$
$\Rightarrow GO : \underbrace{GE}_{(GO+OE)} = 1 : 2$
よって $\triangle GNO$ と $\triangle GME$ の相似比は $1 : 2$
対応する辺の比は等しいので,
$NO : \underbrace{ME}_{6} = 1 : 2$
$2NO = 6$
$\therefore NO = 3$

$PO = AE = 12$ より
$PN = PO - NO$
$= 12 - 3$
$= 9$ ($\triangle BDN$ の高さ)

よって. $\triangle BDN$ の面積は.
$6\sqrt{2} \times 9 \times \frac{1}{2} = 27\sqrt{2}$ cm^2



三角錐 M－BDM の高さは AC $= 6\sqrt{2}$ の半分なので $3\sqrt{2}$ cm

同様に、三角錐 G－BDM の高さ GO も $3\sqrt{2}$ cm

よって

四面体 BDGM の体積

= 三角錐 M－BDM の体積 + 三角錐 G－BDM の体積

$27\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} \times \frac{1}{3}$　　$27\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} \times \frac{1}{3}$

$= 54 + 54$

$= 108$ cm^3

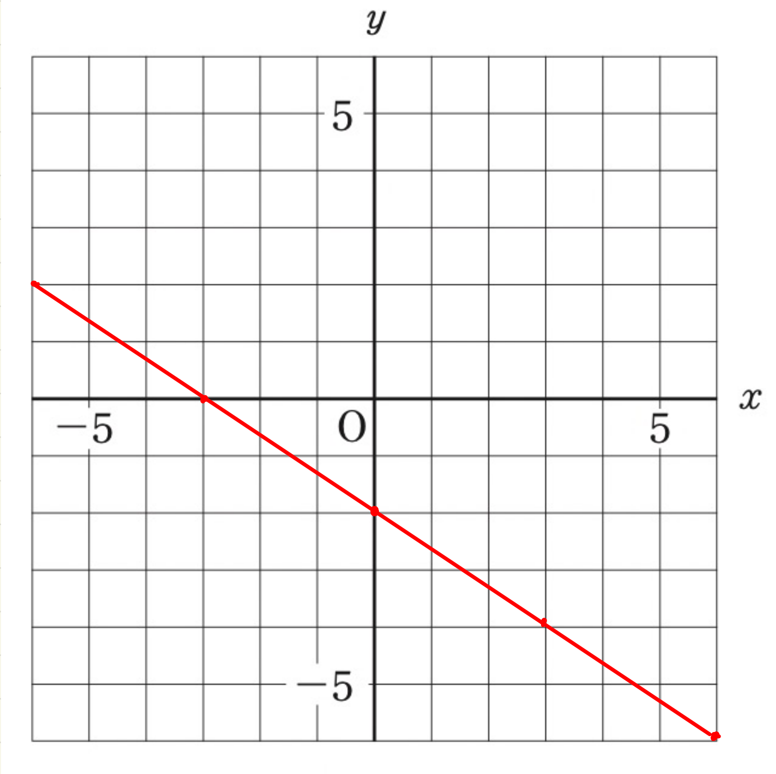
2.

(1)

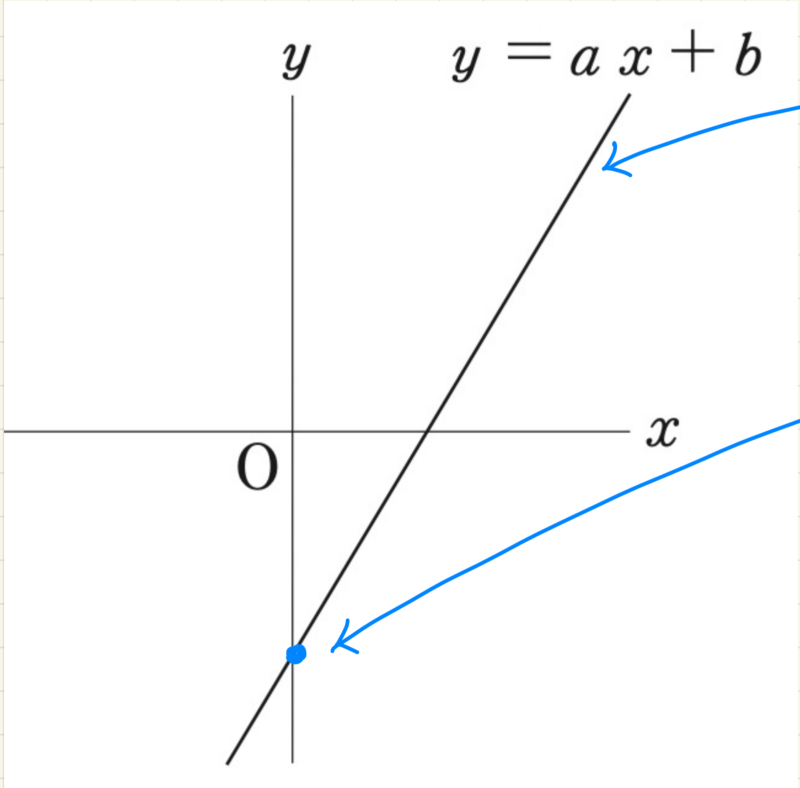
① $2x + 3y = -6$ より

$$3y = -2x - 6$$

$$y = -\frac{2}{3}x - 2$$



②



グラフは右上なので

$a > 0$

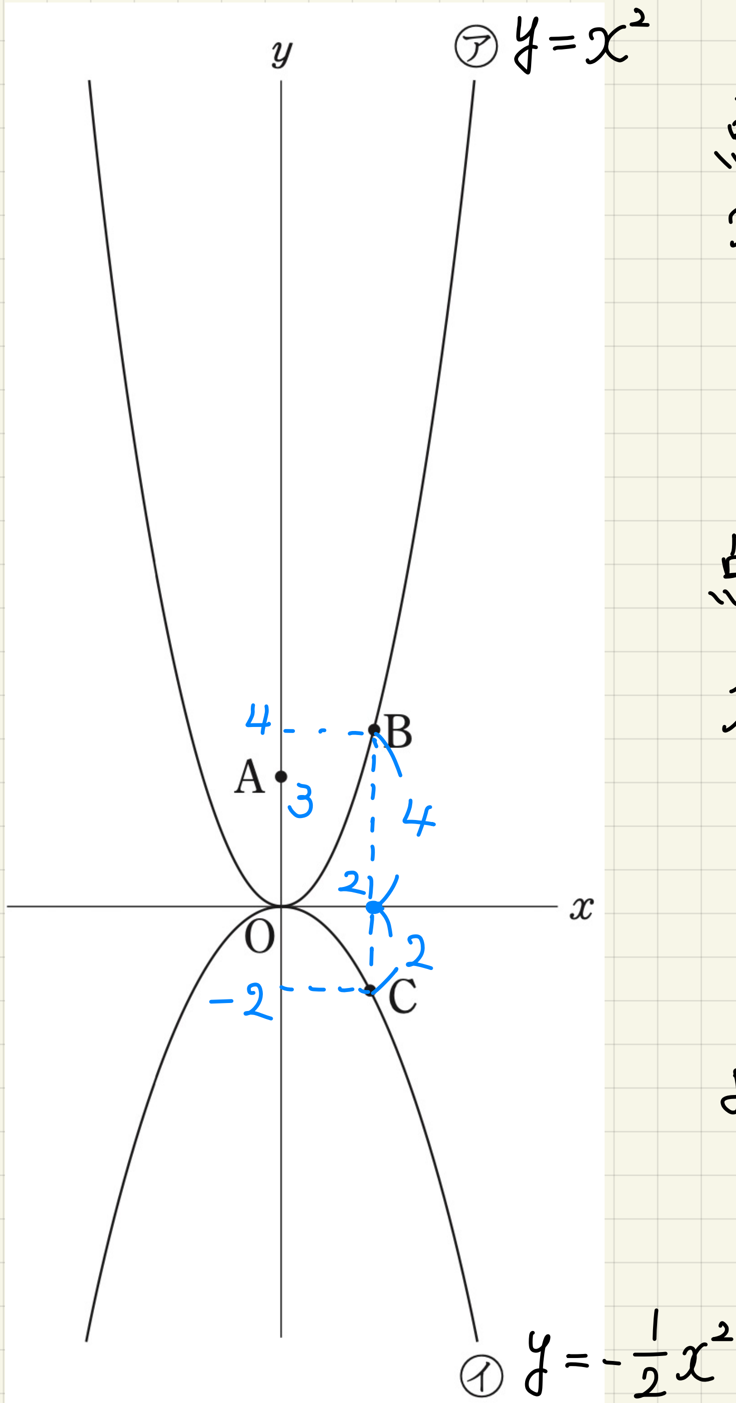
切片は負なので

$b < 0$

よって イ

(2)

①



点Bは$y=x^2$上にあり、

$x=2$なので

$y=2^2$

$=4$

点Cは$y=-\frac{1}{2}x^2$上にあり、

$x=2$なので

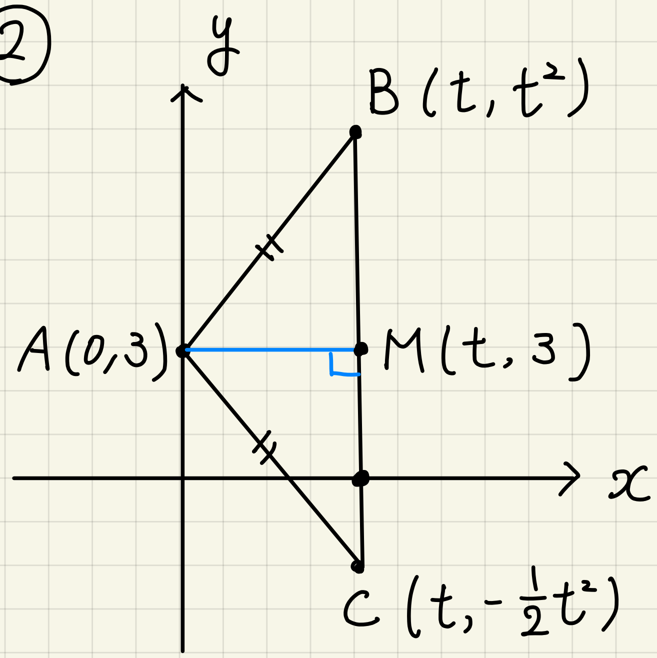
$y=-\frac{1}{2}\times 2^2$

$=-2$

よってBCの長さは

$4-(-2)=6$

②



AB＝ACとなるような点Bのx座標をtとする。

点Cは点Bとx座標が等しいので、点Cのx座標もtである。

点AからBCに垂線を下ろし、その交点をMとする。
二等辺三角形の性質から

$$BM = CM$$

点Bは$y=x^2$上にあるので、

$$y = t^2 \quad x=t\text{を代入}$$

点Cは$y=-\frac{1}{2}x^2$上にあるので、

$$y = -\frac{1}{2}t^2 \quad x=t\text{を代入}$$

点Mは、$x=t$上にあり、y座標は3。
したがって

$$\underbrace{t^2-3}_{BM\text{の長さ}} = \underbrace{3+\frac{1}{2}t^2}_{CM\text{の長さ}}$$

注
CM：$3-\left(-\frac{1}{2}t^2\right)$
$= 3+\frac{3}{2}t^2$

整理すると

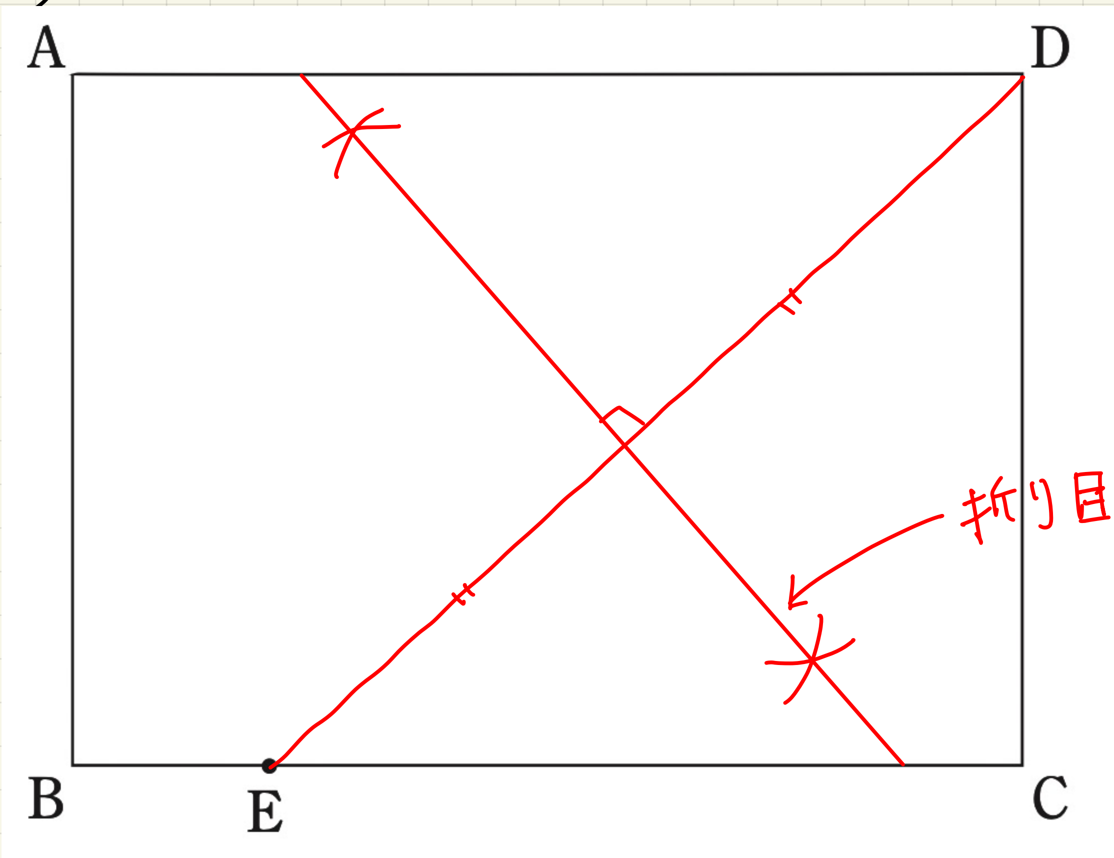
$$t^2 = 12$$

$t>0$ より　$t = 2\sqrt{3}$

問題文から、点Bのx座標は正。

よって、点Bのx座標は $2\sqrt{3}$

(3)



DとEが折り目に対して対称となるので、
DEの垂直二等分線を作図すれば良い

(4)

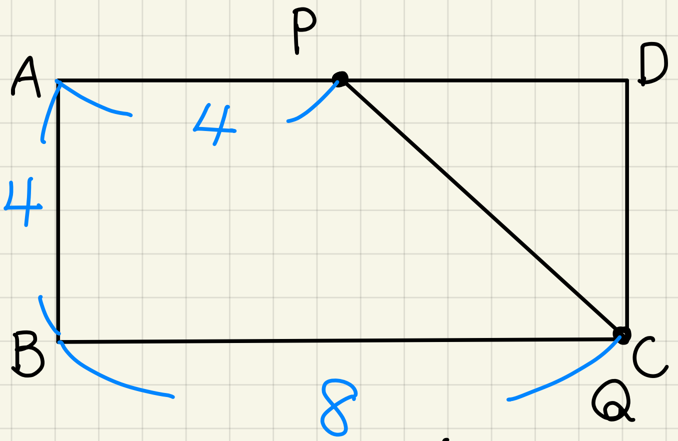
点P

点Aを出発し、辺AD上をA→Dに毎秒1cmの速さで動き、点Dで止まる。

点Q

点Bを出発し、辺BC上をB→C→Bの順に毎秒2cmの速さで動き、点Bで止まる。

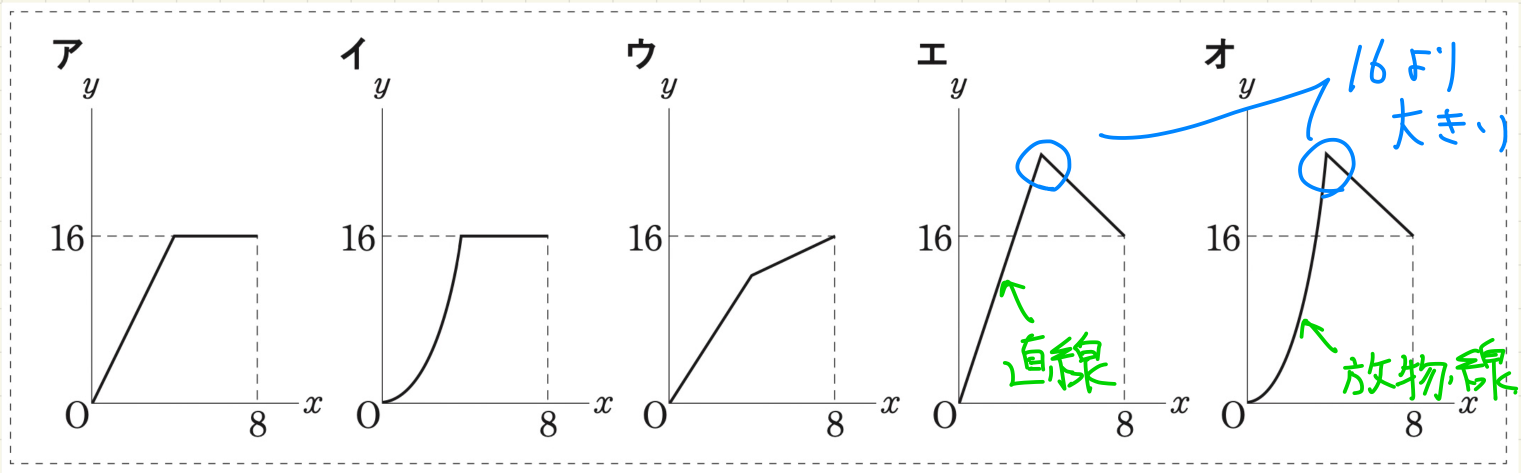
4秒経過したとき，点PはADの中点，点Qは点C上にいる。



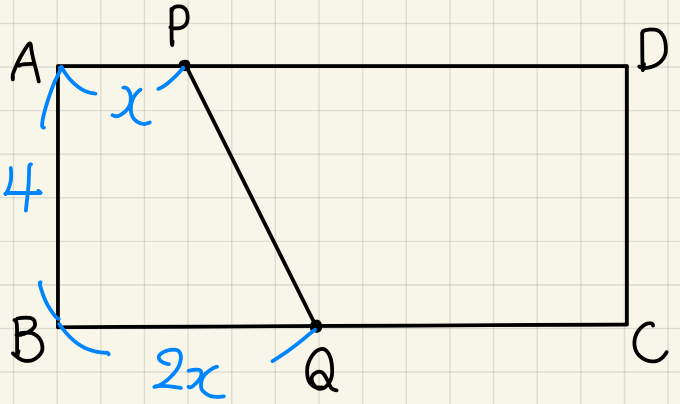
このとき，四角形ABQPの面積yは，

$$y=\frac{(4+8)\times 4}{2}=24$$

したがって，グラフは16より大きい面積を表すエまたはオとなる。



また，0秒〜4秒のとき，$AP=x$ cm とすると，点Qは2倍の速さで動くので，$BQ=2x$ cm



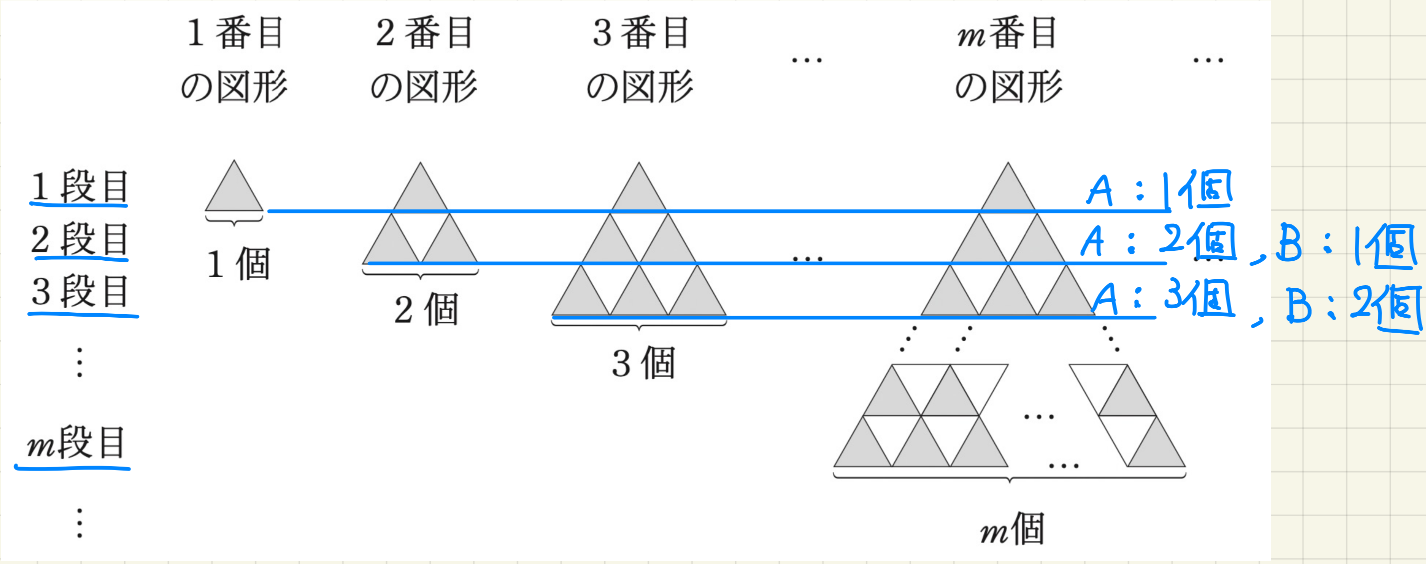
このときの四角形ABQPの面積yは

$$y=\frac{(x+2x)\times 4}{2}=6x$$

$y=6x$ は直線なので，0〜4秒まで直線のグラフを選ぶ ⇒ エ

3.

(1)



1段目 … A が 1個

2段目 … A が 2個，B が 1個

3段目 … A が 3個，B が 2個

よって

1番目の図形：1段目のみ → A が 1個

2番目の図形：1段目 + 2段目

→ A が $1+2=3$個

B が 1個

3番目の図形：1段目 + 2段目 + 3段目

→ A が $1+2+3=6$個

B が $1+2=3$個

㋐, ㋑

7番目の図形：1段目＋2段目＋3段目＋4段目
＋5段目＋6段目＋7段目

→ Aが $1+2+3+4+5+6+7=28$

Bが $1+2+3+4+5+6=21$

表

図形の番号　（番目）	1	2	3	4	5	6	7	…
三角形Aの個数　（個）	1	3	6				ア	…
三角形Bの個数　（個）	0	1	3				イ	…

② m番目の図形

A： $1+2+3+\cdots+m$

B： $1+2+3+\cdots+(m-1)$

$m+1$番目の図形

A： $1+2+3+\cdots+m+\boxed{m+1}$

B： $1+2+3+\cdots+(m-1)+m$

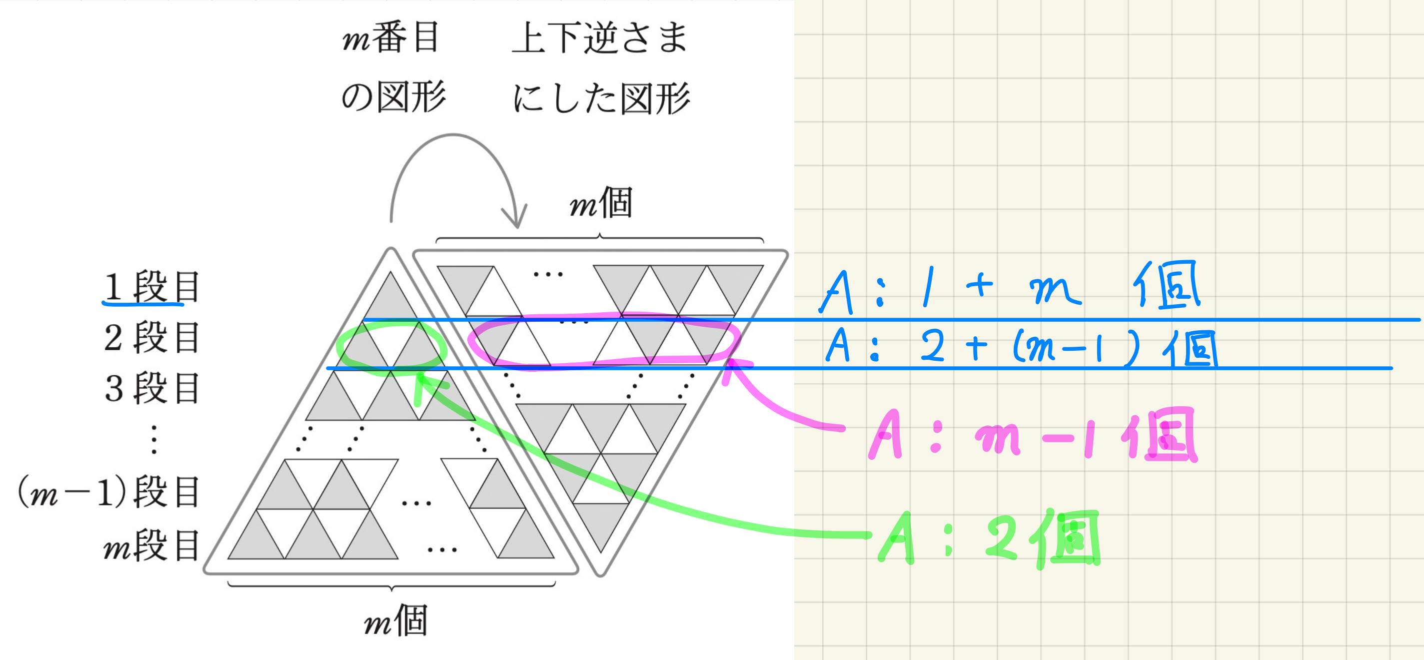
$\boxed{m+1}$ は、m番目 → $m+1$番目になるときに、Aを加えた数。

問題文より、これが16個になるので、

$m+1=16$

$\therefore m=15$

③



1段目 : $1+m$ 個 $= m+1$ 個

2段目 : $2+(m-1) = m+1$ 個

3段目 : $3+(m-2) = m+1$ 個

⋮

m段目 : $m+1$ 個

よって、三角形Aの個数は、全部で

1段目 + 2段目 + 3段目 + ⋯ + m番目

$$= \underbrace{(m+1)+(m+1)+(m+1)+\cdots+(m+1)}_{m\text{個}}$$

$= m(m+1)$ ウ

図3のm番目の図形は、上の図形の半分なので、

図3の三角形Aの数は、$\dfrac{m(m+1)}{2}$ 個 エ

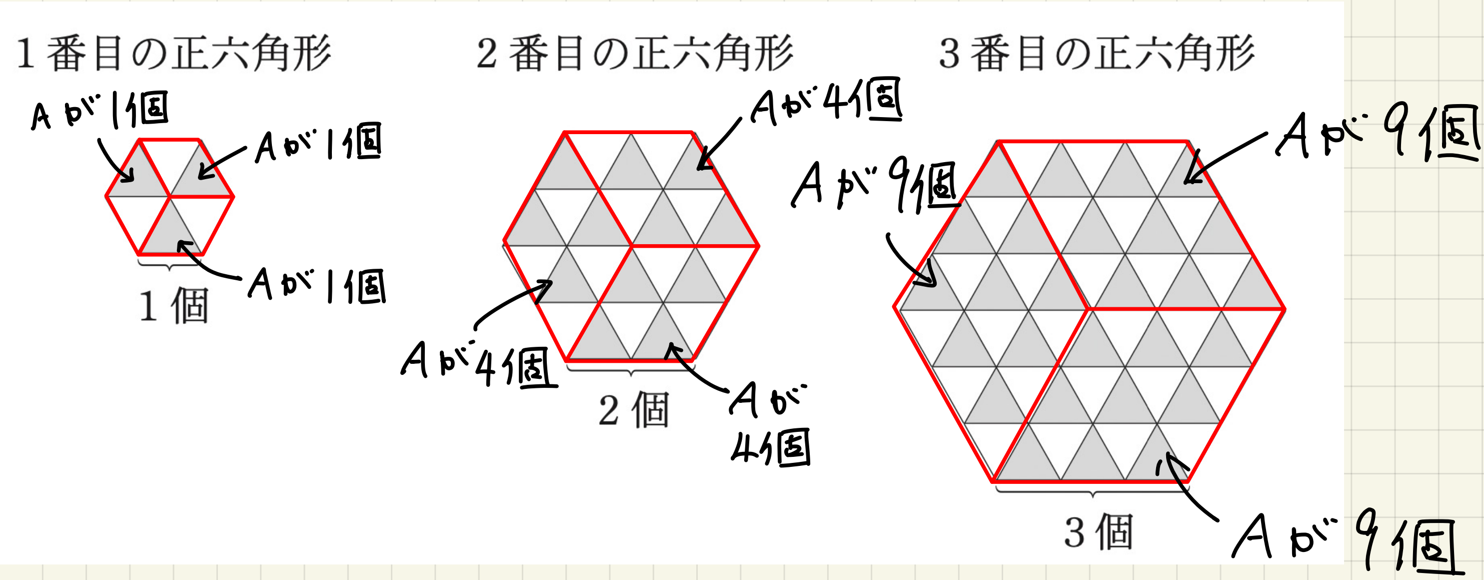
参考

$$1+2+3+\cdots+m=\frac{m(m+1)}{2}$$

例 $1+2+3+4+5+6$

$$=\frac{6\times(6+1)}{2}=\frac{6\times7}{2}=21$$

(2) 正六角形を次のように分ける。



1番目： 1個 × 3 = $1^2 \times 3$ 個

2番目： 4個 × 3 = $2^2 \times 3$ 個

3番目： 9個 × 3 = $3^2 \times 3$ 個

⋮

n番目： $n^2 \times 3$ 個

よって $n^2 \times 3 = 3n^2$ 個

4.

(1)

① カードの取り出し方は全部で4通り
偶数のカードの取り出し方は2通り
よって求める確率は

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

② 樹形図を書いて考える。

○：2枚のカードの和が5以上
×：2枚のカードの和が5未満

A：カードを取り出し、箱の中に戻さずに続けてもう1枚取り出す

⇒ 1枚目と2枚目は、必ず違う数字

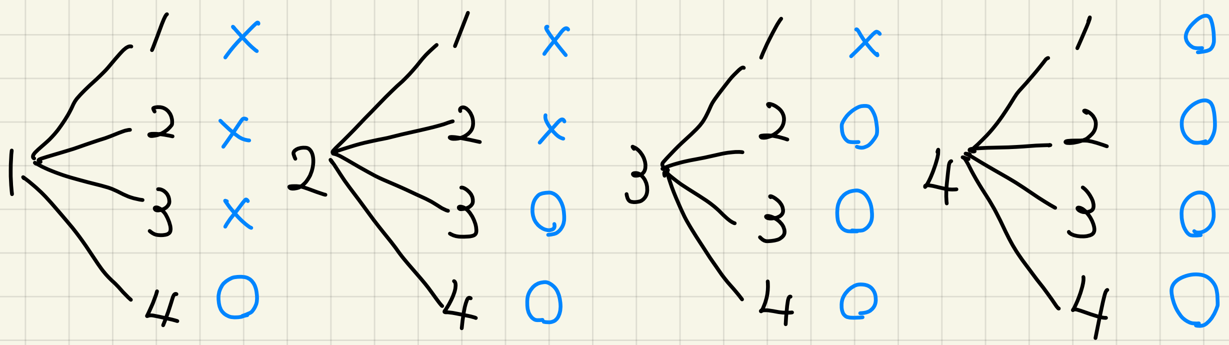
1枚目	2枚目	
1	2	×
	3	×
	4	○
2	1	×
	3	○
	4	○
3	1	×
	2	○
	4	○
4	1	○
	2	○
	3	○

カードの取り出し方は、全部で12通り、和が5以上になるのは8通り。よって求める確率は

$$\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

B：カードを取り出し，箱の中に戻して，もう1枚取り出す。

⇒ 1枚目と2枚目は，同じ数になることもある。



カードの取り出し方は，全部で16通り，和が5以上になるのは10通り。よって求める確率は，

$$\frac{10}{16}=\frac{5}{8}$$

$\frac{2}{3}$ と $\frac{5}{8}$ を比較する。通分すると

$$\frac{2}{3}=\frac{16}{24}, \quad \frac{5}{8}=\frac{15}{24}$$

で，$\frac{16}{24}>\frac{15}{24}$ なので，$\frac{2}{3}>\frac{5}{8}$

よって，Aのほうが起こりやすい

(2)

ア：相対度数 $=\dfrac{\text{その階級の度数}}{\text{合計の度数}}$

Pの合計度数は、$2+1+4+2+1=10$

Pの60g以上62g未満の度数は 1

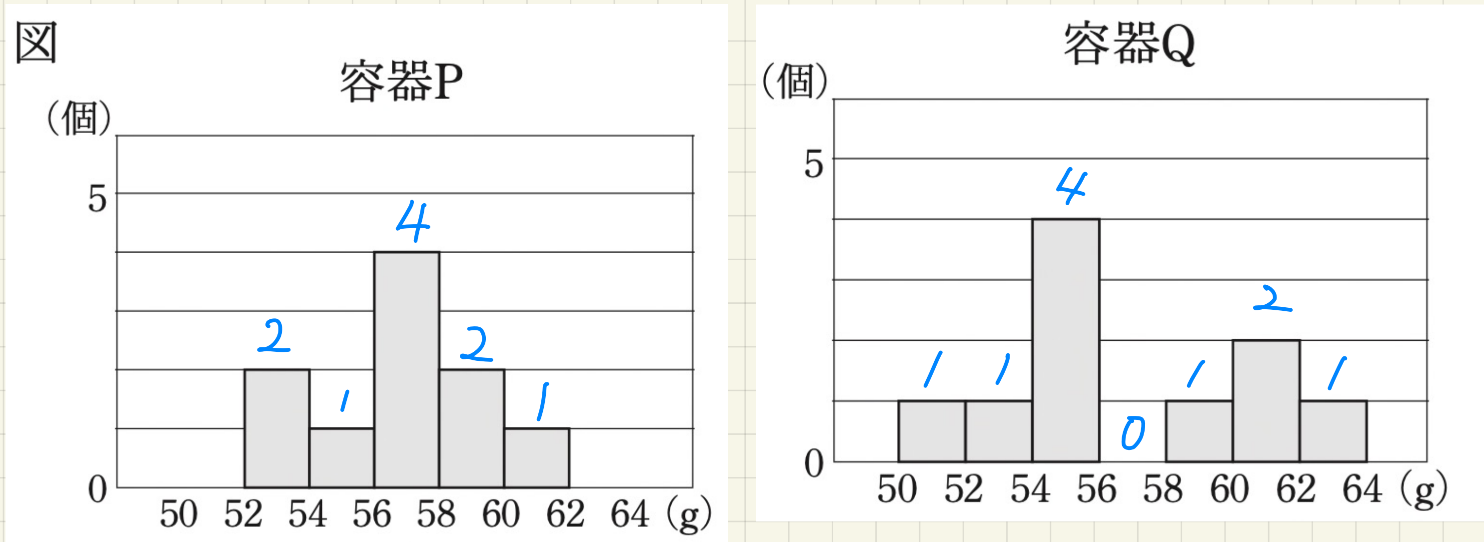
よって、Pの相対度数は $\dfrac{1}{10}$

Qの合計度数は $1+1+4+0+1+2+1=10$

Qの60g以上62g未満の度数は 2

よって、Qの相対度数は $\dfrac{2}{10}$

よって、容器Qの方が相対度数が大きいので、誤り



イ：

58g以上の卵の数は、

Pは、$2+1=3$ 個

Qは、$1+2+1=4$ 個

よって、容器Qの方が多いので誤り

ウ：最頻値：度数が最も多くある階級

Pの度数が最も多いのは4個で、56g〜58g.
このときの階級は

$$\frac{56+58}{2}=57$$

Qの度数が最も多いのは4個で、54g〜56g.
このときの階級は

$$\frac{54+56}{2}=55$$

よって、Pの最頻値の方が大きいので誤り

エ：中央値：データを小さい順に並べたときの真ん中にあるデータ。

PもQもデータ(度数)の合計は10なので、
中央値は5番目と6番目の平均値.

Pを小さい順に並べたとき、5番目も6番目も56g〜58gなので、平均値は

$$\frac{56+58}{2}=57$$

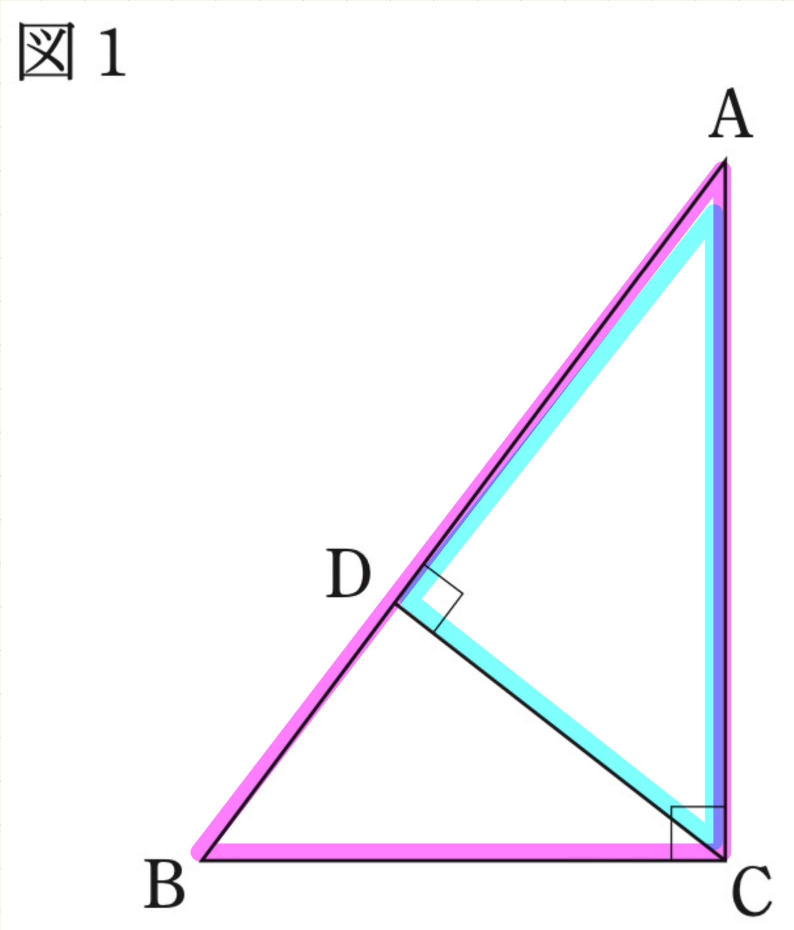
Qを小さい順に並べたとき、5番目も6番目も54g〜56gなので、平均値は

$$\frac{54+56}{2}=55$$

よって、容器Pの中央値は、容器Qよりも大きいので正しい

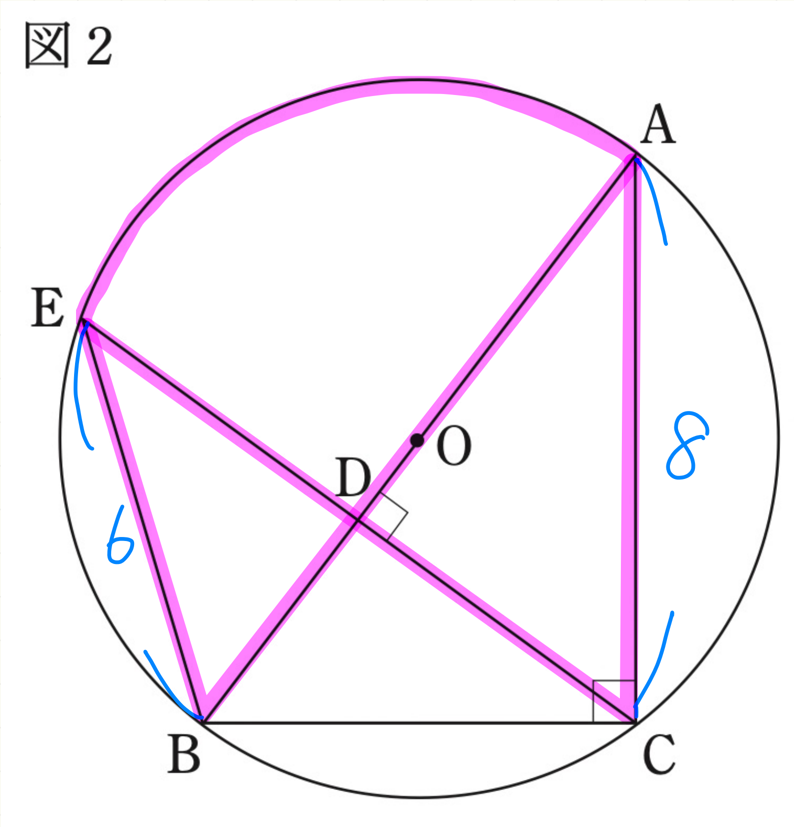
以上より答えは エ

5.
Ⅰ
(1)



△ABCと△ACDにおいて、
仮定より
$\angle ACB = \angle ADC = 90^\circ$ ——①
共通な角は等しいので
$\angle BAC = \angle CAD$ ——②
①、②より、2組の角がそれぞれ等しいので
△ABC ∽ △ACD (証明終わり)

(2) ①

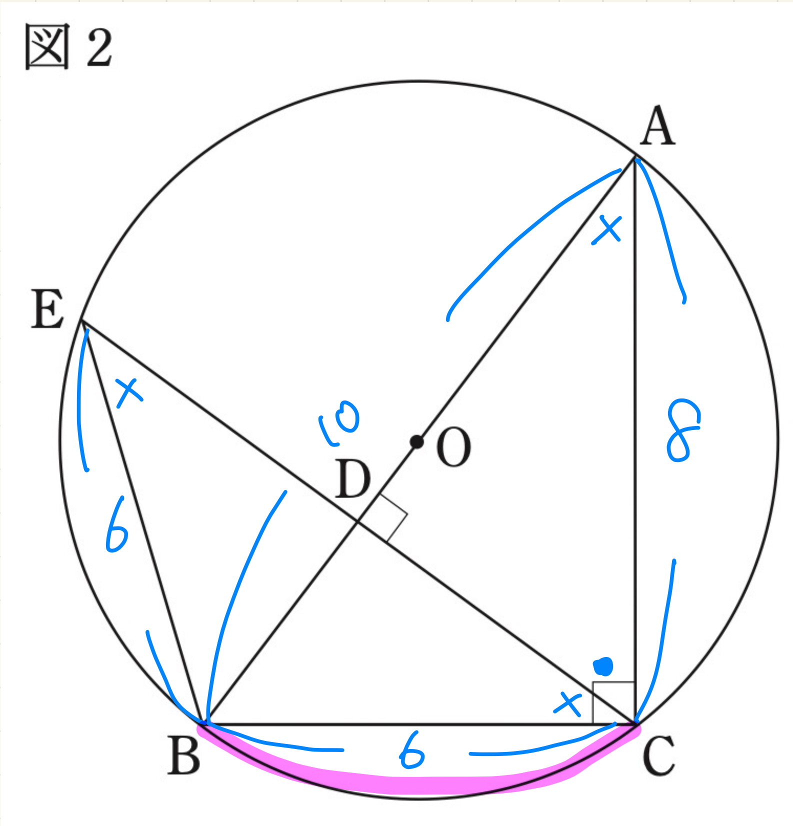


$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は等しいので、

$\angle ABE = \angle ACE$

よって答えはウ

②



$\angle ACD = \bullet$

$\angle BCD = \times$

と記載すると、

$\bullet + \times = 90^\circ$

$\angle ACB$

$\angle DAC = 90^\circ - \bullet$ なので、

$\angle DAC = \times$

※ $\bullet + \times = 90^\circ$ より

$\times = 90^\circ - \bullet$

$\triangle ABC$ と $\triangle CBD$ において、

$\angle BAC = \angle BCD \quad (\times = \times)$

※ 図より

$\angle DAC = \angle BAC$

$\angle ACB = \angle CDB = 90^\circ$
よって 2組の角がそれぞれ等しいので、
$\triangle ABC \backsim \triangle CBD$

また、$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しいので
$\angle BAC = \angle BEC$ $(\times = \times)$
よって
$\angle BCD = \angle BEC$

底角が等しいので、$\triangle BCE$は二等辺三角形。
したがって、$BE = BC = 6$

$\triangle ABC$で三平方の定理より

$$AB = \sqrt{6^2 + 8^2}$$
$$= \sqrt{36 + 64}$$
$$= \sqrt{100}$$
$$= 10$$

$\triangle ABC : \triangle CBD = 25 : 9$
$\Rightarrow 9\triangle ABC = 25\triangle CBD$
$\therefore \triangle CBD = \frac{9}{25}\triangle ABC$

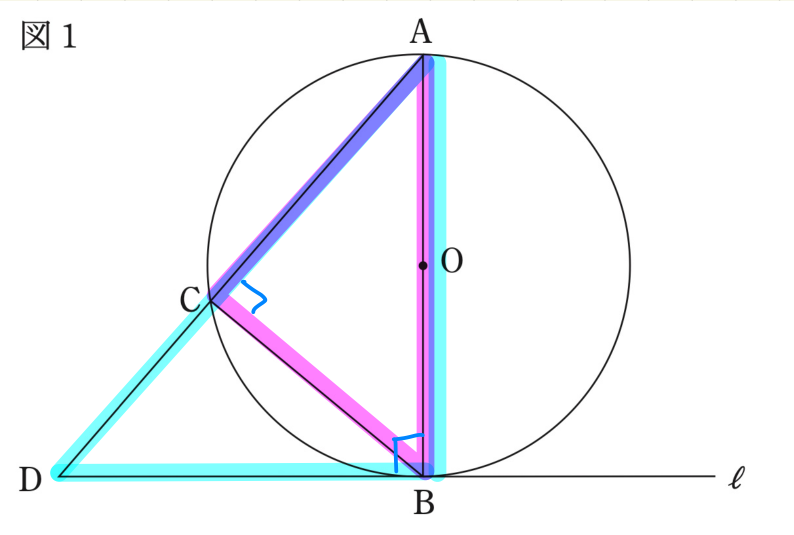
よって$\triangle ABC$と$\triangle CBD$の相似比は、
$AB : CB = 10 : 6$
$= 5 : 3$

面積比は、相似比の2乗なので、
$\triangle ABC$の面積 : $\triangle CBD$の面積 $= 25 : 9$

よって、$\triangle BCD$の面積は$\triangle ABC$の面積の$\frac{9}{25}$倍

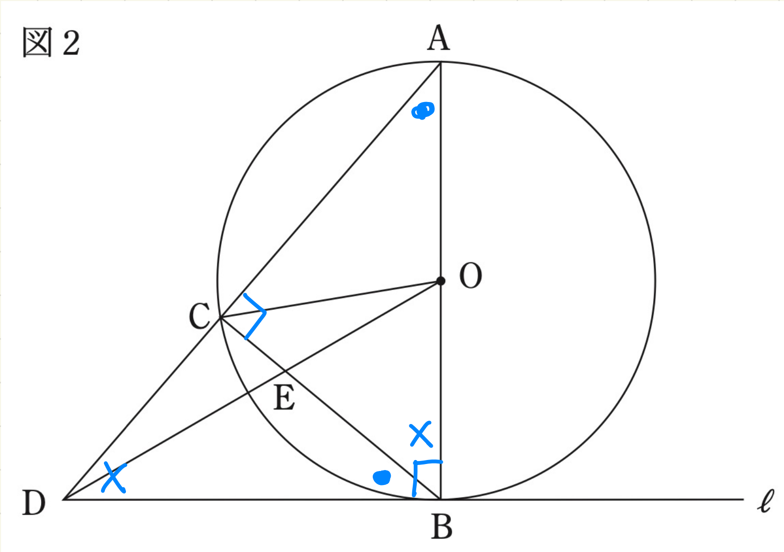
Ⅱ

(1)



△ABC と △ADB において、
共通な角は等しいので
$\angle CAB = \angle BAD$ —— ①
線分ABは円Oの直径であるので、$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角より
$\angle ACB = 90^\circ$ —— ②
円の接線は、接点を通る半径に垂直なので、
$\angle ABD = 90^\circ$ —— ③
②、③より
$\angle ACB = \angle ABD = 90^\circ$ —— ④
①、④より、2組の角がそれぞれ等しいので、
$\triangle ABC \backsim \triangle ABD$ (証明終わり)

(2) ①



$\angle CBD = \bullet$

$\angle ABC = x$

と記載すると,

$\angle ACB = 90^\circ$ なので,

$\angle BAC = 90^\circ - x$

$= \bullet$

※ $\bullet + x = 90^\circ$ より

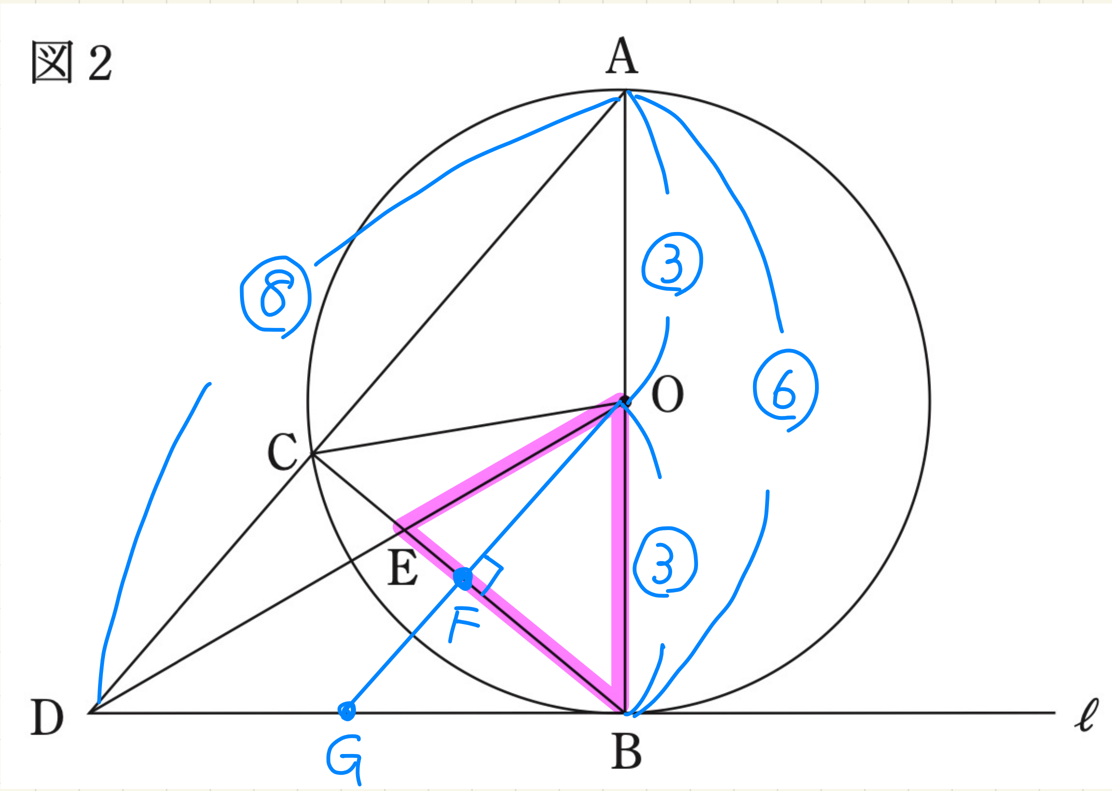
$\bullet = 90^\circ - x$

よって.

$\angle BAD = \angle CBD \ (\bullet = \bullet)$

答えは. イ

② 非常に難問です。

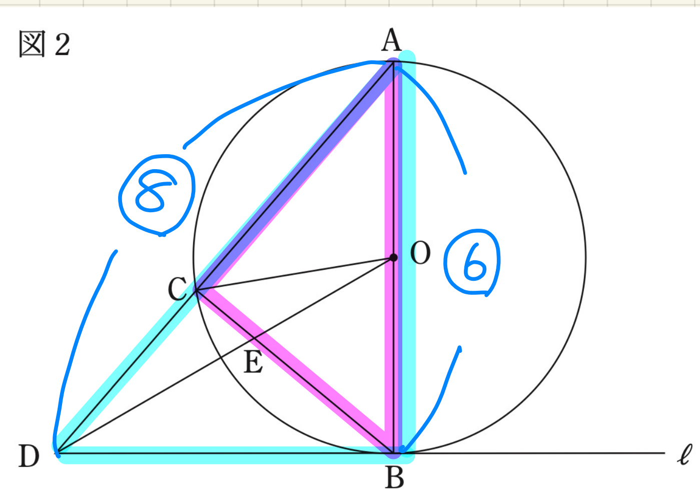


点OからEBに垂線を下ろし、その交点をFとする。また、OFの延長とDBとの交点をGとする。

OA = OB (円Oの半径より) なので、

OA = ③　　※比なので○をつけて記載する。

AB = ⑥

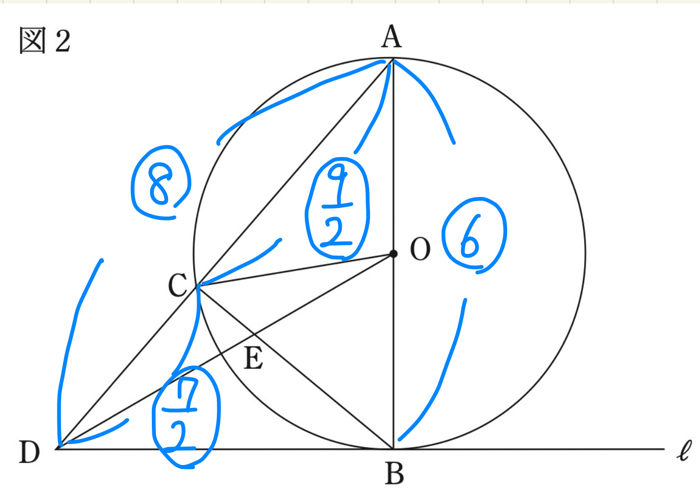


(1)より △ABC ∽ ADB なので、対応する辺の比は等しいから、

$$\underset{⑥}{AB} : \underset{⑧}{AD} = AC : \underset{⑥}{AB}$$

よって、

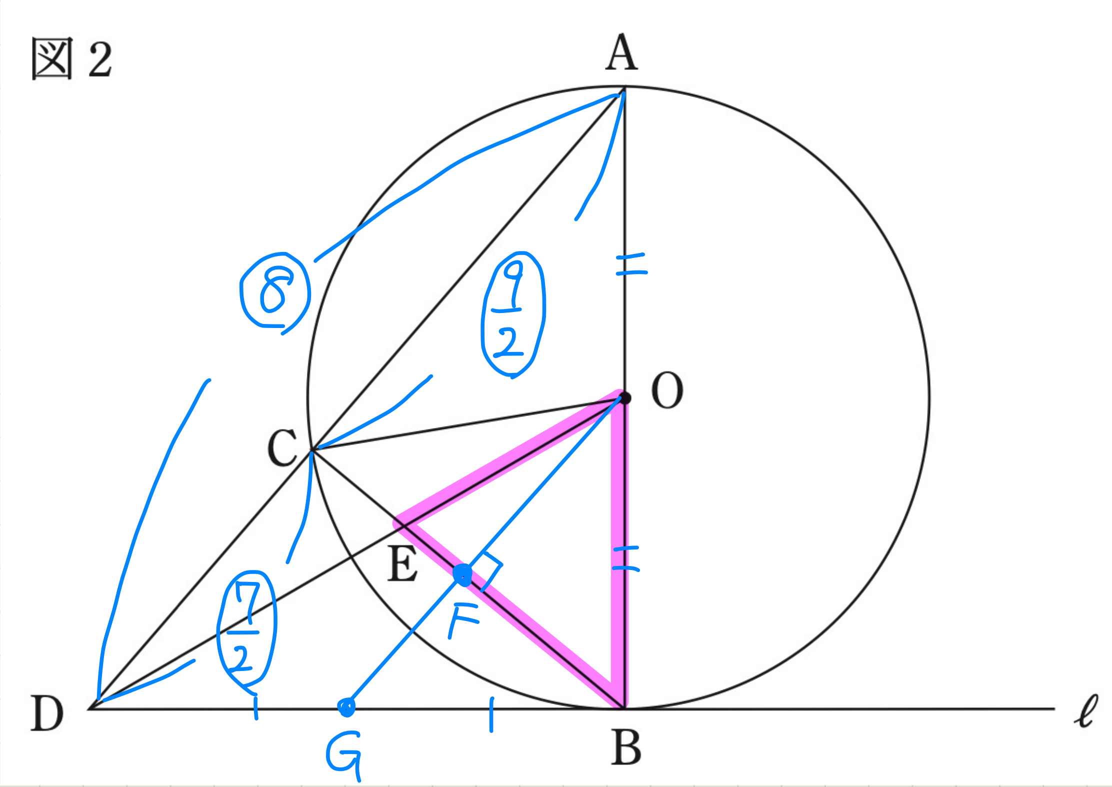
⑧AC = ㊱ ⇒ AC = $\frac{36}{8}$ = $\frac{9}{2}$



CD = AD − AC

= ⑧ − $\frac{9}{2}$

= $\frac{7}{2}$



ここで，$\angle ACB = \angle OFB = 90^\circ$ なので，同位角が等しいから $AD \parallel OG$。

ここで，$\triangle ABC$ と $\triangle OBF$ において，
共通な角は等しいから

$\angle ABC = \angle OBF$ ―― ①

$\angle ACB = \angle OFB = 90^\circ$ ―― ②

①，② より 2組の角がそれぞれ等しいので，

$\triangle ABC \sim \triangle OBF$

$AB : OB = 6 : 3 = 2 : 1$ なので，

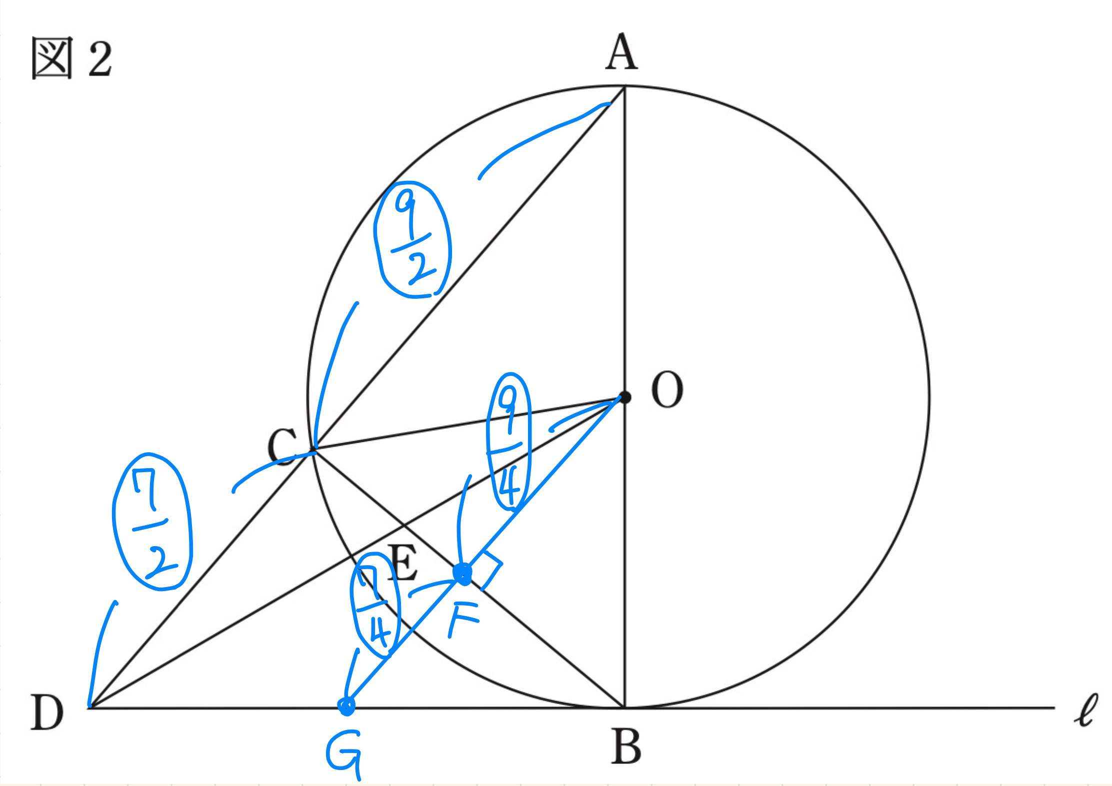
$AC : OF = 2 : 1$ （対応する辺の比は等しい）

よって

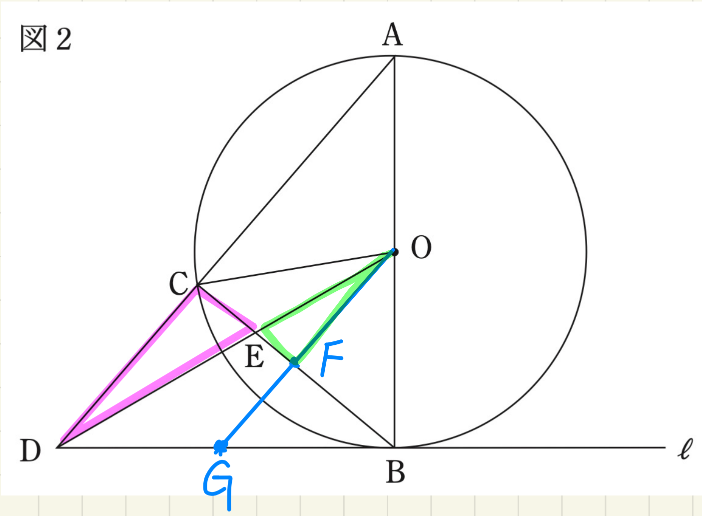
$OF = \frac{1}{2}AC = \frac{9}{4}$

同様に，

$FG = \frac{1}{2}CD = \frac{7}{4}$



ここで △EDC と △EOF において，



AD // OG より錯角が等しいので，

∠EDC = ∠EOF ―③

対頂角は等しいので，

∠DEC = ∠OEF ―④

③，④ より 2組の角がそれぞれ等しいので，

△EDC ∽ △EOF

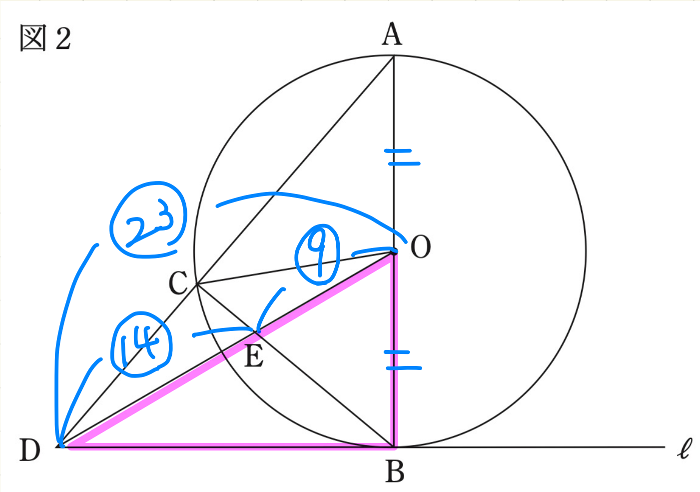
対応する辺の比は等しいので，

$\underset{\frac{7}{2}}{CD} : \underset{\frac{9}{4}}{FO} = DE : EO$

よって

$$\frac{7}{2} : \frac{9}{4} = DE : EO$$

$$\therefore DE : EO = 14 : 9$$



ここで、△ABD の底辺を AB、△OBD の底辺を OB とすると、

OB → AB の半分
高さ → 等しい (BD)

なので、△OBD の面積は、△ABD の面積の半分となる。

⇒ △OBD の面積 $= \frac{1}{2} \times$ △ABD の面積

また、△OBE の底辺を OE、△OBD の底辺を OD とすると、高さが等しいので、面積比は OE : OD = 9 : 23 となる。 ※ OD = OE + ED = 9 + 14 = 23

⇒ △OBE の面積 $= \frac{9}{23} \times$ △OBD の面積

よって

△OBE の面積 $= \frac{9}{23} \times \frac{1}{2} \times$ △ABD の面積

$= \frac{9}{46} \times$ △ABD の面積