2022年度　京都府

数学

KmKm

1.

(1) 与式 $= -9 - 30$

$= -39$

(2) 与式 $= \dfrac{24a+27}{12} - \dfrac{24a+16}{12}$

$= \dfrac{24a+27-24a-16}{12}$

$= \dfrac{11}{12}$

(3) 与式 $= (\sqrt{2})^2 + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2$

$= 2 + 2\sqrt{10} + 5$

$= 7 + 2\sqrt{10}$

(4) $0.16x - 0.08 = 0.4$

$0.16x = 0.08 + 0.4$

$= 0.48$

$\therefore x = 3$

(5) $\begin{cases} 7x - 3y = 11 & \text{—— ①} \\ 3x - 2y = -1 & \text{—— ②} \end{cases}$

① × 2 − ② × 3 より

$14x - 6y = 22$

$9x - 6y = -3$

$\therefore \ 5x = 25 \ \Rightarrow \ x = 5$

$x = 5$ を ② に代入して

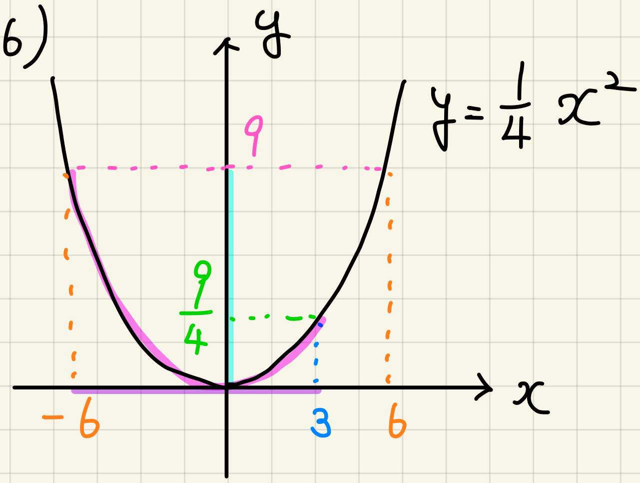
$$3 \times 5 - 2y = -1$$

$$-2y = -1 - 15$$

$$= -16 \quad \Rightarrow y = 8$$

よって $x = 5, \ y = 8$

(6)



$x = 3$ のとき

$$y = \frac{1}{4} \times 3^2 = \frac{9}{4}$$

$y = 9$ のとき

$$9 = \frac{1}{4}x^2$$

$$x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 6$$

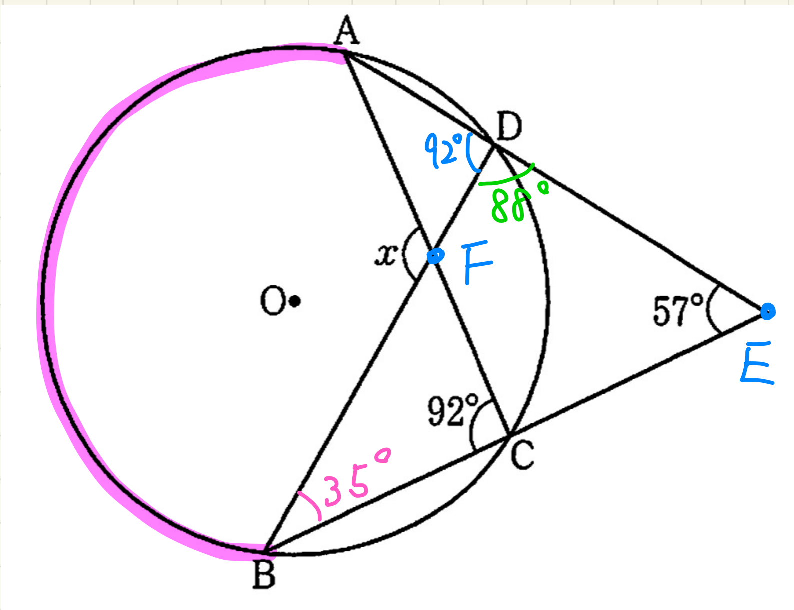
x の変域は $a \leqq x \leqq 3$ なので、a は 3 以下。

したがって $a = -6 \ \Rightarrow \ -6 \leqq x \leqq 3$

このとき，y の変域は、$0 \leqq y \leqq 9$

$\therefore \ a = -6, \ b = 0$

(7)



$\overset{\frown}{AB}$ に対して，円周角は等しいので，

$\angle ACB = \angle ADB = 92°$

したがって，

$\angle BDE = 180° - \angle ADB$

$= 180° - 92°$

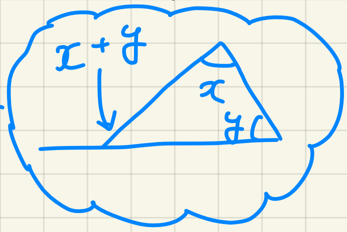
$= 88°$

△BDEで、三角形の内角の和は180°なので、

$\angle DBC = 180° - (\angle BED + \angle BDE)$

$= 180° - (57° + 88°)$

$= 35°$



△BCFで外角の定理より

$\angle x = \angle FBC + \angle FCB$

$= 35° + 92°$

$= 127°$

(8) 無作為に40個取り出したとき、黒玉3個だったので、

黒：白 ＝ 3 ： 37

黒　白 = 40 − 3

黒玉は全部で50個なので、

$$\times\frac{50}{3}\quad \begin{array}{ccc} 黒 & & 白 \\ 3 & : & 37 \\ 50 & : & ? \end{array} \quad \times\frac{50}{3}$$

したがって、白玉は、

$$37 \times \frac{50}{3} = 616.66\cdots$$

四捨五入

$= 620$個

2.

さいころの出る目の総数は、$6 \times 6 = 36$通り

(1) $\dfrac{a}{b} = 2$ となる目の出方は、

$\dfrac{2}{1} = 2$, $\dfrac{4}{2} = 2$, $\dfrac{6}{3} = 2$

$\Rightarrow (a, b) = (2, 1), (4, 2), (6, 3)$ の3通り

よって、求める確率は、

$\dfrac{3}{36} = \underset{\sim\sim\sim}{\dfrac{1}{12}}$

(2) a は 1, 2, 3, 4, 5, 6 のいずれかである。

$b = 1$ のとき

$\dfrac{a}{1} = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ で全て整数

$b = 2$ のとき

$\dfrac{a}{2} = \underset{\frac{1}{2}}{0.5}, \underset{\frac{2}{2}}{1}, \underset{\frac{3}{2}}{1.5}, \underset{\frac{4}{2}}{2}, \underset{\frac{5}{2}}{2.5}, \underset{\frac{6}{2}}{3}$ で、整数か有限小数

$b = 3$ のとき

$\dfrac{a}{3} = \underset{\frac{1}{3}}{0.33\cdots}, \underset{\frac{2}{3}}{0.66\cdots}, \underset{\frac{3}{3}}{1}, \underset{\frac{4}{3}}{1.33\cdots}, \underset{\frac{5}{3}}{1.66\cdots}, \underset{\frac{6}{3}}{2}$

で無限小数となるのは4通り

$b=4$ のとき

$$\frac{a}{4} = \underbrace{0.25}_{\frac{1}{4}},\ \underbrace{0.5}_{\frac{2}{4}},\ \underbrace{0.75}_{\frac{3}{4}},\ \underbrace{1}_{\frac{4}{4}},\ \underbrace{1.25}_{\frac{5}{4}},\ \underbrace{1.5}_{\frac{6}{4}}$$

で整数か有限小数

$b=5$ のとき

$$\frac{a}{5} = \underbrace{0.2}_{\frac{1}{5}},\ \underbrace{0.4}_{\frac{2}{5}},\ \underbrace{0.6}_{\frac{3}{5}},\ \underbrace{0.8}_{\frac{4}{5}},\ \underbrace{1}_{\frac{5}{5}},\ \underbrace{1.2}_{\frac{6}{5}}$$

で整数か有限小数

$b=6$ のとき.

$$\frac{a}{6} = \underbrace{0.166\cdots}_{\frac{1}{6}},\ \underbrace{0.33\cdots}_{\frac{2}{6}},\ \underbrace{0.5}_{\frac{3}{6}},\ \underbrace{0.66\cdots}_{\frac{4}{6}},\ \underbrace{0.83\cdots}_{\frac{5}{6}},\ \underbrace{1}_{\frac{6}{6}}$$

で無限小数となるのは 4通り

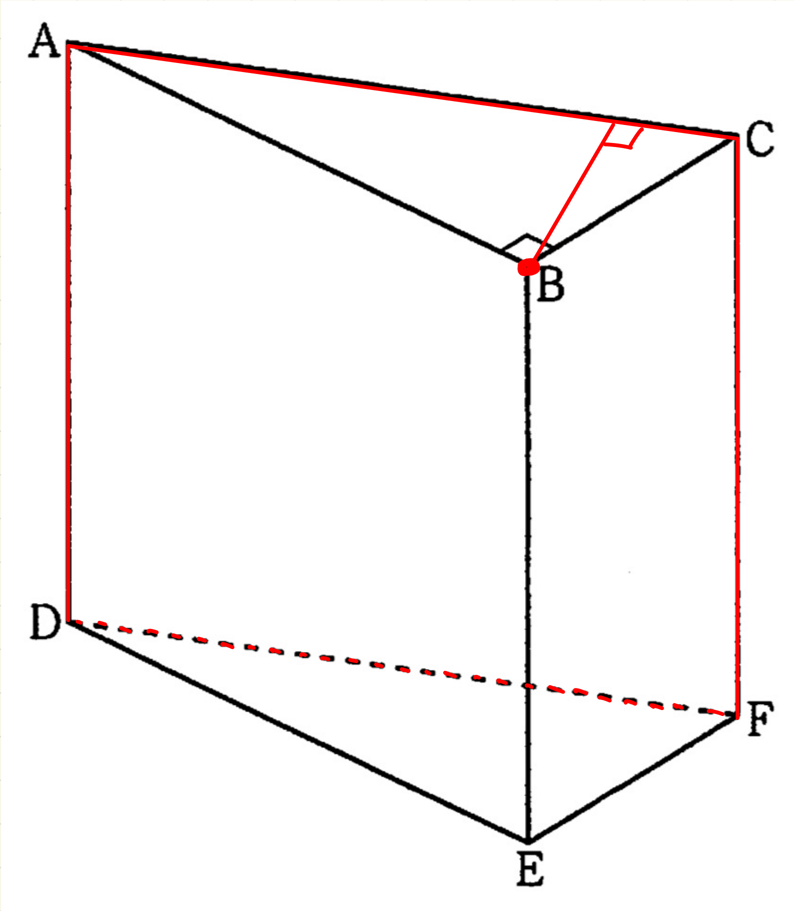
以上より. 無限小数となるのは. 全部で 8通り

よって, 求める確率は.

$$\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

3

(1)



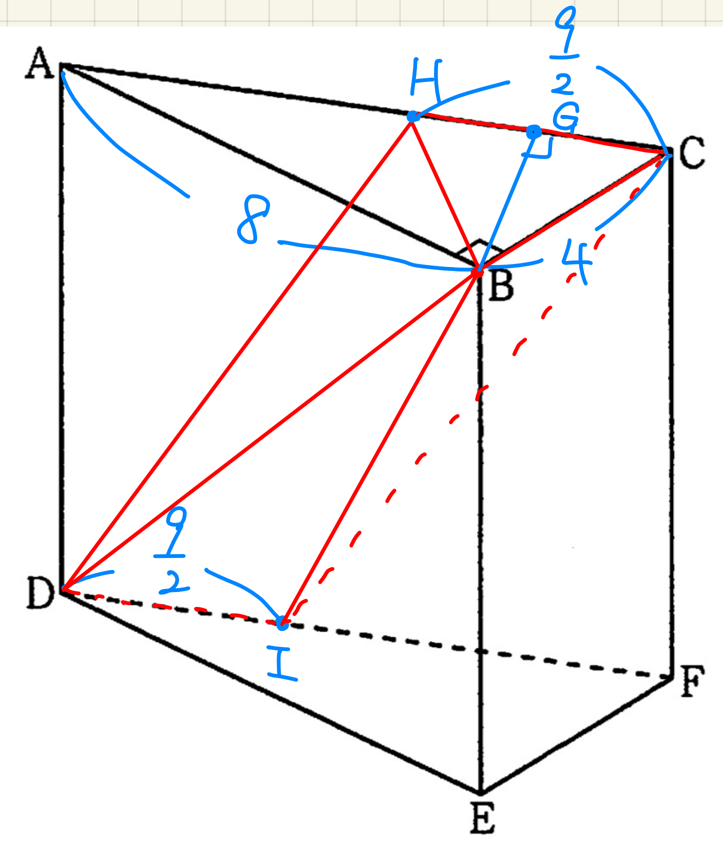
点Bと平面ADFC
との距離

⇒点Bと平面ADFC
が最も短くなる長さ

⇒点Bから辺AC
に引いた垂線と,
辺ACとの交点

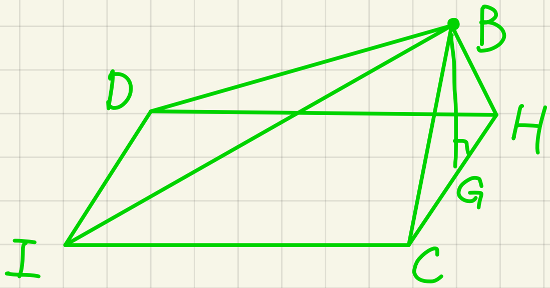
⇒(オ)

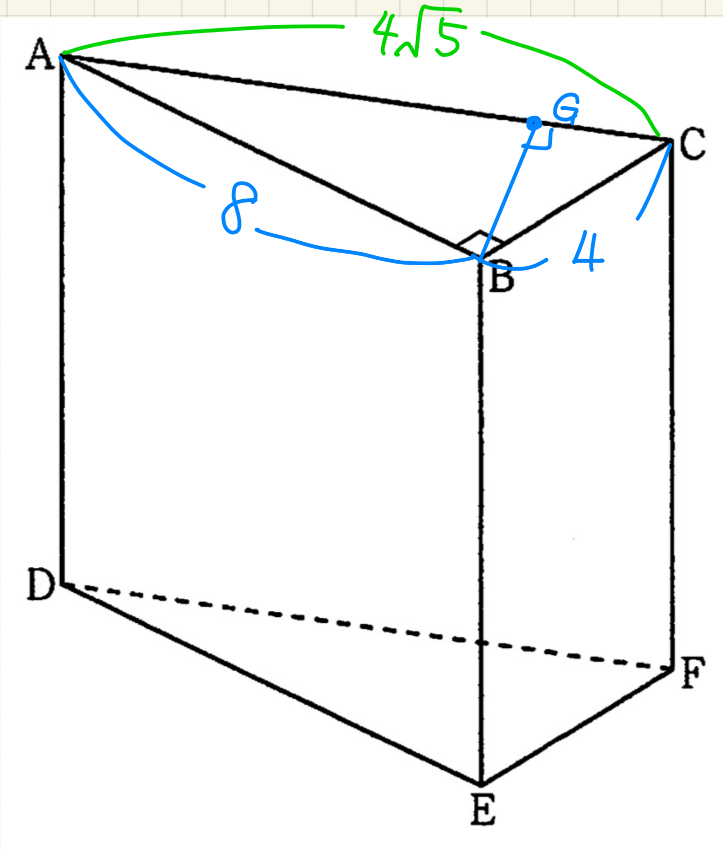
(2)



□CHDIは, 1組の対辺
の長さが等しく平行なので,
平行四辺形。

これを底面とすると,
(1)よりHC⊥AGなので,
四角錐B-CHDIの
高さはBGとなる。





△ABCで三平方の定理より

$$AC = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80}$$

$$= 4\sqrt{5}\ \text{cm}$$

△ABCの面積を2通りで表す。

・BCを底辺としたとき

・ACを底辺としたとき

$$\underbrace{4 \times 8 \times \frac{1}{2}}_{\text{BCを底辺}} = \underbrace{4\sqrt{5} \times BG \times \frac{1}{2}}_{\text{ACを底辺}}$$

式を整理すると、

$$32 = 4\sqrt{5} \times BG$$

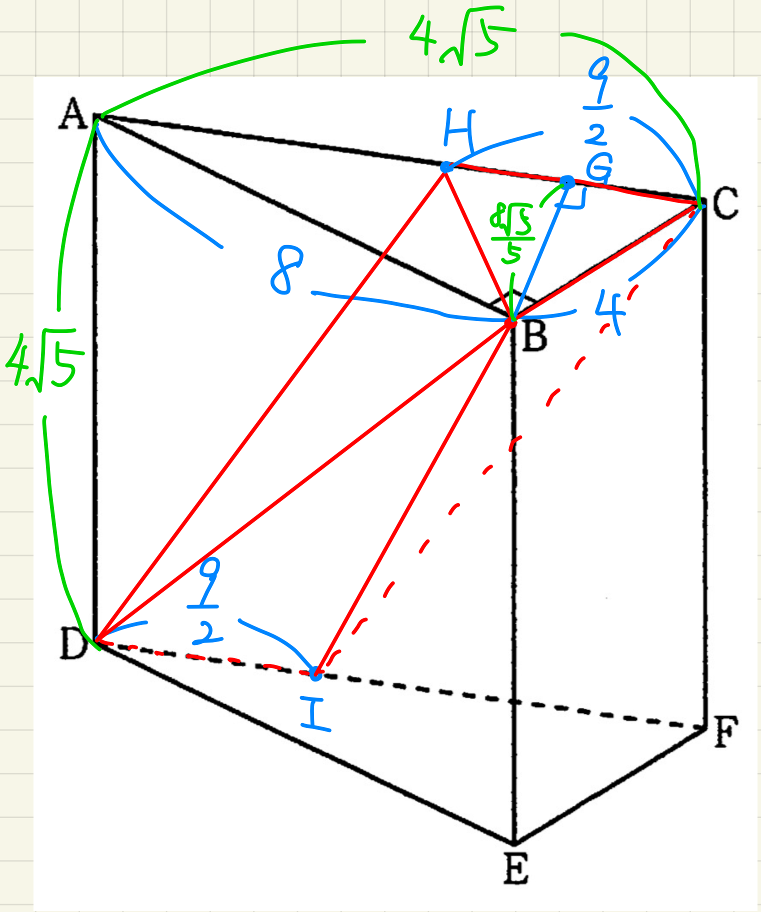
$$\therefore BG = \frac{32}{4\sqrt{5}}$$

4で約分

$$= \frac{8}{\sqrt{5}}$$

有理化。$\frac{8}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$

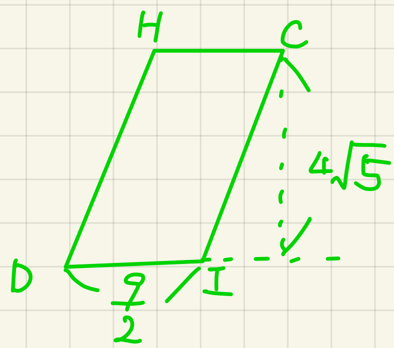
$$= \frac{8\sqrt{5}}{5}$$



平行四辺形CHDIの面積は、

$$\underbrace{\frac{9}{2}}_{\text{底辺}} \times \underbrace{4\sqrt{5}}_{\text{高さ}} = 18\sqrt{5}$$

AC=ADより
AD=$4\sqrt{5}$



したがって、求める体積は

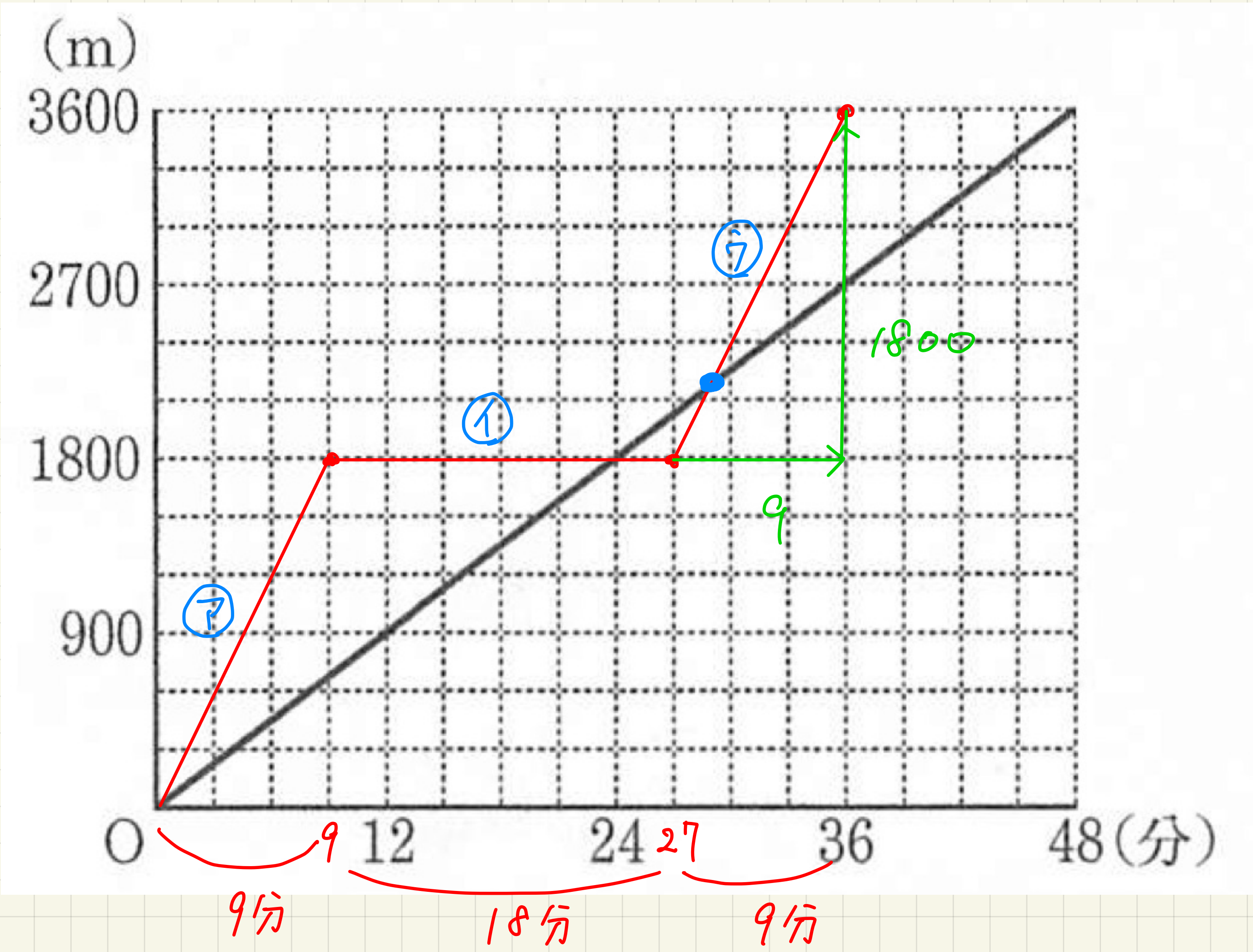
$$18\sqrt{5} \times \frac{8\sqrt{5}}{5} \times \frac{1}{3} = 48\ \text{cm}^3$$

$\boxed{4}$

(1) 大輝さんが1周走った時間を考える。
午前9時に出発し、2周走り終わったのが午前9時36分であり、この間に18分休憩しているので、2周走っていた時間は、

$$36 - 18 = 18\text{分}$$

したがって、1周あたり9分である。
⇒ 9分で1800m、その後18分休憩し、さらに9分で1800m となるグラフを描く



(2) 休憩後に追いついた時間は、上のグラフの ● の時間である。

⇒ 大輝さんの㋒のグラフと、ひなたさんのグラフの交点を求める。

大輝さんの㋒のグラフ

$y = ax + b$ とおくと、変化の割合は、

$$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{1800}{9} = 200$$

1次関数では、傾き＝変化の割合なので、

傾き$(a) = 200$

$\therefore y = 200x + b$

これが $(27, 1800)$ を通るので、

$$1800 = 200 \times 27 + b$$

$$b = -3600$$

$\therefore y = 200x - 3600$

ひなたさんのグラフ

原点を通るので、$y = ax$ とおく。

$(48, 3600)$ を通るので、

$$3600 = 48a$$

$$a = 75$$

$\therefore y = 75x$

これら2つのグラフの交点は、

$$\begin{cases} y = 200x - 3600 & \text{—— ①} \\ y = 75x & \text{—— ②} \end{cases}$$

②を①に代入して

$$75x = 200x - 3600$$

$$-125x = 3600$$

$$x = \frac{144}{5} \quad \Leftarrow \quad \frac{144}{5} = 28\frac{4}{5}\text{分}$$

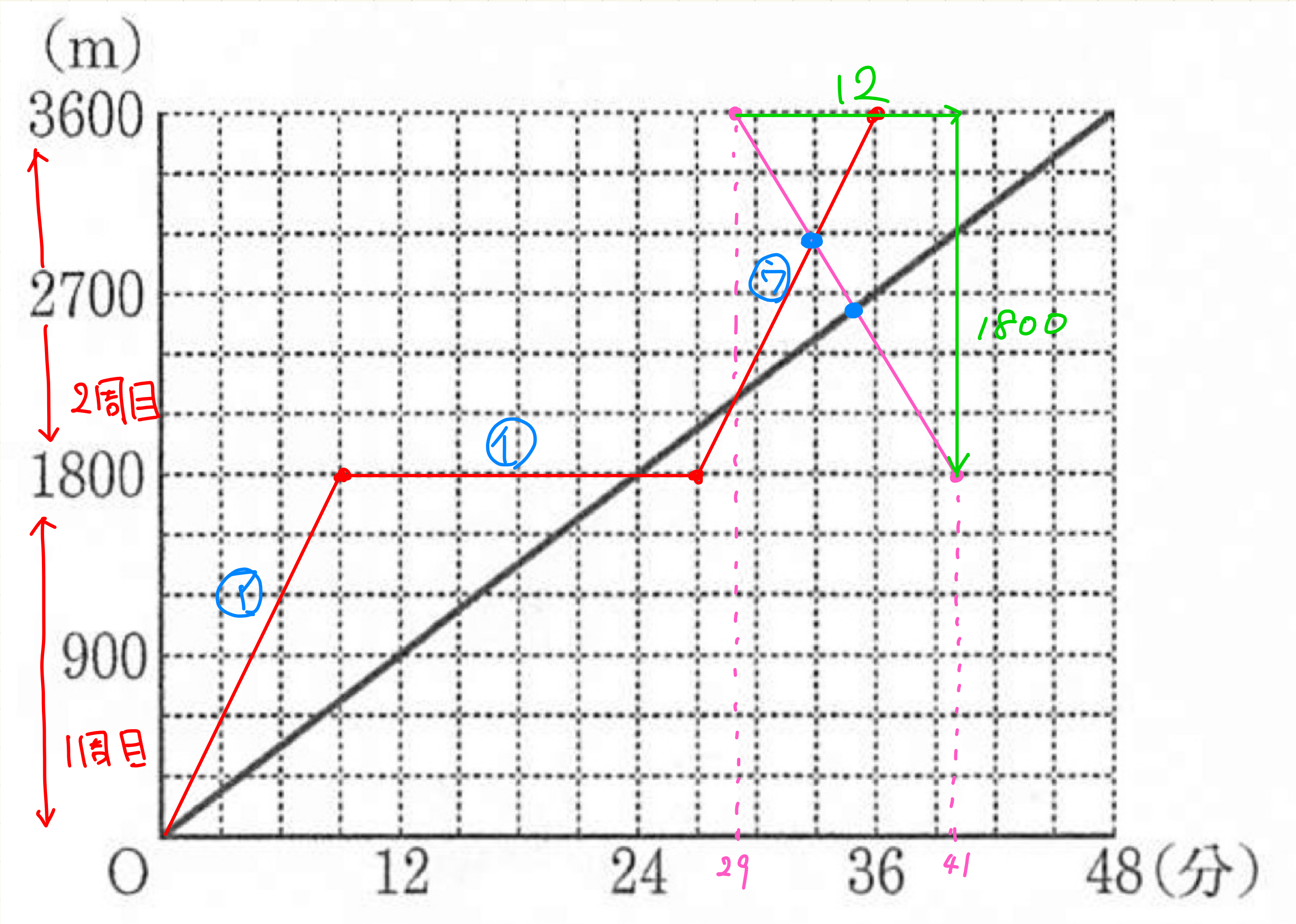
$\frac{4}{5}$分 $= 48$秒なので、答えは、

午後9時28分48秒

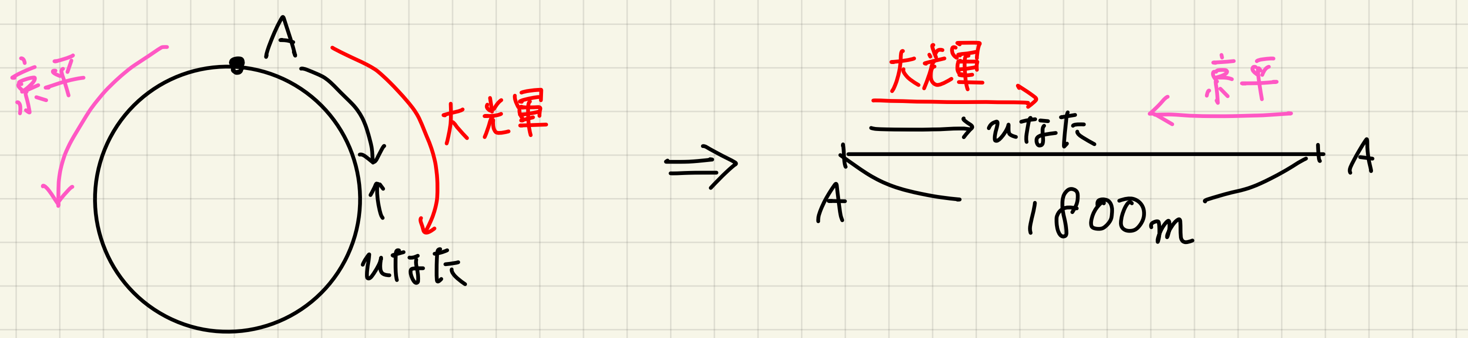
※ $\times\frac{4}{5}\left(\begin{array}{l} 1\text{分} = 60\text{秒} \\ \frac{4}{5}\text{分} = ? \end{array}\right)\times\frac{4}{5}$

$? = 60 \times \frac{4}{5} = 48$

(3)



午後9時29分では、大輝さん、ひなたさん共に
2周目を走っている。
⇒ 2周目を走っているグラフを使う。



京平さんは、3600mの地点から1800mの地点へ
走っていると考える。

京平さんのグラフ

$y = ax + b$ とおくと，変化の割合は

$$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{-1800}{12} = -150$$

1次関数では，傾き＝変化の割合なので，
傾き $(a) = -150$

$\therefore y = -150x + b$
これが，$(29, 3600)$ を通るので，

$3600 = -150 \times 29 + b$
$b = 7950$

$\therefore y = -150x + 7950$

まず，大輝さんと京平さんが出会う場所を求める．

$$\begin{cases} y = 200x - 3600 & \text{―①} \\ y = -150x + 7950 & \text{―②} \end{cases}$$

…大輝さんの㋒のグラフ
…京平さんのグラフ

②を①に代入して，

$-150x + 7950 = 200x - 3600$
$-350x = -11550$
$x = 33$

これを②に代入して，

$y = -150 \times 33 + 7950$
$= 3000$ …大輝さんと京平さんの出会う場所

次に，ひなたさんと京平さんの出会う場所を求める．

$y=75x$ ——③ …ひなたさんのグラフ

$y=-150x+7950$ ——④ …京平さんのグラフ

③を④に代入して．

$$75x=-150x+7950$$

$$225x=7950$$

$$x=\frac{318}{9}$$

これを③に代入して．

$$y=75\times\frac{318}{9}$$

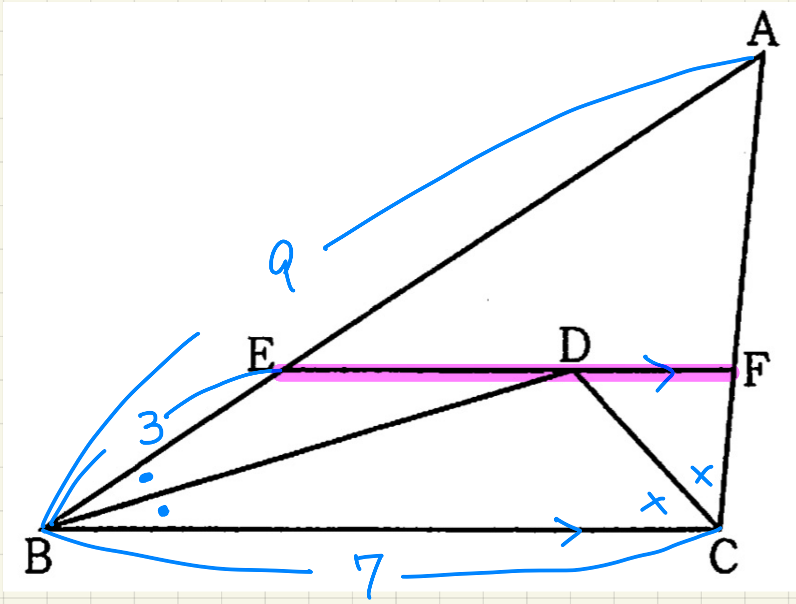
$$=2650$$ …ひなたさんと京平さんの出会う場所

よって，京平さんが大光輝さんとすれ違ってから，ひなたさんとすれ違うまでに進んだ道のりは．

$$3000-2650=350\text{ m}$$

$\boxed{5}$

(1)



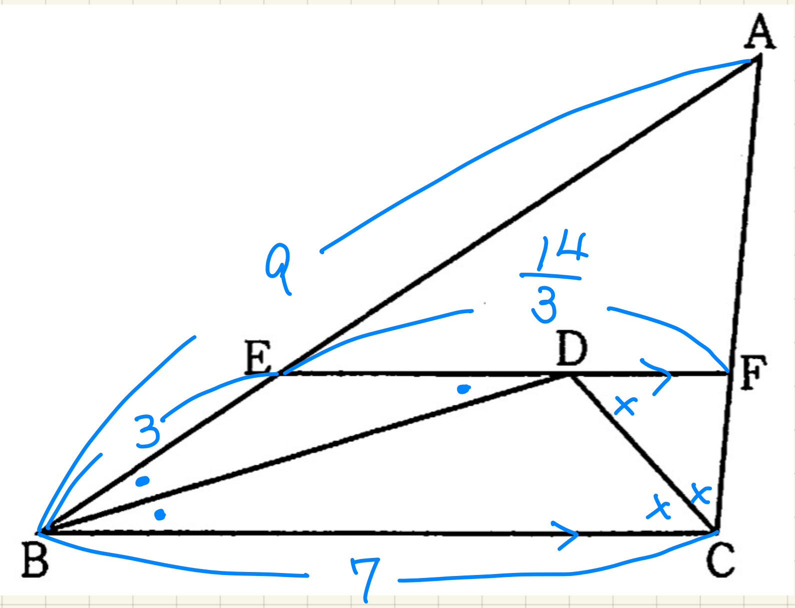
△AEFと△ABCにおいて,
EF//BCより同位角が等しいので
$\angle AEF = \angle ABC$ ―①
$\angle AFE = \angle ACB$ ―②
①,②より2組の角がそれぞれ等しいので

△AEF∽△ABC
対応する辺の比は等しいので

$\underbrace{AE}_{9-3=6} : \underbrace{AB}_{9} = EF : \underbrace{BC}_{7}$

$\therefore 9EF = 42 \Rightarrow EF = \frac{14}{3}$ cm

(2)



EF//BCより錯角が等しいので、
$\angle EDB = \angle DBC$ ―①
仮定より
$\angle EBD = \angle DBC$ ―②
①,②より
$\angle EDB = \angle EBD$ ―③

③より底角が等しいので、△EBD は、EB = ED の二等辺三角形。したがって、

$$ED = 3\ \text{cm}$$

同様に、EF // BC より錯角が等しいので、

$$\angle FDC = \angle DCB \text{ — ④}$$

仮定より

$$\angle FCD = \angle DCB \text{ — ⑤}$$

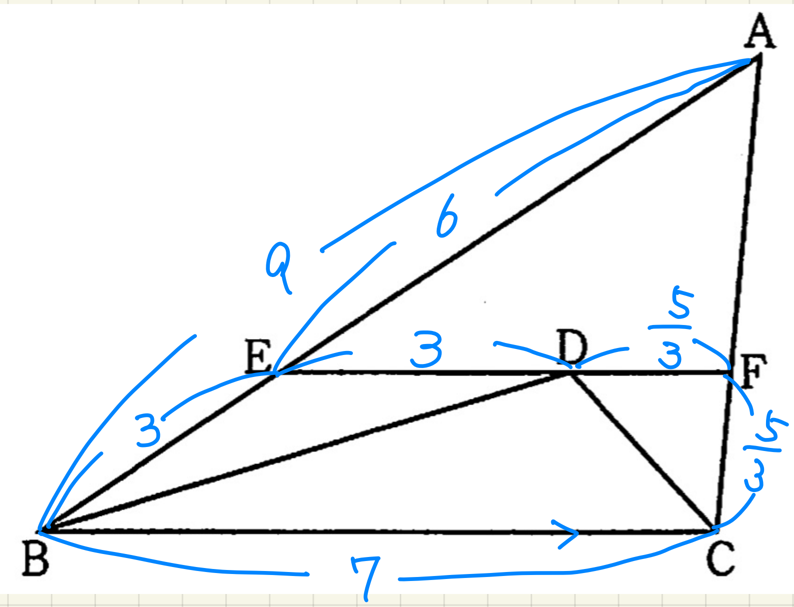
④、⑤より

$$\angle FDC = \angle FCD \text{ — ⑥}$$

⑥より底角が等しいので、△FDC は、FD = FC の二等辺三角形。

(1) より $EF = \frac{14}{3}$ cm なので、

$$FD = FC = \frac{14}{3} - 3 = \frac{5}{3}\ \text{cm}$$



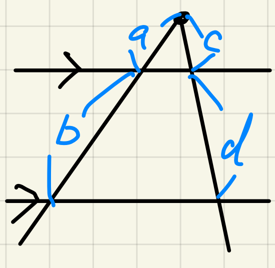
平行線の性質より

$$\underset{6}{AE} : \underset{3}{EB} = AF : \underset{\frac{5}{3}}{FC}$$

$$\therefore 2:1 = AF : \frac{5}{3}$$

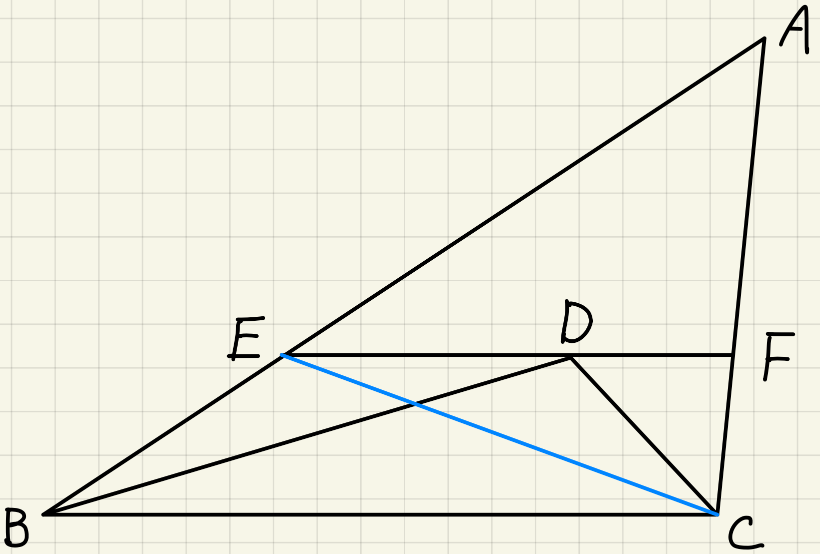
$$\Rightarrow AF = \frac{10}{3}\ \text{cm}$$

※



$$\Rightarrow a : b = c : d$$

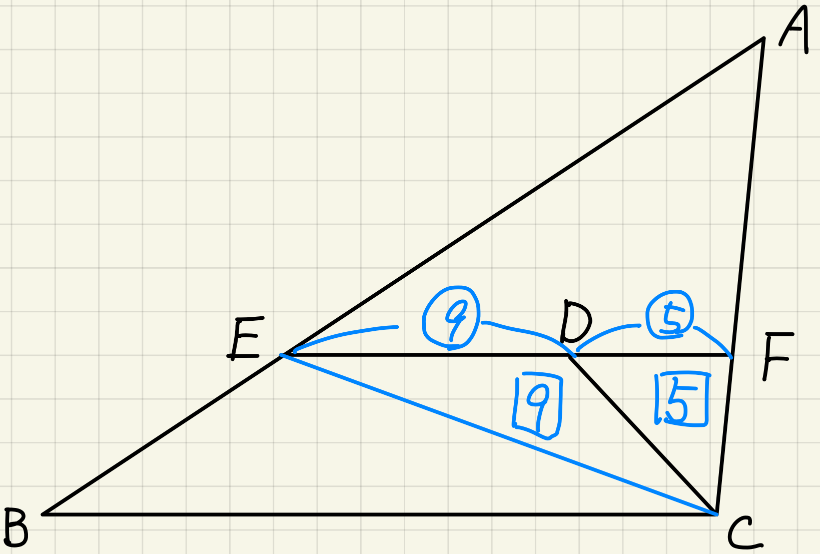
(3)



△DBCと△EBC
において，底辺をBC
とすると高さが等しい
ので，

△DBC ＝ △EBC

面積が等しい！



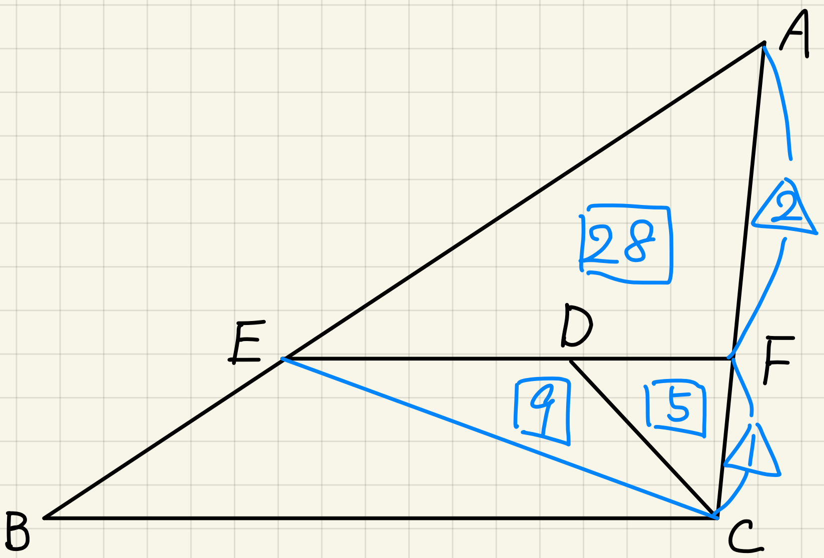
$ED : DF = 3 : \frac{5}{3}$

$= 9 : 5$

△EDCと△DCFに
おいて，底辺をそれぞれ
ED，DFとすると，

高さが等しいので，面積比は底辺比と等しい。
したがって，

△EDC : △DCF ＝ 9 : 5



$AF : FC = \frac{10}{3} : \frac{5}{3}$

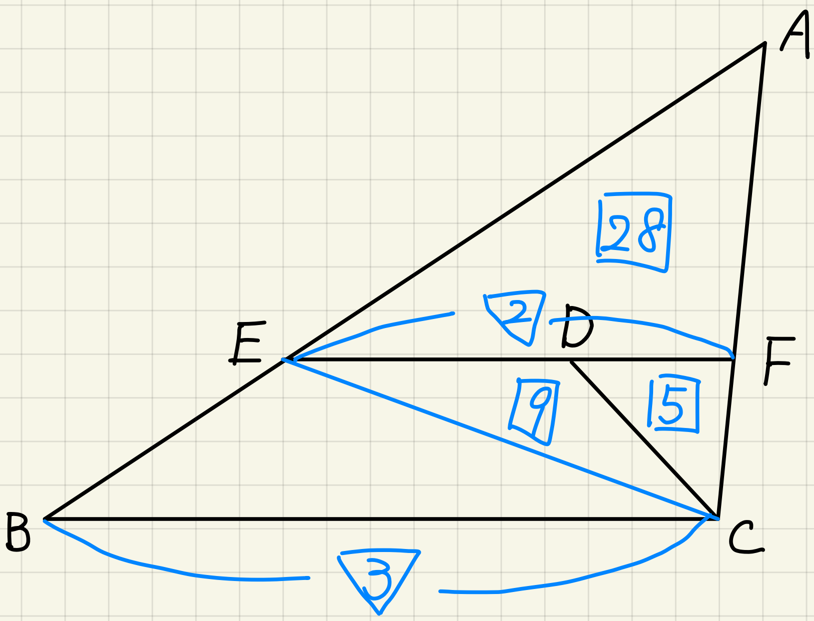
$= 10 : 5$

$= 2 : 1$

△AEFと△FECで底辺をそれぞれAF, FCとすると，高さが等しいので，面積比は底辺比と等しい。したがって，

$$\triangle AEF : \underbrace{\triangle FEC}_{\boxed{14}} = 2 : 1$$

$$\therefore \triangle AEF = \boxed{28}$$



$$EF = 3 + \frac{5}{3} = \frac{14}{3}\ \text{cm},$$

$BC = 7$ cm より

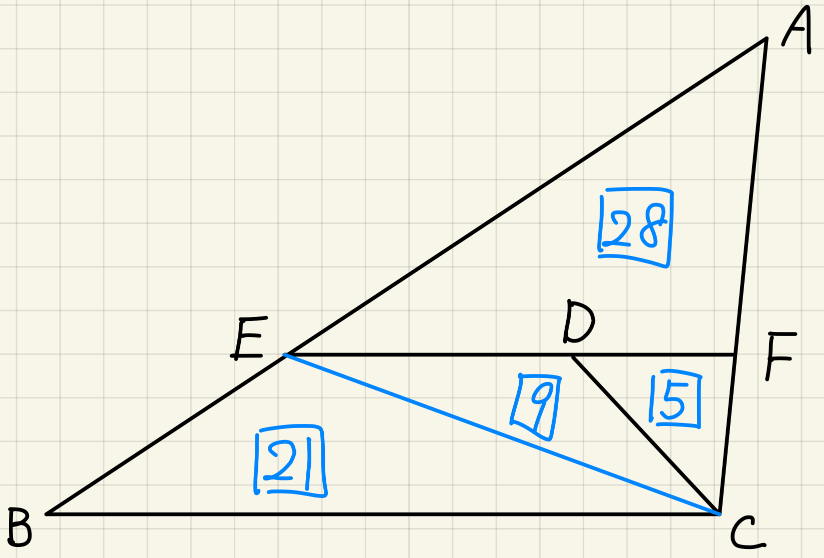
$$EF : BC = \frac{14}{3} : 7 = 14 : 21 = 2 : 3$$

△FECと△EBCで底辺をそれぞれFE, BCとすると，高さが等しいので，面積比は底辺比と等しい。したがって，

$$\underbrace{\triangle FEC}_{\boxed{14}} : \triangle EBC = 2 : 3$$

$$\therefore 2\triangle EBC = \boxed{42}$$

$$\triangle EBC = \boxed{21}$$



したがって、

$\triangle ABC$

$= \boxed{28} + \boxed{9} + \boxed{5} + \boxed{21}$

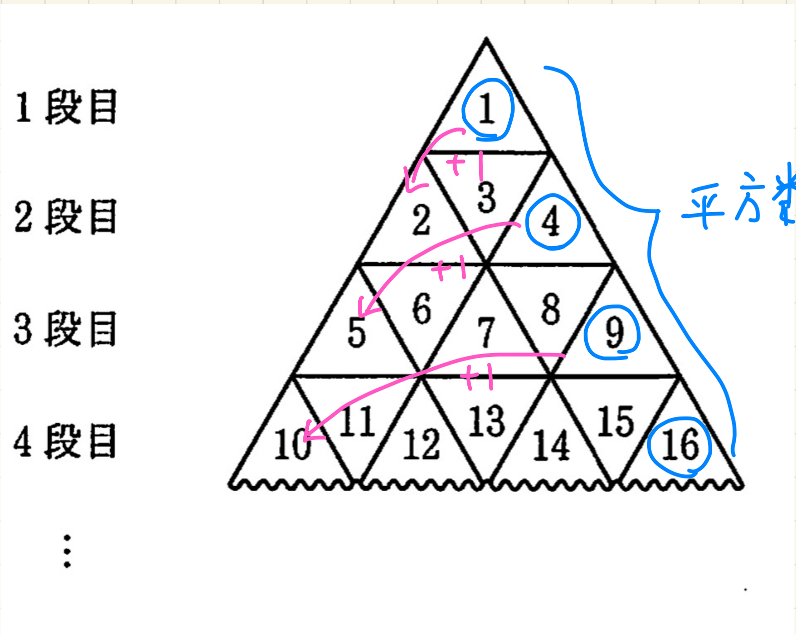
$= \boxed{63}$

よって

$\triangle CFD : \triangle ABC = 5 : 63$

$\boxed{6}$

(1)



右端の正三角形の数は、段目数の平方数となっており、

左端の正三角形の数は、前段目の右端の正三角形の数に +1 した数である。

$+1$

6段目　　　　　　　　　　　　　　　　36

7段目　37.　　　　　　　　　　　　　　　49

したがって，

　左端：37，右端：49

(2)

$+1$

$n-1$ 段目　　　　　　　　　　　$(n-1)^2$

n 段目　$(n-1)^2+1$　　　　　　　n^2

したがって，n 段目の左端と右端の和は．

$$(n-1)^2+1+n^2$$

これが 1986 となるので．．

$$(n-1)^2+1+n^2=1986$$
$$n^2-2n+1+1+n^2-1986=0$$
$$2n^2-2n-1984=0$$
$$n^2-n-992=0$$
$$(n-32)(n+31)=0$$
$$\therefore n=32,\ -31$$

$n>0$ なので，$n=32$