2022年度　愛知県

数学　A日程

Km Km

1.

(1) 与式 $= 8 - 6$

$= 2$

(2) 与式 $= \dfrac{6x-9}{18} - \dfrac{6x-4}{18}$

$= \dfrac{6x-9-6x+4}{18}$

$= -\dfrac{5}{18}$

(3) 与式 $= 5x^2 \times \dfrac{1}{16x^2y^2} \times 32xy^2$

$= 10x$

(4) 与式 $= (\sqrt{5}-\sqrt{3})(2\sqrt{5}+2\sqrt{3})$

$= 2\sqrt{5}\times\sqrt{5} + 2\sqrt{15} - 2\sqrt{15} - \sqrt{3}\times 2\sqrt{3}$

$= 10 - 6$

$= 4$

(5) 式を整理すると.

$$10 - 5x = x^2 - 2x - 8$$
$$x^2 - 2x - 8 + 5x - 10 = 0$$
$$x^2 + 3x - 18 = 0$$
$$(x-3)(x+6) = 0$$
$$\therefore x = -6, 3$$

(6)

ア : $y = x^3$: 反比例でない

イ : $xy = 35 \Rightarrow y = \frac{35}{x}$: 反比例

ウ : $y = 4x$: 反比例でない

エ : $y = \frac{15}{x}$: 反比例

よって, イ, エ

(7)

$$平均値 = \frac{1+3+5+a+10+12}{6}$$
$$= \frac{a+31}{6}$$

1, 3, 5, a, 10, 12

中央値

$$中央値 = \frac{5+a}{2}$$

平均値と中央値が等しいので.

$$\frac{a+31}{6} = \frac{5+a}{2}$$

両辺 × 6

$$a + 31 = 3(5+a)$$

$$a + 31 = 15 + 3a$$

$$-2a = -16$$

$$a = 8$$

(8)

点Aは $y = x^2$ のグラフ上にあり. $x = -3$ なので.

$$y = (-3)^2 = 9 \quad \Rightarrow \quad A(-3,\ 9)$$

点Bは $y = x^2$ のグラフ上にあり. $x = 6$ なので.

$$y = 6^2 = 36 \quad \Rightarrow \quad B(6,\ 36)$$

直線ABを通る式を $y = ax + b$ とおくと.

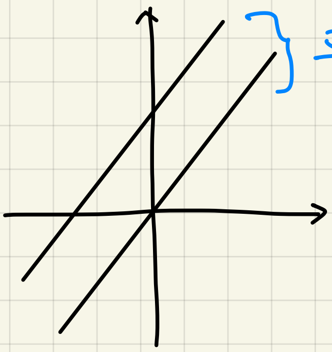
$$9 = -3a + b \quad -① \quad \cdots \text{点A} (-3, 9) \text{を代入}$$

$$-)\ 36 = 6a + b \quad -② \quad \cdots \text{点B} (6, 36) \text{を代入}$$

$$-27 = -9a$$

$$a = 3$$

$$\Rightarrow y = 3x + b$$



平行

=傾きが等しい

平行な直線は傾きが等しく, 原点 $(0,0)$ を通るので, 求める直線の式は $y = 3x$

(9)

円柱Pの底面の半径をx, 高さをh

円柱Qの底面の半径をy, 高さをjとする.

円柱P, Qの体積が等しいので.

$$x \times x \times \pi \times h = y \times y \times \pi \times j$$

$$\therefore x^2 h = y^2 j \Rightarrow j = \boxed{\frac{x^2}{y^2}} h \quad —① $$

ここで, $x : y = 3 : 5 \Rightarrow 5x = 3y$ より

$$(5x)^2 = (3y)^2 \Rightarrow 25x^2 = 9y^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{x^2}{y^2}} = \frac{9}{25}$$

これを①に代入して.

$$j = \frac{9}{25} h$$

よって円柱Qの高さは, 円柱Pの高さの$\frac{9}{25}$倍

(別解)

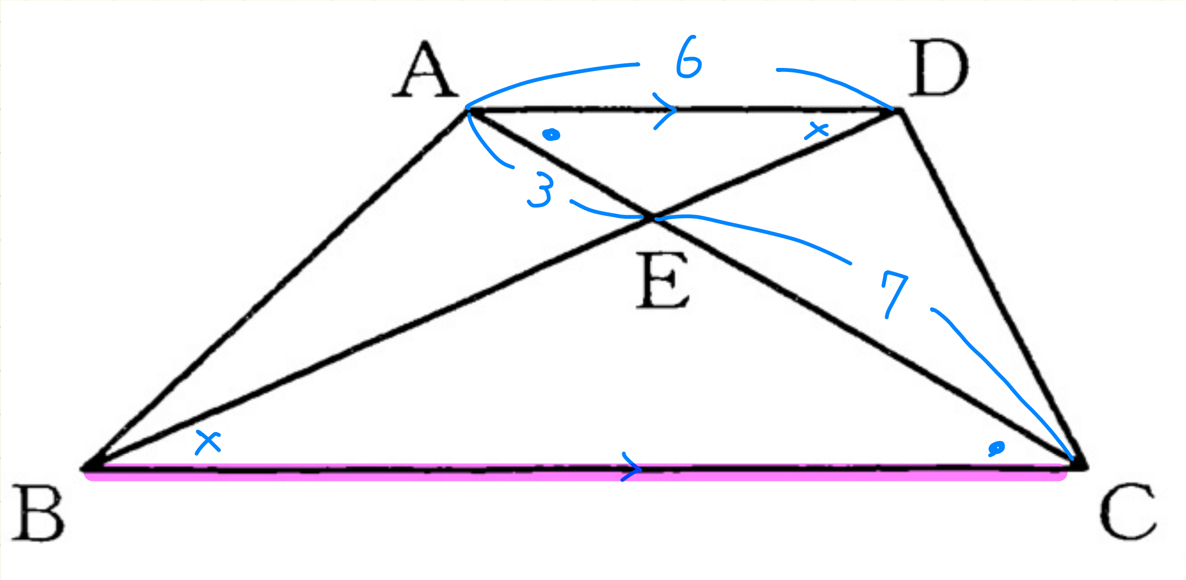
円柱の体積 = 半径 × 半径 × π × 高さ

半径の比が $3 : 5$ ⇒ 半径^{2}の比は $9 : 25$

体積が等しいので, 高さはこの比の逆となるので.

Pの高さ : Qの高さ = $25 : 9$ 　 Qの高さ = $\frac{9}{25}$ × Pの高さ

(10)



△AED と △CEB において，

AD // BC より錯角が等しいので

∠EAD = ∠ECB —①

∠EDA = ∠EBC —②

①，② より 2組の角がそれぞれ等しいので

△AED ∽ △CEB

対応する辺の比は等しいので

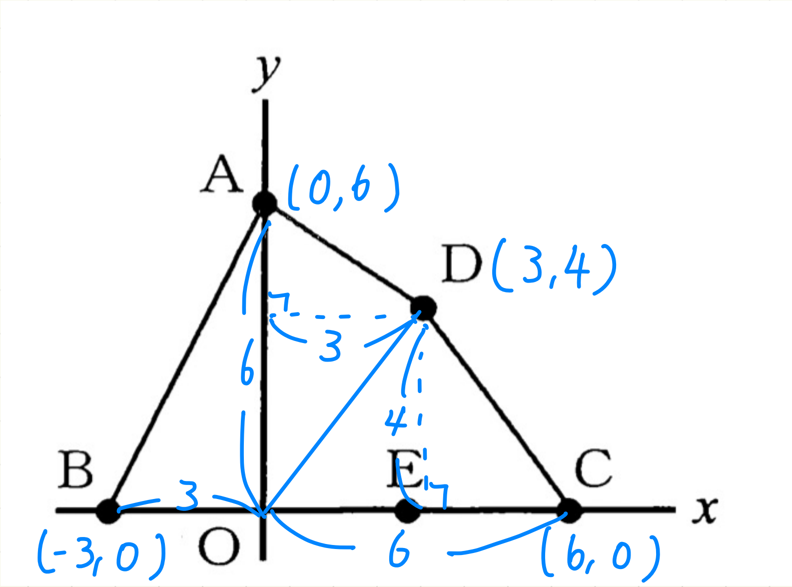
$\underbrace{AE}_{3} : \underbrace{CE}_{7} = \underbrace{AD}_{6} : BC$

3BC = 42

BC = 14 cm

2.

(1)



点Dと点Oを結ぶ。

□ABCDの面積は、

$\triangle ABO + \triangle AOD + \triangle DOC$

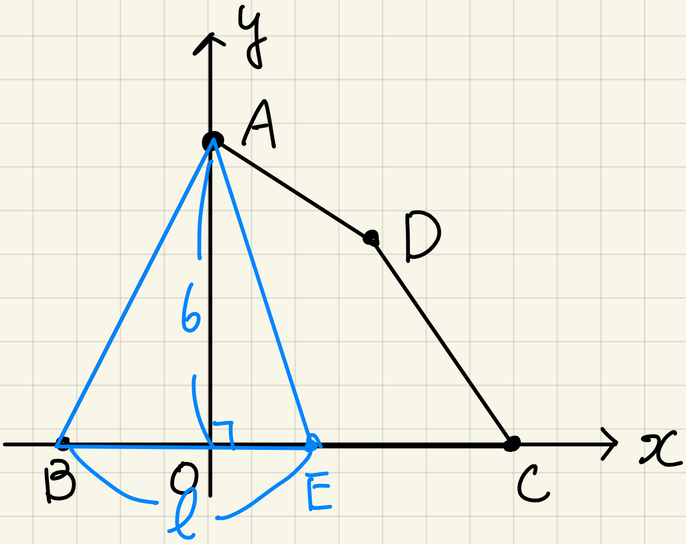
$= 3 \times 6 \times \frac{1}{2} + 6 \times 3 \times \frac{1}{2}$

$+ 6 \times 4 \times \frac{1}{2}$

$= 9 + 9 + 12 = 30$

$\triangle ABE$の面積 $=$ □$ABCD \times \frac{1}{2}$

$= \underline{15}$



$\triangle ABE$の底辺 $= BE$

とすると、点Eがどの位置にいても、高さは$AO = 6$

となる。

したがって、$BE = l$とすると、

$\triangle ABE = l \times 6 \times \frac{1}{2}$

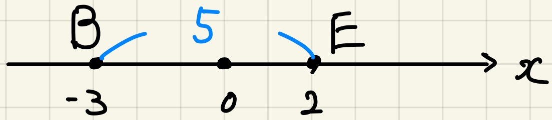
$= 3l = \underline{15}$

$\therefore l = 5$ ⇒ BEの長さが5になれば良い。

点Bからの長さが5となれば良いので.

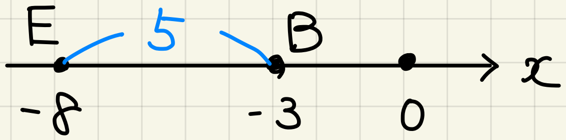
㋐ 点Eが点Bの右側にあるとき.

$$-3+5=2$$



㋑ 点Eが点Bの左側にあるとき.

$$-3-5=-8$$



よって, 点Eの座標は, $(2, 0)$, $(-8, 0)$

(2)

I $a>b>c$ より

$$A=100a+10b+c$$
$$B=100c+10b+a$$

例 $a=7,\ b=3,\ c=2$ のとき

$7>3>2$ より

$$A=100\times7+10\times3+2$$
$$B=100\times2+10\times3+7$$

よって

$$A-B=(100a+10b+c)-(100c+10b+a)$$
$$=99a-99c$$
$$=99(a-c)$$

Ⅱ　$A-B=396$ でⅠより $A-B=99(a-c)$ なので

$$99(a-c)=396$$
$$a-c=4$$
$$\therefore c=a-4$$

$9 \geqq a > c \geqq 1$ より

a, c は 1〜9 の数で, a > b > c なので, c は1以上, a は9以下.

$(a, c)=(9, 5), (8, 4), (7, 3), (6, 2), (5, 1)$ の 5通り

例 $a=9$ のとき, $c=\underset{9}{a}-4=5$

$a=8$ のとき, $c=\underset{8}{a}-4=4$

また, b は, a, c の間の数で, 各々 3通りある.

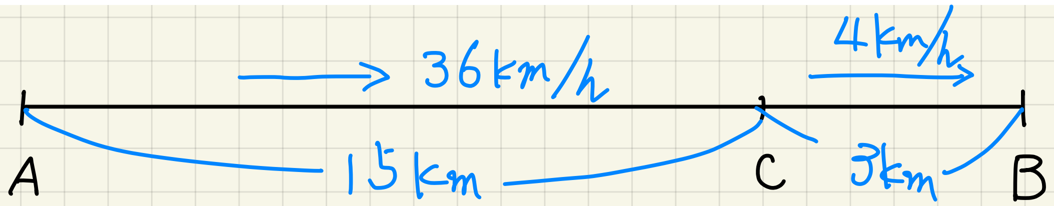
例 $a=9$, $c=5$ のとき　$b=8, 7, 6$　3通り

$a=8$, $c=4$ のとき, $b=7, 6, 5$　3通り

よって全部で
$$5 \times 3 = 15 \text{通り}$$

(3) ①

- 6人を3人ずつ，第1組，第2組の2組に分ける。
- 第1組はタクシーで，第2組は徒歩で，同時にA地点からB地点に向かって出発する。
- 第1組は，A地点から15 km離れたC地点でタクシーを降り，降りたらすぐに徒歩でB地点に向かって出発する。
- タクシーは，C地点で第1組を降ろしたらすぐに向きを変えて，A地点に向かって出発する。
- 第2組は，C地点からきたタクシーと出会った地点ですぐにタクシーに乗り，タクシーはすぐに向きを変えてB地点に向かって出発する。



※ xの単位は"分"であることに注意する。
第1組がA→Cに移動するとき、かかった時間は、

$$時間 = \frac{距離}{速さ} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}\ 時間$$

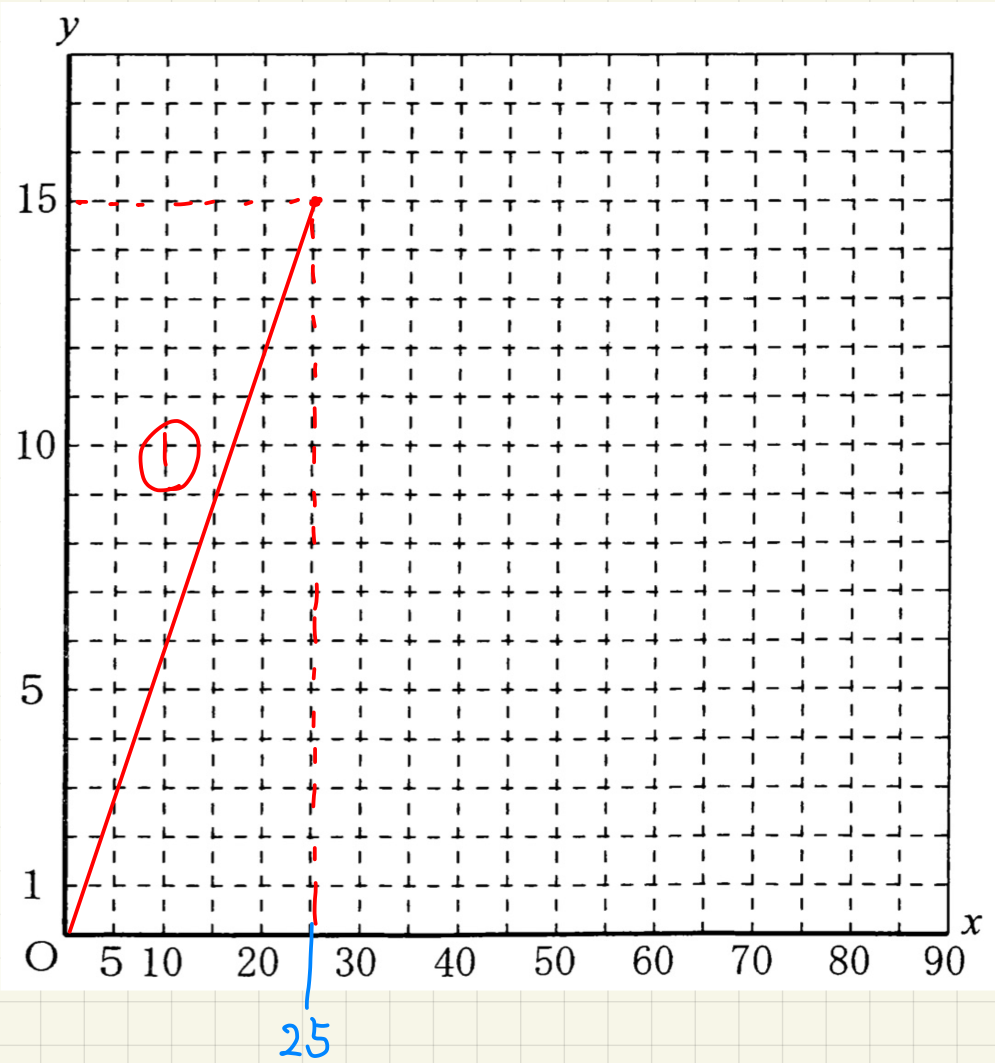
1時間 = 60分

$\frac{5}{12}$時間 = ?分

$= 60 \times \frac{5}{12}$

$= 25$

$\frac{12}{5}$時間 = 25分 なので A→Cの15kmを25分で進む ①



また，C → B は 距離 3km を 4km/h で 進むので，
かかった時間は．

$$時間 = \frac{距離}{速さ}$$

$$= \frac{3}{4} 時間$$

$1時間 = 60分$

$\frac{3}{4}時間 = ?分$

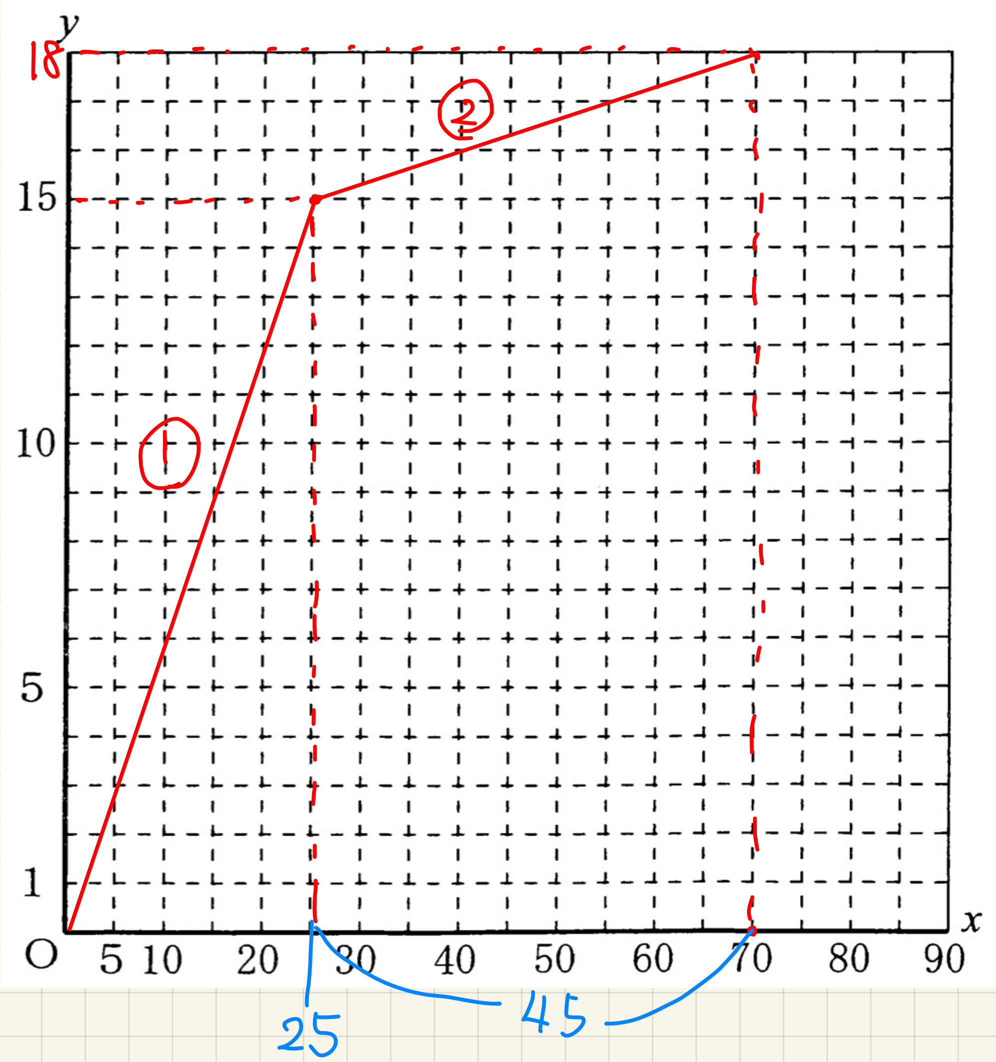
$\times\frac{3}{4}$　$\times\frac{3}{4}$

$= 60 \times \frac{3}{4}$

$= 45分$

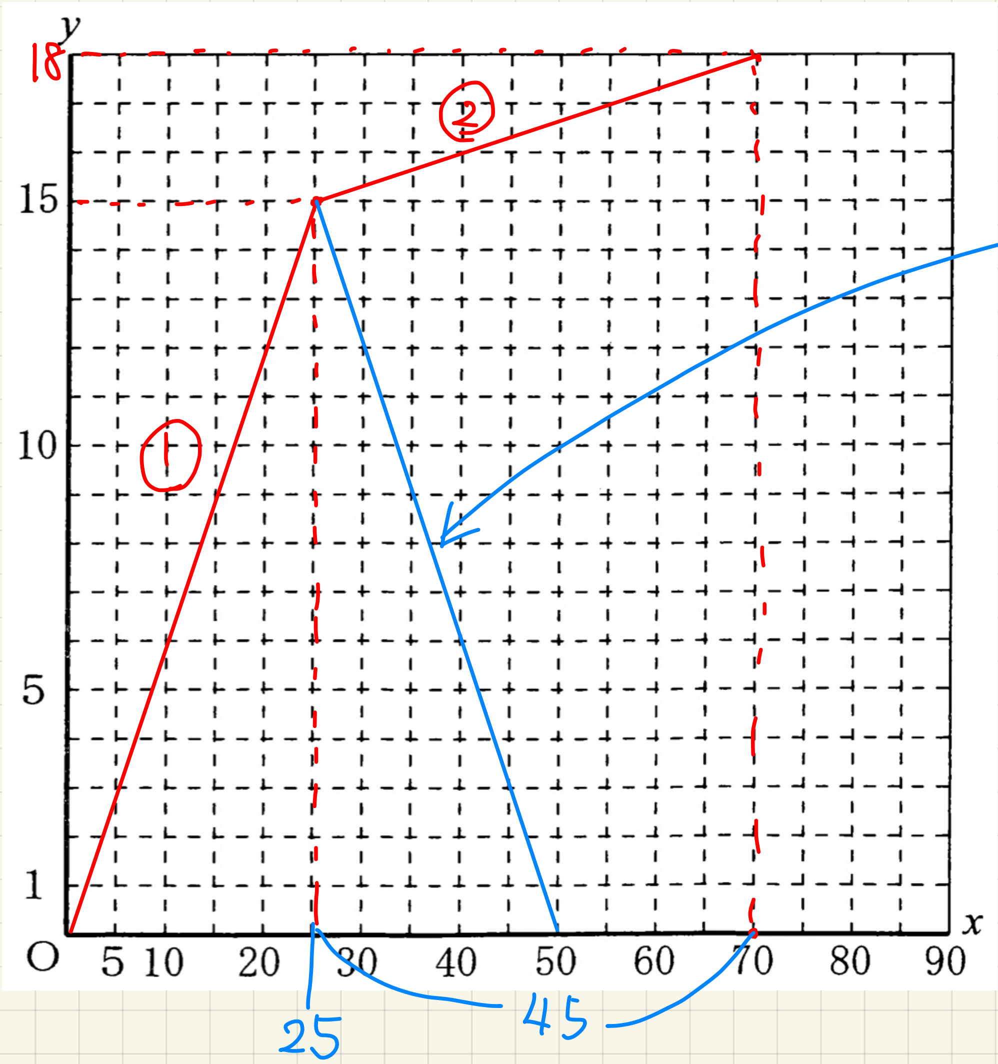
$\frac{3}{4}$時間 = 45分 なので，

B → C の 3km を 45分 で進む ②



よって，グラフは
左図の通り

②



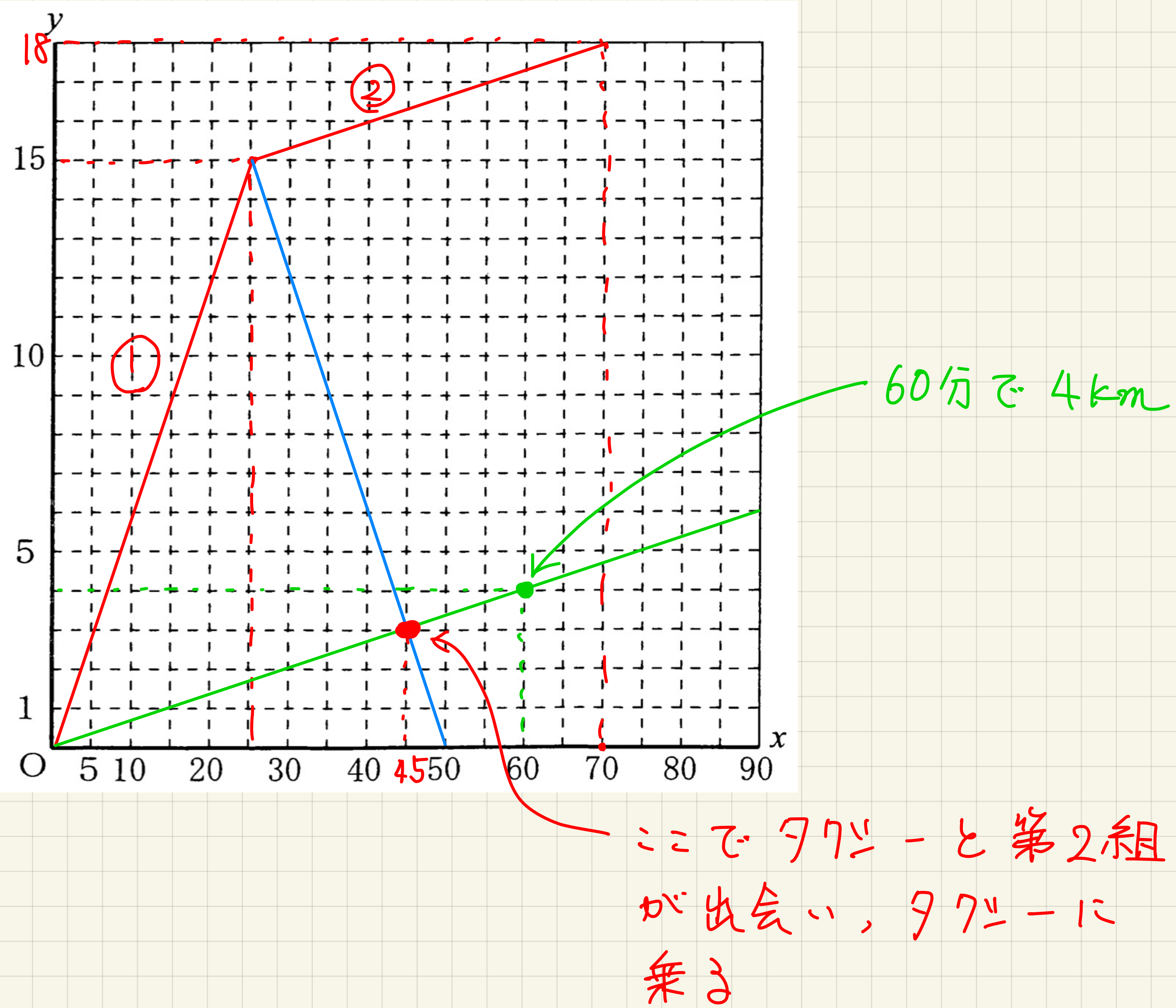
タクシーが
C→Aに
もどったときの
グラフ

⇓

A→Cに進む
速さと同じなので，
①のグラフと
左右対称

第2組はA ⟶ Bに向けて4km/hの速さで移動する

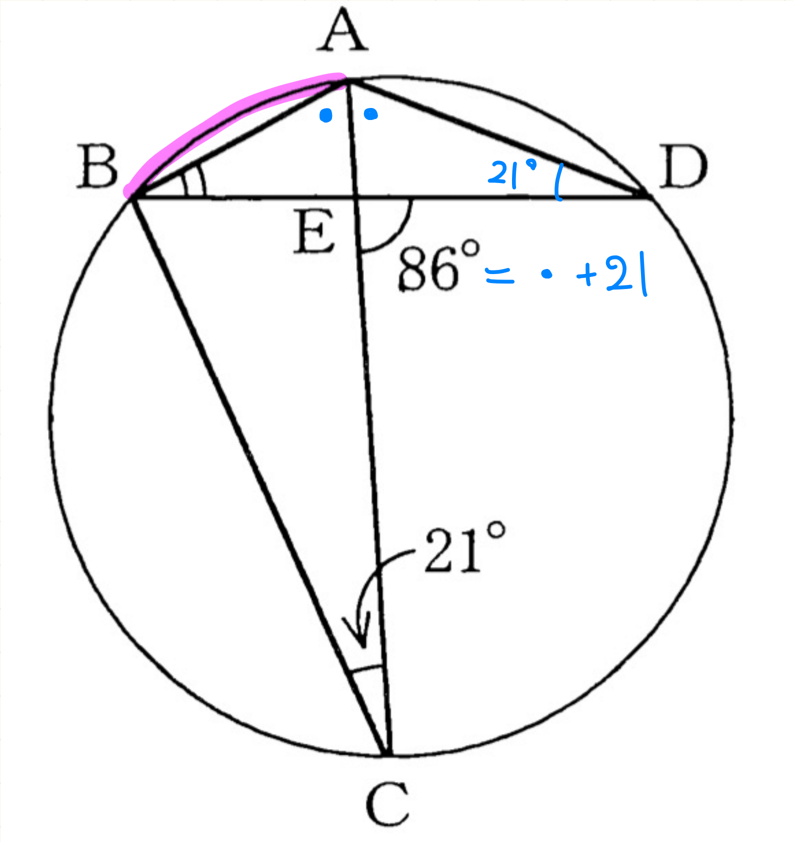
⇒ 60分で4km進む.



グラフより，第2組がタクシーに乗ったのは.
A地点を出発してから45分後

3.

(1)



$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角は等しいので

$\angle ADB = \angle ACB = 21°$

$\triangle ADE$で，外角の定理より

$\angle DAE + \underbrace{\angle ADE}_{21°}$

$= \underbrace{\angle DEC}_{86°}$

$$\therefore \angle DAE = \angle DEC - \angle ADE$$
$$= 86° - 21°$$
$$= 65°$$

$\angle BAE = \angle DAE$ より $\angle BAE = 65°$

よって

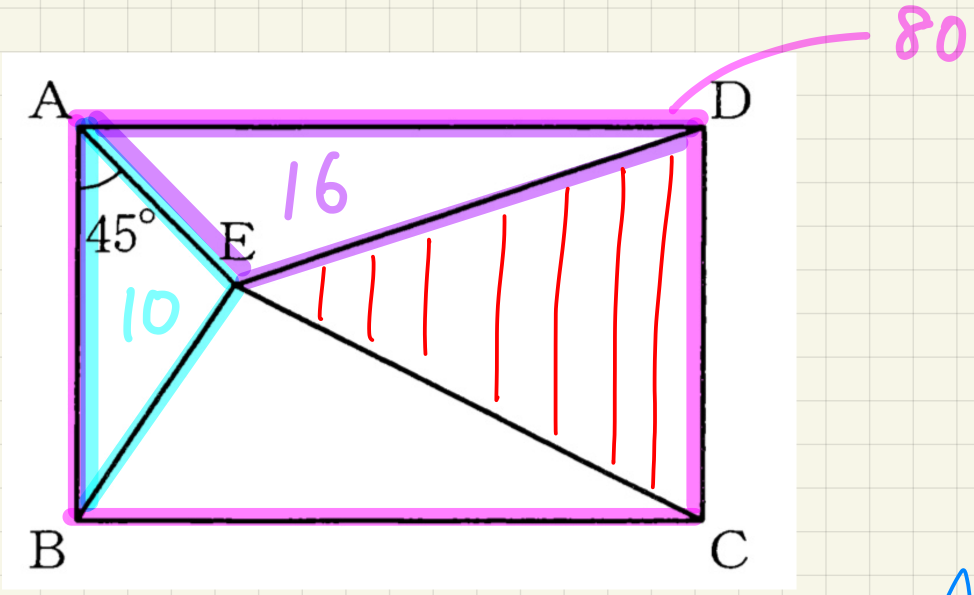
$$\angle BAD = \angle BAE + \angle DAE$$
$$= 65° + 65°$$
$$= 130°$$

$\triangle ABD$の内角より

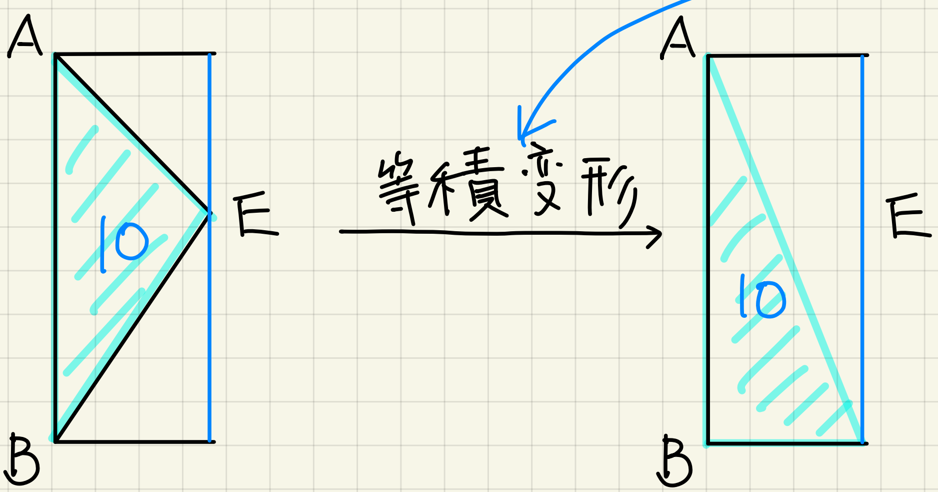
$$\angle ABE = 180° - (\angle DAB + \angle ADB)$$
$$= 180° - (130° + 21°)$$
$$= 180° - 151°$$
$$= \underline{29°}$$

(2)

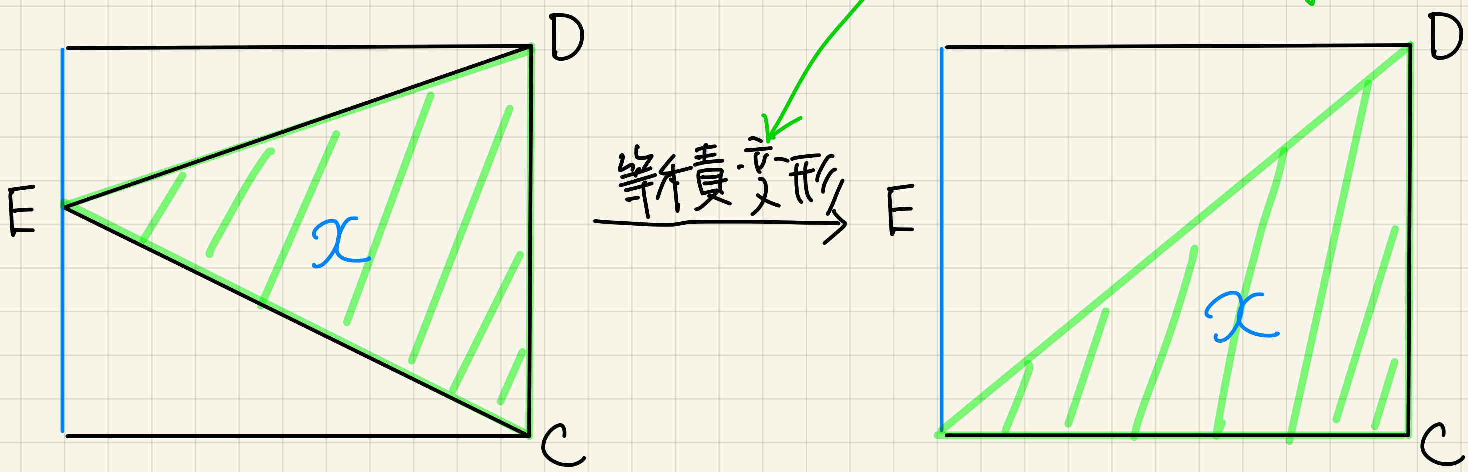
①

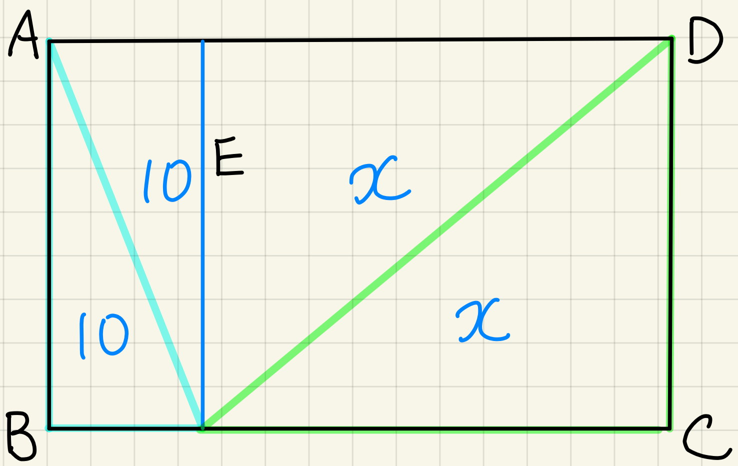


ABを底辺とすると、
高さが等しい。



DCを底辺とすると
高さが等しい





したがって、左図のように
変形できる。
△DECの面積 $= x$
とおくと。

$10 + 10 + x + x = 80$

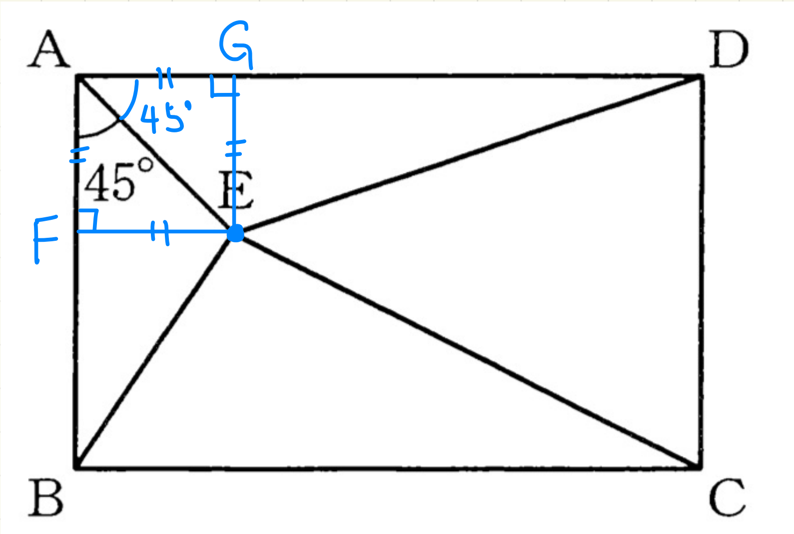
$\underbrace{10 + 10 + x + x}_{\square ABCD\text{の面積}}$

$2x = 60$

$x = 30$

よって △DECの面積は 30 cm^2

②



左図のように補助線を引く。

∠AEF = 45° より

△AFE は直角二等辺三角形。よって

AF = FE ―― ①

同様に△AEGも直角二等辺三角形なので、

GA = GE ―― ②

図より AF = GE であり ①,② から

FE = GE ―― ③

△ABEの底辺をAB，△AEDの底辺をDAとすると、③から高さが等しいので，底辺比＝面積比となる。

∴ AB : DA = △ABE : △AED

 10 16

= 5 : 8

したがって，$AD=5x$ とおくと，$DA=8x$ なので

$$AD:DA=5x:8x=5:8$$

□ABCDの面積は

$$\underbrace{5x\times 8x}_{□ABCD}=\underbrace{80}_{□ABCD}$$

$40x^2=80$

$x^2=2$

$$x^2=2$$

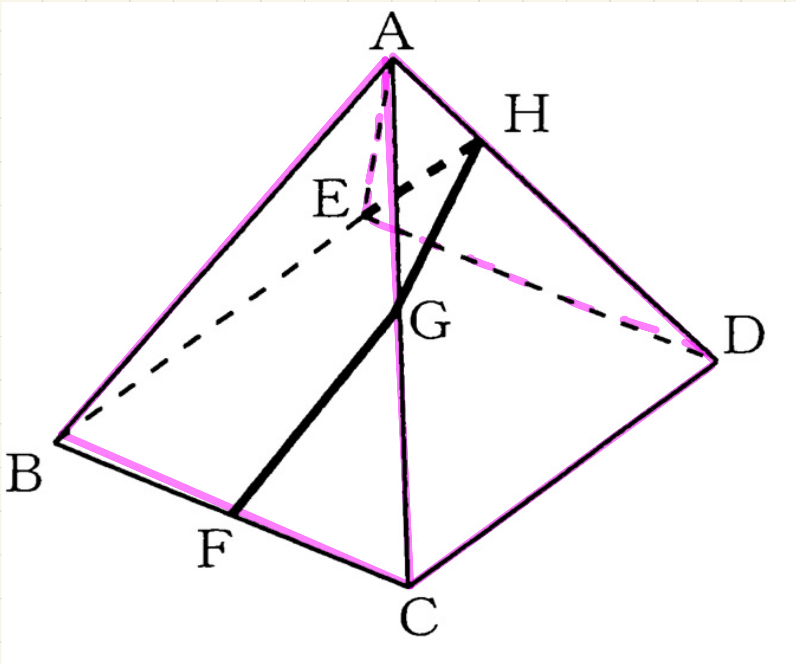
$x>0$ より $x=\sqrt{2}$

したがって，ABの長さは

$$AB=5x$$
$$=5\sqrt{2}\ \text{cm}$$

(3)

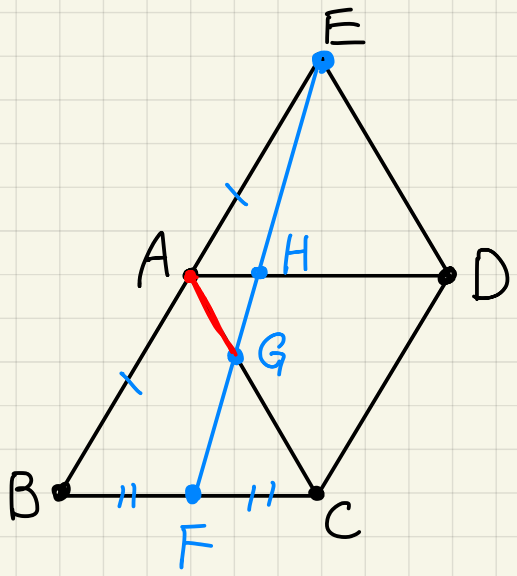
①



和の長さが最小

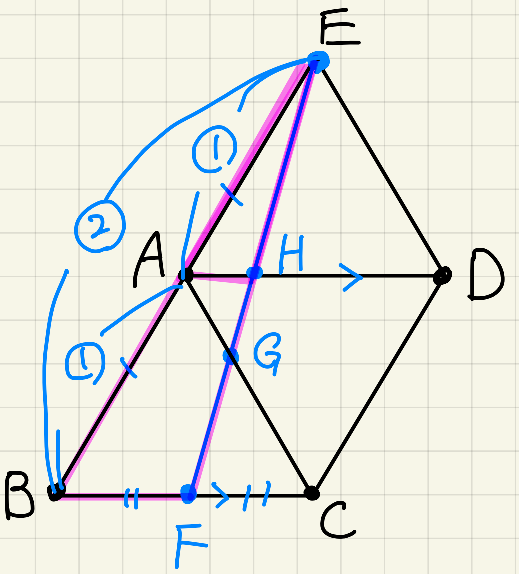
↓

展開図で考える．



EH + HG + GF が最小
⇒ E, H, G, F が一直線上にある。

また、1辺の長さが全て等しい正三角形を組み合わせたので
AD // BC

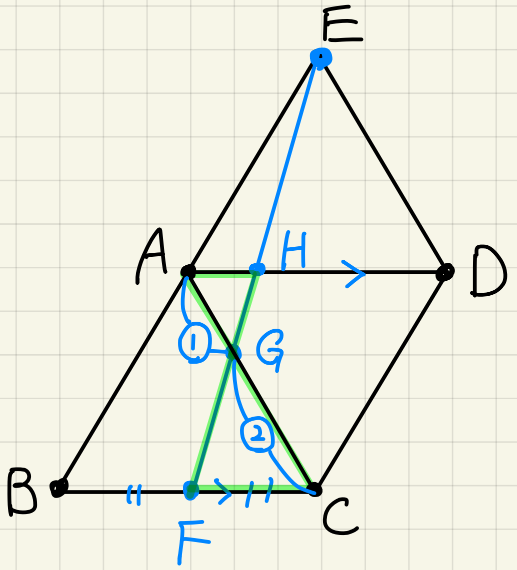


△EAH と △EBF において、
AD // BC より同位角が等しいので、
∠EAH = ∠EBF ―― ①
∠EHA = ∠EFB ―― ②

①, ② より 2組の角がそれぞれ等しいので、
△EAH ∽ △EBF
対応する辺の比は等しく、BA = AE なので、

$$\underbrace{EA}_{①} : \underbrace{EB}_{②} = AH : BF$$
$$= 1 : 2$$

F は BC の中点なので、BF = 2cm。したがって、
AH = 1cm.



△GHA と△GFCにおいて、
AD // BCより錯角が等しいので、
∠GHA = ∠GFC ― ③
∠GAH = ∠GCF ― ④
③、④より2組の角がそれぞれ等しいので、△GHA ∽ △GFC
対応する辺の比は等しいので、

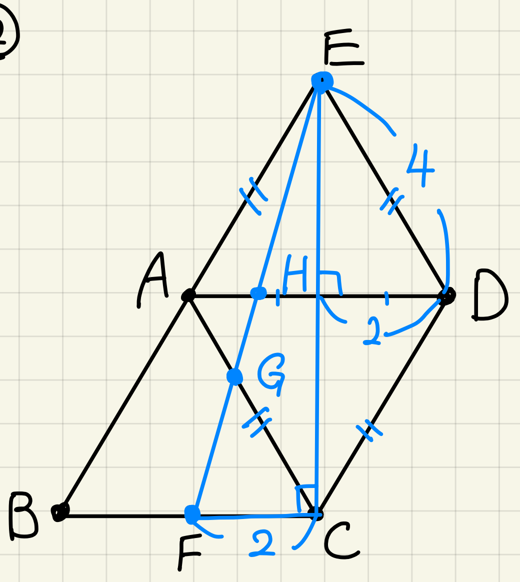
$$\underbrace{HA}_{1cm} : \underbrace{FC}_{2cm} = AG : GC$$

$$= 1 : 2$$

AC = 4cmなので、

$$AG = 4cm \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}cm$$

②



問題文から
AC = CD = DE = EA
なので、□ACDEはひし形である。
ひし形の対角線は垂直に交わるので、
AD ⊥ EC

また、AD // BCより BC ⊥ EC
⇒ ∠ECF = 90°

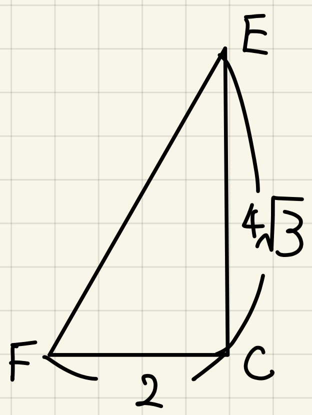
また，ひし形の対角線は，各々の中点で交わるので，
AH = HD = 2 cm

△EHDで三平方の定理より

$$EH = \sqrt{4^2 - 2^2}$$

$\sqrt{16-4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$$= 2\sqrt{3}$$



よって，EH = HC から

$$EC = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$
$$= 4\sqrt{3}$$

△EFCで三平方の定理より

$$EF = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 2^2}$$

$$= \sqrt{48 + 4}$$

26 ×2

$$= \sqrt{52}$$

$$= 2\sqrt{13}$$

EH + HG + GF = EF より，EH，HG，GFの
長さの和は 2$\sqrt{13}$ cm