2022年度　宮城県

数学

Km Km

第一問

1. 与式 $= -11$

2. 与式 $= 6 + 4$
$= 10$

3. 与式 $= \dfrac{3xy^2}{15xy}$
$= \dfrac{1}{5}y$

4. $(a + 4b) - (2a - b)$
$= a + 4b - 2a + b$
$= -a + 5b$

$a = -1$, $b = \dfrac{3}{5}$ を代入して
$-(-1) + 5 \times \dfrac{3}{5} = 1 + 3 = 4$

5. 与式 $= \sqrt{18} - \sqrt{2}$
$= 3\sqrt{2} - \sqrt{2}$
$= 2\sqrt{2}$

6. x^2-x-12 を因数分解すると
$(x+3)(x-4)$
よって $(x+3)(x-4)=0$
$\therefore\ x=-3,4$

7. 反比例 $y=\frac{a}{x}$ に $x=-5,\ y=2$ を代入して

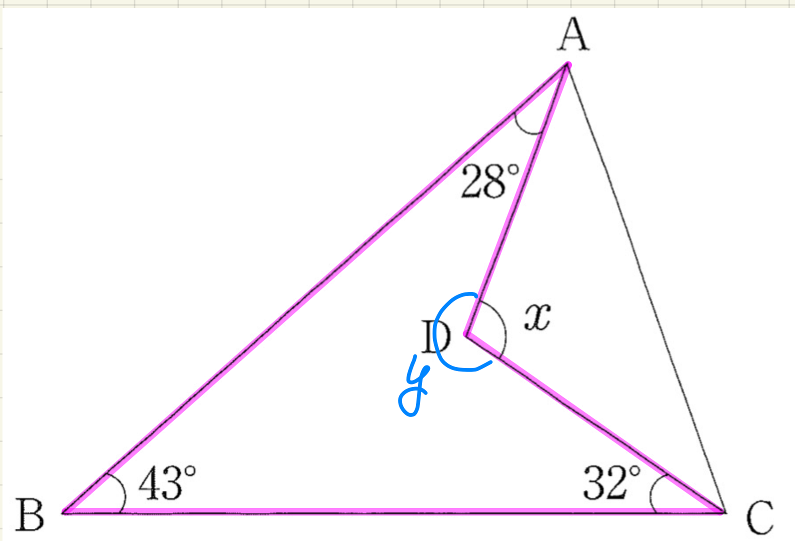
$$2=\frac{a}{-5} \Rightarrow a=-10$$

よって反比例の式は、$y=-\frac{10}{x}$

これに $x=3$ を代入して

$$y=-\frac{10}{3}$$

8.

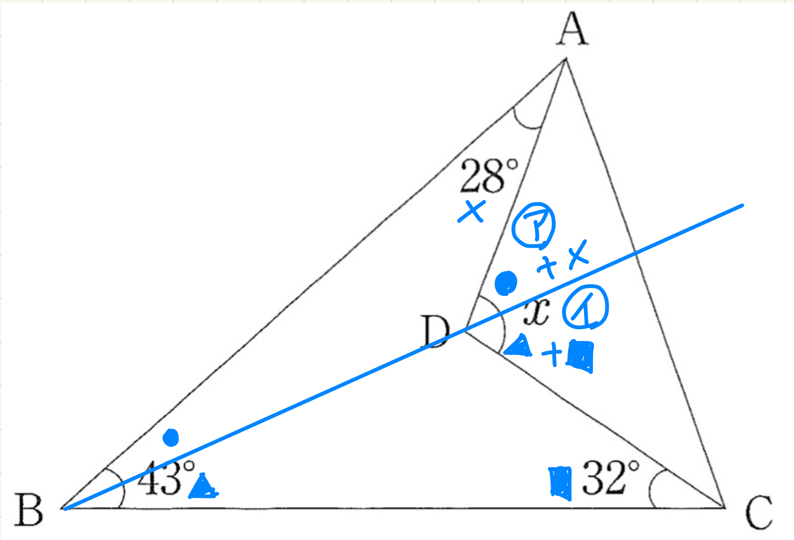


四角形ABCDの内角の和は360°

したがって、
$\angle y=360°-(43°+32°+28°)$
$=257°$

よって $\angle x=360°-257°=103°$

(別解)



図のように補助線を引く。

三角形の外角より

㋐ = ● + ×

㋑ = ▲ + ■

よって $\angle x$ = ㋐ + ㋑ = ● + × + ▲ + ■

$= \underbrace{● + ▲}_{43^\circ} + \underbrace{×}_{\overset{\shortparallel}{28^\circ}} + \underbrace{■}_{\overset{\shortparallel}{32^\circ}}$

$43^\circ + 28^\circ + 32^\circ$

$= 103^\circ$

第二問

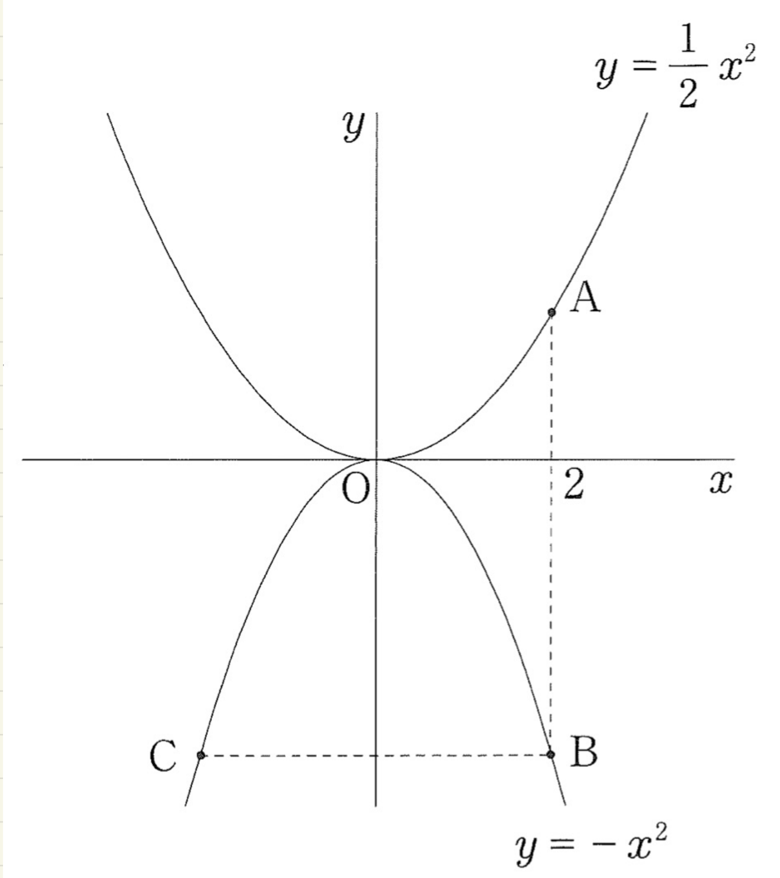
1.

(1) まず点Bの座標を求める。

点Bは $y=-x^2$ のグラフ上にあり、$x=2$ なので、

$$y=-2^2$$
$$=-4$$

$\therefore$ B$(2,-4)$



点Cは $y=-x^2$ のグラフ上にあり、y 座標は点Bの y 座標と等しいので、$y=-4$。よって

$$-4=-x^2 \Rightarrow x=\pm 2$$

点Cの x 座標は負なので、C$(-2,-4)$

※ 放物線は y 軸について左右対称。
点Bと点Cも y 軸について左右対称なので

点Bの x 座標 $=2$

$\Rightarrow$ 点Cの x 座標 $=-2$

(2) 点Aは $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあり、$x=2$ なので、

$$y=\frac{1}{2}\times 2^2=2$$

よって A(2, 2)。C は(1)より C(−2, −4)

よって求める直線の式を $y=ax+b$ とおくと

$$\begin{cases} 2=2a+b & \text{―― ①}\ (x=2,\ y=2 \text{ を代入}) \\ -)\ -4=-2a+b & \text{―― ②}\ (x=-2,\ y=-2 \text{ を代入}) \end{cases}$$

$$6=4a$$

$$a=\frac{3}{2}$$

これを①に代入して

$$2=2\times\frac{3}{2}+b$$

$$1=3+b$$

$$b=-2$$

よって求める直線の式は $y=\frac{3}{2}x-2$

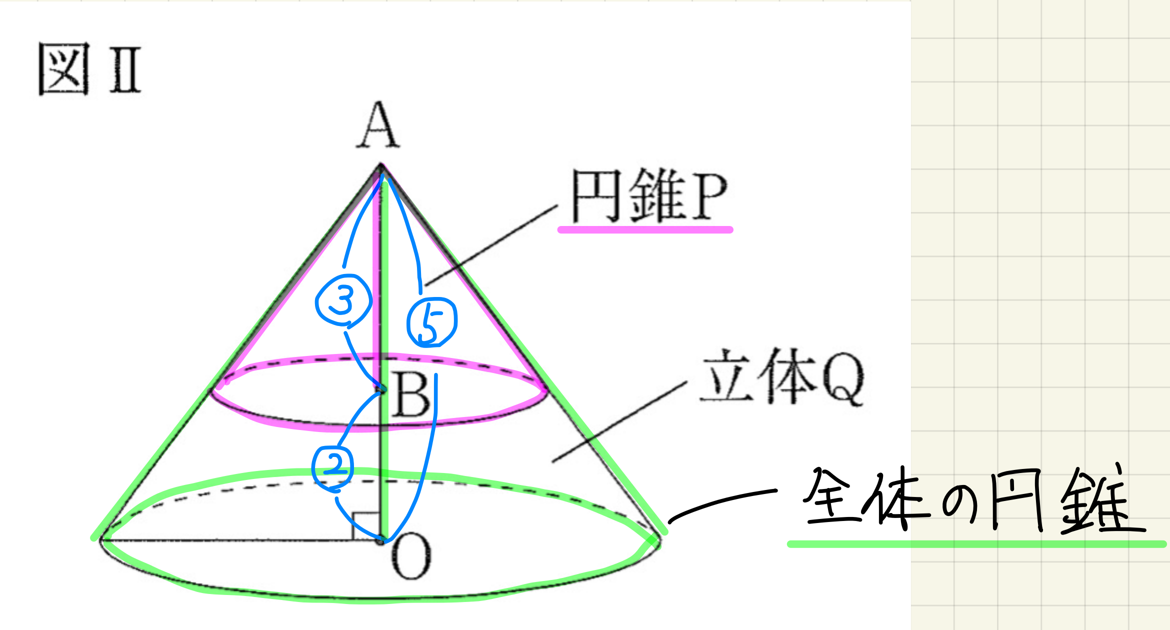
2

(1) 円錐の体積 = 半径 × 半径 × π × 高さ × $\frac{1}{3}$

$$= 3 \times 3 \times \pi \times 4 \times \frac{1}{3}$$

$$= 12\pi \ cm^3$$

(2)



円錐P と全体の円錐の相似比は、
3 : 5。体積比は相似比の3乗なので

$3^3 : 5^3 = 27 : 125$
円錐P : 全体の円錐

全体の円錐 = 円錐P + 立体Q より

立体Q = 全体の円錐 − 円錐P
$= 125 - 27 = 98$

よって、円錐P : 立体Q = 27 : 98

3.

(1)

1年生

献立	割合
カレーライス	30%
から揚げ	25%
ハンバーグ	20%

カレーライスと回答したのは、全体の30%なので

$$\frac{30}{100}x = \frac{3}{10}x$$

(2) 2年生全体の人数を求めてから、から揚げと回答した人数を求める。

1年生全体の人数を x 人

2年生全体の人数を y 人　とする。

1年生全体の人数と2年生全体の人数は、合わせて155人なので

$$x + y = 155$$

また、カレーライスと回答した1年生は、(1)より $\frac{3}{10}x$ 人、2年生は24%なので $\frac{24}{100}y = \frac{6}{25}y$ 人。

合わせて42人なので

$$\frac{3}{10}x + \frac{6}{25}y = 42$$

よって

$$\begin{cases} x + y = 155 & \text{——①} \\ \frac{3}{10}x + \frac{6}{25}y = 42 & \text{——②} \end{cases}$$

②の分数をなくすため、両辺に50をかけると、

$$15x + 12y = 2100 \quad \text{——} \quad ③$$

③の両辺を3で割ると、

$$5x + 4y = 700 \quad \text{——} \quad ④$$

よって、①×4 − ②を計算する。

$$
\begin{array}{rrcr}
 & 4x + 4y & = & 620 \\
-) & 5x + 4y & = & 700 \\
\hline
 & -x & = & -80 \\
 & x & = & 80
\end{array}
$$

これを①に代入して

$$80 + y = 155 \Rightarrow y = 75$$

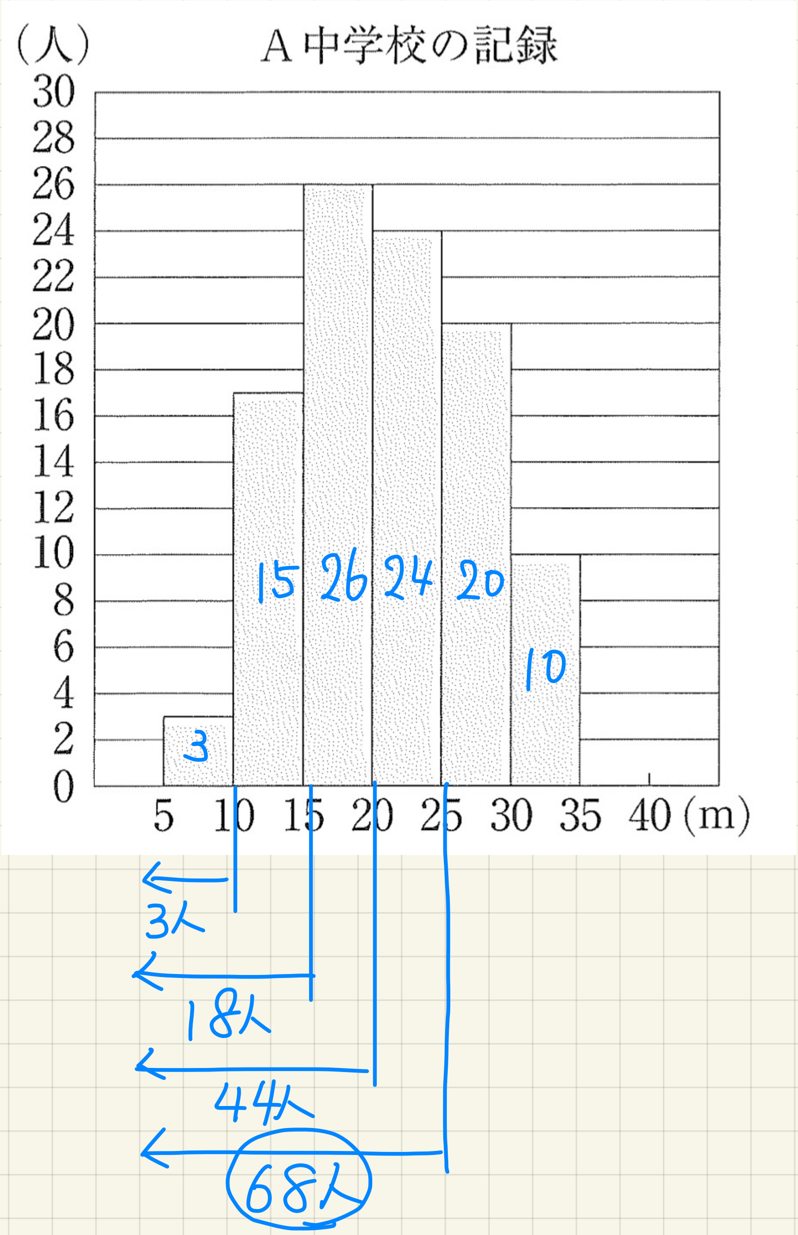
よって2年生全体の人数は75人

から揚げと回答した2年生は、全体の36%なので

$$75 \times \frac{36}{100} = 3 \times \frac{36}{4} = 3 \times 9 = 27人$$

4.

(1) A中学校の人数は100人なので、中央値は、
50番目と51番目の平均値



ヒストグラムより
50番目と51番目の
平均は、
20m以上25m未満
の階級に入っている。

(2)
(ア) A中学校の中央値の階級は20m以上25m未満
B中学校の中央値の階級は、20m以上25m未満
↳ B中学校の人数は50人なので、中央値は、
25番目と26番目の平均値

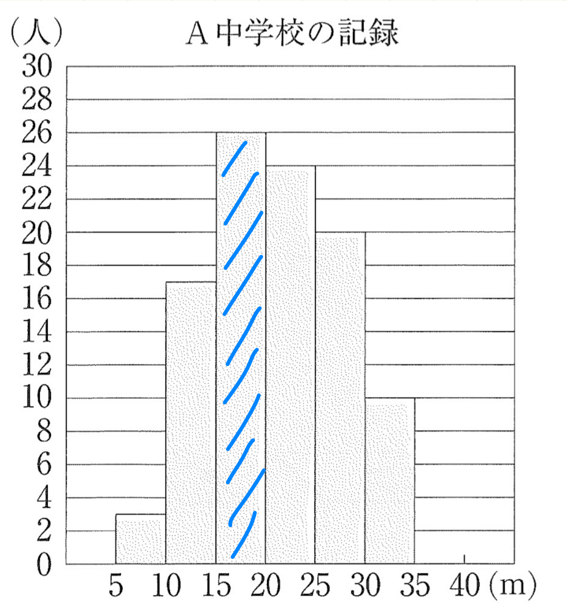
よって 正しい

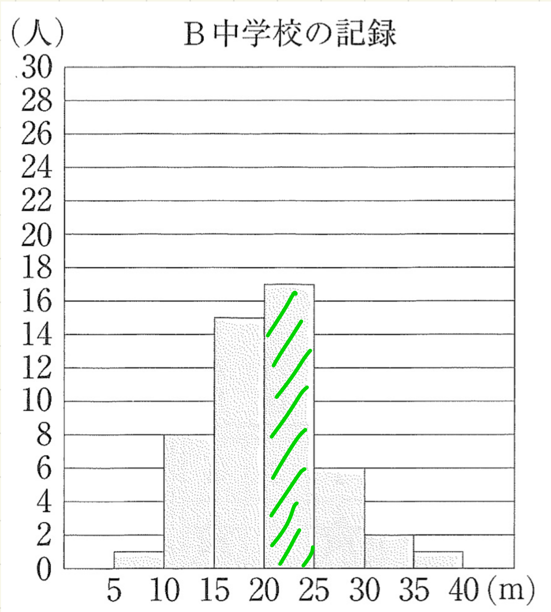
(イ) A中学校の最大値は30m以上 35m未満
B中学校の最大値は35m以上 40m未満

よって B中学校の方が大きい。 誤り

(ウ) 最頻値：最も度数の多い階級の階級値

階級値：階級の端と端の平均値





A中学校の最も度数の多い階級は、15～20
よって最頻値は、

$$\frac{15+20}{2} = 17.5$$

B中学校の最も度数の多い階級は 20～25
よって最頻値は、

$$\frac{20+25}{2} = 22.5$$

最頻値は、B中学校の方が大きい。 誤り

(エ)

25m以上30m未満の度数(人数)

$$\text{相対度数} = \frac{\text{その階級の度数}}{\text{度数の合計}}$$

全体の度数(人数)

25m以上 30m未満の

A中学校の度数 = 20 ⇒ 相対度数 = $\frac{20}{100} = \frac{10}{50}$

B中学校の度数 = 6 ⇒ 相対度数 = $\frac{6}{50}$

よって、相対度数は、A中学校の方が大きい。正しい

(オ) 累積相対度数
⇒ 最小の階級から、各階級までの相対度数の和

↳ 今回は、15～20まで。

A中学校

階級	度数	相対度数	累積相対度数
5～10	3	0.03	0.03
10～15	17	0.17	0.20 ㋐
15～20	26	0.26	0.46 ㋑

㋐ = 0.03 + 0.17 = 0.20

㋑ = 0.03 + 0.17 + 0.26 = 0.46

B中学校

階級	度数	相対度数	累積相対度数
5~10	1	0.02	0.02
10~15	8	0.16	0.18
15~20	15	0.30	0.48

よって 15m以上20m未満の累積相対度数は、
B中学校の方が大きい。 誤り

以上より、答えは (ア)、(エ)

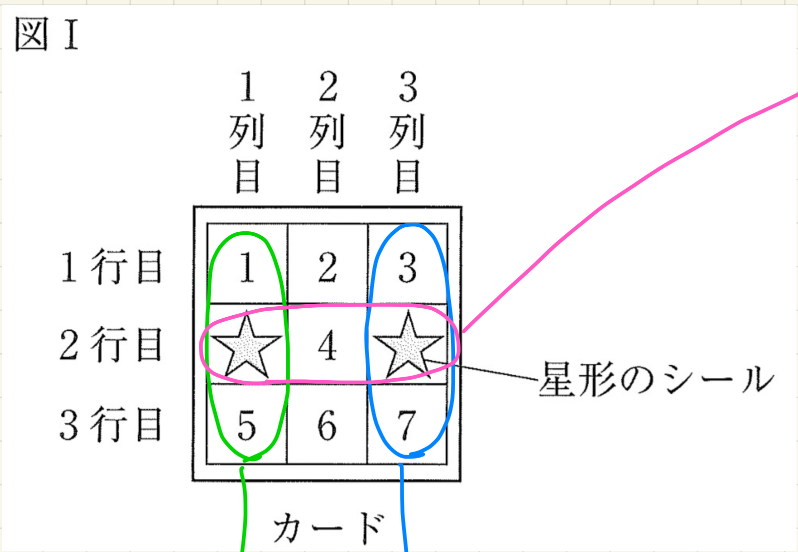
第三問

(1) 箱Aから球を取り出すのは 3通り

箱Bから球を取り出すのは 4通り

よって $3 \times 4 = 12$通り

(2)



2行目で星形のシールがそろうには「4」が出れば良い。 1通り

3列目で星形のシールがそろうには、「3」と「7」が出れば良い 2通り

1列目で星形のシールがそろうには、「1」と「5」が出れば良い。 2通り

景品がもらえる球の取り出し方は、

$1 + 2 + 2 = 5$通り

球の全ての取り出し方は(1)より12通り。

よって求める確率は $\dfrac{5}{12}$

2.

(1) 表より，設定Aで点灯させる場合

1時間（=60分）$\longrightarrow$ 300 Wh

$\times\frac{1}{6}$ 10分 $\longrightarrow$ 50 Wh $\times\frac{1}{6}$

(2)

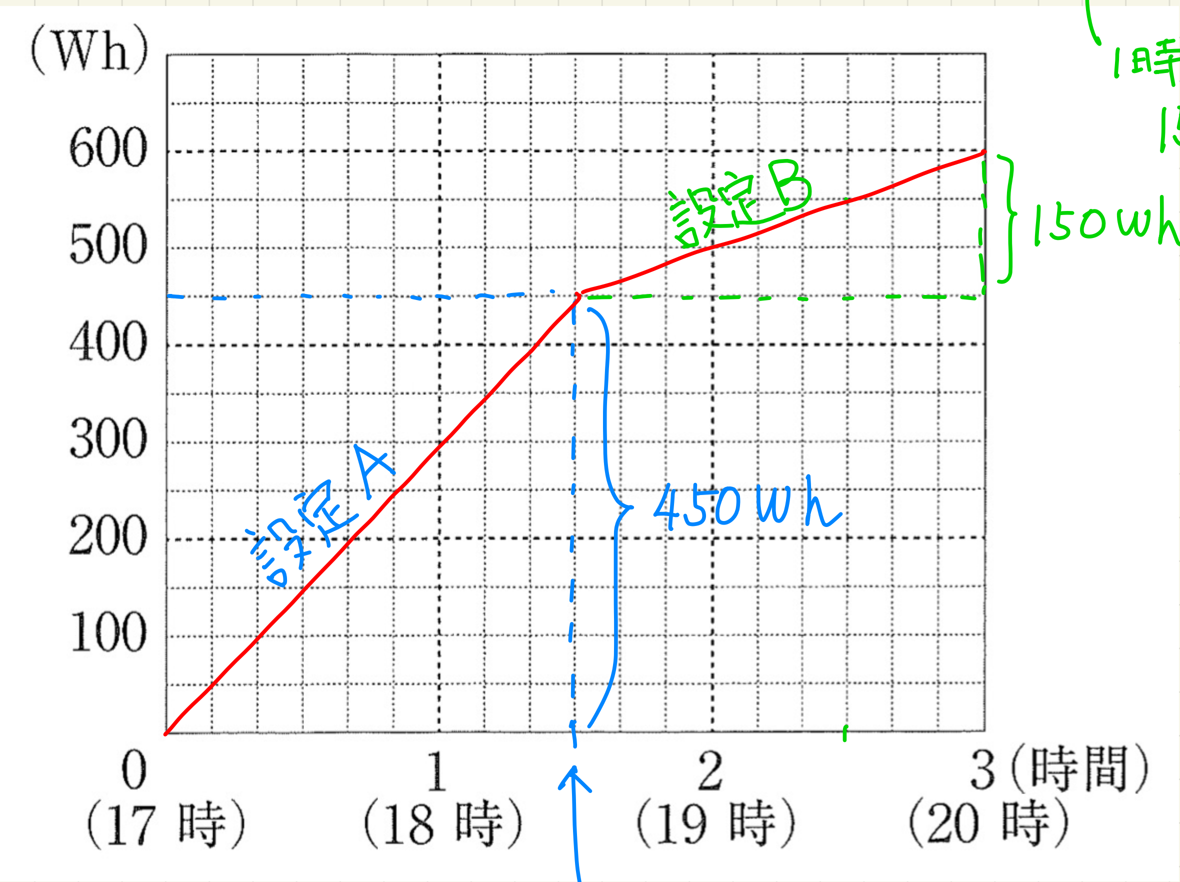
(ア)

【平日の計画】
・17時から18時30分まで，設定Aにする。 ← 1時間で300Wh

・18時30分から20時まで，設定Bにする。 ← 1時間で100Wh

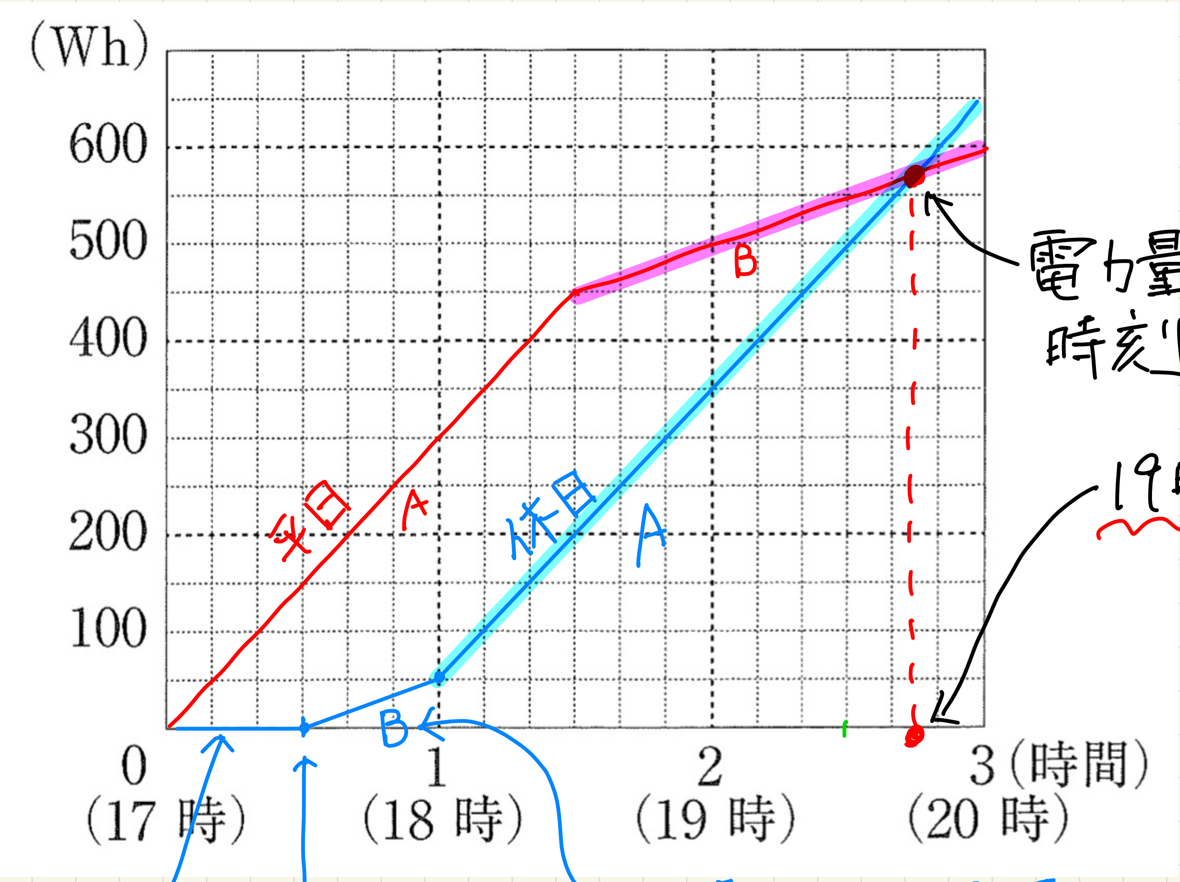
1時間30分で450Wh

1時間30分で150Wh



18時30分

(イ)



電力量が等しくなる時刻

19時45分

17時30分〜18時は、設定B
⇒ 1時間で100Whなので、30分では
50Wh

17時30分

点灯しないので、電力量は0.

(参考) 式で求める。

交点を求めれば良いので、— の直線の式と
— の直線の式を求めれば良い。

— の直線の式

$(x=1.5,\ y=450)$, $(x=3,\ y=600)$ を通るので

$$
\begin{aligned}
450 &= 1.5a + b \\
-)\ 600 &= 3a + b \\
\hline
150 &= 1.5a \\
a &= 100 \\
450 &= 150 + b \\
\therefore\ b &= 300
\end{aligned}
$$

よって

$y = 100x + 300$ …①

の直線の式

$(x=1,\ y=50)$, $(x=2,\ y=350)$ を通るので

$$\begin{array}{rl} & 50 = a + b \\ -) & 350 = 2a + b \\ \hline & 300 = a \end{array}$$

$$a = 300$$

$$50 = 300 + b$$

$$\therefore b = -250$$

よって

$y = 300x - 250$ …②

①, ② の交点を求めると.

$$\begin{cases} y = 100x + 300 \\ y = 300x - 250 \end{cases}$$

$$\therefore 300x - 250 = 100x + 300$$

$$200x = 550$$

$$x = 2.75$$

1時間 = 60分

×0.75 ×0.75

0.75時間 = 45分

2.75時間 = 2時間45分

よって17時から2時間45分後は, 19時45分

第四問

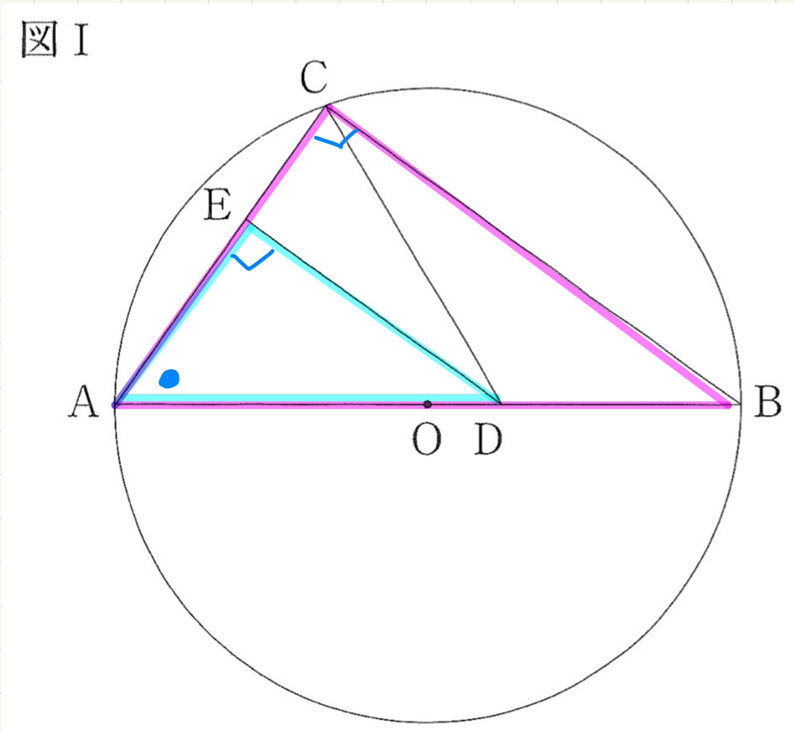
1. 線分ABは、円Oの直径であり、点Cは、円O上にあるので、$\angle ACB = 90°$。

よって$\triangle ABC$は直角三角形。

$AB = 6$, $AC = 4$で三平方の定理より

$$BC = \sqrt{6^2 - 4^2}$$
$$= \sqrt{36 - 16}$$
$$= \sqrt{20}$$
$$= 2\sqrt{5}\ \text{cm}$$

2.



$\triangle ABC$と$\triangle ADE$において、仮定より

$\angle ACB = \angle AED = 90°$ ―①

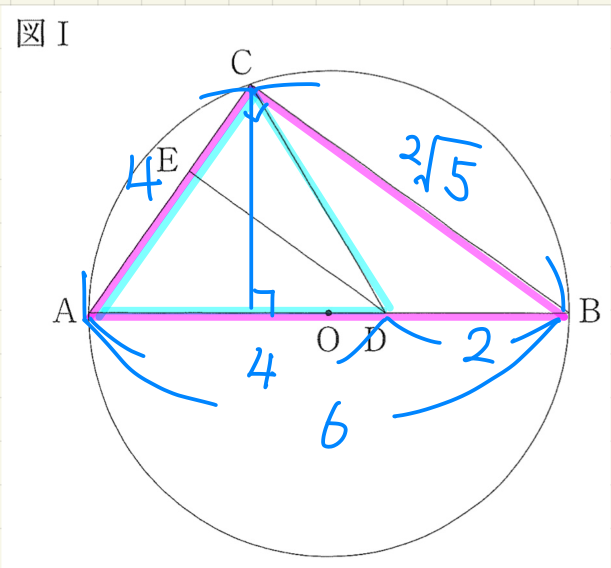
また、共通な角は等しいので、

$\angle CAB = \angle EAB$ ―②

①、②より、2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$（証明終わり）

3.



問題文より、AC = ADで、AC = 4 より AD = 4。

また、問題文より、AB = 6 なので、

$$DB = AB - AD$$
$$= 6 - 4$$
$$= 2$$

$$\triangle ABC\text{の面積} = 4 \times 2\sqrt{5} \times \frac{1}{2}$$
$$= 4\sqrt{5}\ \text{cm}^2$$

△ABCと△ADCに着目し、

△ABCの底辺 ⇒ AB

△ADCの底辺 ⇒ AD

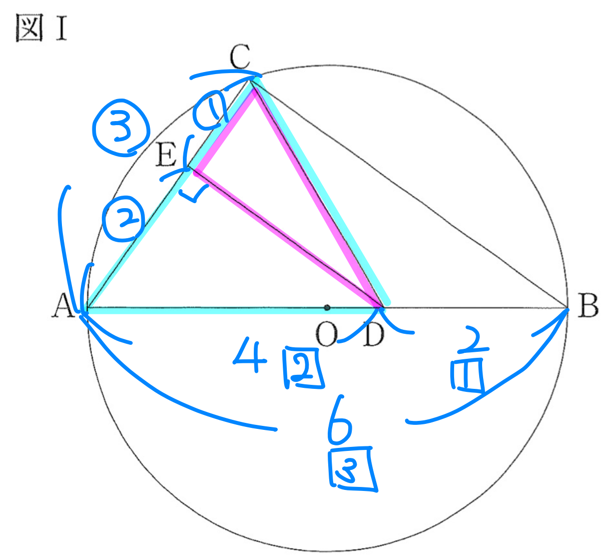
とすると、高さは等しくなる。よって三角形の面積の比は、底辺の比となる。

よって

$$\triangle ADC\text{の面積} = \triangle ABC\text{の面積} \times \frac{4}{6}$$

$$= 4\sqrt{5} \times \frac{4}{6}$$

$$= \frac{8\sqrt{5}}{3}\ \text{cm}^2$$



次に△ADCと△CEDに着目する。

△ADCの底辺 = AC

△CEDの底辺 = CE

とすると、高さは等しくなる。

よって三角形の面積の比は、底辺の比となる。

ここで 2. より △ABC ∽ △ADE で

AD = 4, AB = 6 より 相似比は 2 : 3

対応する辺の相似比は等しいので、

AE : AC = 2 : 3 —— ①

よって、AE : EC = 2 : 1

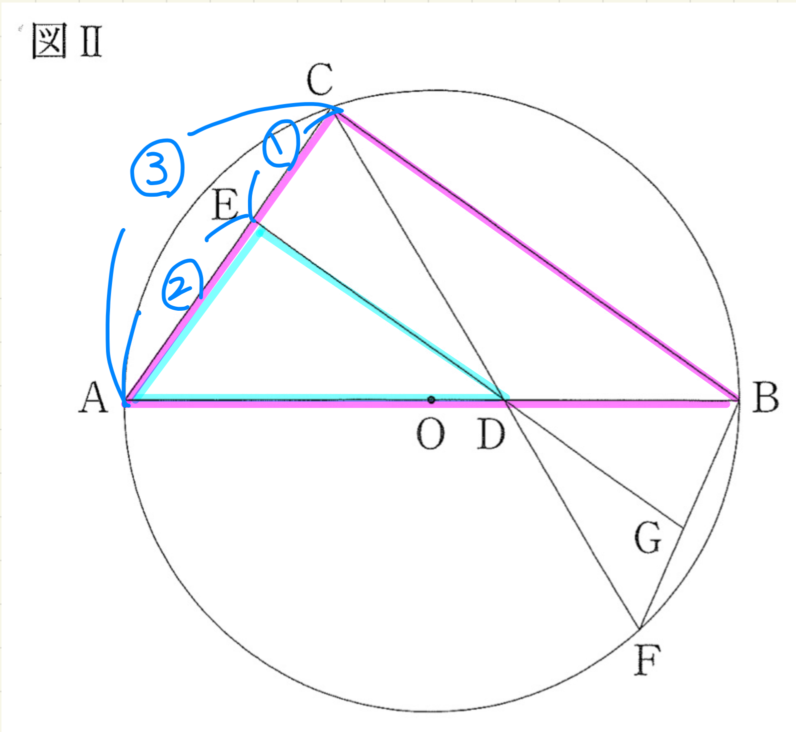
したがって

△CEDの面積 = △ADCの面積 × $\frac{1}{3}$

$$= \frac{8\sqrt{5}}{3} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{8\sqrt{5}}{9} \text{ cm}^2$$

4.



2. より △ABC ∽ △ADE

で相似比は 3. ① より

2 : 3

1. より $BC = 2\sqrt{5}$ なので.

$$ED = 2\sqrt{5} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{4\sqrt{5}}{3} \text{ cm}$$

次に DG の長さを求める。

〈考え方〉

① DG の長さを求めたい。

⇒ △FDG ∽ △FCB で. $BC = 2\sqrt{5}$ なので.

△FDG と △FCB の相似比が分かれば. DG の長さが求められる。

② △FDG と △FCB の相似比を求めたい。

⇒ CD と DF の長さが分かれば. 相似比が求められる。

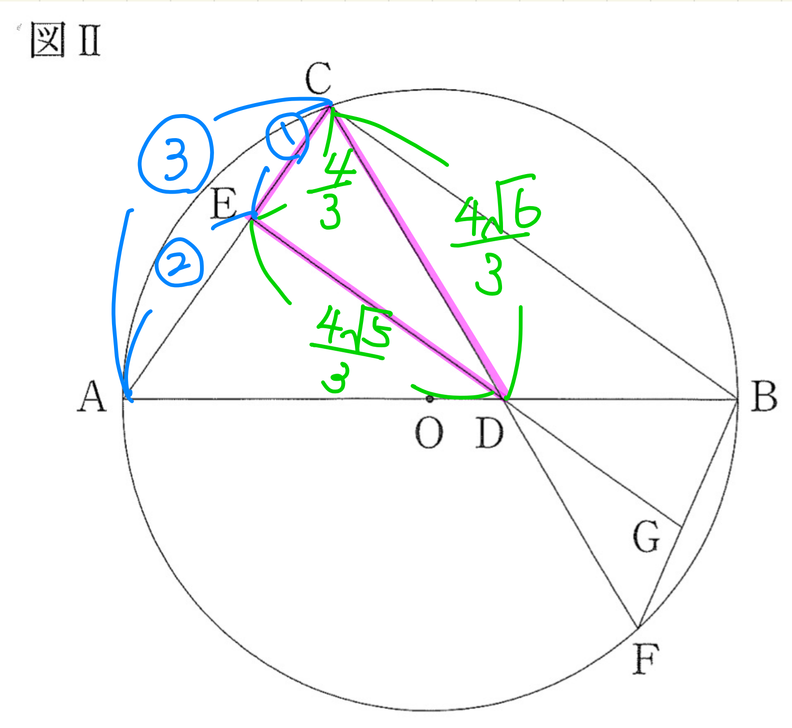
③ CD と DF の長さを求めたい

⇒ △CDE は ∠DEC = 90° の直角三角形で.

CE, ED の長さが分かるので. CD は三平方の定理で求められる.

⇒ △ACD ∽ △FBD で、CD と BD の長さは分かるので △ACD と △FBD の相似比が求められる。
相似比より DF の長さを求められる。

よって、
CD と DF の長さを求める。
⟶ △FDG と △FCB の相似比を求める。
⟶ DG の長さを求める。



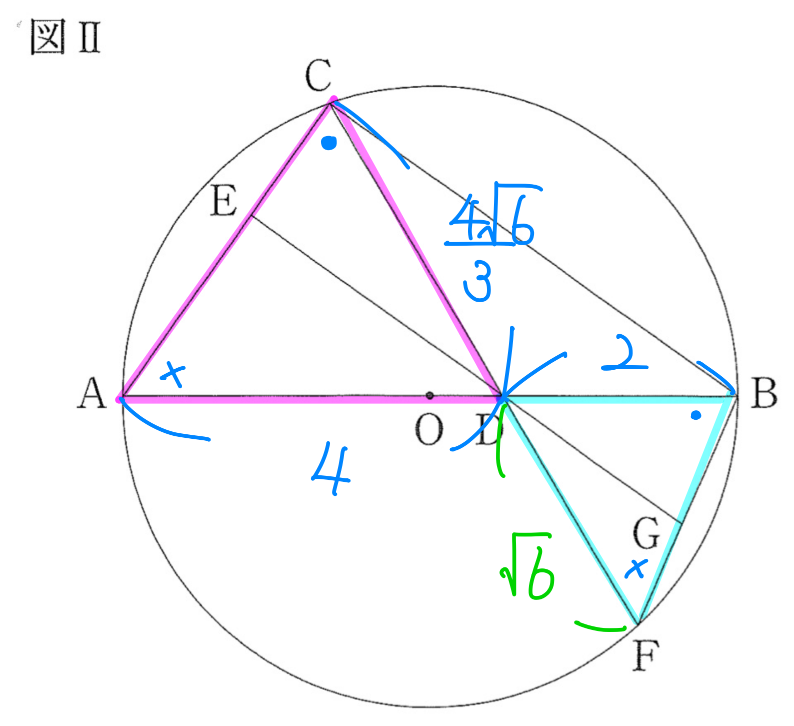
△CDE は ∠DEC=90° の直角三角形。

AC=4 であり
AC : EC = 3 : 1
より

$$EC = \frac{1}{3}AC$$
$$= \frac{4}{3}$$

よって、三平方の定理より

$$CD = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{4\sqrt{5}}{3}\right)^2}$$
$$= \sqrt{\frac{16}{9} + \frac{80}{9}} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$



$\triangle ACD$と$\triangle FBD$において、

$\overset{\frown}{AF}$に対する円周角は等しいので、

$\angle ACD = \angle FBD$ —①

$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しいので、

$\angle DAC = \angle DFB$ —②

(対頂角は等しいので、$\angle ADC = \angle FDB$でも良い)

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ACD \backsim \triangle FBD$

対応する辺の比は等しいので、

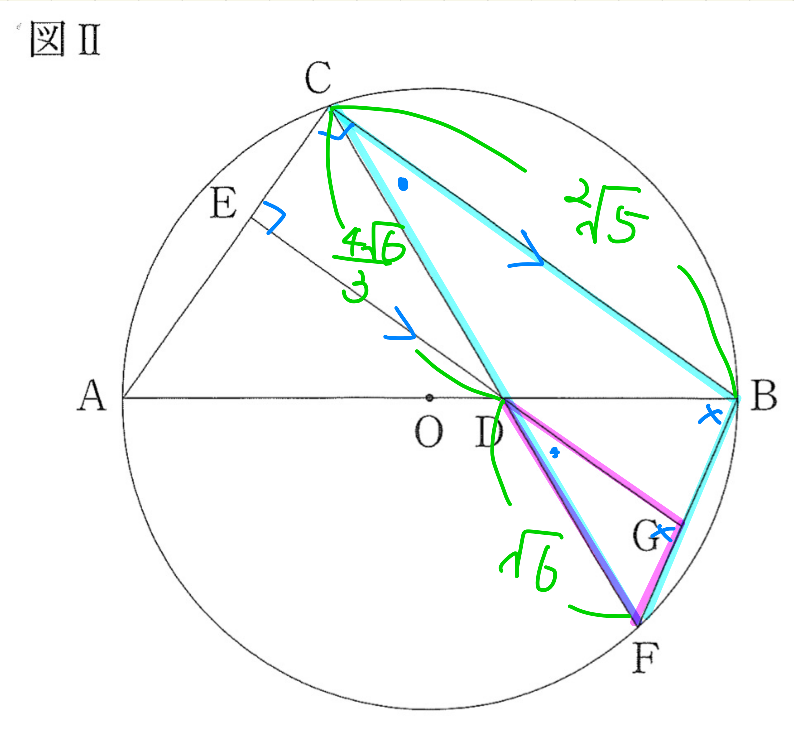
$$\underbrace{CD}_{\frac{4\sqrt{6}}{3}} : \underbrace{BD}_{2} = \underbrace{AD}_{4} : FD$$

よって

$$\frac{4\sqrt{6}}{3} \cdot FD = 8$$

$$FD = 8 \times \frac{3}{4\sqrt{6}}$$

$$= \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$



$\triangle FDG$ と $\triangle FCB$ において.

EG // CB より 同位角は等しいので.

$\angle FDG = \angle FCB$ —①

$\angle FGD = \angle FBC$ —②

(共通な角より $\angle DFG = \angle CFB$ でも良い)

①, ② より 2組の角がそれぞれ等しいので.

$\triangle FDG \backsim \triangle FCB$

対応する辺の比は等しいので.

$$DG : \underset{2\sqrt{5}}{CB} = \underset{\sqrt{6}}{FD} : \underset{\frac{7\sqrt{6}}{3}}{FC}$$

※ $FC = FD + DC$

$= \sqrt{6} + \frac{4\sqrt{6}}{3}$

$= \frac{7\sqrt{6}}{3}$

よって

$$\frac{7\sqrt{6}}{3} DG = 2\sqrt{30}$$

$$DG = 2\sqrt{30} \times \frac{3}{7\sqrt{6}}$$

$2 \times \sqrt{30} \times \frac{3}{7} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$

$= \frac{6}{7} \times \sqrt{5}$

$$= \frac{6\sqrt{5}}{7}$$

よって

$$ED : DG = \frac{4\sqrt{5}}{3} : \frac{6\sqrt{5}}{7}$$

$\times 21$

$$= 28\sqrt{5} : 18\sqrt{5}$$

$\div \sqrt{5}$

$$= 28 : 18$$

$\div 2$

$$= 14 : 9$$