2022年度　青森県

数学

KmKm

$\boxed{1}$

(1)

ア：与式 $= 2$

イ：与式 $= -\dfrac{4}{10} \times \dfrac{3}{10} = -\dfrac{3}{25}$

ウ：与式 $= \dfrac{1}{3}x - 2x + y + \dfrac{1}{2}y$

$= -\dfrac{5}{3}x + \dfrac{3}{2}y$

エ：与式 $= -4b^2 \div (-2b)$

$= 2b$

オ：与式 $= \sqrt{10} + 5 - 2 - \sqrt{10}$

$= 3$

(2) おうぎ形の面積 $=$ 半径 $\times$ 半径 $\times \pi \times \dfrac{\text{中心角}}{360^\circ}$

$= 9 \times 9 \times \pi \times \dfrac{60^\circ}{360^\circ}$

$= 81\pi \times \dfrac{1}{6}$

$= \dfrac{27}{2}\pi\ \text{cm}^2$

(3) 絶対値：符号を無視して得られる数.

$2.7 \rightarrow 2.7$

$-\frac{7}{3} \rightarrow \frac{7}{3} = 2.33\cdots\cdots$

$-3 \rightarrow 3$

$\sqrt{6} \rightarrow \sqrt{6} = 2.449\cdots\cdots$

〰 の大きい順に並べると.

$3,\ 2.7,\ 2.449\cdots,\ 2.33\cdots,$

よって絶対値が最も大きい数は -3

(4)

	小麦粉	バター
ドーナツ 1 個	26 g	1.5 g
クッキー 1 個	8 g	4 g

表より.

ドーナツ 1 個：小麦粉 26g, バター 1.5g

クッキー 1 個：小麦粉 8g, バター 4g

ドーナツを x 個，クッキーを y 個作ったとき.

$$\begin{cases} 26x + 8y = 380 & \text{―― ①} \\ 1.5x + 4y = 75 & \text{―― ②} \end{cases}$$

(小麦粉：① 、バター：②)

①$-$②$\times 2$より

$$\begin{array}{rrcl} & 26x+8y &=& 380\\ -) & 3x+8y &=& 150\\ \hline & 23x &=& 230\end{array}$$

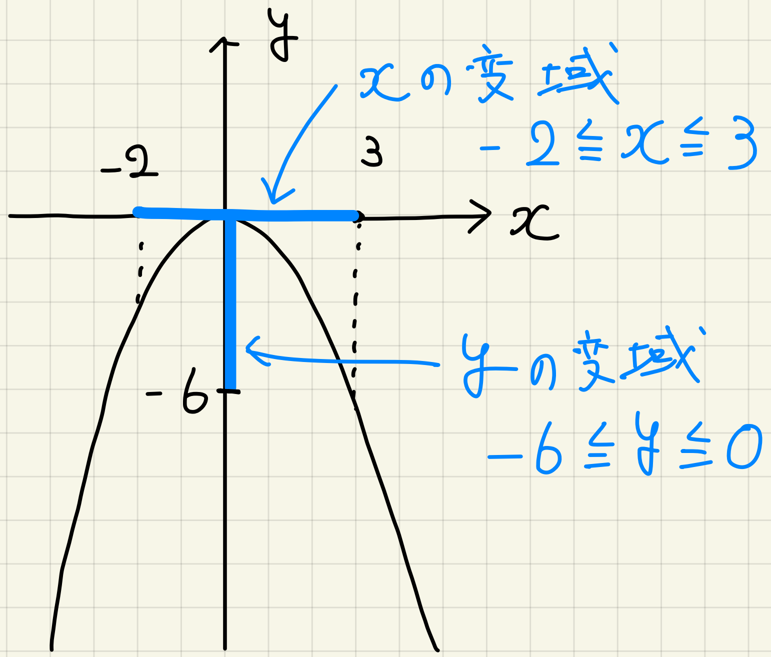
$$x=10$$

$x=10$を②に代入して

$$15+4y=75$$
$$4y=60$$
$$y=15$$

よって、ドーナツ10個、クッキー15個

(5) yの変域が$-6 \leqq y \leqq 0$より、$y=ax^2$のグラフは、上に凸となる。



グラフより、

$x=3$のとき

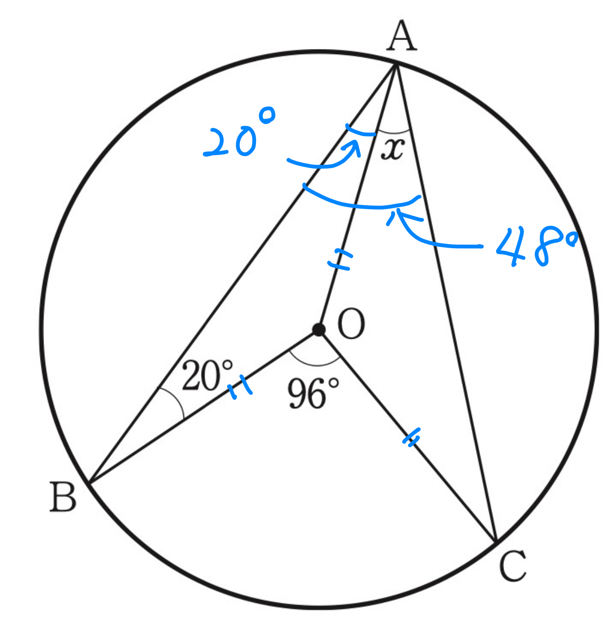
$y=-6$

$y=ax^2$に$x=3$, $y=-6$を代入して、

$$-6=9a$$

$$\therefore a=-\frac{2}{3}$$

(6)



AO, BO は円 O の半径

⇒ AO = BO

⇒ △OAB は二等辺三角形

よって

$\angle OAB = \angle OBA = 20^\circ$

∠BAC は ∠BOC の円周角なので.

$\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC$

$= \frac{1}{2} \times 96^\circ = 48^\circ$

よって.

$\angle x = \angle BAC - \angle BAO$

$= 48^\circ - 20^\circ$

$= 28^\circ$

(7) 四分位数：データを小さい順に並べたとき、第3四分位数 − 第1四分位数で求める

バスケットボール部員	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
成功した回数（回）	6	5	10	2	3	5	9	8	4	7	9

← 小さい順に並べる.

D, E, I, B, F, A, J, H, G, K, C

$\underbrace{2, 3, 4, 5, 5}_{\text{下位データ}}, 6, \underbrace{7, 8, 9, 9, 10}_{\text{上位データ}}$

中央値（第2四分位数）

第3四分位数：上位データの中央値 $= 9$
第1四分位数：下位データの中央値 $= 4$
よって
四分位数 = 第3四分位数 − 第1四分位数
$= 9 - 4 = 5$ 回

参考
第2四分位数：全データの中央値 $= 6$

(8)
ア：正しい
$0 < a < b$ より $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

イ：誤り
例：$a = 2, b = 3$ のとき，$\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{2+3}$

ウ：誤り
$0 < a$ より $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = a$
問題文は $\sqrt{(-a)^2} = -a$ なので誤り

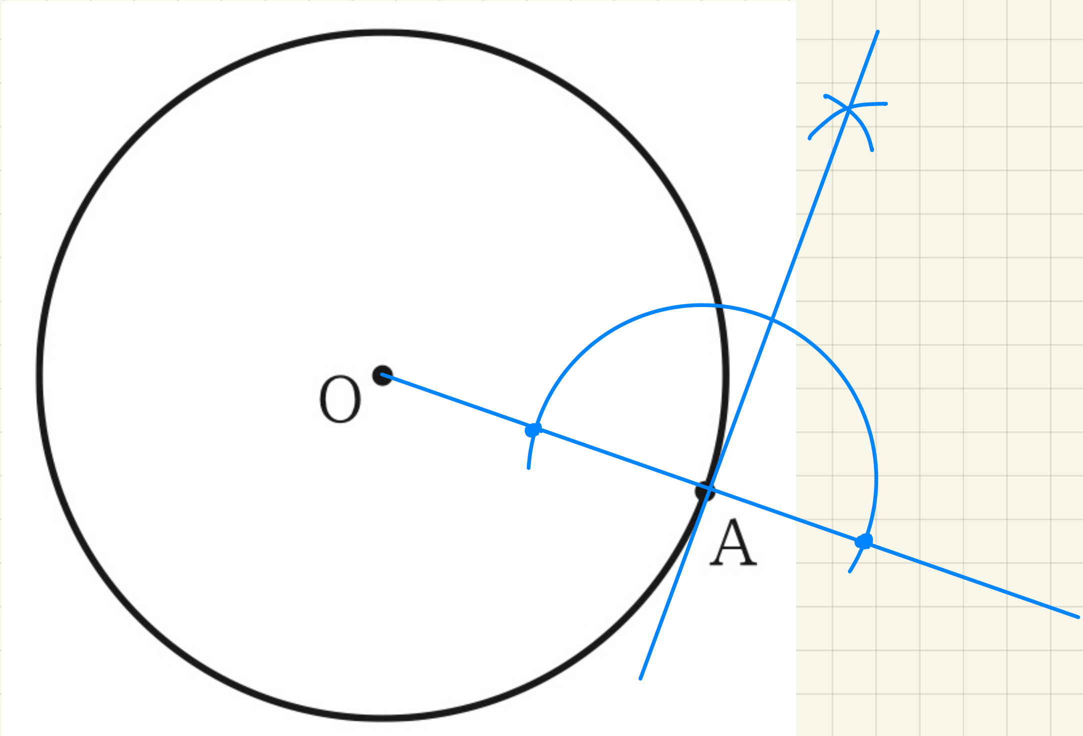
エ：誤り
a の平方根は，$\pm\sqrt{a}$ ($+\sqrt{a}$ と $-\sqrt{a}$)
→ 2乗して a になる値のこと．
$(+\sqrt{a})^2 = a$
$(-\sqrt{a})^2 = a$
より，a の平方根は $\pm\sqrt{a}$

2

(1)

方針

接線 ⇒ OA と垂直になるように作図



(2)

方針

$x = \dfrac{20-4b}{a}$ が負の数 ⇒ $a>0$ より $20-4b$ が負の数になれば良い

ア.

あ $ax + 4b = 20$ に $a = 2, b = 3$ を代入して.

$$2x + 12 = 20$$
$$2x = 8$$
$$x = 4$$

い $ax + 4b = 20$ を x について解くと.

$$ax = 20 - 4b$$
$$x = \frac{20-4b}{a}$$

X, ⓤ: $x = \dfrac{20-4b}{a}$ で、x が負の数になる。

⇒ a はさいころの出た目の数なので、正の数。
∴ x が負の数になるには、$20-4b$ が負の数になれば良い。

20 − 4b が負の数になるのは、b = 6 のときのみ

参考：$b = 6$ のとき、$20-4b = 20-24 = -4$
$b = 5$ のとき、$20-4b = 20-20 = 0$
負でない。

b は、小さいさいころの出た目の数なので、この解が負となるのは、小さいさいころの出た目の数が 6 のとき。

Y, ⓔ：

$x = \dfrac{20-4b}{a}$ で $b=-6$ を代入すると、

$x = -\dfrac{4}{a}$

$a=1, 2, 4$ のとき、$x=-\dfrac{4}{a}$ は整数となる

x が整数になるためには、a が 4 の約数になれば良い。
したがって、大きいさいころの出た目の数が、4 の約数になるときを考える。

参考
$x = \dfrac{b}{a}$ が整数 ⇒ a は b の約数

イ.

4の約数は、1, 2, 4

よって、

$b=6$, $a=1$
$b=6$, $a=2$
$b=6$, $a=4$

のとき、xは負の数になる。
(3通り)

さいころの出る目の数は、全部で36通り

よって求める確率は、

$$\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$$

3

(1)

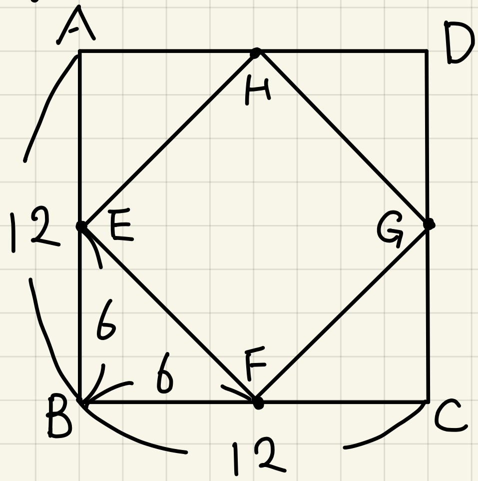
方針

ア　三平方の定理

イ　立方体の体積＝表面積×高さ

$$\Rightarrow 高さ = \frac{立方体の体積}{表面積}$$

ア



点E，Fは，辺AB，BCの中点なので，EB＝BF＝6 cm

△EBFで三平方の定理より

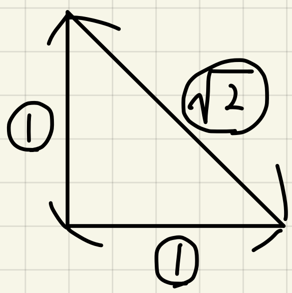
$EF = \sqrt{6^2+6^2}$

$= \sqrt{72}$

$= 6\sqrt{2}$ cm

(別解)

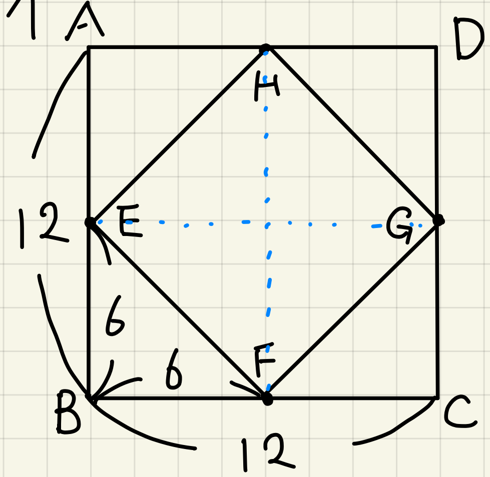
△EBFは，EB＝BF＝6，∠EBF＝90°の直角二等辺三角形。



辺の比は，1：1：$\sqrt{2}$ より

EF＝$6\sqrt{2}$ cm

イ



左図より□EHGHの面積は、
□ABCDの面積の半分である。
よって

$$□EFGH = \frac{1}{2} \times \underbrace{12 \times 12}_{\text{□ABCDの面積}}$$

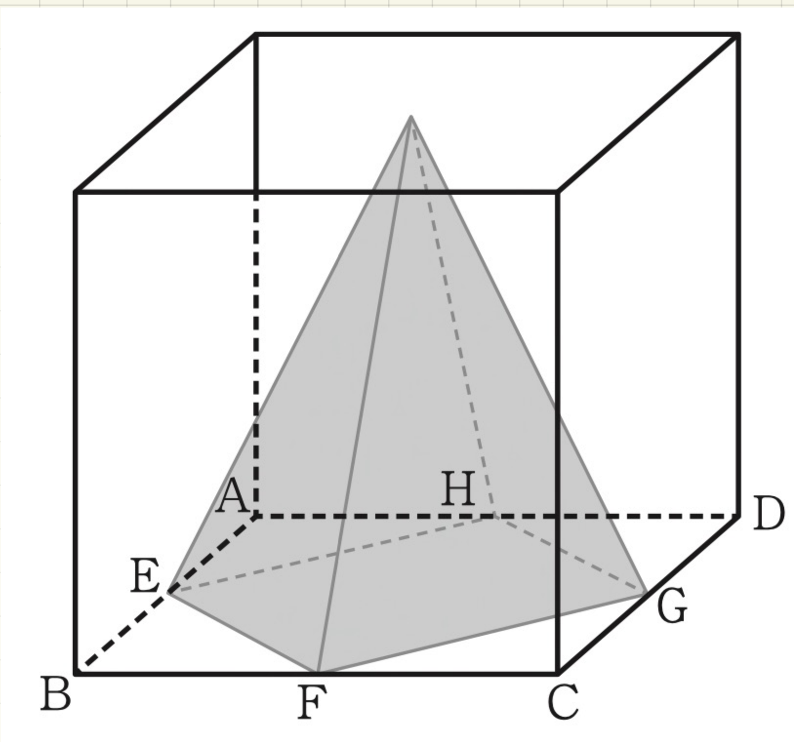
$$= 72\ cm^2$$

よって、正四角錐の体積は、

$$72 \times 12 \times \frac{1}{3} = 288\ cm^3$$

立方体の体積は、

$$12 \times 12 \times 12 = 1728\ cm^3$$



よって、水の体積は、

$$1728 - 288$$

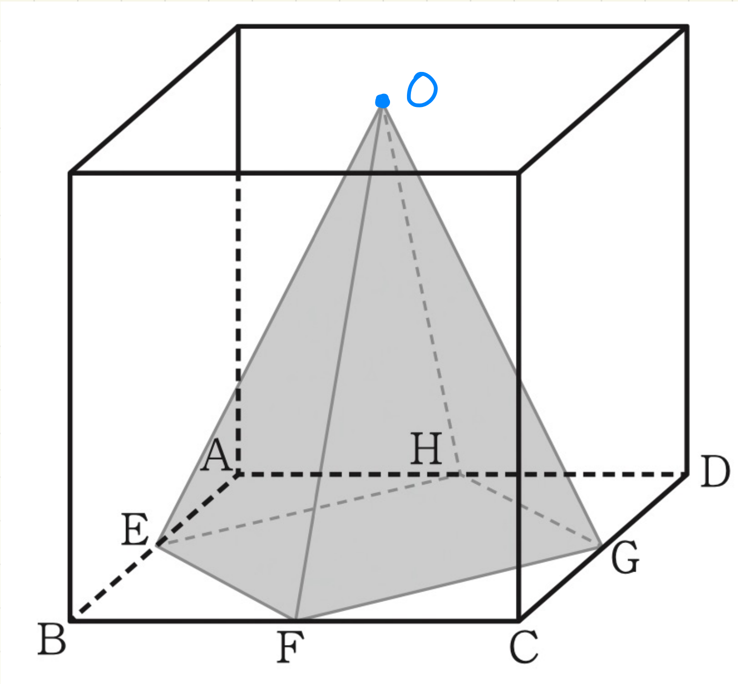
$$= 1440\ cm^3$$

水をこぼすことなく、正四角錐を取り出したとき、立方体の中の水は、1440 cm³入っている。

立方体の表面積は、12×12 = 144 cm² なので、
水の高さは、

$$\text{水の高さ} = \frac{\overset{\text{水の体積}}{1440}}{\underset{\text{立方体の表面積}}{144}} = 10\ cm$$

(別解)



正四角錐 O－EFGH の体積を①とすると、
正四角錐 O－ABCD の体積は②
(表面積は2倍で、高さが同じなので)
立方体の体積は、正四角錐 O－ABCD の3倍なので、

立方体の体積は、⑥
立方体から正四角錐 O－EFGH を取り出すと、体積は、⑥から⑤に減る。
よって、水面の高さは、

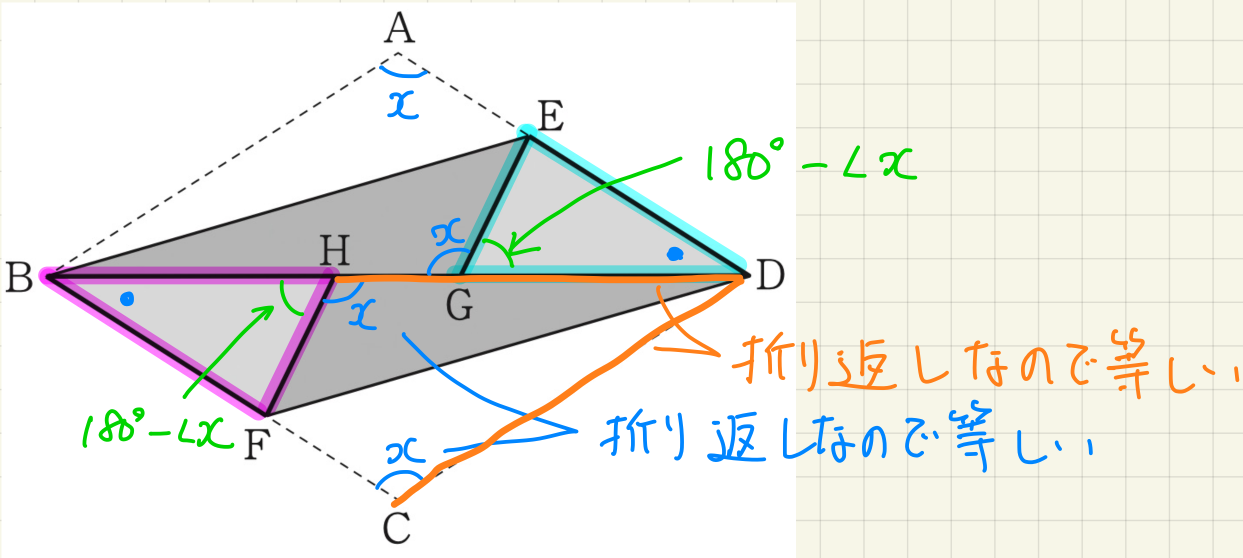
$$12 \times \frac{5}{6} = 10\text{ cm}$$

(2)

方針

ア　ひし形 ⇒ 向かい合う角が等しい．
イ　ひし形 ⇒ 各辺の長さが等しい
△EGDは、〇〇三角形に気づけるか？

ア．



(証明)

△BFHと△DEGにおいて，平行線の錯角は等しいから．

$\angle FBH = \angle EDG$ (・) —— ①

$\angle DHF = \angle BGE = \angle x$ から．

$\angle BHF = \angle DGE = 180° - \angle x$ —— ②

また，$BH = BD - DH$，$DG = DB - BG$ であり．

$AB = CD = BG = DH$ であるから．

ひし形なので．

折り返しより

折り返しより

$BH = DG$ —— ③

(補足)

$BH = BD - DH$

$BG = DB - BG$

同じ辺なので等しい

$AB = CD = BG = DH$ より等しい

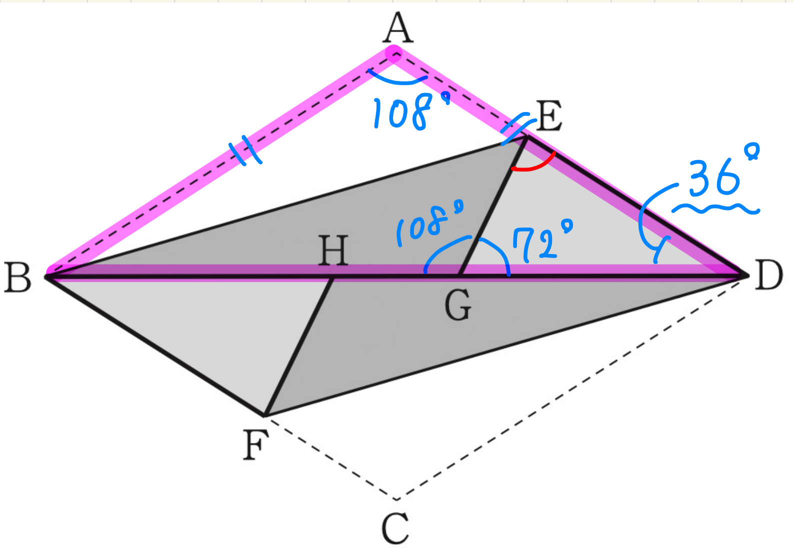
よって $BH = BG$

①, ②, ③ から、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle BFH \equiv \triangle DEG$

イ

(ア)



□ABCD はひし形なので、

$AB = AD$

よって △ABD は二等辺三角形。

$\angle BDA = (180° - 108°) \div 2$

$= 36°$

$\angle BAD = \angle BGE = 108°$, $\angle DGE = 180° - 108°$

$= 72°$ より

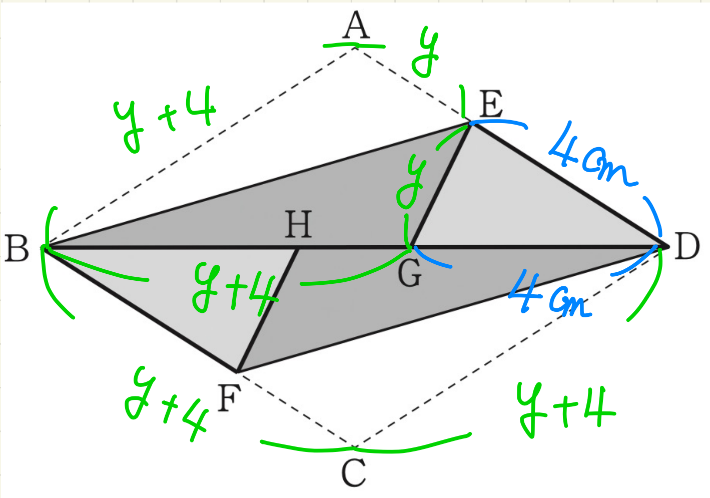
$\angle GED = 180° - (72° + 36°)$

$= 72°$

(イ)

(ア)より $\angle DGE = \angle GED = 72^\circ$ なので.

$\triangle DEG$ は二等辺三角形。



よって

$DG = DE = 4$ cm.

ここで, $AE = y$ とおくと.

$\underbrace{AE = GE}_{\text{重り返しより}} = y$

ひし形の1辺の長さは. $(y+4)$ cm なので.

ひし形ABCDの周の長さは.

$(y+4) \times 4 = 4y + 16$ cm

□ABGEの周の長さは.

$\underbrace{y+4}_{AB} + \underbrace{y+4}_{BG} + \underbrace{y}_{GE} + \underbrace{y}_{EA} = 4y + 8$ cm

よって ひし形ABCDの周の長さと □ABGEの周の長さの差は.

$\underbrace{(4y+16)}_{\text{ひし形}ABCD} - \underbrace{(4y+8)}_{□ABGE} = 4y + 16 - 4y - 8$

$= 8$ cm

$\boxed{4}$

(1) 点Aは、$y=\frac{16}{x}$ のグラフ上にあり、x座標は、-4 なので、

$$y=\frac{16}{-4}=-4$$

(2) まず点Pの座標を求める。

点Pのy座標は、点Bのy座標と同じ。

点Bは、$y=\frac{16}{x}$ のグラフ上にあり、x座標は、8なので、

$$y=\frac{16}{8}=2$$

点Pはy軸上にあるので、x座標は0。

よって点Pの座標は、$(0, 2)$

② と平行な直線 ⇒ ②の式と傾きが同じ

②は点A, Bを通る一次関数なので、

$y=ax+b$ に $A(-4, -4)$, $B(8, 2)$ を代入すると、

$$\begin{cases} -4=-4a+b \\ 2=8a+b \end{cases}$$

$$-) \quad 2 = 8a+b$$

$$-6=-12a$$

$$a=\frac{1}{2}$$

$$-4=-4\times\frac{1}{2}+b$$

$$-4=-2+b$$

$$\therefore b=-2$$

※傾きを知りたいので、bの値を求める必要はないが(3)で使用する。

よって求める直線の式は

$y=\frac{1}{2}x+2$

※点Pはy軸上にある
⇒点Pの座標が切片

(3)

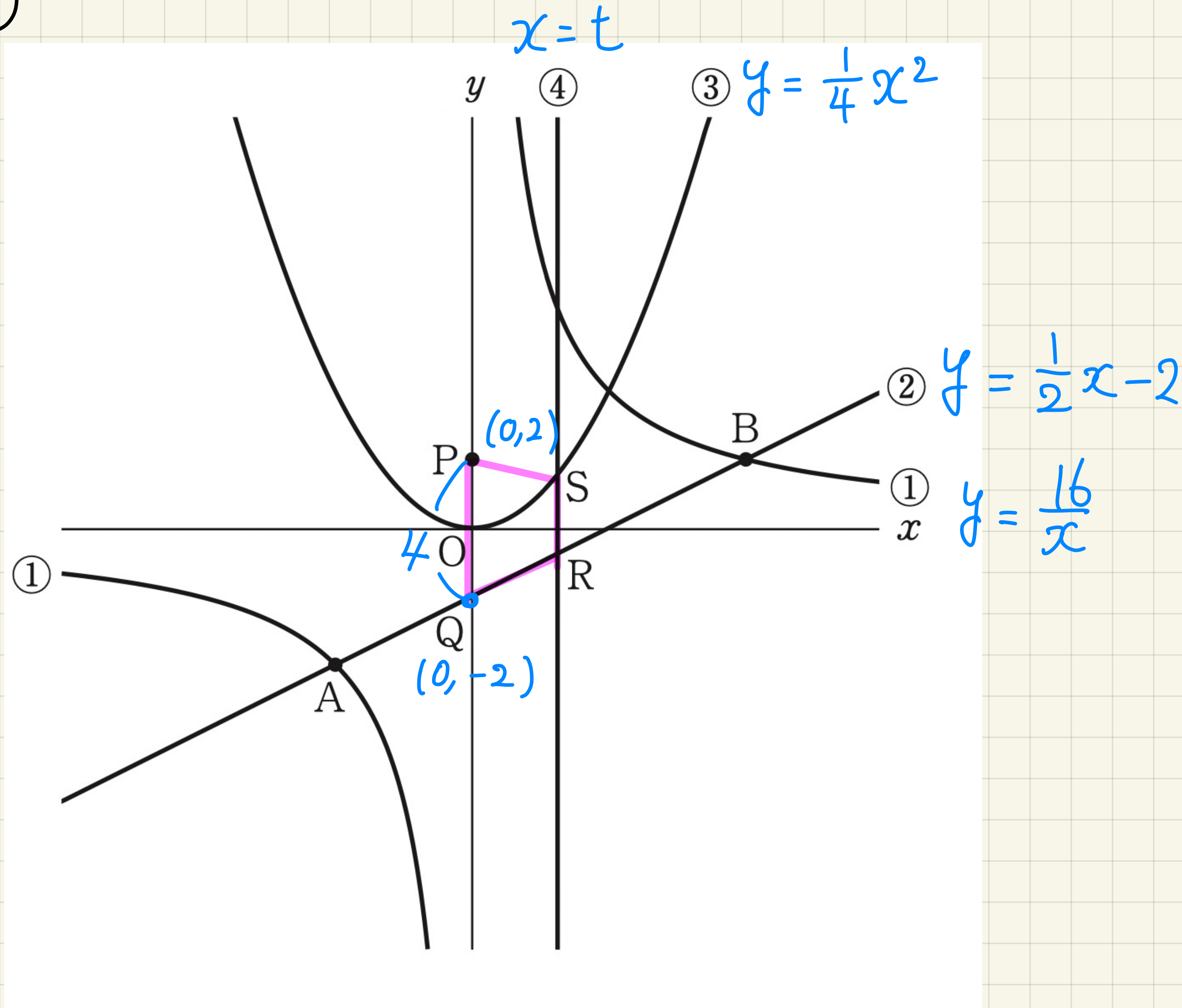


図 2

ア

点Sは③ $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上にあり，x座標は，④ $x=t$ なので

$$y=\frac{1}{4}x^2$$

$$=\frac{1}{4}t^2$$

1 点P(0, 2)，点Q(0, −2)より，PQの長さは4となる。

PQ//SRなので，SR=4となれば，1組の対辺が平行で長さが等しくなるので，□PQRSは平行四辺形となる。

よってSR=4となるtを求める。

点Sのy座標は，(1)より $\frac{1}{4}t^2$

点Rは，$y=\frac{1}{2}x-2$ のグラフ上にあり，$x=t$ なので，$y=\frac{1}{2}t-2$

よってSRの長さは，

$$SR=\frac{1}{4}t^2-\left(\frac{1}{2}t-2\right)$$

これが4となれば良いので，

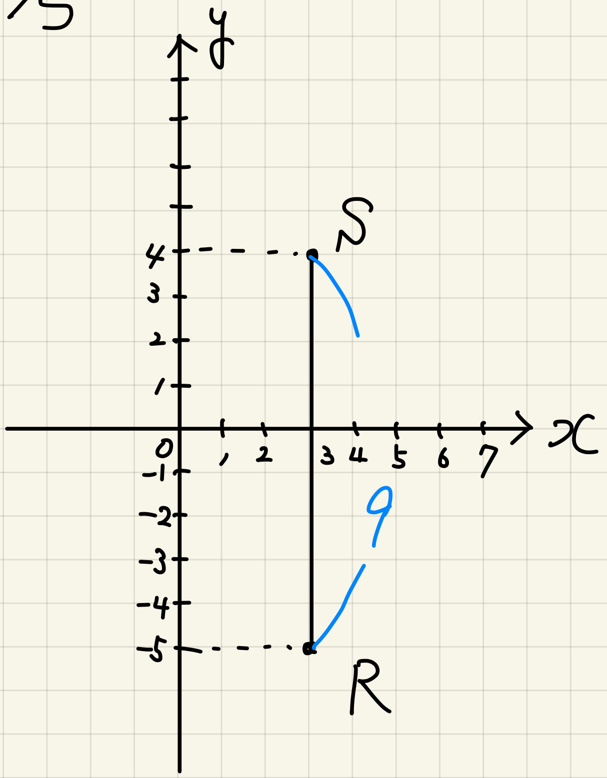
$$\frac{1}{4}t^2-\left(\frac{1}{2}t-2\right)=4$$

両辺を4倍して整理すると，

$$t^2-2t-8=0$$
$$(t+2)(t-4)=0$$

よって，$t=-2,\ 4$

参考



点 S (3, 4)
点 R (3, −5)
のとき、SRの長さは、
Sのy座標 − Rのy座標

$= 4 - (-5)$

$= 9$

5

(1)

項目＼日数＼月	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
	31	28	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31
A	3 ア	0 イ	3 ウ	2 エ	3 オ	2	3	3	2	3	2	3
B		3 a	3 b	6 c	$\boxed{あ}$	11	13					
C	0	+3	+3	−1	+1	$\boxed{い}$	−1					

あ　B：1月から前月までのAの和

$\underbrace{a}_{2月の項} = \underbrace{ア}_{1月} = 3$

$\underbrace{b}_{3月の項} = \underbrace{ア}_{1月} + \underbrace{イ}_{2月} = 3 + 0 = 3$

$c = ア + イ + ウ = 3 + 0 + 3 = 6$

よって

$あ = ア + イ + ウ + エ = 3 + 0 + 3 + 2 = 8$

(別解)

ⓐ = ㋐ = 3

ⓑ = ㋐ + ㋑ = ⓐ + ㋑ = 3 + 0 = 3

ⓐ

ⓒ = ㋐ + ㋑ + ㋒ = ⓑ + ㋒ = 3 + 3 = 6

ⓑ

㋐ = ㋐ + ㋑ + ㋒ + ㋓ = ⓒ + ㋓ = 6 + 2 = 8

ⓒ

① A：各月の日数から28を引いた数

↳ 7日間で1週間
28日間で4週間

C：各月の最初の日の曜日が、水曜日から何日ずれているかを表す。

ずれの範囲は、−3 〜 +3

例 2月は+3なので、水曜から3日ずれている。

水　木　金　土　　土曜日

　　①　②　③

項目＼日数＼月	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
	31	28	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31
A	3	0	3	2	3	2	3	3	2	3	2	3
B		3	3	6	あ	11	13					
C	0	+3	+3	−1	+1	い	−1					

6月のB項目は11なので、6月の最初の日は、水曜日から11日ずれている。

日	月	火	水	木	金	土	
-3	-2	-1	0	1	2	3	…水を基準としたときのズレ
				1	2	3	
4	5	6	7	8	9	10	
11							

水曜日から11日ずれるのは日曜日なので、
水曜日を基準とすると −3日

(2)

月	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
日数 / 項目	31	28	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31
A	3	0	3	2	3	2	3	3	2	3	2	3
B		3	3	6	あ	11	13					
C	0	+3	+3	−1	+1	い	−1					

5月の最初の日は、水曜日から1日ずれているので、木曜日

(3)

月	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
日数 / 項目	31	28	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31
A	3	0	3	2	3	2	3	3	2	3	2	3
B		3	3	6	あ	11	13					
C	0	+3	+3	−1	+1	い	−1					

7月の最初の日は、水曜日から−1日ずれているので、火曜日

日	月	火	水	木	金	土
		1	2	3	4	5
6						

よって6日

(4)

□月						
日	月	火	水	木	金	土
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

17日に着目すると.

17日のすぐ真上にある数は10日で、

$17 - 7 = 10$日

したがって，誕生日の日にちをa日とすると，
aのすぐ真上にある数は$(a-7)$日

イ

私の誕生日は，このカレンダーの中にあります。誕生日の日にちをaとすると，aの2乗とaのすぐ真上にある数の2乗の和は，aの2日後の数の2乗と等しくなっています。

$$a^2 + (a-7)^2 = (a+2)^2$$

展開して整理すると

$$a^2 + a^2 - 14a + 49 = a^2 + 4a + 4$$
$$a^2 - 18a + 45 = 0$$
$$(a-15)(a-3) = 0$$

よって $a = 15$ または 3

aの真上に数があるので，aは8日より大きい数$(a > 8)$となる。

よって $a = 15$.

次に月を求める。

			月			
日	月	火	水	木	金	土
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

1日が月曜日なので、水曜日を基準にすると-2日。
(C項目が-2日)

項目＼月・日数	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
	31	28	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31
A	3	0	3	2	3	2	3	3	2	3	2	3
B		3	3	6	あ	11	13	16	19	21	24	26
C	0	+3	+3	−1	+1	い	−1	2	-2	0	3	-2

表の空らんをうめると、上のようになる。

月の日数が30日で、C項目が-2日となる月は、9月のみである。

よって 9月15日

※ 12月のC項目も-2であるが、月の日数が31日なので、不適となる。