2022年　三重県

数学　後期

Kmkm

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= -56$

(2) 与式 $= \frac{12}{15}x - \frac{10}{15}x$

$= \frac{2}{15}x$

(3) 与式 $= 3y$

(4) 与式 $= 10a + 5b - 6a - 8b$

$= 4a - 3b$

(5) 与式 $= \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} - \sqrt{3} \times \sqrt{7} + 2\sqrt{7} \times 2\sqrt{3} - 2\sqrt{7} \times \sqrt{7}$

$= 6 - \sqrt{21} + 4\sqrt{21} - 14$

$= -8 + 3\sqrt{21}$

(6) y は x に反比例する $\Rightarrow y = \frac{a}{x}$

グラフが $(-2, 8)$ を通るので

$8 = \frac{a}{-2} \Rightarrow a = 8 \times (-2) = -16$

よって、$y = -\frac{16}{x}$

(7) $2x^2+5x-2$ は因数分解できないので、
解の公式を用いると、

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times2\times(-2)}}{2\times2}$$

$$=\frac{-5\pm\sqrt{41}}{4}$$

参考

$ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$ の解の公式は、

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

(8)

累積相対度数：その階級以下の度数の合計

(ウ)が0.80以下で、その上の累積相対度数が0.65なので、(ウ)に入る累積相対度数は、

0.65 〜 0.80

通学時間(分) 以上 〜 未満	度数(人)	相対度数	累積相対度数
0 〜 5	2	0.10	0.10
5 〜 10	4	0.20	0.30
10 〜 15	7	0.35	0.65
15 〜 20	(ア)	(イ) 0	(ウ) 0.65
20 〜 25	(エ)	(オ)	(カ)
25 〜 30	1	0.05	1.00
計	20	1.00	

(ウ) = 0.65 のとき、

(イ) = 0

$$\therefore \frac{(ア)}{20}=0 \Rightarrow (ア)=0$$

通学時間(分)	度数(人)	相対度数	累積相対度数
以上　未満			
0 ～ 5	2	0.10	0.10
5 ～ 10	4	0.20	0.30
10 ～ 15	7	0.35	0.65
15 ～ 20	(ア)	(イ) 0.15	(ウ) 0.80
20 ～ 25	(エ)	(オ)	(カ)
25 ～ 30	1	0.05	1.00
計	20	1.00	

(ウ) = 0.80 のとき

(イ) = 0.15

$$\therefore \frac{(ア)}{20} = 0.15$$

$$\Rightarrow (ア) = 0.15 \times 20$$

$$= 3$$

よって，(ア)の値は 0 ～ 3 ⇒ 0, 1, 2, 3

2

①

B組全員のハンドボール投げの記録(m)	8，9，13，14，15，16，16，18，18，20，21，22，23，23，25，27，30，35

$$中央値 = \frac{18+20}{2} = 19m$$

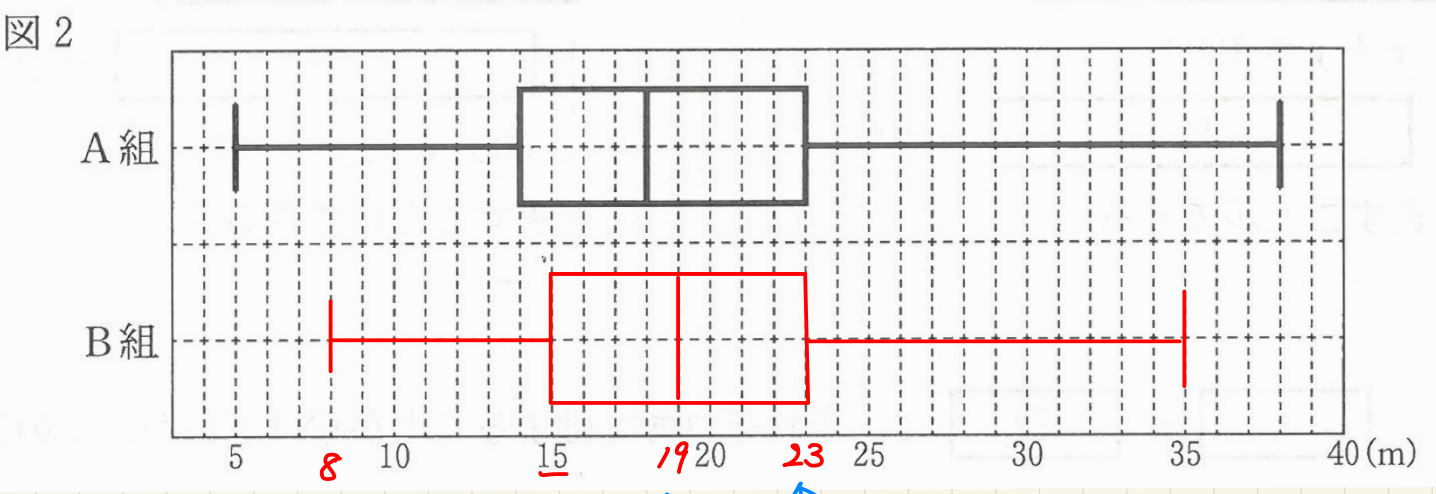
②

B組全員のハンドボール投げの記録(m)	8，9，13，14，15，16，16，18，18，20，21，22，23，23，25，27，30，35

最小値　下位データ　最大値　上位データ

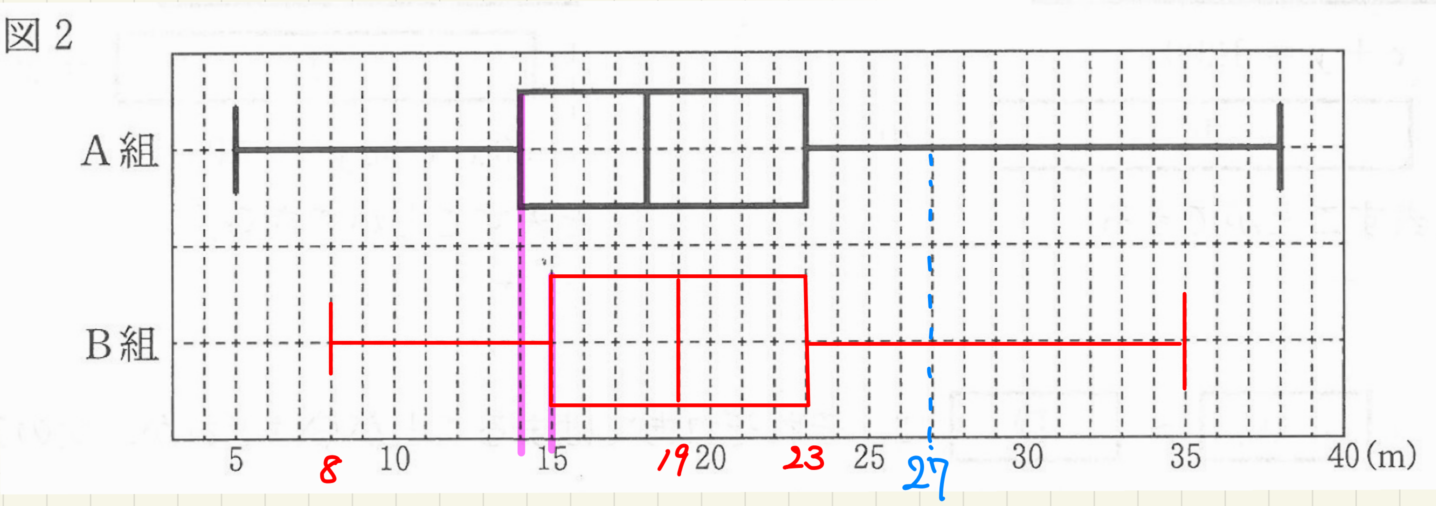
第1四分位数：下位データの中央値 = 15
第2四分位数：データ全体の中央値 = 19
第3四分位数：上位データの中央値 = 23

図 2



③

図 2



(i) A組とB組の第1四分位数は異なる

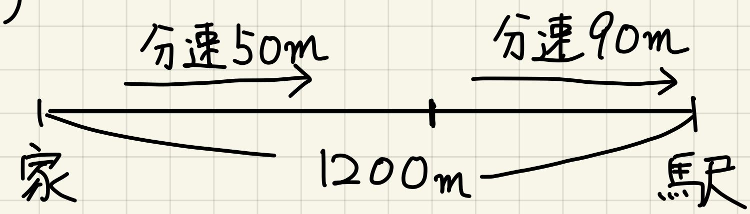
⇒ イ

(ii) A組の27mは第3四分位数と最大値の間

⇒ 27m以上の人数は、箱ひげ図から読み取れない

⇒ ウ

(2)



〈まどかさんの考え方〉

$$\underbrace{x + y}_{} = \underbrace{1200}_{}$$

道のりの合計 = 1200

よって，(A)は歩いた道のりをxm，走った道のりをym ⇒ ア

$$(B) = \underbrace{20}_{\text{時間}}$$

よって，(B)には時間に関する式となる。

$$\therefore \underbrace{\frac{x}{50}}_{\text{歩いた時間}} + \underbrace{\frac{y}{90}}_{\text{走った時間}} = 20 \quad \Rightarrow ウ$$

〈かずとさんの考え〉

$$50x + 90y = 1200$$

速さ×○ + 速さ×○ = 道のり

道のり = 速さ × 時間 なので，

(C)は，歩いた時間をx分，走った時間をy分

⇒ イ

歩いた時間と走った時間の合計は20分なので.

$$x + y = 20$$

(D) ⇒ う

② 道のりを求めるので, <まどかさんの考え方>で計算する.

$$\begin{cases} x + y = 1200 & \text{—— ①} \\ \dfrac{x}{50} + \dfrac{y}{90} = 20 & \text{—— ②} \end{cases}$$

② × 450 より

$$9x + 5y = 9000 \quad \text{—— ③}$$

∴ ① × 5 − ③ より

$$\begin{array}{rrcr} & 5x + 5y & = & 6000 \\ -) & 9x + 5y & = & 9000 \\ \hline & -4x & = & -3000 \\ & x & = & 750 \end{array}$$

$x = 750$ を ① に代入して.

$$750 + y = 1200$$

$$y = 450$$

よって 歩いた道のり 750m, 走った道のり 450m

参考

<かずとさんの考え方>で解くと、以下の通り。

$$\begin{cases} x + y = 20 & \text{— ①} \\ 50x + 90y = 1200 & \text{— ②} \end{cases}$$

①×5 − ②÷10より

$$\begin{array}{rrcl} & 5x + 5y &=& 100 \\ -) & 5x + 9y &=& 120 \\ \hline & -4y &=& -20 \\ & y &=& 5 \end{array}$$

… 走った時間

$y=5$ を①に代入して、

$x + 5 = 20 \Rightarrow x = 15$ … 歩いた時間

したがって、

歩いた道のり：$50 \times 15 = 750$ m

走った道のり：$90 \times 5 = 450$ m

(速さ × 時間) = 道のり

(3)

① $\sqrt{a}$ が自然数となるのは、a が平方数のときである。

○^{2} となっている整数.

1〜10までの自然数で、平方数となっているのは、1, 4, 9 の 3つ.

カードの取り出し方は全部で 10通りなので、

求める確率は、$\frac{3}{10}$

② $\frac{12}{a}$ が自然数となるのは、a が12の約数のときである。

$\Rightarrow a = \underbrace{1, 2, 3, 4, 6}_{12\text{の約数}}$

確率を $\frac{1}{2}$ にするためには、$1 \sim n$ の自然数のうち、「半分が12の約数、もう半分が12の約数でない」になれば良い。

$\Rightarrow$ 約数の個数を2倍した数を n とする。
このnのうち半分が12の約数、もう半分が12の約数でなければ良い。

- 約数が1個のとき、$n = 1 \times 2 = 2$
  したがって、カードは $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ の2枚
  1, 2は共に12の約数なので不適
- 約数が2個のとき、$n = 2 \times 2 = 4$
  したがって、カードは $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ の4枚
  1, 2, 3, 4は共に12の約数なので不適
- 約数が3個のとき、$n = 3 \times 2 = 6$
  したがって、カードは $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$ の6枚
  1, 2, 3, 4, 6 の5枚が12の約数なので
  不適

・約数が4個のとき．$n=4\times2=8$．
したがって，カードは$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{6}$，
$\boxed{7}$，$\boxed{8}$の8枚
1，2，3，4，6の5枚が12の約数なので
不適

・約数が5個のとき．$n=5\times2=10$
したがって，カードは$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{6}$，
$\boxed{7}$，$\boxed{8}$，$\boxed{9}$，$\boxed{10}$の10枚
1，2，3，4，6の5枚が12の約数で，10枚の
半分なので適する．

・約数が6個のとき．$n=6\times2=12$
したがって，カードは$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{6}$，
$\boxed{7}$，$\boxed{8}$，$\boxed{9}$，$\boxed{10}$，$\boxed{11}$，$\boxed{12}$

1，2，3，4，6，12の6枚が12の約数で，12枚
の半分なので適する。

以上より，$n=10, 12$

3

(1) 点Aは $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上にあり，$x=-2$ なので，

$$y=\frac{1}{4}\times(-2)^2$$

$$=\frac{1}{4}\times 4$$

$$=1$$

よって，点Aの座標は $(-2, 1)$

(2) 点Bは $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上にあり，$x=4$ なので，

$$y=\frac{1}{4}\times 4^2 \quad \frac{1}{4}\times 16$$

$$=4$$

求める直線の式を $y=ax+b$ とおくと，

$$1=-2a+b \text{ ―① } \cdots \text{ Aの座標を代入}$$

$$-)\ 4=4a+b \text{ ―② } \cdots \text{ Bの座標を代入}$$

$$-3=-6a$$

$$a=\frac{1}{2}$$

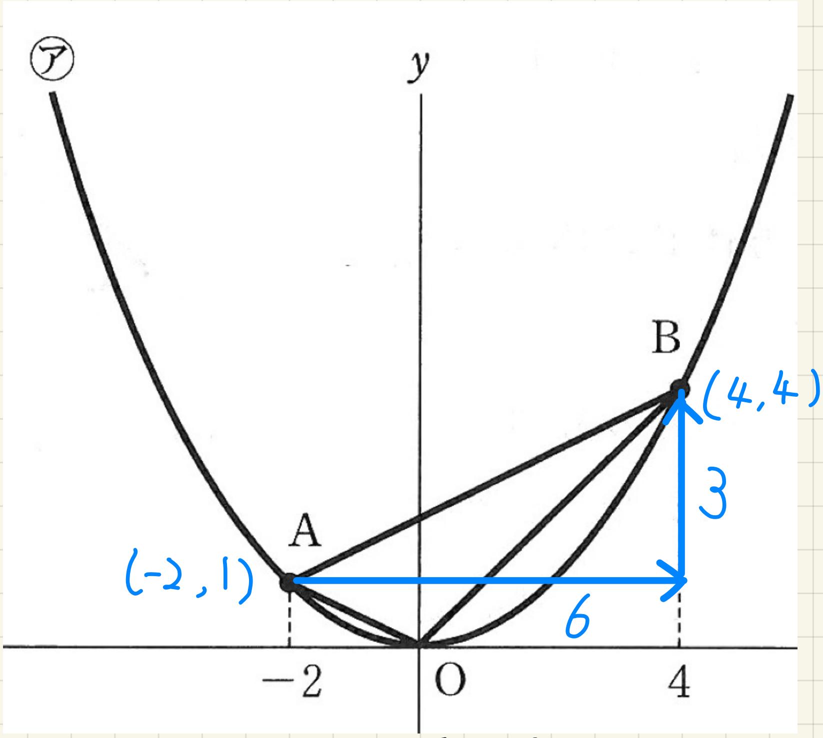
$a=\frac{1}{2}$ を①に代入して

$$1=-2\times\frac{1}{2}+b$$

$$b=2$$

$$\therefore y=\frac{1}{2}x+2$$

(別解)



直線ABの変化の割合は、

$$\frac{yの増加量}{xの増加量} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

1次関数では、
傾き = 変化の割合

なので、求める直線の傾きは $\frac{1}{2}$

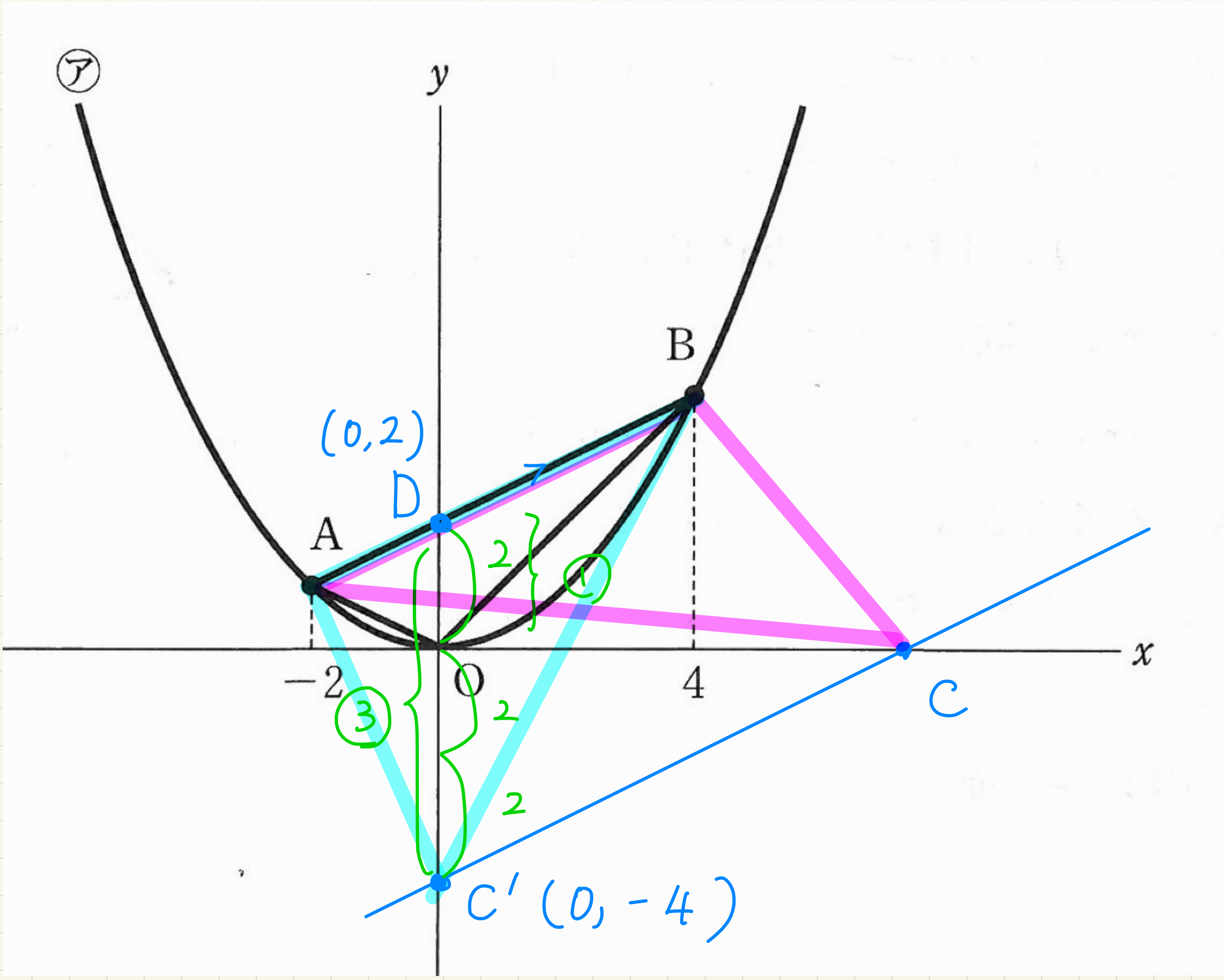
$\therefore y = \frac{1}{2}x + b$ とおき A(−2, 1) を通るので、

$$1 = \frac{1}{2} \times (-2) + b$$

$$b = 1 + 1 = 2$$

$\therefore y = \frac{1}{2}x + 2$

(3)
①



$x>0$ の範囲に点Cをとる。
点Cを通り、直線ABに平行な直線を引く。
この直線の切片をC′とする。

底辺をABとすると、△ABC′と△ABCの
高さは等しいので、

△ABC′ = △ABC

面積が等しい

したがって、

△OAB : △ABC′ = 1 : 3 —— ①

となれば良い。

直線ABの切片をDとすると，Dの座標は$(0, 2)$なので，$OD = 2$.

$y = \frac{1}{2}x + 2$ より

したがって，$OC' = 4$ となれば，①を満たす。

$\Rightarrow$ C'の座標は$(0, -4)$

直線CC'は直線ABと平行

$\Rightarrow$ 傾きが等しい.

$\therefore$ 直線CC'の式は.

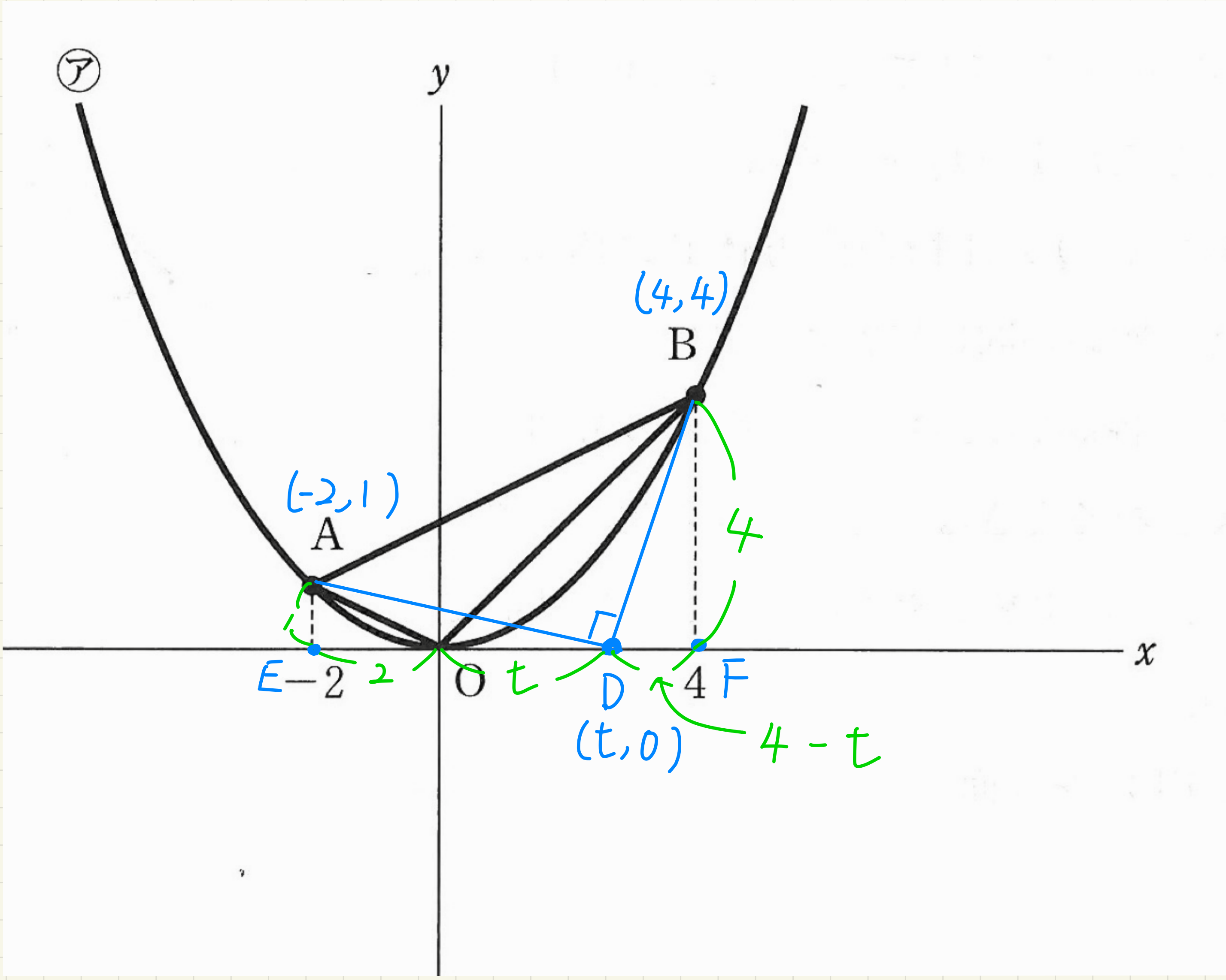
$$y = \underbrace{\frac{1}{2}}_{\text{ABと傾きが等しい}}x \underbrace{-4}_{C'\text{が切片}} \quad \text{——} \; ②$$

点Cは②上にあり，かつ，x軸上$(= y = 0)$なので

$$0 = \frac{1}{2}x - 4 \qquad \therefore \; x = 8$$

したがって，点Cの座標は.$(8, 0)$

②



三平方の定理を利用して求める。
点Dの座標を(t, 0), (-2, 0)の点をE,
(4, 0)の点をFとする。

⇒ $EO = 2$, $OD = t$, $DF = 4 - t$.

△AEDで三平方の定理より

$$AD^2 = \underbrace{1^2}_{AE^2} + \underbrace{(2+t)^2}_{ED^2}$$

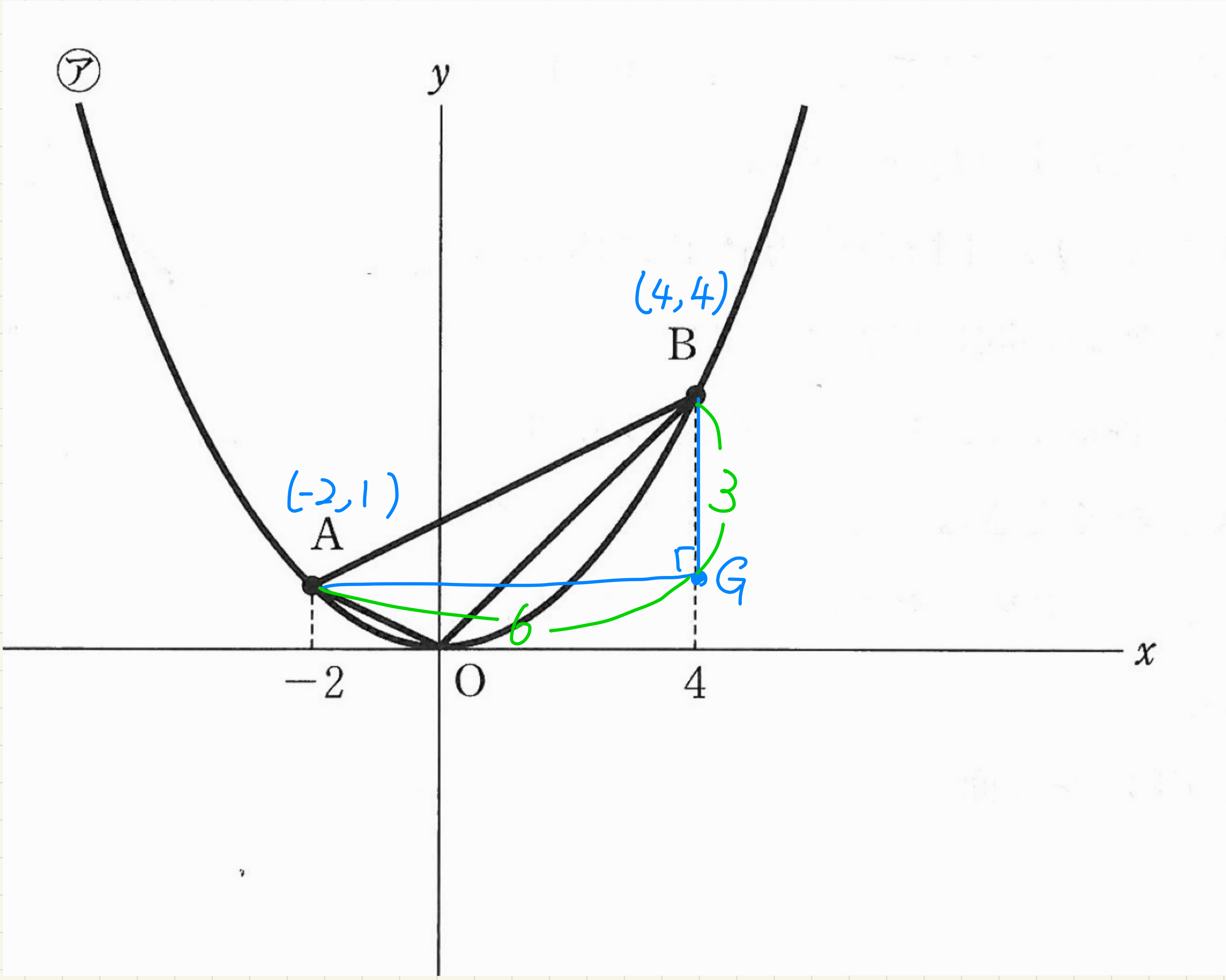
$$= t^2 + 4t + 5$$

△BDFで三平方の定理より

$$BD^2 = \underbrace{(4-t)^2}_{DF^2} + \underbrace{4^2}_{BF^2}$$

$16+16$

$$= t^2 - 8t + 32$$

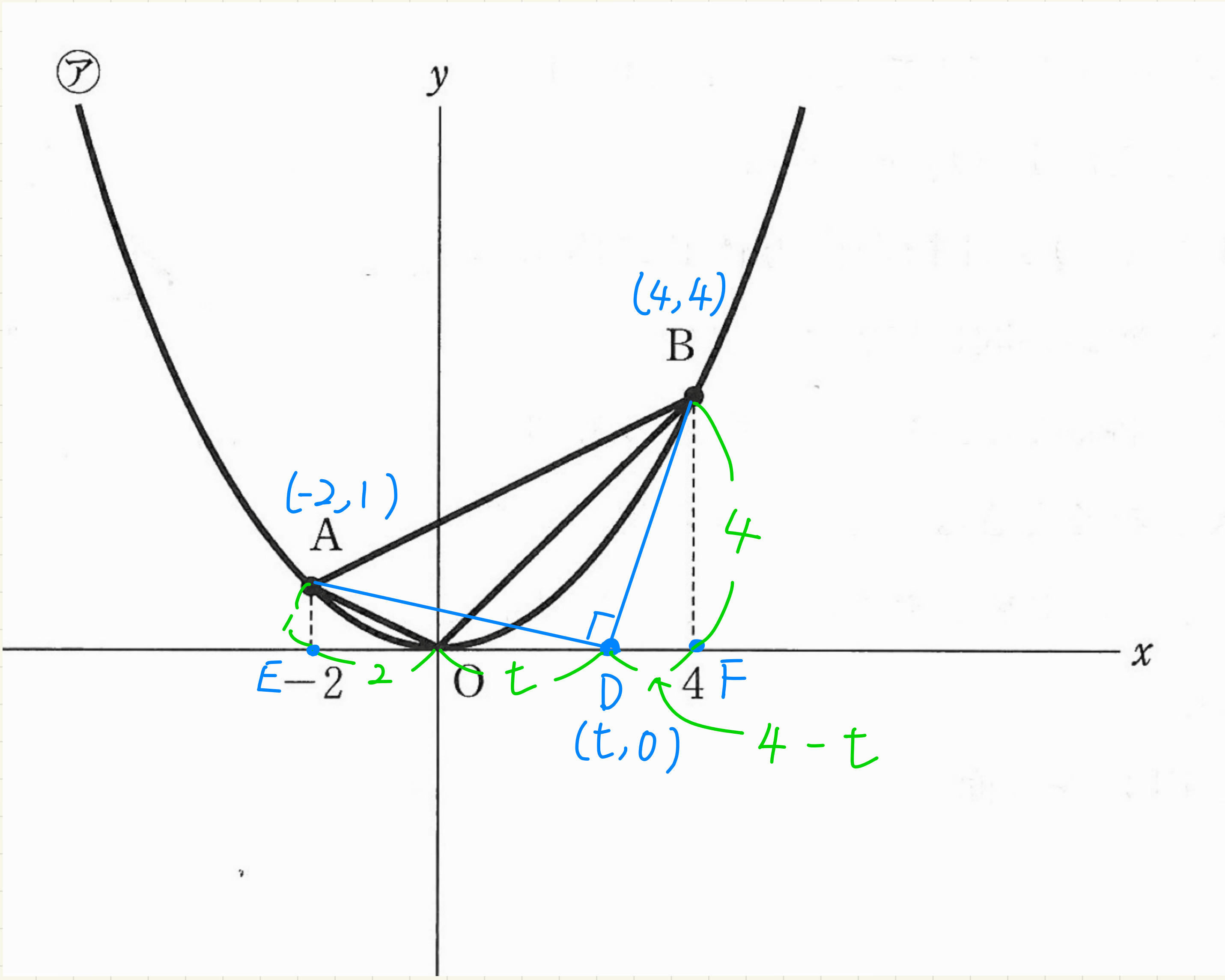


図のようにGをとると、△AGBで三平方の定理より

$$AB^2 = 6^2 + 3^2$$

$$= 36 + 9$$

$$= 45$$



△ADBで三平方の定理より

$$\underbrace{AB^2}_{45} = \underbrace{AD^2}_{t^2+4t+5} + \underbrace{DB^2}_{t^2-8t+32}$$

$$\therefore \quad 45 = t^2+4t+5+t^2-8t+32$$

$$2t^2-4t-8=0$$

両辺を2で割る

$$t^2-2t-4=0$$

$$t=\frac{2\pm\sqrt{4+16}}{2}$$

$$\frac{2\pm\sqrt{20}}{2}=\frac{2\pm2\sqrt{5}}{2}=1\pm\sqrt{5}$$

$$=1\pm\sqrt{5}$$

$t > 0$ より $t = 1 + \sqrt{5}$

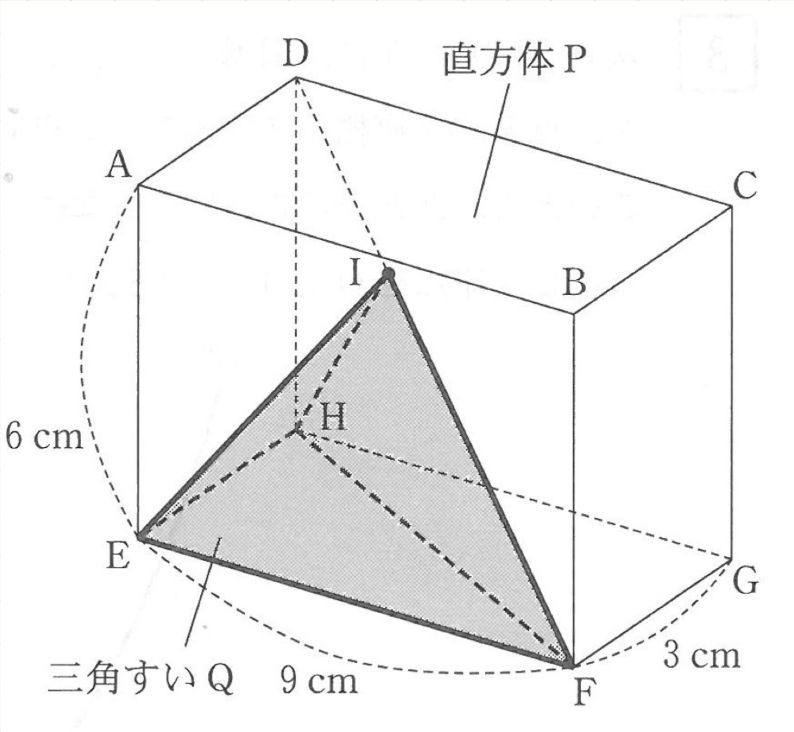
点Dのx座標は $x > 0$ より

したがって，点Dの座標は．$(1+\sqrt{5}, 0)$

$\boxed{4}$

(1)

①



直方体Pの体積は．

$6 \times 9 \times 3 = 162 \text{ cm}^3$

三角すいQの体積は．直方体Pの体積の $\frac{1}{9}$ なので，三角すいQの体積は

$162 \times \frac{1}{9} = 18 \text{ cm}^3$

三角すいQの高さをh cmとすると，

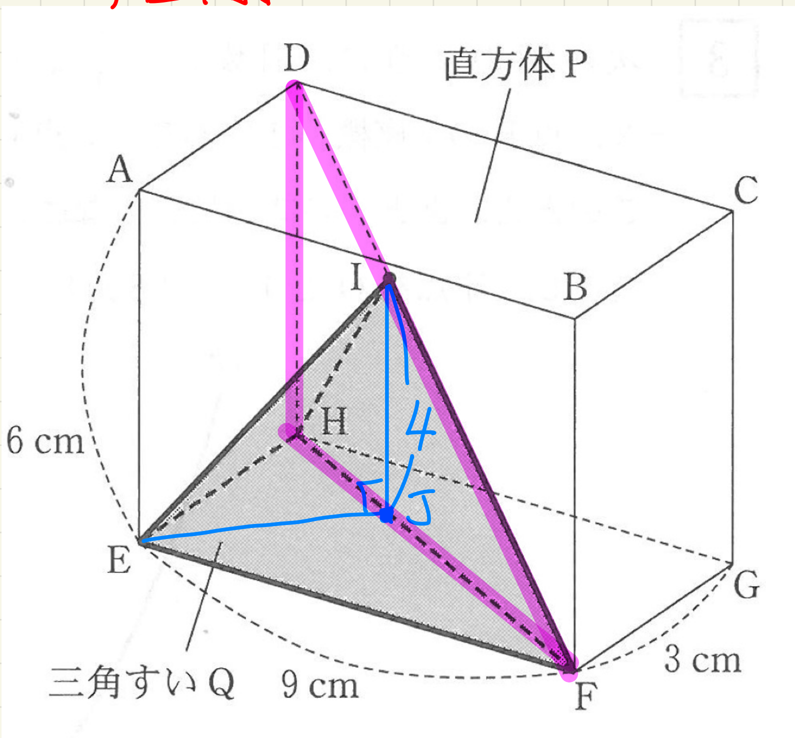
$$\underbrace{3 \times 9 \times \frac{1}{2}}_{\triangle EFH\text{の面積}} \times \underbrace{h}_{\text{高さ}} \times \frac{1}{3} = \underbrace{18}_{\text{三角すいQの体積}}$$

よって．

$\frac{9}{2}h = 18 \quad \therefore h = 4$

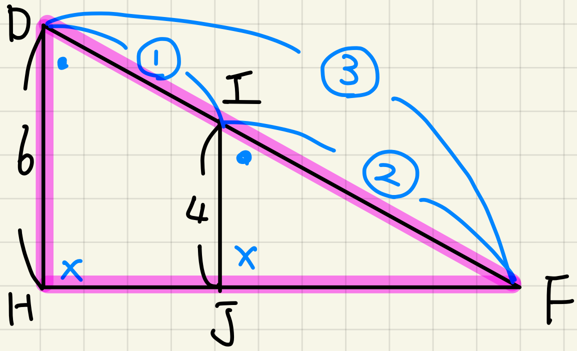
したがって，三角すいQの高さは4 cm

② 難問



三角すいQの高さのあしをJとする。
IJは面AEHDに平行で、面AEHDと面EFGHは垂直なので、
IJ⊥面EHGH
⇒ IJ⊥EJ
△IEJで三平方を用いる

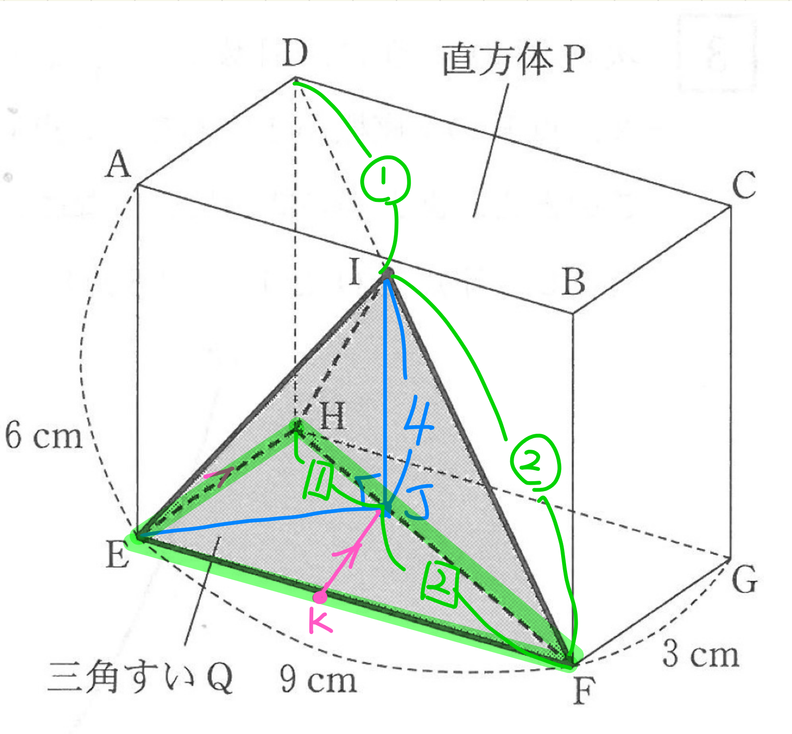
①より IJ = 4 cm … 三角すいQの高さ



△FDHと△FIJにおいて、
DH∥IJより同位角が等しいので、

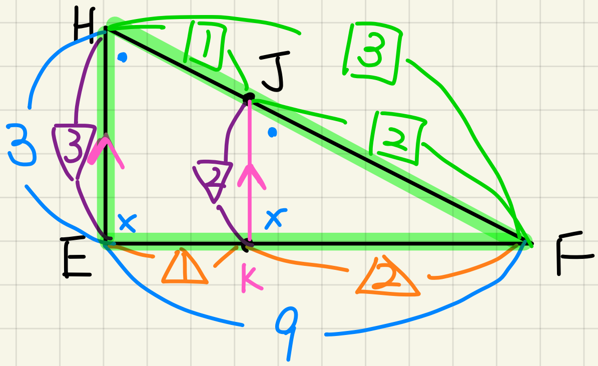
∠FDH = ∠FIJ — ①
∠FHD = ∠FJI — ②
①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、
△FDH ∽ △FIJ
対応する辺の比は等しいので、
DH : IJ = FD : FI
6　　4　= 3 : 2

したがって、DI : IF = 1 : 2



DH // IJ より
HJ : JF = 1 : 2

点Jを通りEHに平行な線を引き，EFとの交点をKとする



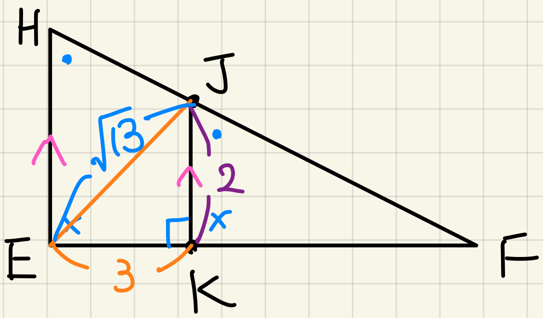
△FHEと△FJKにおいて，
HE // JKより同位角が等しいので，
∠FHE = ∠FJK ―― ③
∠FEH = ∠FKJ ―― ④

③，④より2組の角がそれぞれ等しいので，
△FHE ∽ △FJK
対応する辺の比は等しいので，

$$\underbrace{FH}_{3} : \underbrace{FJ}_{2} = FE : FK$$
$$= 3 : 2$$

したがって，EK : KF = 1 : 2
また，$\underbrace{FH}_{3} : \underbrace{FJ}_{2}$ = HE : IJ = 3 : 2
したがって，

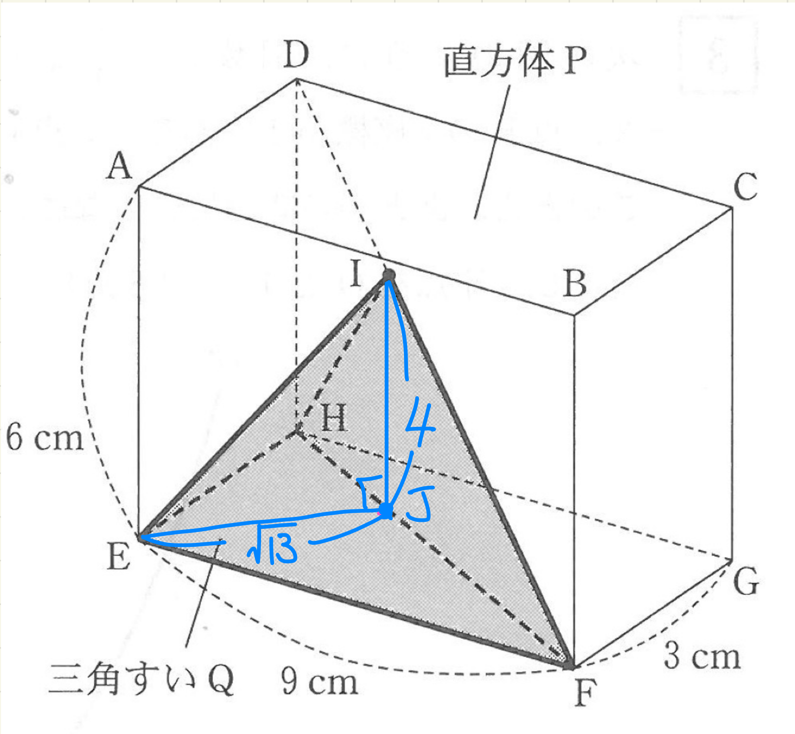
$$EK = 9 \times \frac{1}{3} = 3\,\text{cm}, \quad JK = 3 \times \frac{2}{3} = 2\,\text{cm}$$



△JEKで三平方の定理より

$JE = \sqrt{3^2 + 2^2}$ $\sqrt{9+4}$

$= \sqrt{13}$



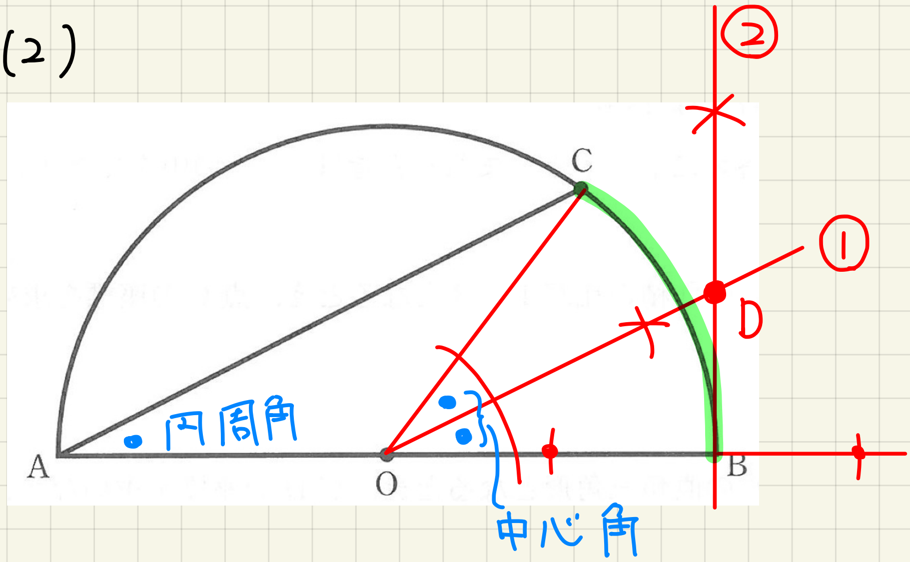
△IEJで三平方の定理より

$EI = \sqrt{(\sqrt{13})^2 + 4^2}$

$= \sqrt{13 + 16}$

$= \sqrt{29}$ cm

(2)



$\overset{\frown}{CD}$に対して,

$\underset{\text{円周角}}{\angle CAB} = \dfrac{1}{2}\underset{\text{中心角}}{\angle COB}$

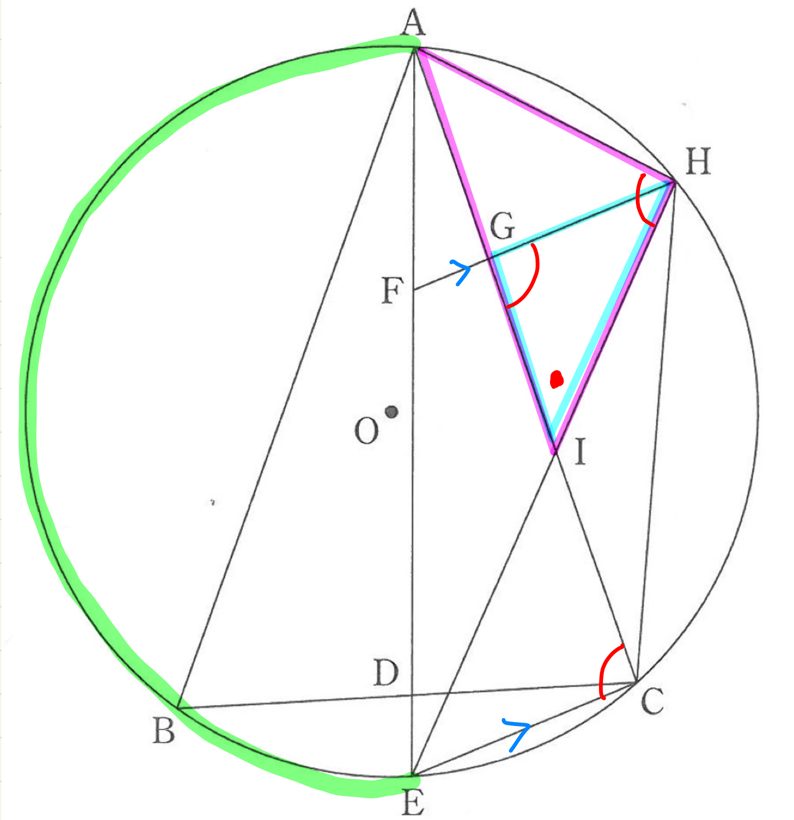
したがって, ∠COBの二等分線を作図する. ①

Bを通る垂線を作図する. ②

①, ②の交点がDとなる

5

(1)



〈証　明〉　△AIH と △HIG において，

∠AIH = ∠HIG

共通な角だから，　(ア)　…①

弧 AE に対する円周角は等しいから，　∠AHI ＝ (イ) ∠ACE …②

FH//EC より，平行線の錯角(さっかく)は等しいから，　∠ACE (イ) ＝ ∠HGI　…③

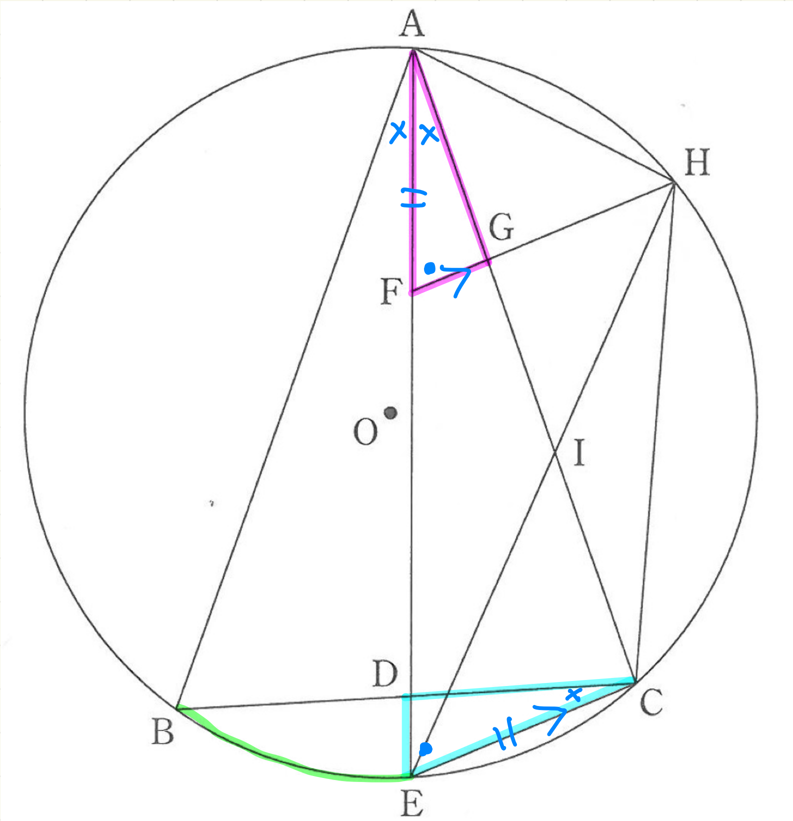
②，③より，　∠AHI ＝ ∠HGI　…④

①，④より，　(ウ) がそれぞれ等しいので，

2組の角

△AIH ∽ △HIG

(2)



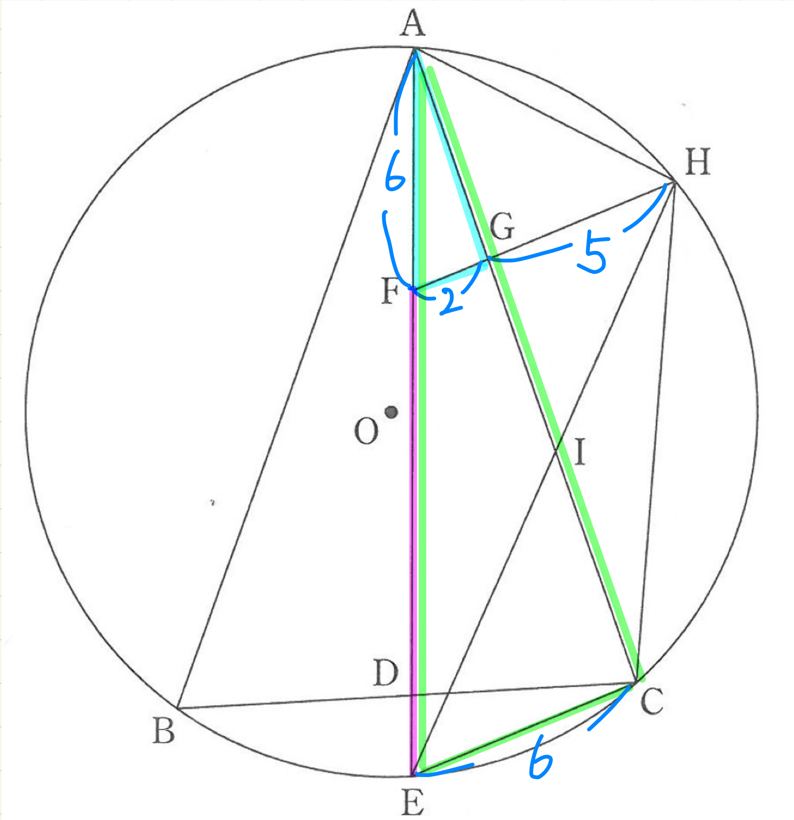
△AFGと△CEDにおいて、
仮定より
　$AF = CE$ ―― ①
$FH // EC$ より同位角は等しいので
　$\angle AFG = \angle CED$ ― ②

線分AEは∠BACの二等分線なので
　$\angle EAG = \angle EAB$ ― ③

$\overset{\frown}{BE}$ に対する円周角は等しいので
　$\angle EAB = \angle ECD$ ― ④
③、④より
　$\angle FAG = \angle ECD$ ― ⑤
①、②、⑤より1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので
　$\triangle AFG \equiv \triangle CED$　(証明終わり)

(3)

①



(2)より、対辺する辺の長さは等しいので、

$AF = CE = 6$ cm

△AFG と △AEC において、

FG // EC より同位角が等しいので、

∠AFG = ∠AEC ― ①

∠AGF = ∠ACE ― ②

①, ② より 2組の角がそれぞれ等しいので、

△AFG ∽ △AEC

対応する辺の比は等しいので、

$\underbrace{AF}_{6} : AE = \underbrace{FG}_{2} : \underbrace{EC}_{6}$

よって

$2 \times AE = 36 \Rightarrow AE = 18$ cm

したがって、

$FE = AE - AF$

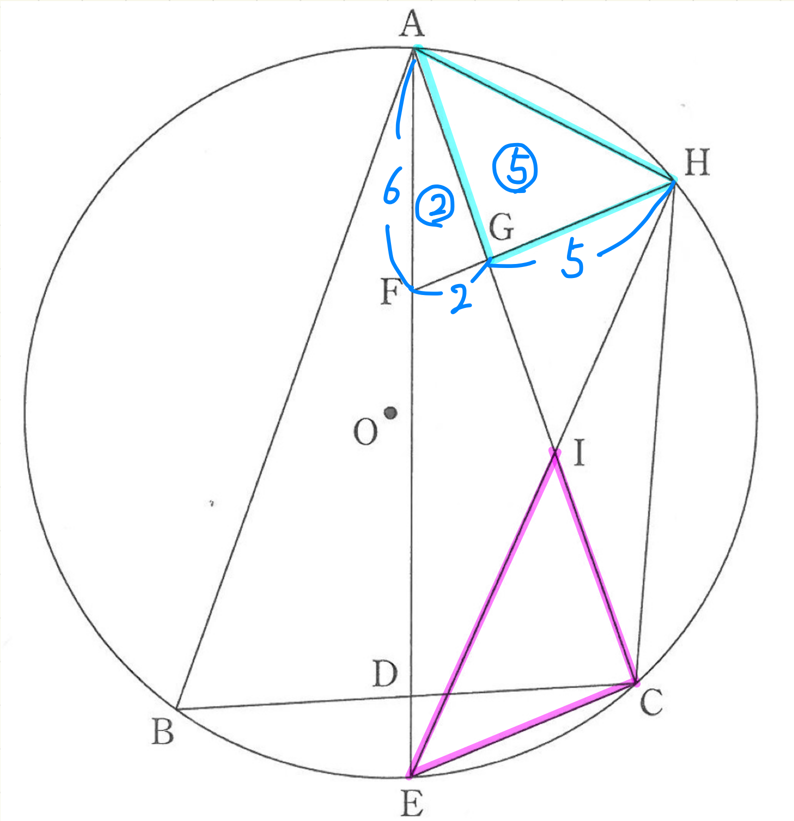
$= 18 - 6$

$= 12$ cm

② 難問

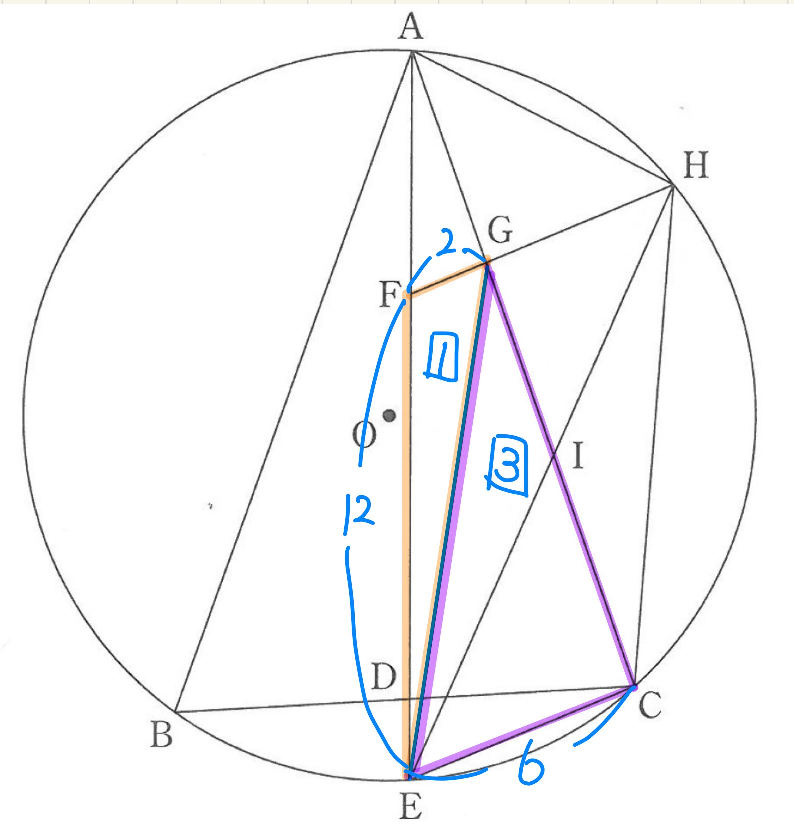
方針

2つの三角形で高さが等しいものをみつける
⇒面積比 ＝底辺比



△AFG と△AGH において、各々の底辺を FG，GH とすると、高さは等しいので、△AFG と△AGH の面積比は底辺比と等しい。したがって、

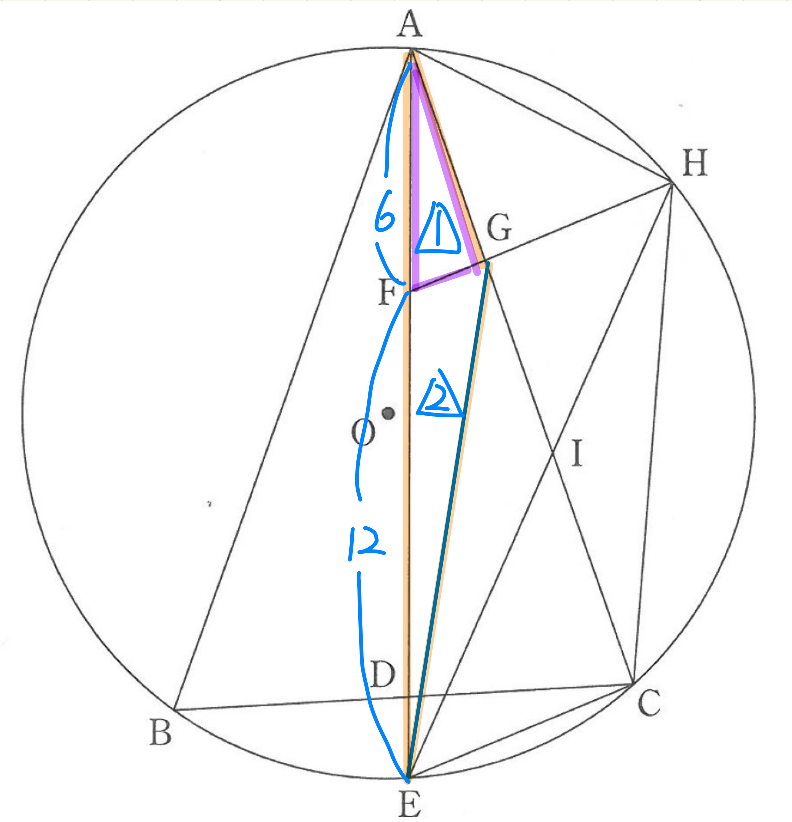
$\underset{面積}{\triangle AFG} : \underset{面積}{\triangle AGH} = FG : GH$
$= 2 : 5$



△GFE と△ECG において、各々の底辺を GF，EC とすると、FG // EC から高さは等しいので

△GFE と△ECG の面積比は底辺比と等しい。したがって、

$\underset{面積}{\triangle GFE} : \underset{面積}{\triangle ECG} = \underset{2}{FG} : \underset{6}{EC}$
$= 1 : 3$



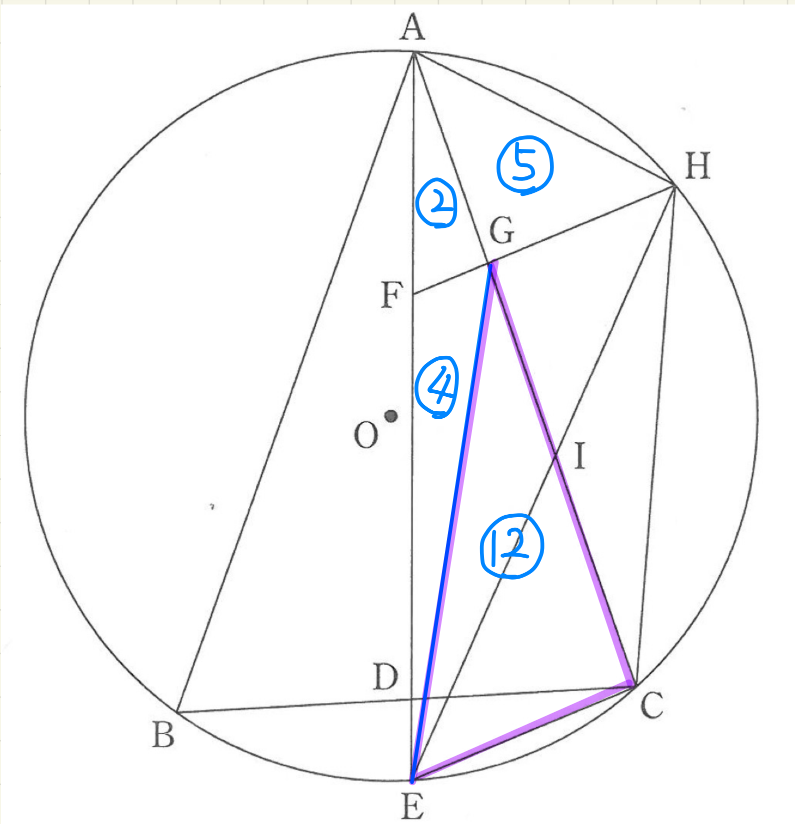
△AGF と △AGE において、各々の底辺をAF, AE とすると、高さは等しいので、△AGF と△AGE の面積比は底辺比と等しい。したがって、

$$\underbrace{\triangle AGF}_{\text{面積}} : \underbrace{\triangle AGE}_{\text{面積}} = \underbrace{AF}_{6} : \underbrace{AE}_{18}$$

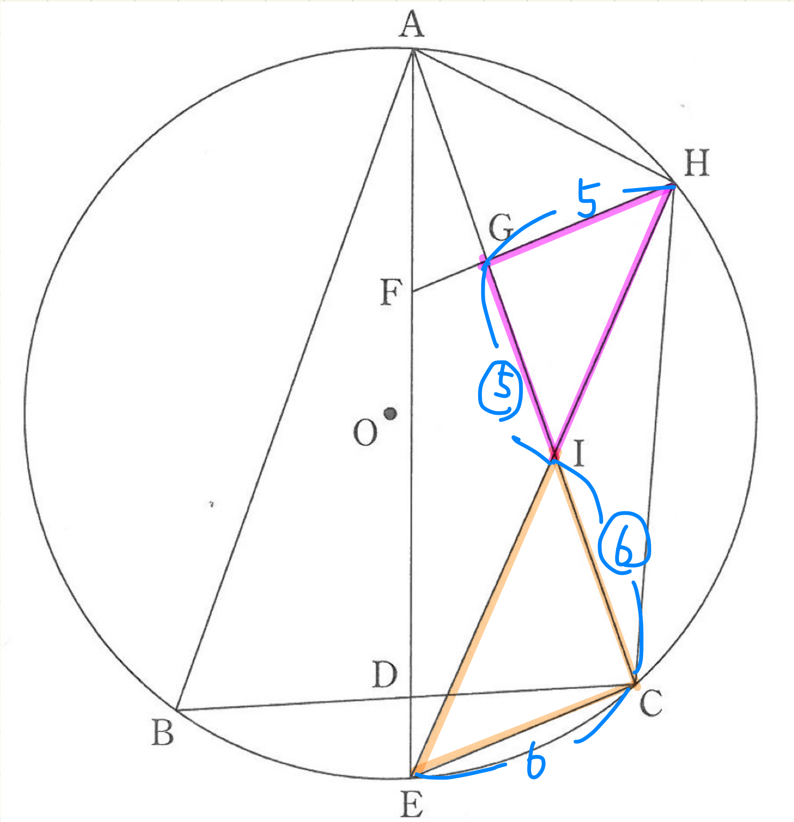
$$= 1 : 3$$

$\triangle GFE = \triangle AGE - \triangle AGF$ より

$$\triangle AGF : \triangle GFE = 1 : 2$$



比をそろえると、各三角形の面積比は左図のとおりである。



△IHGと△IECにおいて、GH//ECより錯角が等しいので、

∠IHG=∠IEC ―①

∠IGH=∠ICE ―②

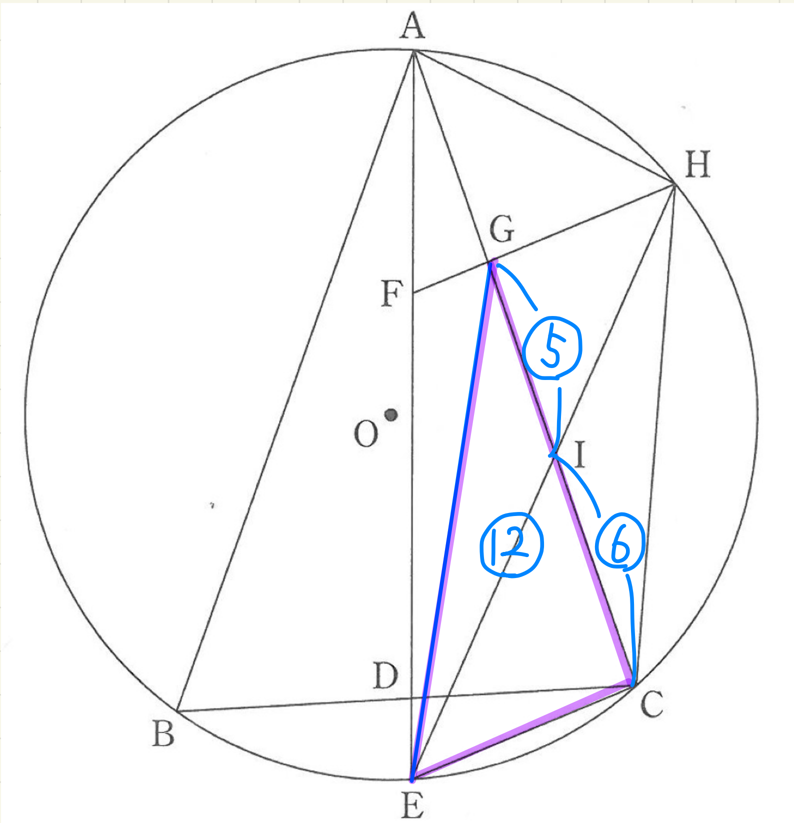
①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、

△IHG∽△IEC

対応する辺の比は等しいので、

IG：IC＝HG：EC

＝5：6



△GEIと△IECにおいて、各々の底辺をGI, ICとすると、高さは等しいので、△GEIと△IECの面積比は、底辺比と等しい。

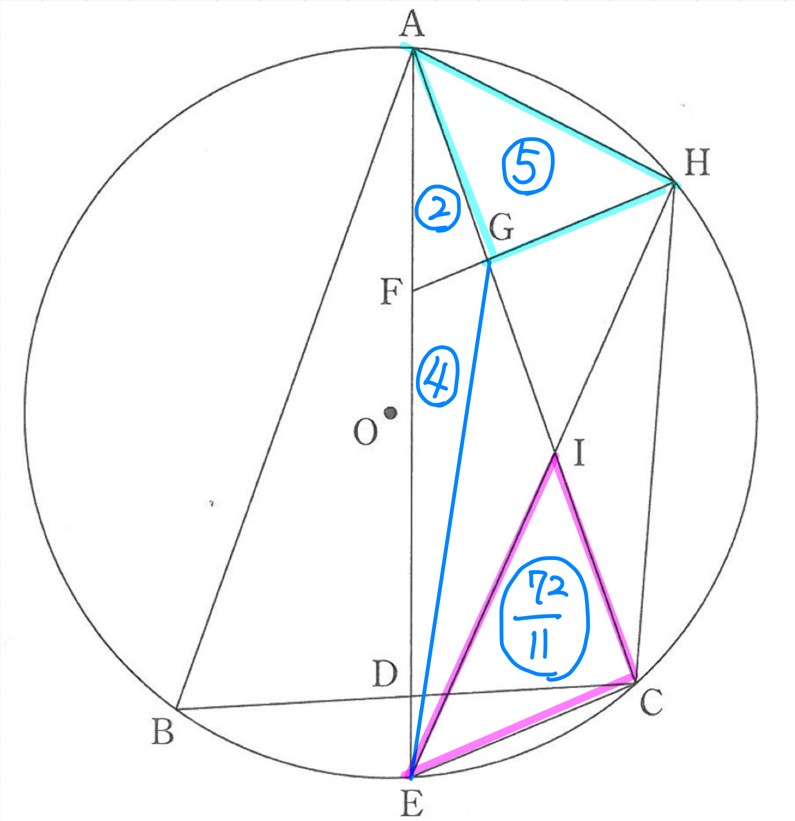
したがって、

△GEI(面積)：△IEC(面積)＝GI：IC

＝5：6

したがって、

$$\triangle IEC = 12 \times \frac{6}{11} = \frac{72}{11}$$



以上より

$\triangle IEC : \triangle AGH = \frac{72}{11} : 5$

$= 72 : 55$