2022年度 愛知県

数学 B日程

KmKm

1.

(1) 与式 $= -3+7$

$= 4$

(2) 与式 $= 12x - 16y + 15y - 12x$

$= -y$

(3) 与式 $= x^2 + 3x - 10 - 3x + 9$

$= x^2 - 1$

$= (x+1)(x-1)$

(4) 与式 $= 5 + 2\sqrt{10} + 2 - (5 - 2\sqrt{10} + 2)$

$= 7 + 2\sqrt{10} - (7 - 2\sqrt{10})$

$= 7 + 2\sqrt{10} - 7 + 2\sqrt{10}$

$= 4\sqrt{10}$

(別解)

$A = \sqrt{5} + \sqrt{2}$, $B = \sqrt{5} - \sqrt{2}$ とおくと.

与式 $= A^2 - B^2$

$= (A+B)(A-B)$

$= (\sqrt{5} + \sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{2})$

$= 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{2}$

$= 4\sqrt{10}$

(5) 式を整理すると.

$$4x^2+4x+1-3x^2-9x=0$$
$$x^2-5x+1=0$$

x^2-5x+1 は因数分解できないので,
解の公式を用いると.

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times1\times1}}{2\times1}$$

$$=\frac{5\pm\sqrt{21}}{2}$$

参考

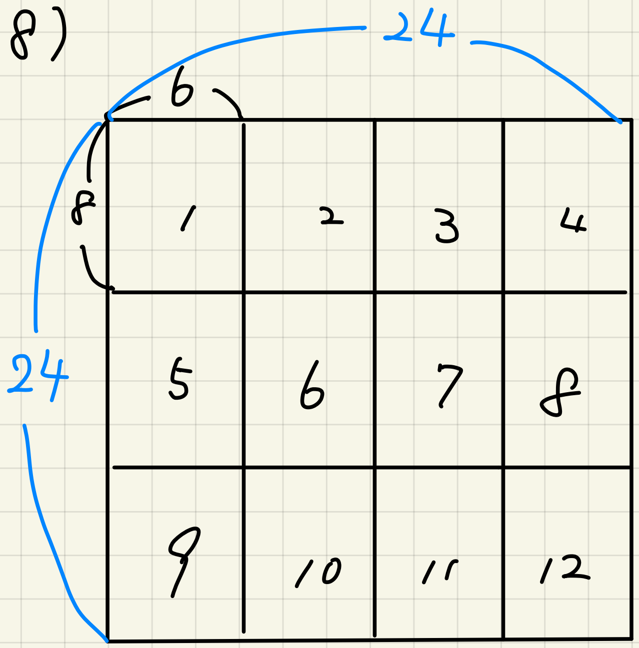
$ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$ の解の公式は.

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

(6) 生徒 x 人に3個ずつ配ったので.合計で
$3x$ 個配った。
余った ⇒ y の方が大きい
$\therefore\ y>3x$

(7) 6の約数は 1, 2, 3, 6 なので, 6の約数の
玉の取り出し方は4通り。
玉の取り出し方は全部で 9通りなので,
求める確率は $\frac{4}{9}$

(8)



左図より 12枚

参考

縦の長さ，横の長さが
ともに 8, 6 の最小公倍数に
なれば良い

⇒ 1辺の長さは 24 cm.

∴ 縦に3枚，横に4枚並べれば良いので

$3 \times 4 = 12$枚

(9) 点Aを通る直線の式を $y = ax + b$ とおく.

$(-3, -8)$, $(1, 4)$ を通るので,

$$-8 = -3a + b \quad \text{——} ①$$

$$-)\ 4 = a + b \quad \text{——} ②$$

$$-12 = -4a$$

$$a = 3$$

$a = 3$ を ② に代入して.

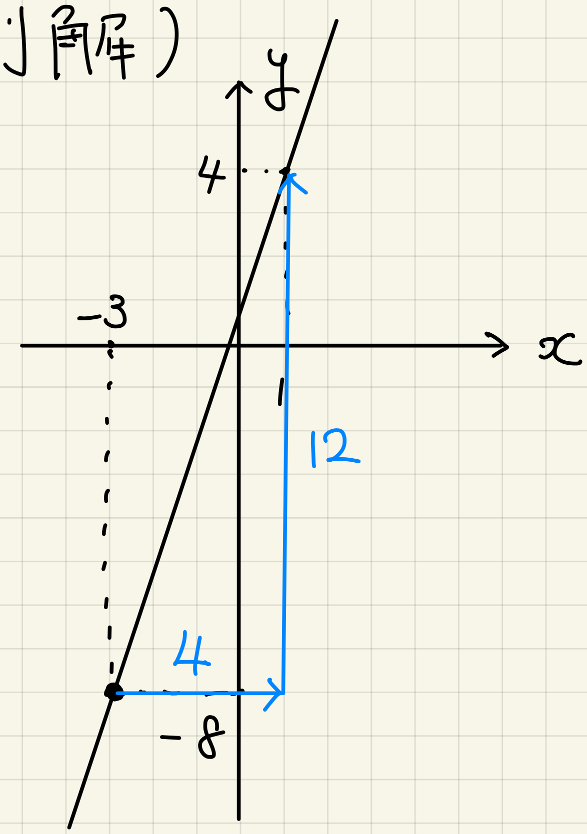
$$4 = 3 + b \Rightarrow b = 1$$

よって, $y = 3x + 1$ 点Aのx座標は3なので,

$$y = 3 \times 3 + 1$$

$$= 10$$

(別解)



1次関数では
　変化の割合 = 傾き
である。

$$\text{変化の割合} = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$= \frac{12}{4} = 3$$

傾き

よって、直線の式は $y = 3x + b$。これが、$(1, 4)$ を通るので

$$4 = 3 + b \Rightarrow b = 1$$

∴ $y = 3x + 1$ で、A の x 座標が 3 なので

$$y = 3 \times 3 + 1$$
$$= 10$$

(10)

ア：体積 $= 1 \times 1 \times 1 = 1\ \text{cm}^3$

イ：体積 $= 2 \times 2 \times 1 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}\ \text{cm}^3$

ウ：体積 $= 1 \times 1 \times \pi \times 1 \times \frac{1}{3} = \frac{\pi}{3}\ \text{cm}^3$

直径 2 cm → 半径 1 cm

エ：体積 $= \underbrace{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}\times\pi\times 1 = \frac{\pi}{4}$ cm^3

→ 直径 1cm → 半径 $\frac{1}{2}$ cm

$\frac{4}{3} = 1.33\cdots$, $\frac{\pi}{3} = \frac{3.14\cdots}{3} = 1.046\cdots$,

$\frac{\pi}{4} = \frac{3.14\cdots}{4} = 0.785\cdots$

よって，最も大きい体積は $\frac{4}{3}$ cm^3 → イ

2.

(1)

4.8g 以上 5.2g 未満のねじが合格であることから．

機械 A

合格個数：114 個

合格割合：$\frac{114}{120} = \frac{57}{60} = 0.95$

機械 B

合格個数：144 個

合格割合：$\frac{144}{150} = \frac{24}{25} = 0.96$

機械 C

合格個数：188個

合格割合：$\frac{188}{200}=\frac{47}{50}=0.94$

よって、1時間あたりで、

合格品を最も多く作る機械：C → ウ

合格品を作る割合が最も高い機械：B → オ

また、それぞれの階級値は 4.6g，5.0g，5.4g

→ 各階級の中央値

5.0g未満の4.4～4.8g，5.0gより大きい5.2～5.6gの個数の差を比較すると、

機械A：$\underbrace{4}_{4.4\sim4.8}-\underbrace{2}_{5.2\sim5.6}=2$ … 4.4～4.8の方が5.2～5.6よりも多い

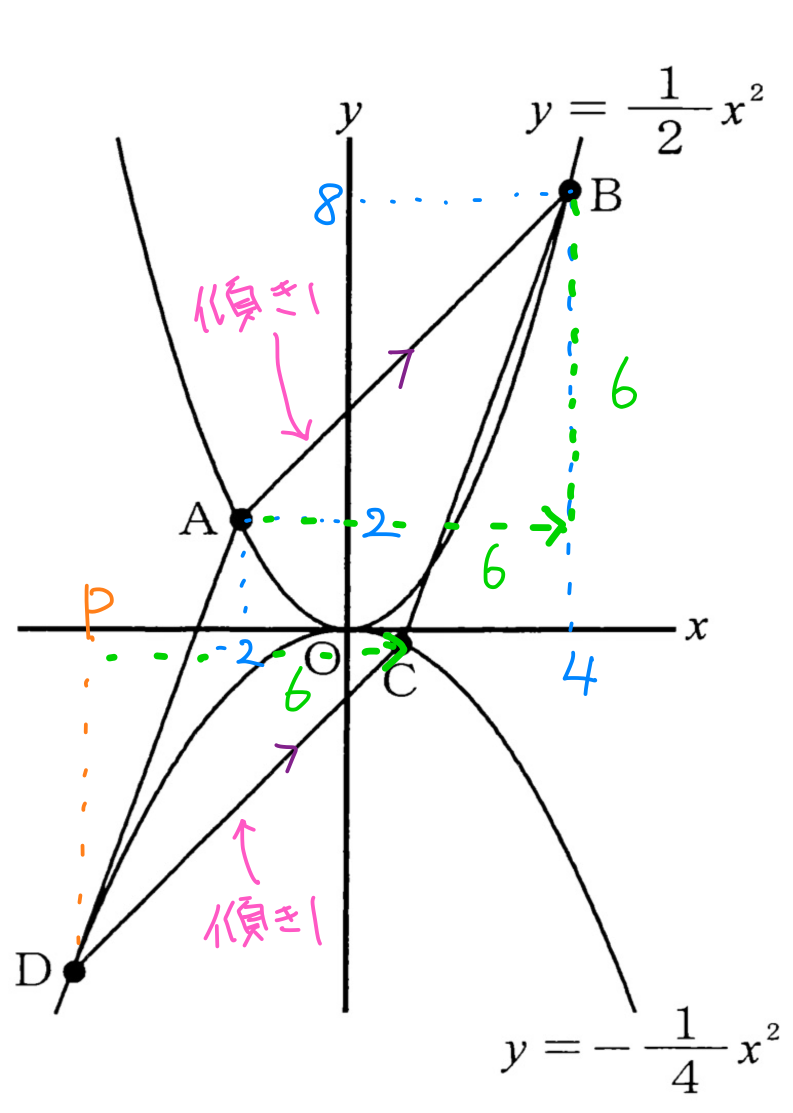
機械B：$\underbrace{3}_{4.4\sim4.8}-\underbrace{3}_{5.2\sim5.6}=0$ … 4.4～4.8と5.2～5.6は同じ

機械C：$\underbrace{5}_{4.4\sim4.8}-\underbrace{7}_{5.2\sim5.6}=-2$ … 4.4～4.8の方が5.2～5.6よりも少ない。

したがって、5.0g未満が多いのは機械A → キ

答えは、ウ，オ，キ

(2)



A, Bのy座標を求める。
A, Bともに$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフ上にあるので、

Aのy座標 $=\frac{1}{2}\times(-2)^2$

$=2$

Bのy座標 $=\frac{1}{2}\times4^2$

$=8$

したがって直線ABの傾き(=変化の割合)は、

$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{6}{6}=1$

□ABCDは平行四辺形なので、AD // BC.
したがって、直線DCの傾きも1となる。

→ 2つの直線が平行 ⇒ 傾きが等しい。

点Dのx座標をpとすると点Cのx座標は、
p+6となる。

㊟ 点Aのx座標 ⟶ 点Bのx座標 : +6
∴ 点Dのx座標 ⟶ 点Cのx座標 : +6

したがって、直線CDの傾きは、

$-\frac{1}{4}(p+p+6)=-\frac{1}{4}(2p+6)$

これが1になれば良いので、

$$-\frac{1}{4}(2p+6)=1$$

$$2p+6=-4$$

$$2p=-10$$

$$p=-5$$

したがって、点Dのx座標は-5

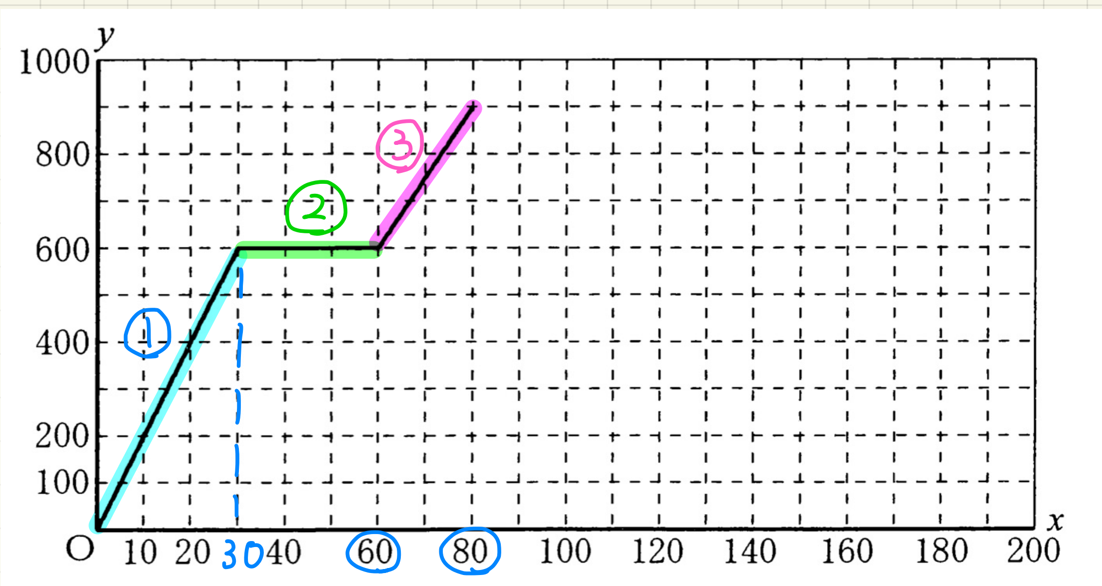
参考

$y=ax^2$において、xが$p \to q$に変化するとき、
変化の割合は

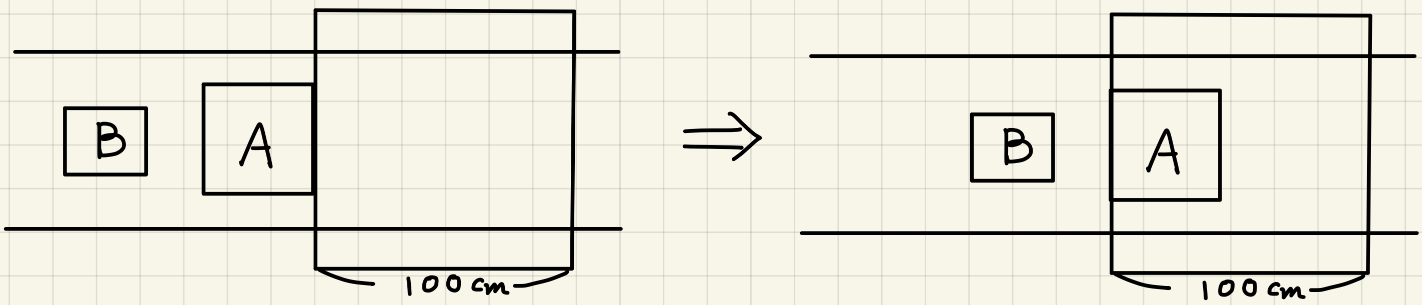
$$a(p+q)$$

で表すことができる。

(3)



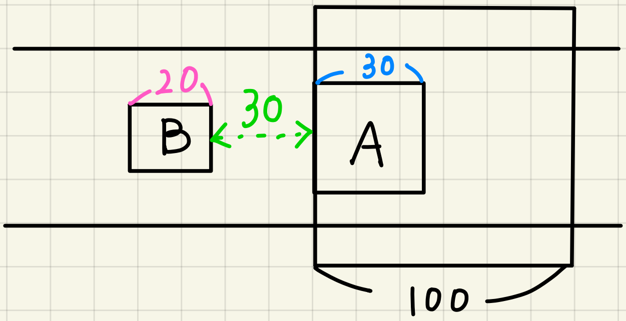
①



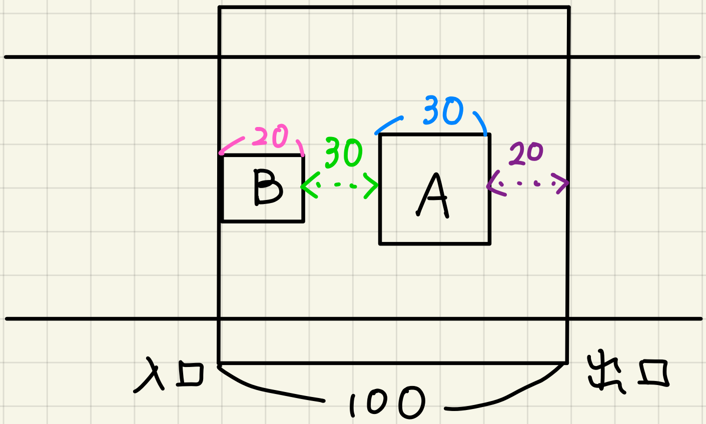
グラフ①より、荷物Aが荷物検査機に入り始めてから完全に入りきるまで30cm.

グラフ②より荷物Aと荷物Bの間は30cm
$60-30=30$
⇒面積に変化がないため。

グラフ③より荷物Bが荷物検査機に入り始めてから、完全に入り切るまで、20cm
$80-60=20$

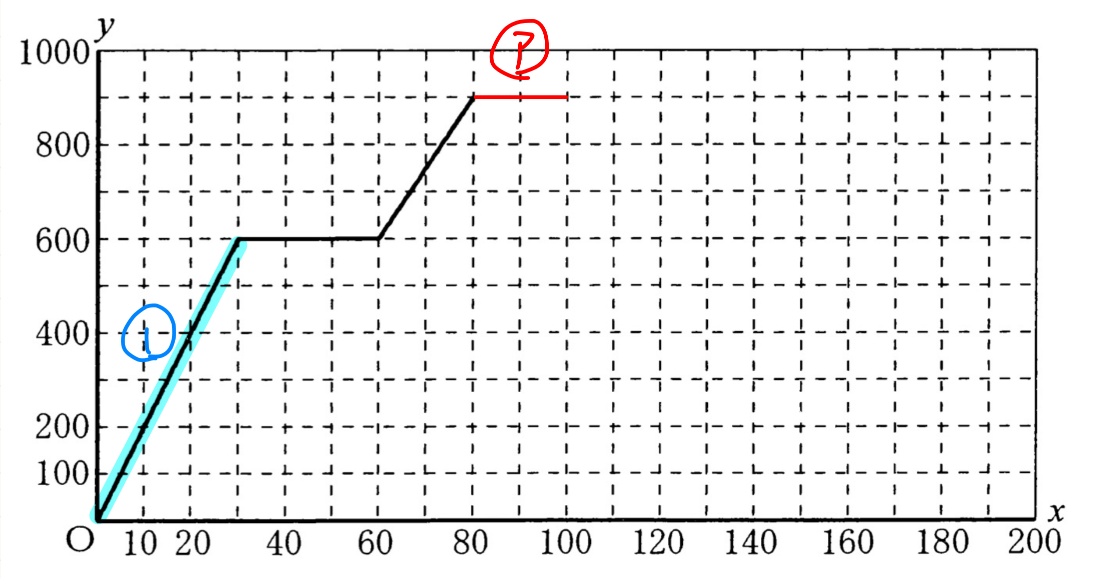


したがって、荷物A,Bの横の長さと、荷物A・Bの間の長さは、左図の通り

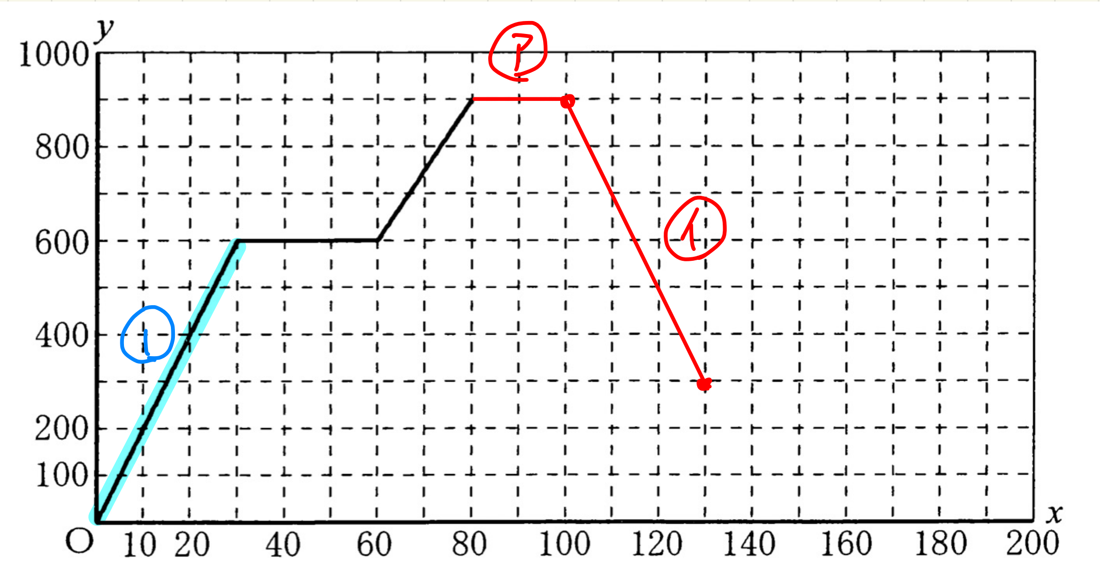


左図より、荷物Bが完全に入りきったとき、荷物Aの先端と荷物検査機の出口までの長さは
20cm
↳ $100-(30+30+20)$
$=20$

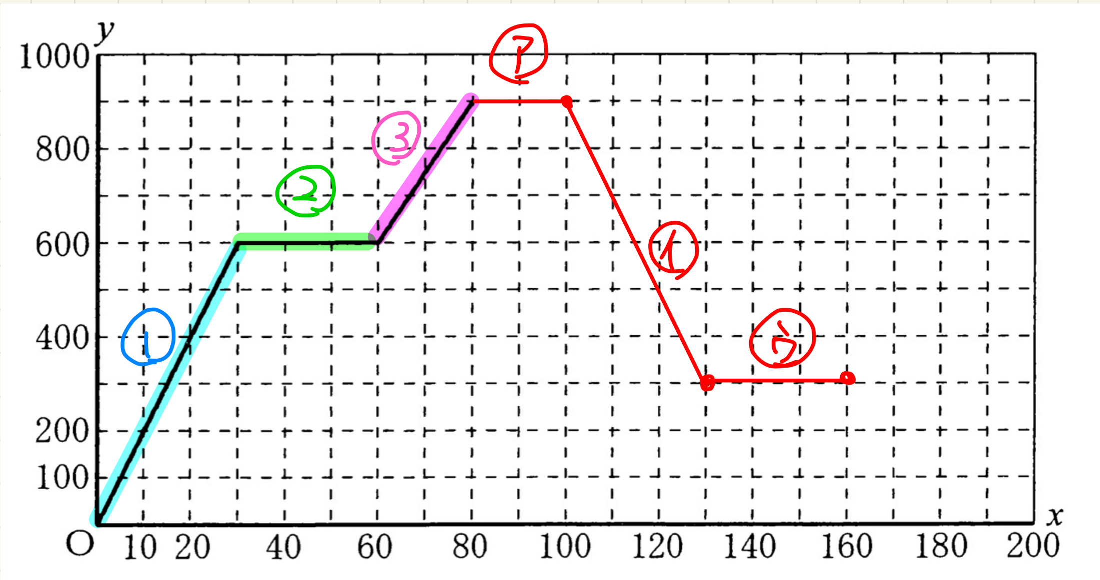
したがって、荷物Bが完全に入りきってから20cm動くまでは、面積の変化はない ㋐
⇒荷物Aも荷物Bも、荷物検査機の中に完全に入りきっている。



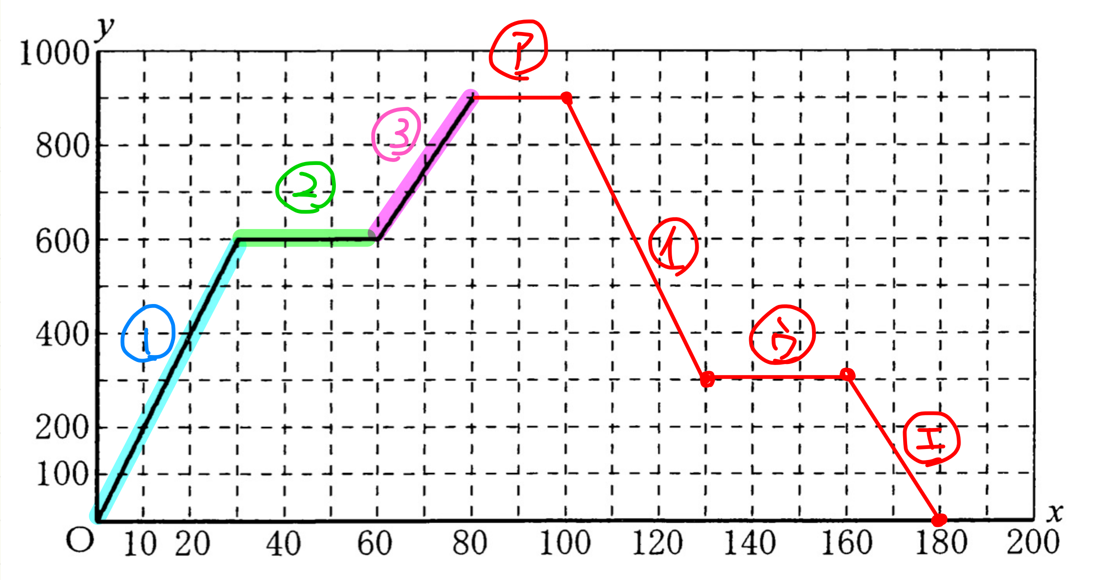
その後，荷物Aが荷物検査機から出はじめる。
ので，グラフ①の割合で面積が減少する　イ



その後，荷物Aと荷物Bの間が30cmなので，
この間は面積の変化がない　ウ



その後，荷物Bが荷物検査機から出はじめるので，グラフ③の割合で面積が減少する．㊀

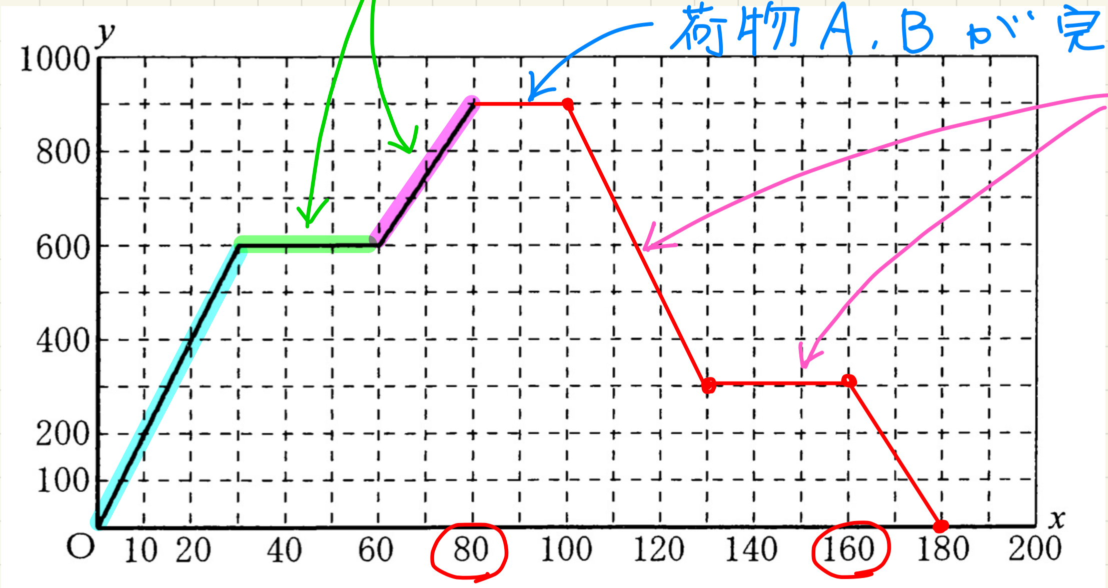


(2)

荷物Aのみ完全に入っている

荷物A，Bが完全に入っている

荷物Bのみ完全に入っている．



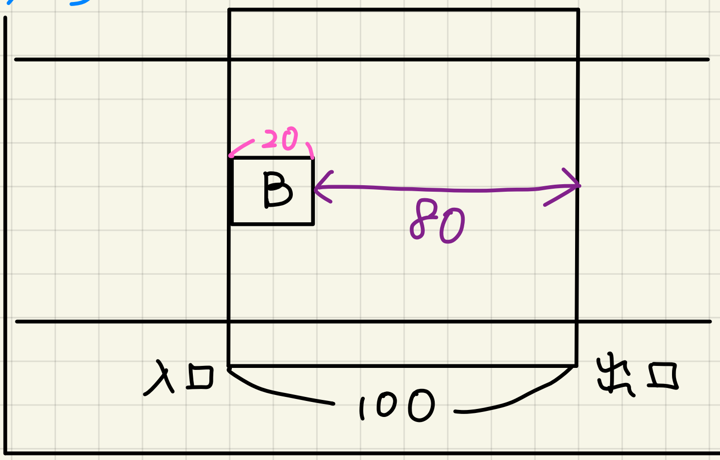
上のグラフより，荷物Bが完全に入っている長さは．

160 cm − 80 cm = 80 cm．

ベルトコンベアは毎秒20 cmで動くので，
検査できる時間は．

80 ÷ 20 = 4秒

参考

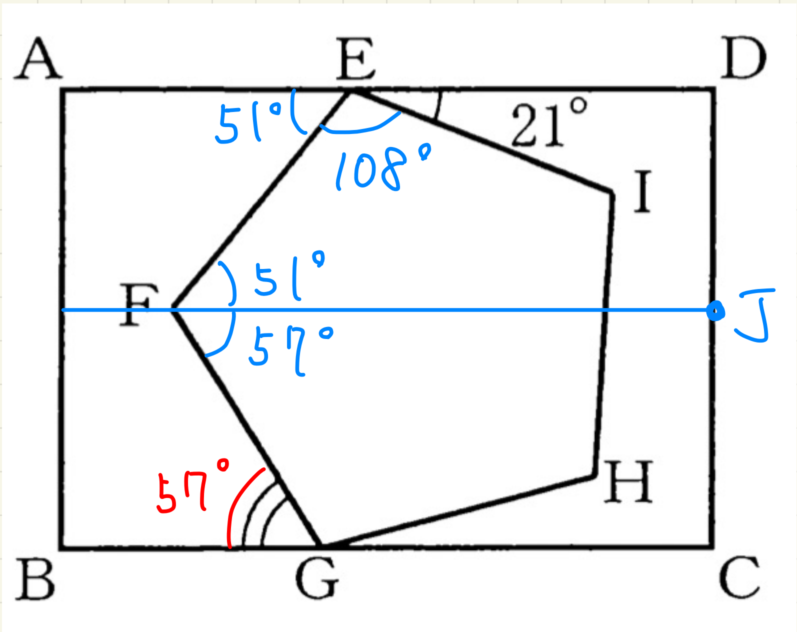


左図より、荷物Bが完全に入っている長さは 80 cm

(グラフで求めても良いし、図で求めても良い)

3.

(1)



正五角形の内角の和は、

$180 \times (5-2)$

$= 180 \times 3 = 540°$

したがって、1つの内角の大きさは、

$540° \div 5 = 108°$

$\therefore \angle AEF = 180° - (108+21)$

$= 51°$

図のように、点Fを通りADに平行な直線を引くと、錯角が等しいので、

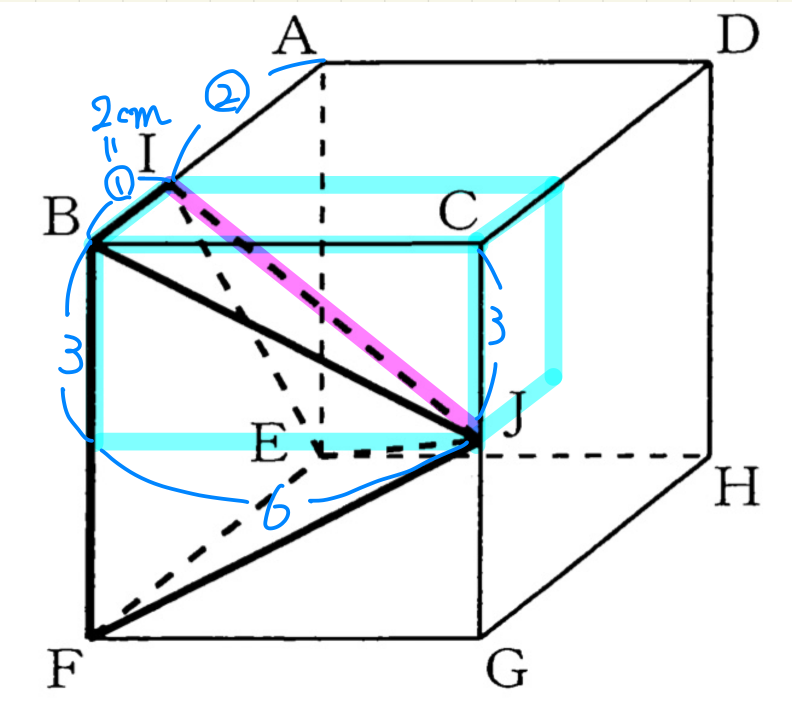
$\angle AEF = \angle EFJ = 51°$

$\therefore \angle JFG = 180° - 51° = 57°$

FJとBCは平行より錯角は等しいので、

$\angle FGB = \angle JFG = 57°$

(2) ①



図のように、IJが対角線となるような<u>直方体</u>を考える。

$AI : IB = 2 : 1$ で、

$AB = 6\,cm$ なので、

$$IB = \frac{1}{3} \times 6 = 2\,cm$$

したがって、IJの長さは、

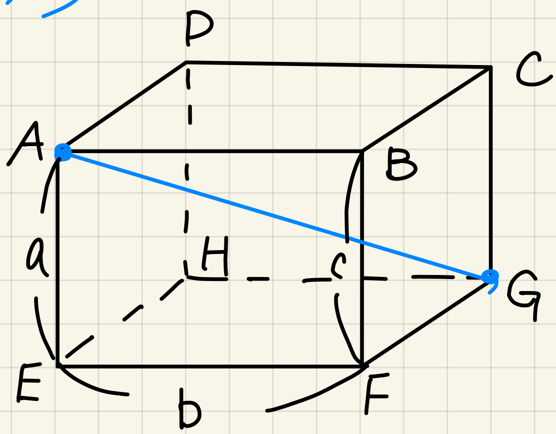
$$IJ = \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2}$$

$$= \sqrt{4 + 9 + 36}$$

$$= \sqrt{49}$$

$$= 7\,cm$$

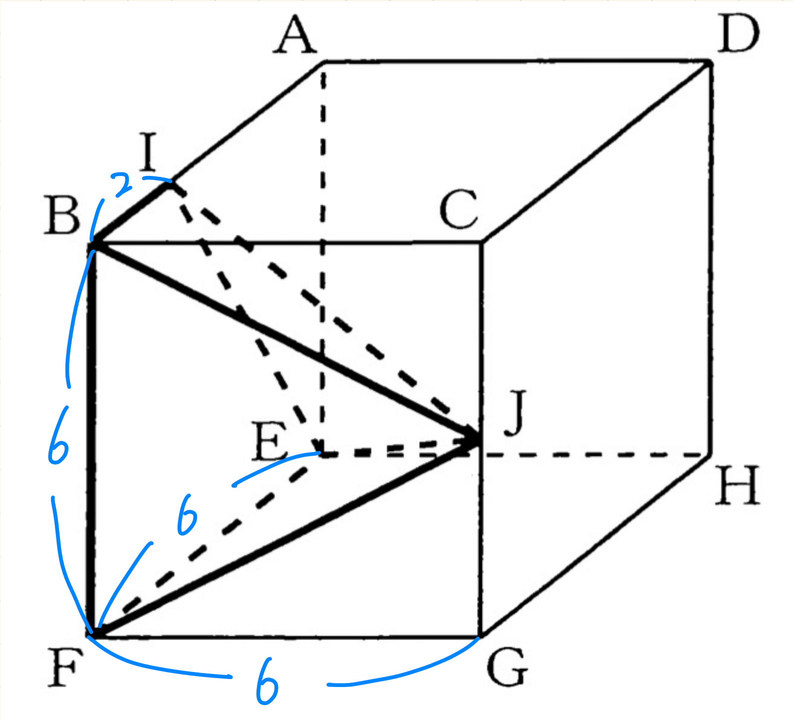
参考



直方体の対角線の長さは、三平方の定理を応用して、

$$AG = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

②



□IBFEを底面として体積を求める。

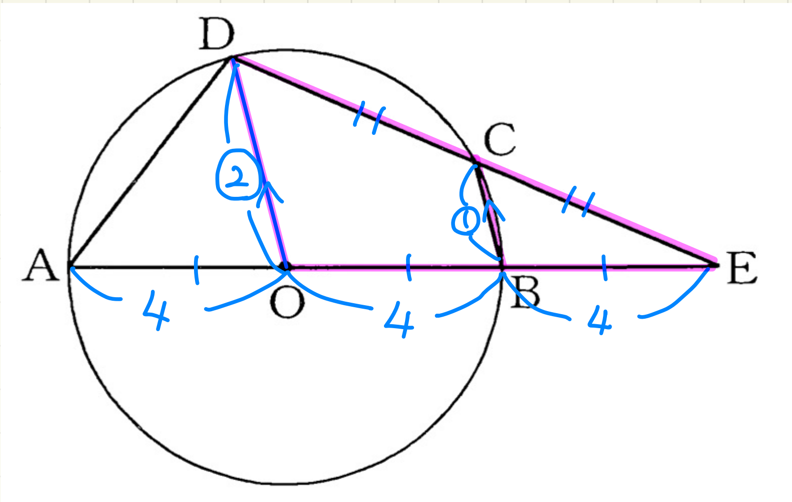
$$\text{体積} = \underbrace{\frac{(2+6)\times 6}{2}}_{\text{□IBFEの面積(台形)}} \times \underbrace{6}_{\text{高さ}} \times \frac{1}{3}$$

$$= 24 \times 6 \times \frac{1}{3}$$

$$= 48\,\text{cm}^3$$

(3)

①



点CはDEの中点、点BはOEの中点、なので、中点連結定理から

CB // DO —①

$CB = \frac{1}{2}DO$ —②

となる。△CBEと△DOEにおいて、①から同位角が等しいので、

∠ECB = ∠EDO —③

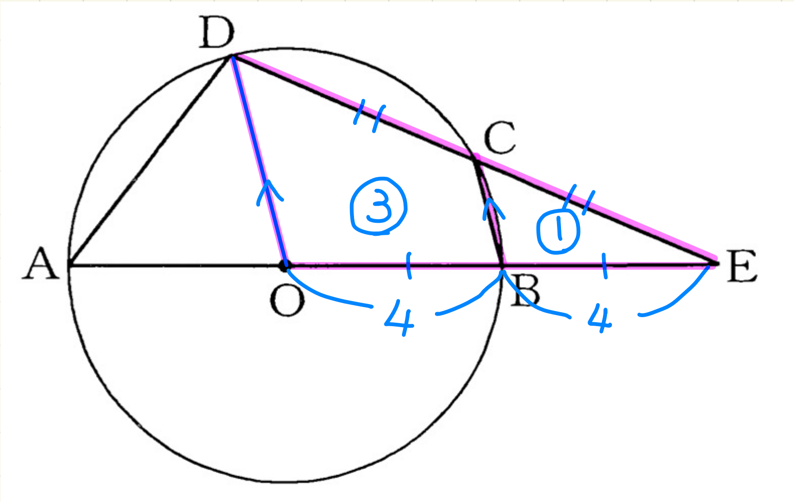
∠EBC = ∠EOD —④

③,④より2組の角がそれぞれ等しいので、

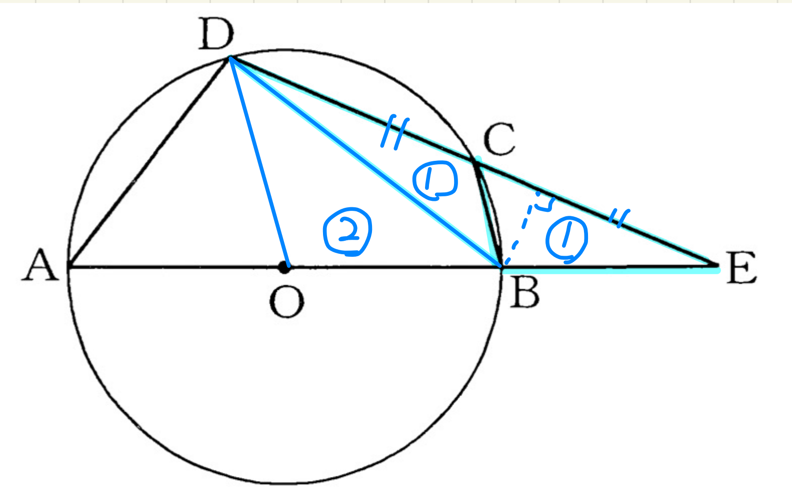
△CBE ∽ △DOE

②より CB : DO = 1 : 2 なので、△CBE と
△DOE の面積比は 1 : 4 となる

↑ 面積比 = (相似比)^2



△CBE の面積を ①
とすると、△DOE = ④
□DOBC = △DOE − △CBE
= ④ − ①
= ③
となる。



次に △DBC と △CBE
において、各々の底辺を
DC, CE とすると、
DC = CE で底辺が等しい。
また、高さも等しいので、
2つの三角形の面積は
等しい。

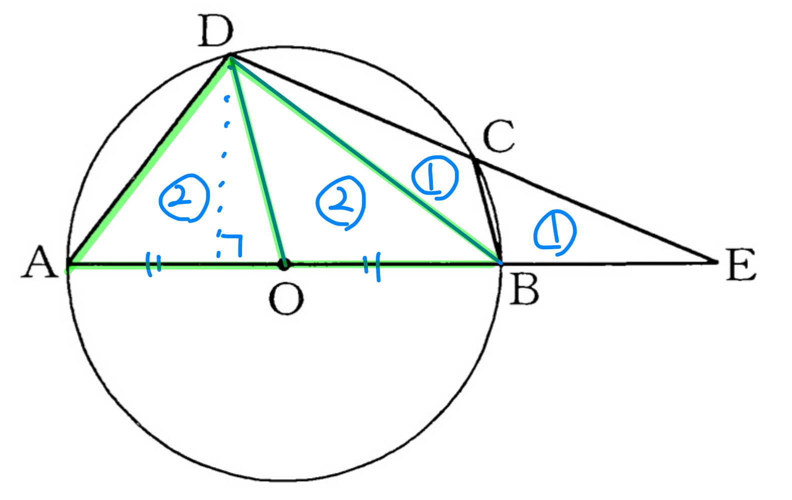
したがって、

△DBC = △CBE = ①

△DOB = □DOBC − △DBC

= ③ − ①

= ②



次に△DAOと△DOBにおいて,各々の底辺をAO, OBとすると,
AO = BOで底辺が等しい.
また,高さも等しいので,
2つの三角形の面積は等しい.

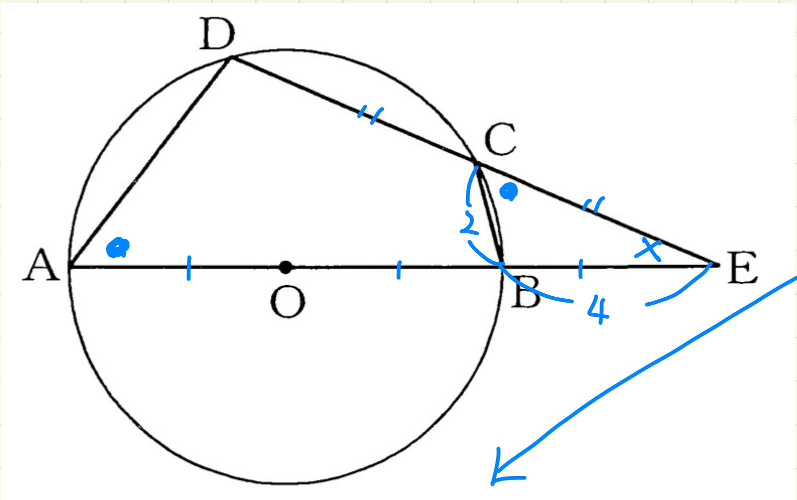
したがって

$\triangle DAO = \triangle DOB = ②$

$\square ABCD = \triangle DAO + \triangle DOB + \triangle DBC$
$= ② + ② + ①$
$= ⑤$

したがって, △CBEの面積は□ABCDの $\frac{1}{5}$ 倍

②



△ADEと△CBEにおいて,
□ABCDは円に内接しているので,
∠DAE = ∠BCE ―①

円に内接する四角形の内角は,その対角の外角に等しい.

また,共適な角は等しいので
∠AED = ∠CEB ―②

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle ADE \backsim \triangle CBE$

対応する辺の比は等しいので,

$AD : CB = DE : BE$

$\Rightarrow AD : DE = CB : BE$

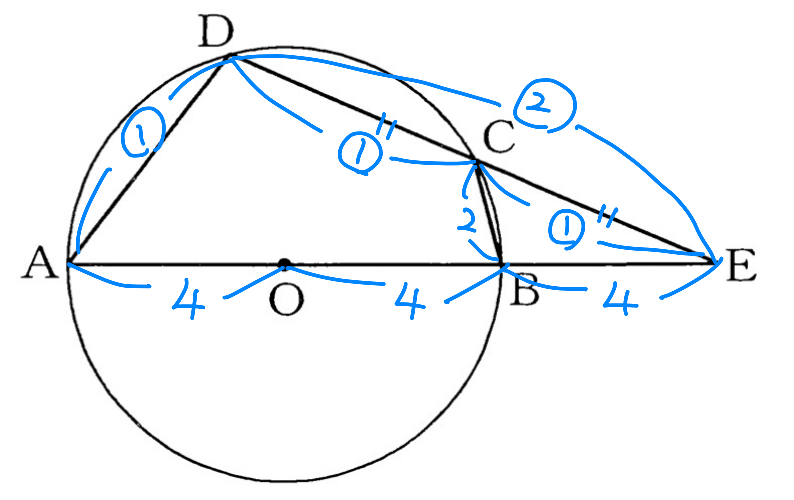
$AD \times BE = CB \times DE$

$\Rightarrow AD \times BE = DE \times CB$

$\Rightarrow AD : DE = CB : BE$

$= 2 : 4$

$= 1 : 2$



$DC = CE$ より

$AD = DC = CE$.

$AD = x$ cm とおくと,

$\triangle ADE \backsim \triangle CBE$ なので,

対応する辺の比は等しいから

$\underbrace{AD}_{x} : \underbrace{CB}_{2} = \underbrace{AE}_{12} : \underbrace{CE}_{x}$

$\therefore\ x^2 = 24$. $\quad x = \pm 2\sqrt{6}$

$x > 0$ より $x = 2\sqrt{6}$

したがって, ADの長さは $2\sqrt{6}$ cm