2022年度　群馬県
数学

km km

1.

(1)

① 与式 $= -4$

② 与式 $= 3x + 2x - 2$

$= 5x - 2$

③ 与式 $= 3b^2$

(2)

① 式を整理すると.

$$4x - x = -5 - 1$$
$$3x = -6$$
$$x = -2$$

② $x^2 - 3x + 1$ は因数分解できないので.
解の公式を用いる

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1}$$
$$= \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

参考

$ax^2 + bx + c = 0 \ (a \neq 0)$ の解の公式は.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

(3) 与式 $= x^2 - (4y)^2$

$= (x+4y)(x-4y)$

(4) $(2a+b)-(a+4b)$

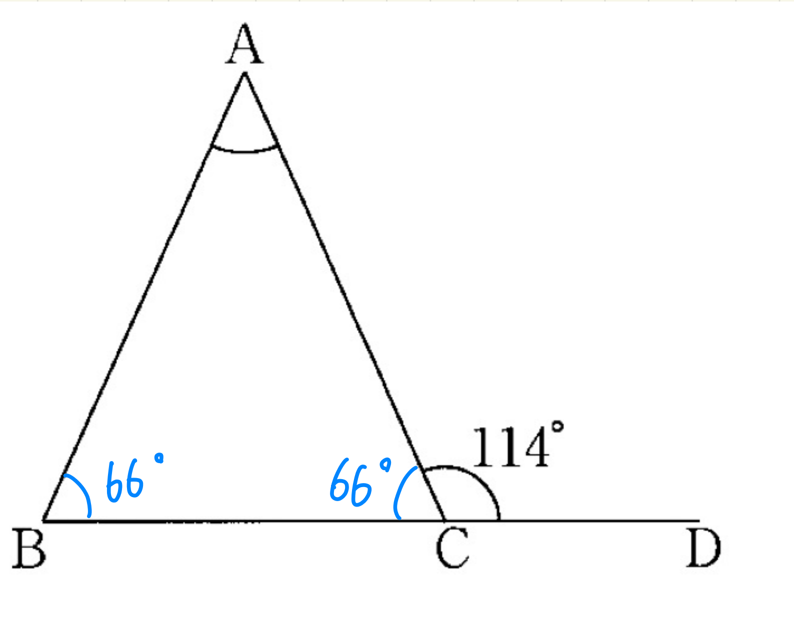
$= 2a+b-a-4b$

$= a-3b$

$a=3$, $b=\dfrac{1}{3}$ を代入して

$3 - 3 \times \dfrac{1}{3} = 3-1 = 2$

(5)



$\angle ACB = 180° - 114°$

$= 66°$

$\triangle ABC$ は $AB=AC$ の二等辺三角形なので、底角が等しい。

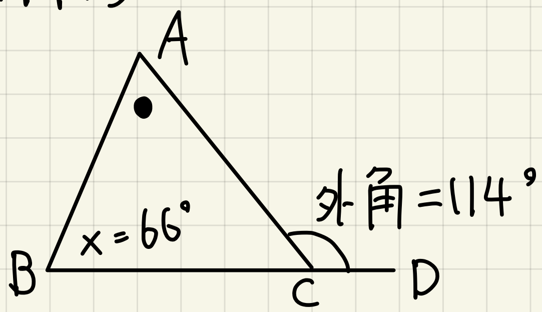
$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 66°$

三角形の内角の和は180°なので

$\angle BAC = 180° - 66° - 66°$

$= 48°$

(別解)



三角形の外角の定理より

外角 = • + ×

よって

$$\bullet(\angle BAC) = 114^\circ - 66^\circ$$
$$= 48^\circ$$

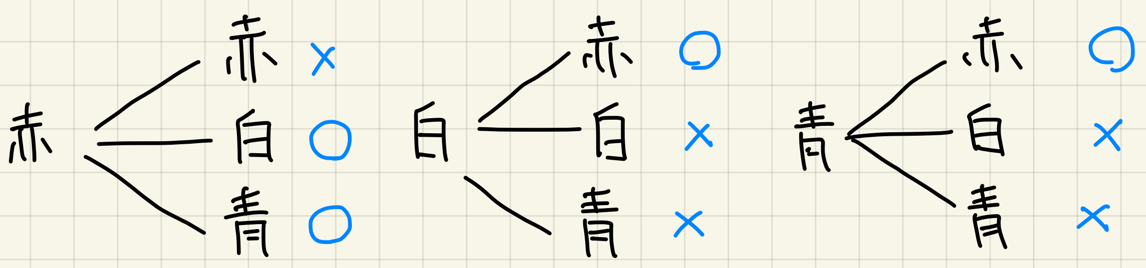
(6) $y = ax^2$ に $x = -2$, $y = 8$ を代入すると

$$8 = a \times (-2)^2 \qquad 8 = a \times 4$$
$$4a = 8$$
$$a = 2$$

よって $y = 2x^2$ となるので, $x = 3$ を代入すると.

$$y = 2 \times 3^2$$
$$= 18$$

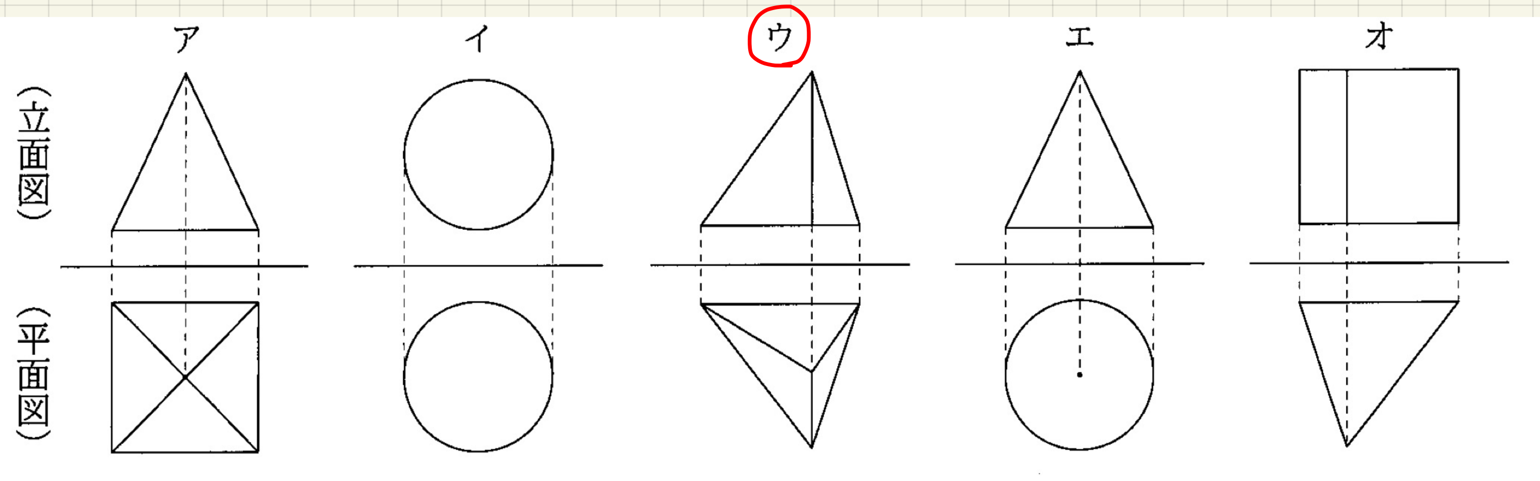
(7) 樹形図で考える



全部で9通りあり，2回のうち1回だけ赤になるのは4通り。したがって求める確率は

$$\frac{4}{9}$$

(18)



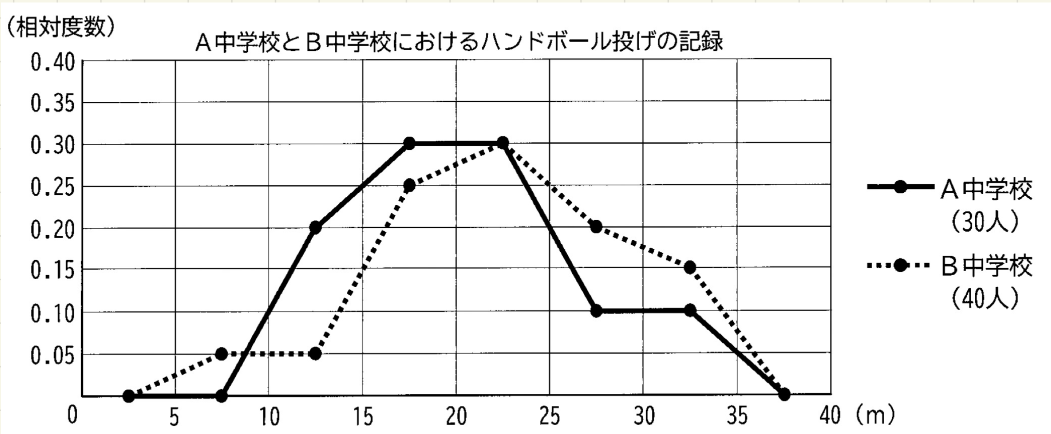
四角すい　球　三角すい　円すい　三角柱

答えは ウ

(19)

$$\text{相対度数} = \frac{\text{その階級の度数}}{\text{全体の度数}}$$

$$\Rightarrow \text{その階級の度数} = \text{相対度数} \times \text{全体の度数}$$



各階級の度数

学校	0〜5	5〜10	10〜15	15〜20	20〜25	25〜30	30〜35	35〜40
A	0	0	6	9	9	3	3	0
B	0	2	2	10	12	8	6	0

求め方

例1　A中学校の10〜15の相対度数は、0.20
全体で30人なので
10〜15の度数 = 0.20 × 30 = 6

例2　B中学校の10〜15の相対度数は0.05
全体で40人なので
10〜15の度数 = 0.05 × 40 = 2

ア：A中学校の15m未満の生徒は

$$\underbrace{0}_{0\sim5} + \underbrace{0}_{5\sim10} + \underbrace{6}_{10\sim15} = 6$$

よって誤り

イ：A中学校の20〜25は9人
B中学校の20〜25は12人

よって誤り

ウ：A中学校の25m以上の生徒は、

$$\underbrace{3}_{25\sim30} + \underbrace{3}_{30\sim35} + \underbrace{0}_{35\sim40} = 6$$

よって割合は $\dfrac{6}{30} = \dfrac{1}{5} = 0.2$

B中学校の25m以上の生徒は、

$$\underbrace{8}_{25\sim30} + \underbrace{6}_{30\sim35} + \underbrace{0}_{35\sim40} = 14$$

よって割合は $\dfrac{14}{40} = \dfrac{7}{20} = 0.35$

B中学校の方が割合が大きいので正しい

参考

ウ．は割合の比較なので、相対度数を足して比較しても良い。

A中学校：$\underbrace{0.10}_{25\sim30} + \underbrace{0.10}_{30\sim35} + \underbrace{0.00}_{35\sim40} = 0.20$

B中学校：$\underbrace{0.20}_{25\sim30} + \underbrace{0.15}_{30\sim35} + \underbrace{0.00}_{35\sim40} = 0.35$

エ：A中学校，B中学校ともに最大の階級は、30〜35m。したがってどちらの中学校の生徒が最も遠くまで投げたか分からない。

2.

有理数：分数で表せる数

整数：有理数のうち，小数，分数以外の数

自然数：正の整数

無理数：分数で表せない数

よって

① 5 … 自然数（ウ）

② $\sqrt{3}$ … 無理数（エ）

③ $\frac{3}{11}$ … 有理数（ア）

(2)

ア：誤り

例：3は自然数だが逆数の $\frac{1}{3}$ は自然数でない

イ：正しい

ウ：誤り

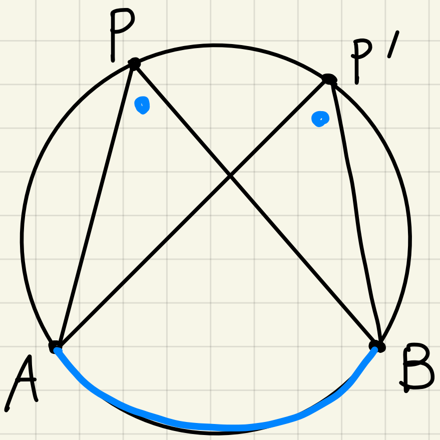
例：$x^2=1$ の解は $x=\pm 1$ で無理数でない．

エ：正しい

よって答えは，イ，エ

3.

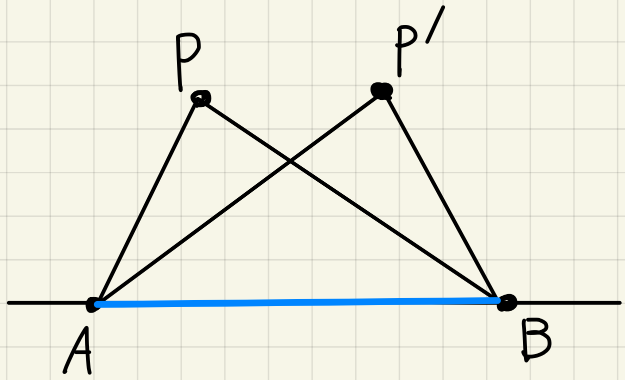
円周角の定理



1つの弧に対する円周角は等しい

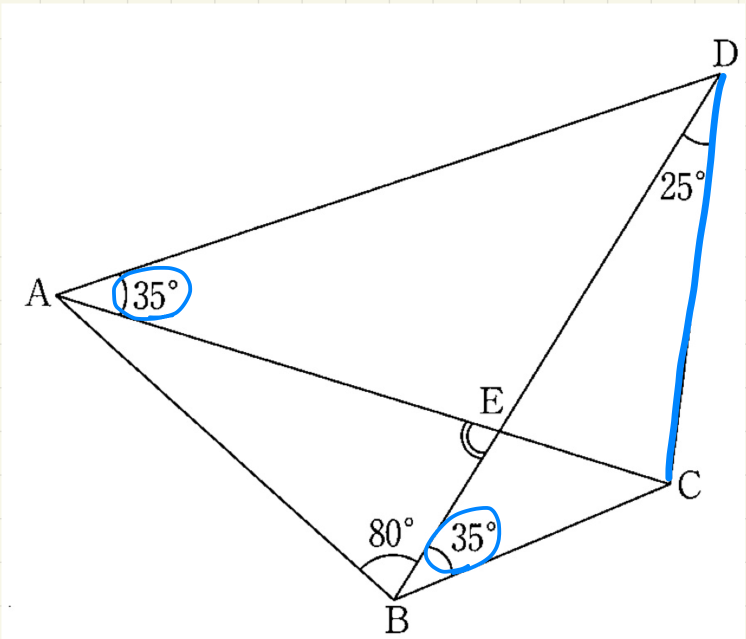
$\angle APB = \angle AP'B$

円周角の定理の逆



直線ABに対して、
PとP′が同じ側にあり
$\angle APB = \angle AP'B$
ならば、A, B, P, P′は
1つの円周上にある.

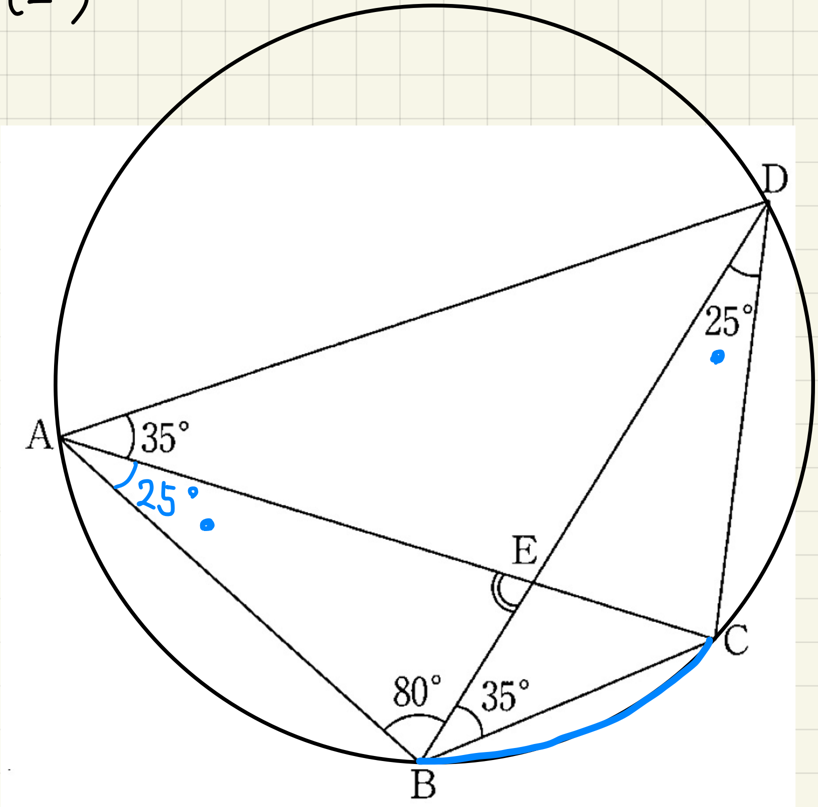
(1)



直線CDに対して、
A, Bが同じ側にあり

$\angle CAD = \angle CBD = 35°$
なので、A, B, C, Dは
1つの円周上にある.

(2)



$\overset{\frown}{BC}$に対して、円周角の定理より

$\angle BAC = \angle BDC = 25°$

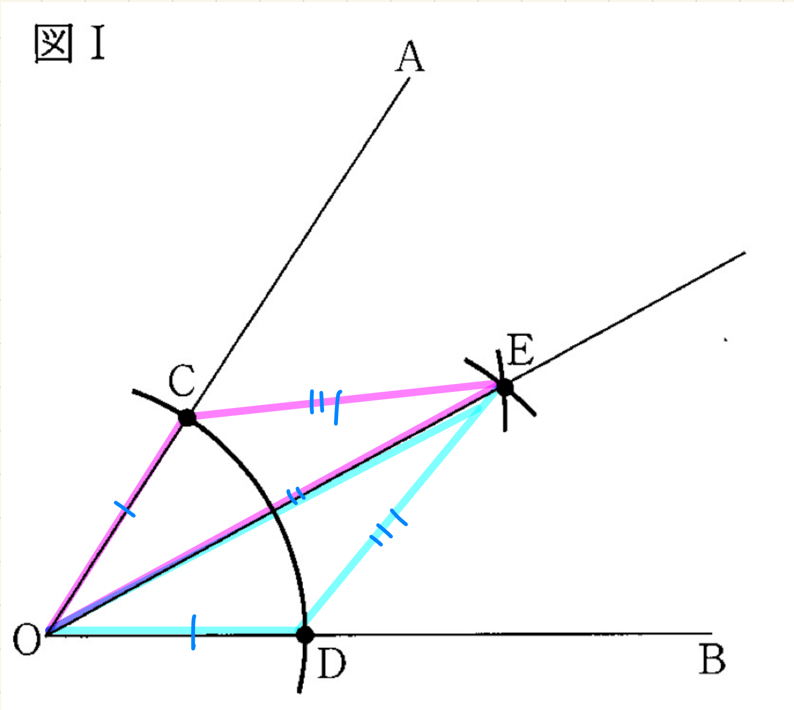
△ABEで、三角形の内角の和は180°なので、

$\angle AEB = 180° - (80° + 25°)$

$= 75°$

4

(1)



△OCEと△ODEにおいて、

手順Iより OC = OD —①

共通な辺は等しいので、

OE = OE —— ②

手順IIより、C, Dを中心とし、半径が等しい円を交わるようにかくので、

CE = DE —— ③

①, ②, ③より 3組の辺がそれぞれ等しいので、

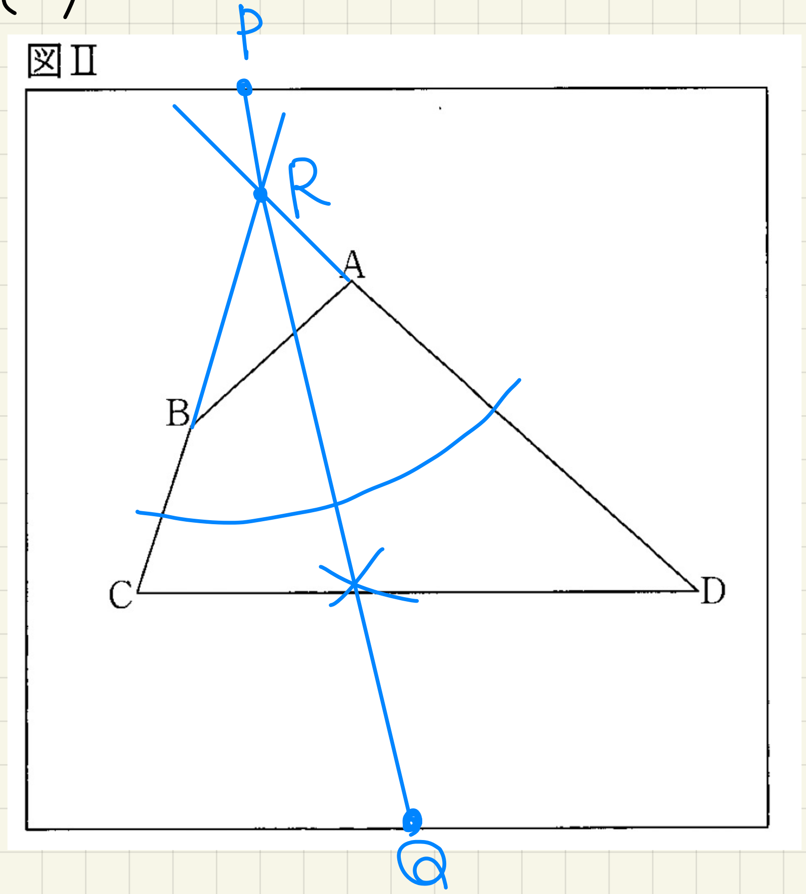
$\triangle OCE \equiv \triangle ODE$

合同な図形の対応する角は等しいから、

$\angle COE = \angle DOE$

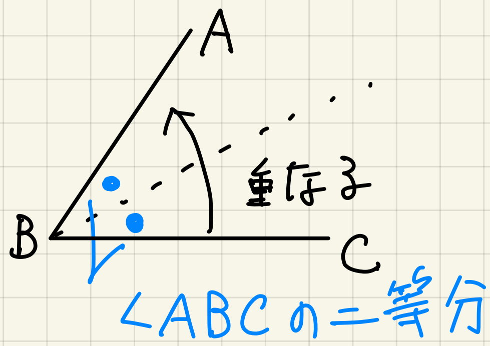
したがって、作図した半直線OEは$\angle AOB$の二等分線となっている。

(2)



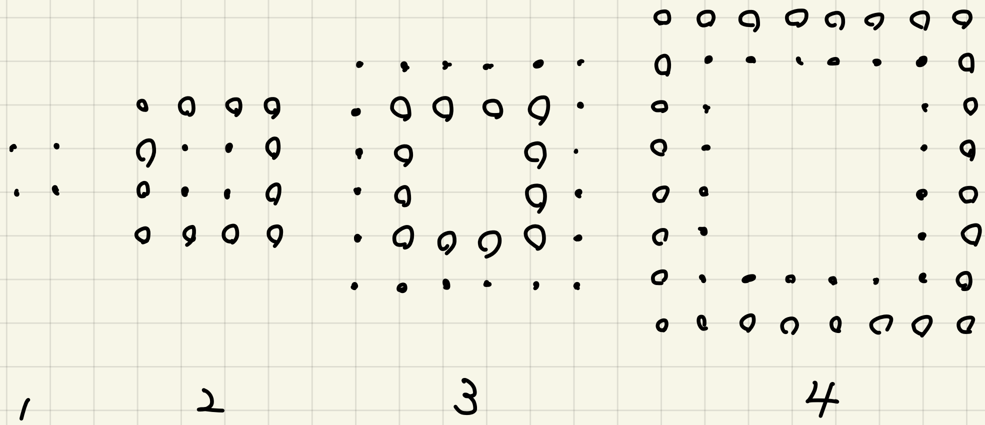
図のように、AD、BCの延長線を引き、交点をRとする。

$\angle ARB$の二等分線が折り目となる



5

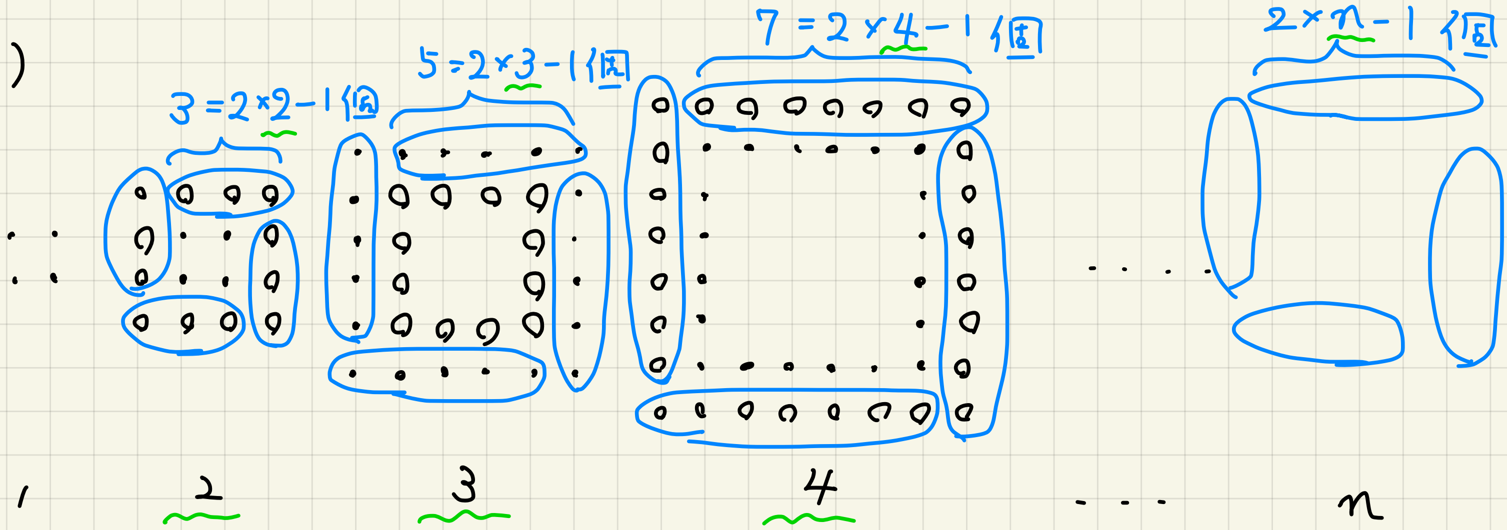
(1) 4番目の正方形は以下の通り



よって

28個

(2)



図のように考えると、外側の石は、

⬭ … $2 \times n - 1 = 2n - 1$ 個

あり ⬭ が4個あるので、

$4 \times (2n-1) = 8n - 4$ 個

(3)

① 300個の石を使い切ったので、外側にある石の個数が300個。

(2)より外側の石の個数は $8n-4$ 個なので、

$$8n - 4 = 300$$
$$8n = 304$$
$$n = 38$$

よって、38番目の正方形

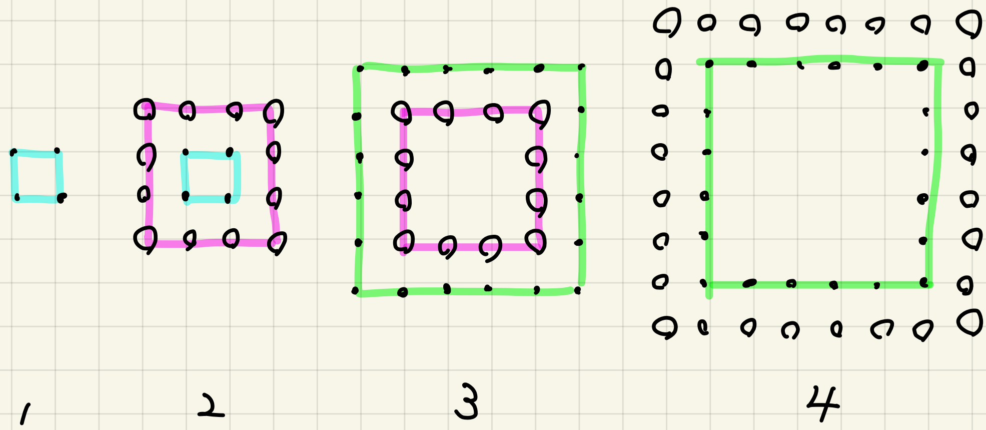
② 外側の石が黒 ⇒ 1, 3, 5, … 番目の正方形
⇒ 奇数番目の正方形

外側の石が白 ⇒ 2, 4, 6, … 番目の正方形
⇒ 偶数番目の正方形

①より38番目の正方形なので、外側の石は白

偶数

よって、内側の石は黒となる。



内側の石の数は、1つ前の正方形の外側の石の数と等しい。したがって黒の石の数は

$$8 \times 37 - 4 = 292$$ 個

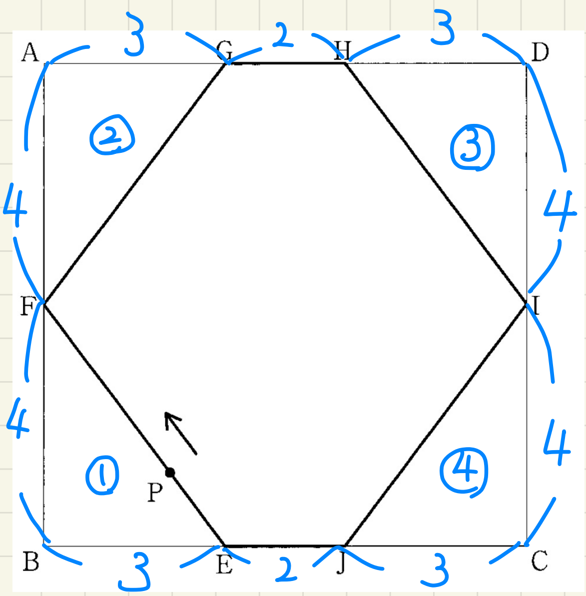
石は全部で300個あるので、余った石は、

$$300 - 292 = 8$$ 個

したがって、黒が8個余る。

6.

(1)



各辺の長さは、左の図の通り。

点Pが移動する長さを求める。

①、②、③、④の三角形は、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、全て合同である。
したがって、

$$EF = FG = HI = IJ$$

EFは、△FBEで三平方の定理より

$$EF = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$\sqrt{9+16} = \sqrt{25}$

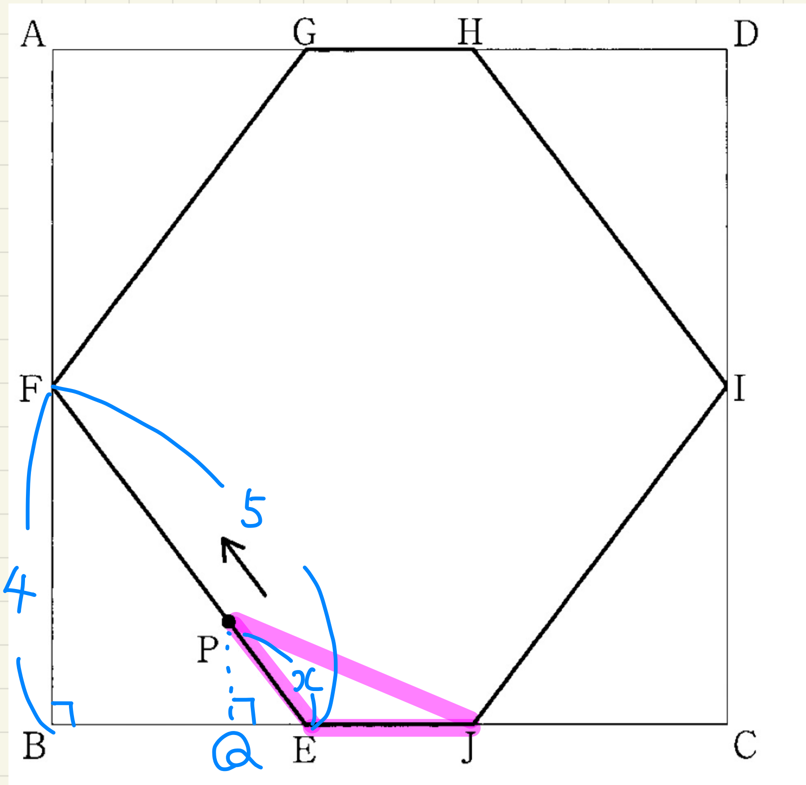
よって、点Pの移動する長さは

$$\underbrace{5}_{EF} + \underbrace{5}_{FG} + \underbrace{2}_{GH} + \underbrace{5}_{HI} + \underbrace{5}_{IJ} = 22\ cm$$

点Pは毎秒1cmで動くので、かかった時間は

$$22 \div 1 = 22\text{秒}$$

(2)
①



点Pが辺EF上にあるとき、△EJPは、底辺をEJ、高さをPQとする。

EJ = 2より、PQの長さを求めれば良い!

△EPQ と △EFB について.
PQ // FB より同位角が等しいので,

$\angle EPQ = \angle EFB$ —— ①

$\angle EQP = \angle EBF$ —— ②

①, ② より 2組の角がそれぞれ等しいので.

△EPQ ∽ △EFB.

対応する辺の比は等しいので,

$$\underbrace{EP}_{x} : \underbrace{EF}_{5} = PQ : \underbrace{FB}_{4}$$

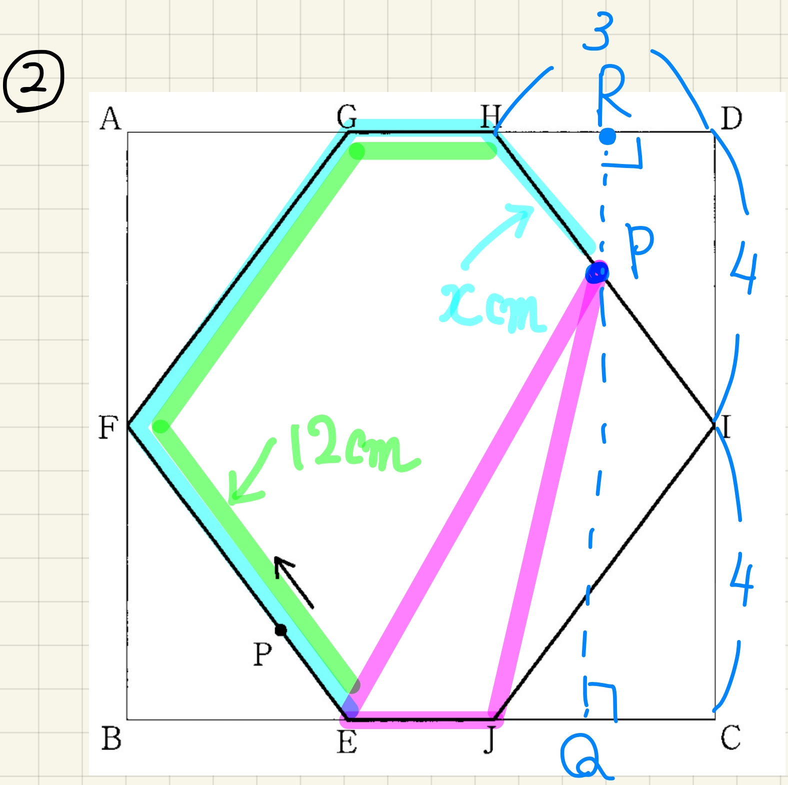
よって

$$5PQ = 4x \Rightarrow PQ = \frac{4}{5}x$$

したがって △EJP の面積は.

$$y = 2 \times \frac{4}{5}x \times \frac{1}{2} = \frac{4}{5}x$$

②



点Pが辺HI上にあるとき, △EJPは.
底辺をEJ, 高さPQとする.

△HPR ∽ △HID を利用して, PRの長さを求める
⇒ PQ = DC − PR.

E-F-G-H-P の長さは x cm, E-F-G-H の長さは 12cm より

$PH = x - 12$

△HRP と △HDI について,

RP // DI より同位角が等しいので,

$\angle HRP = \angle HDI$ — ①

$\angle HPR = \angle HID$ — ②

①, ② より 2組の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle HRP \backsim \triangle HDI$

対応する辺の比は等しいので,

$\underbrace{HP}_{x-12} : \underbrace{HI}_{5} = RP : \underbrace{DI}_{4}$

よって

$5RP = 4(x-12) \Rightarrow RP = \frac{4}{5}(x-12)$

$PQ = DC - RP$ より

$$PQ = 8 - \frac{4}{5}(x-12)$$

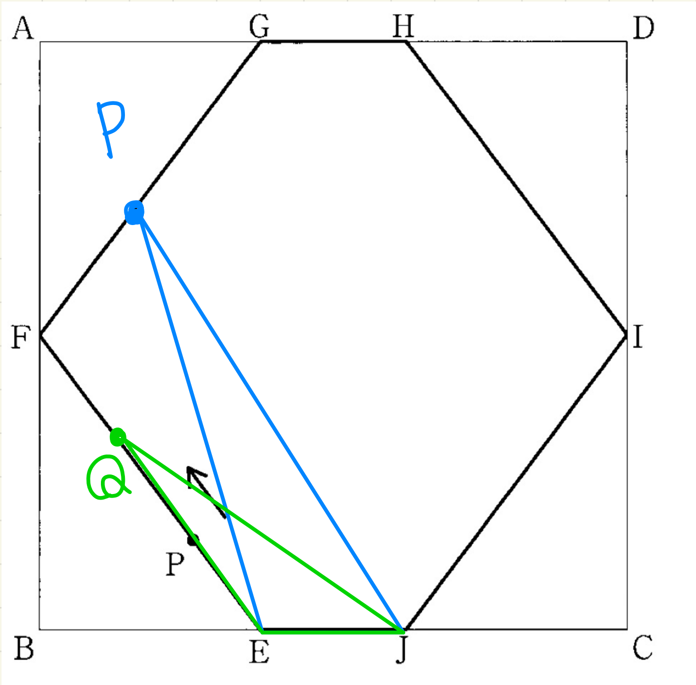
$$= 8 - \frac{4}{5}x + \frac{48}{5}$$

$$= -\frac{4}{5}x + \frac{88}{5}$$

よって △EJP の面積は

$$y = 2 \times \left(-\frac{4}{5}x + \frac{88}{5}\right) \times \frac{1}{2} = -\frac{4}{5}x + \frac{88}{5}$$

(3)



△EJPと△EJQは底辺がEJで等しい。

したがって、
△EJPと△EJQの面積が等しい
⇒ △EJPと△EJQの高さが等しい

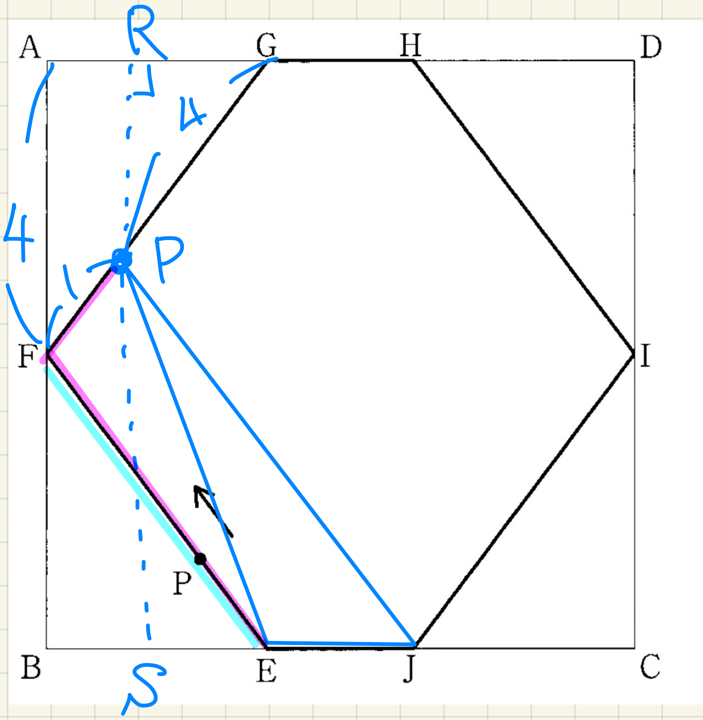
△EJPと△EJQの高さが等しくなるのは、2回あり、1回目はQがPにおいついたとき、2回目はQがHをすぎ、△EJQの高さが減少するときである。

① QがPにおいつくとき

Qは Pが出発して3秒後に出発する。
したがって、Qが出発するとき、PとQは3cm離れている。
Pは1cm/秒、Qは2cm/秒なので、1秒あたり1cmずつ縮まる。したがってQが出発して

$3 \div 1 = 3$秒後

にPにおいつく。⇒ Pが出発して6秒後となる。
このとき、P、QはFG上にある。



(2) ② と同様に
△GRP と △GAF について,
RP // AF より 同位角は等しいので.

$\angle GRP = \angle GAF$ —①

$\angle GPR = \angle GFA$ —②

①, ② より 2組の角がそれぞれ等しいので, △GRP ∽ △GAF ※

EFG = 6 cm, EF = 5 cm より

$PF = 6 - 5 = 1$ cm

$GP = GF - PF = 5 - 1 = 4$ cm

対応する辺の比は等しいので.

$RP : \underset{4}{AF} = \underset{4}{GP} : \underset{5}{GF}$

よって, $5RP = 16 \Rightarrow RP = \frac{16}{5}$

$\therefore PS = RS - RP$

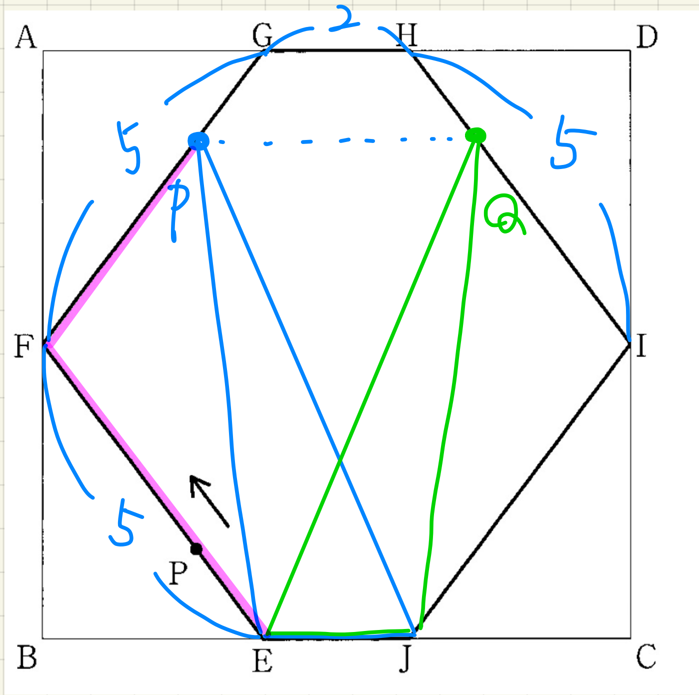
$= 8 - \frac{16}{5}$

$= \frac{24}{5}$

したがって, △EJP の面積は.

$y = 2 \times \frac{24}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{24}{5}$

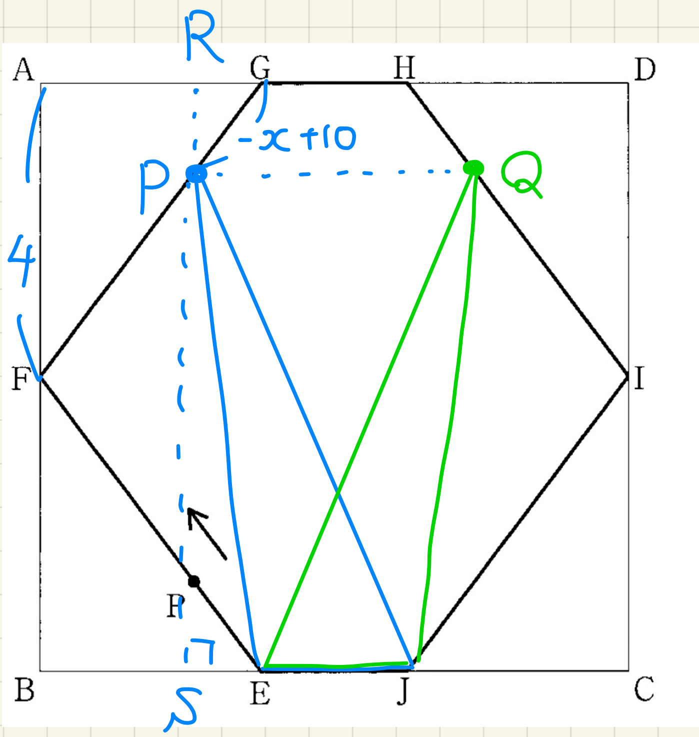
② QがHをすぎ、△EJQの高さが減少するとき



左の図のように、点Pが辺FG上にあり、点Qが辺HI上にいれば良い。

EFP $= x$ cm, EF $= 5$cm より
PF $= x - 5$ cm

よって、
$$GP = 5 - (x-5)$$
$$= -x + 10$$



△GRPと△GAFは※より相似なので、対応する辺の比は等しい。

$$RP : \underbrace{AF}_{4} = \underbrace{GP}_{-x+10} : \underbrace{GF}_{5}$$

$$\therefore 5RP = 4(-x+10)$$

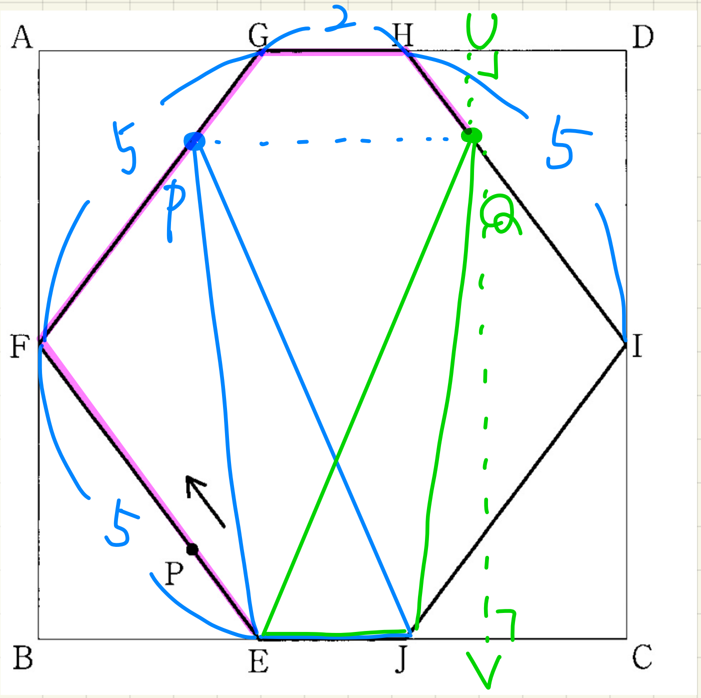
$$\Rightarrow RP = \frac{4}{5}(-x+10)$$

よって、PS = RS − PS より

$$PS = 8 - \frac{4}{5}(-x+10)$$
$$= \frac{4}{5}x$$

△EJPの面積は

$$y = 2 \times \frac{4}{5}x \times \frac{1}{2} = \frac{4}{5}x.$$



次に、

点Pが出発してからの時間

$$EFGHQ = 2(x-3),$$

Qが2cm/秒で動き、Pの出発した3秒後に出発するため

$$EFGH = 5+5+2 = 12\text{cm より}$$

$$QH = 2(x-3) - 12$$
$$= 2x - 18$$

△HUQと△HDIは(2)②より相似なので、対応する辺の比は等しい。

$$UQ : \underset{4}{DI} = \underset{2x-6}{HQ} : \underset{5}{HI}$$

$$\therefore 5UQ = 4(2x-18) \Rightarrow UQ = \frac{8}{5}(x-9)$$

$4 \times 2 \times (x-9)$
$= 8(x-9)$

したがって、

$$QV = UV - UQ$$
$$= 8 - \frac{8}{5}(x-9)$$
$$= -\frac{8}{5}x + \frac{112}{5}$$

△EJQの面積は

$$2\times\left(-\frac{8}{5}x+\frac{112}{5}\right)\times\frac{1}{2}=-\frac{8}{5}x+\frac{112}{5}$$

$\triangle EJP = \triangle EJQ$ となれば良いので

$$\underbrace{\frac{4}{5}x}_{\triangle EJP}=\underbrace{-\frac{8}{5}x+\frac{112}{5}}_{\triangle EJQ}$$

$$\frac{12}{5}x=\frac{112}{5}$$

$$\frac{112}{5}\times\frac{5}{12}$$

$$x=\frac{112}{12}$$

$$=\frac{28}{3}$$ 秒

このとき、$\triangle EJP$ の面積は、

$$y=\frac{4}{5}x$$

$$=\frac{4}{5}\times\frac{28}{3}$$

$$=\frac{112}{15}$$

以上より

$x=6$ のとき $y=\frac{24}{5}$

$x=\frac{28}{3}$ のとき $y=\frac{112}{5}$