2022年度　大阪府

数学　B問題

Km Km

1.

(1) 与式 $= 18 - 16 \div 8$

$= 18 - 2$

$= 16$

(2) 与式 $= 10a - 2b - 3a - 18b$

$= 7a - 20b$

(3) 与式 $= \dfrac{14ab \times ab}{7a^2}$

$= 2b^2$

(4) 与式 $= x^2 - 1 - (x^2 - 5x - 24)$

$= x^2 - 1 - x^2 + 5x + 24$

$= 5x + 23$

(5) 与式 $= 6 - 4\sqrt{3} + 2 + 3\sqrt{3}$

$= 8 - \sqrt{3}$

※ $(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{6})^2 - 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$

$= 6 - 2\sqrt{12} + 2$

$= 6 - 4\sqrt{3} + 2$

$= 8 - 4\sqrt{3}$

2

(1) 式を整理すると.

$$7b = 5a + 4 \quad \cdots \text{両辺} \times 7$$

$$5a = 7b - 4$$

$$a = \frac{7b-4}{5}$$

(2) $2x^2 - 3x - 1$ は因数分解できないので.
解の公式を用いると.

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

(3)

$$\text{平均値} = \frac{2 \times 1 + 3 \times 4 + 4 \times 3 + 5 \times 2 + 6 \times 1 + 12 \times 1}{12}$$

$$= \frac{54}{12} = 4.5 \text{（冊）}$$

最頻値：最も頻度が高い値 ＝ 3（冊）

中央値：データを小さい順に並べると.

2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 12

データの個数が偶数なので、中央値は

$$\frac{4+4}{2}=4 \text{ (冊)}$$

よって、$a=4.5$, $b=3$, $c=4$ なので

$b<c<a$　エ

(4) 20の約数は、1, 2, 4, 5, 10, 20 なので、2枚のカードの和がこれらのいずれかであれば良い。

A	B	和
1	1	2
	3	4
	5	6
	7	8

A	B	和
2	1	3
	3	5
	5	7
	7	9

A	B	和
3	1	4
	3	6
	5	8
	7	10

2枚のカードの取り出し方は全部で12通り。
2枚のカードの和が20の約数となるのは、5通り。
よって求める確率は

$$\frac{5}{12}$$

(5) 連続する3つの整数のうち、最も小さい数をxとする。このとき、連続する3つの整数は、

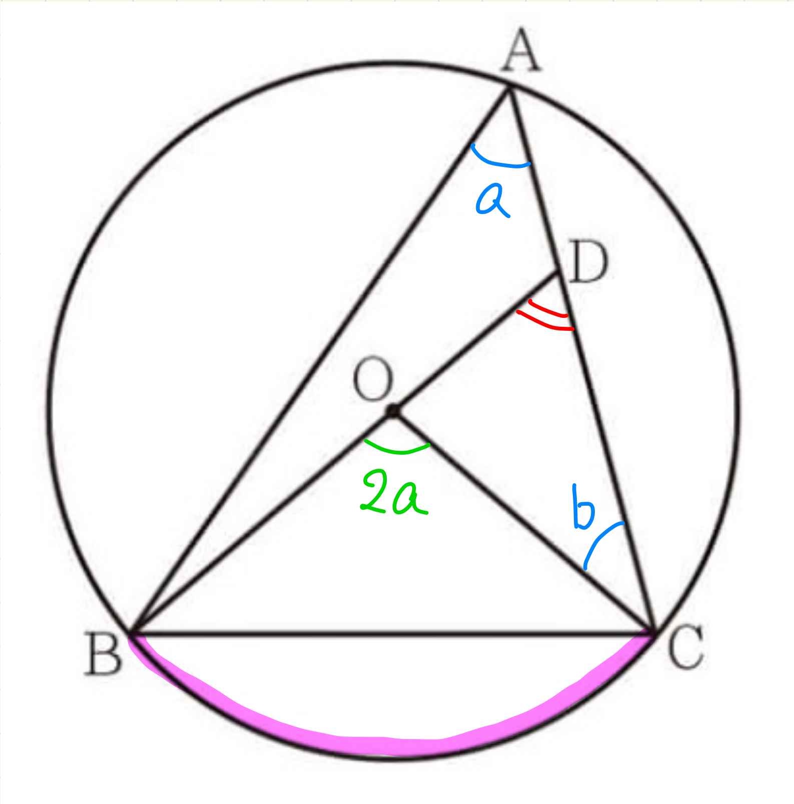
$$x,\ x+1,\ x+2$$

と表すことができる。

よって

$$x + x+1 + x+2 = 2022$$
$$3x = 2019$$
$$x = 673$$

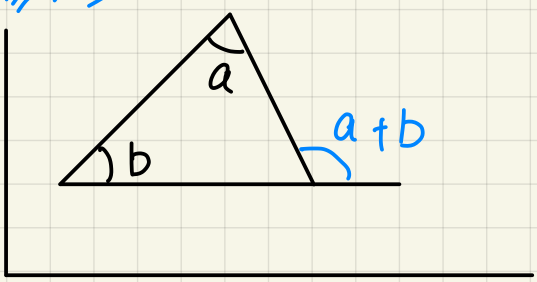
(6)



$\overset{\frown}{BC}$に対して,
$\angle CAB$は円周角
$\angle COB$は中心角
なので,
$$\angle COB = 2\angle CAB$$
$$= 2a$$

$\triangle OCD$で外角の定理より
$$\angle CDO = 2a - b$$

参考



(7)

・$4 < \sqrt{n} < 5$ を2乗すると、

$16 < n < 25$

よって、$n = 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25$ ― ①

・$\sqrt{6n}$ が自然数なので、

n：6×平方数

となる。

※ $6 \times ◯ = △^2$ なので

$◯ = 6 \times ☆^2$ の形。

$6 \times 6 \times ☆^2 = 6^2 \times ☆^2 = (6 \times ☆)^2$

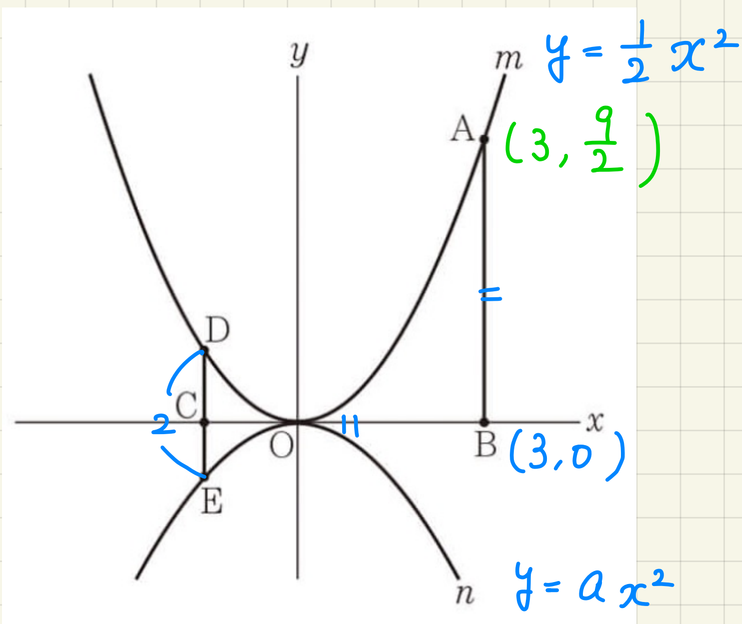
㋐ 6×1^2 のとき、$n = 6$ であるが、①を満たさない。

㋑ 6×2^2 のとき、$n = 24$ で①を満たす。

㋒ 6×3^2 のとき、$n = 54$ であるが①を満たさない。これ以降の平方数も①を満たさない。

よって、$n = 24$

(8)



点Aは $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあり、$x=3$ なので、

$$y=\frac{1}{2}\times 3^2=\frac{9}{2}$$

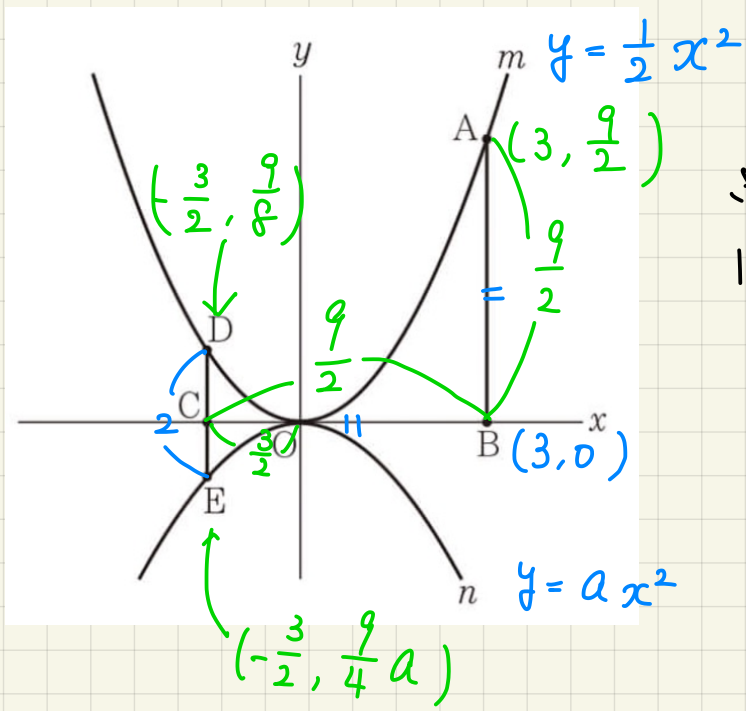
したがって、ABの長さは $\frac{9}{2}$ cm

問題文から、AB = CBなので、CB = $\frac{9}{2}$ cm。

点Bの座標は(3, 0)なので、OB = 3 cm。

よって、COの長さは、

$$\begin{aligned} CO &= CB - OB \\ &= \frac{9}{2} - 3 \\ &= \frac{3}{2}\ \text{cm} \end{aligned}$$



$\therefore C(-\frac{3}{2}, 0)$

点Dは $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあり $x=-\frac{3}{2}$ なので、

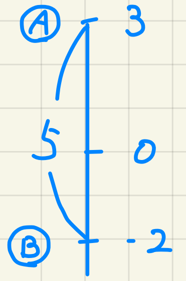
$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}\times\left(-\frac{3}{2}\right)^2 \\ &= \frac{1}{2}\times\frac{9}{4} \\ &= \frac{9}{8} \end{aligned}$$

よって、$D(\frac{3}{2}, \frac{9}{8})$

点Eは $y = ax^2$ のグラフ上にあり、$x = -\frac{3}{2}$ なので、

$$y = a \times \left(-\frac{3}{2}\right)^2$$
$$= \frac{9}{4}a$$

注 $a < 0$ より $\frac{9}{4}a < 0$



ABの長さは
$3 - (-2) = 5$

よって、

$$DE = \frac{9}{8} - \frac{9}{4}a$$

問題文から DE = 2cm なので

$$\frac{9}{8} - \frac{9}{4}a = 2$$

$$9 - 18a = 16 \quad \cdots \text{両辺} \times 8$$

$$18a = -7$$

$$a = -\frac{7}{18}$$

3.
(1)
①

x	1	2	・・・	4	・・・	8	・・・
y	320	335	・・・	(ア)	・・・	(イ)	・・・

+15 +15 ・・・

$x=1$ のとき $y=320$ +15
$x=2$ のとき $y=335$ +15
$x=3$ のとき $y=350$ +15
$x=4$ のとき $y=365$ +15
$x=5$ のとき $y=380$ +15
$x=6$ のとき $y=395$ +15
$x=7$ のとき $y=410$ +15
$x=8$ のとき $y=425$

② x の値が1増えると, y の値は15増えるので.
変化の割合は.

$$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{15}{1} = 15$$

1次関数では. 傾き = 変化の割合なので,
求める式は. $y=15x+b$ 。これが. $(1, 320)$ を
通るので.

$$320 = 15 + b \Rightarrow b = 305$$

$$\therefore\ y = 15x + 305$$

③ コーンの個数が x 個のとき, 積んだコーンの
高さが 620 mm なので, $y=15x+305$ に
$y=620$ を代入すると.

$$620 = 15x + 305$$
$$15x = 315$$
$$x = 21$$

(2) コーンAの個数と高さの関係は、(1)②より

$y = 15s + 305$ …コーンAの個数をs個とする。

コーンBの個数と高さの関係を求める。

コーンBが1個のとき、高さは150

コーンBが2個のとき、高さは$150 + 10 = 160$

xの値が1増えると、yの値は10増えるので、

変化の割合は、

$$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{10}{1} = 10$$

1次関数では、傾き＝変化の割合なので、

求める式は、$y = 10x + b$。これが、$(1, 150)$を

通るので、

$$150 = 10 + b \Rightarrow b = 140$$

$$\therefore y = 10x + 140$$

したがって、コーンBの個数をt個とすると、

$$y = 10t + 140$$

問題文から

$$\begin{cases} s + t = 39 & \text{—①} \\ \underbrace{15s + 305}_{\text{コーンAの高さ}} = \underbrace{10t + 140}_{\text{コーンBの高さ}} & \text{—②} \end{cases}$$

②を整理すると.

$$15s - 10t = -165$$

両辺÷5

$$3s - 2t = -33 \quad \text{——④}$$

よって. ①×2+④より

$$\begin{array}{rrcr} & 2s + 2t & = & 78 \\ +) & 3s - 2t & = & -33 \\ \hline & 5s & = & 45 \\ & s & = & 9 \end{array}$$

s=9を①に代入して.

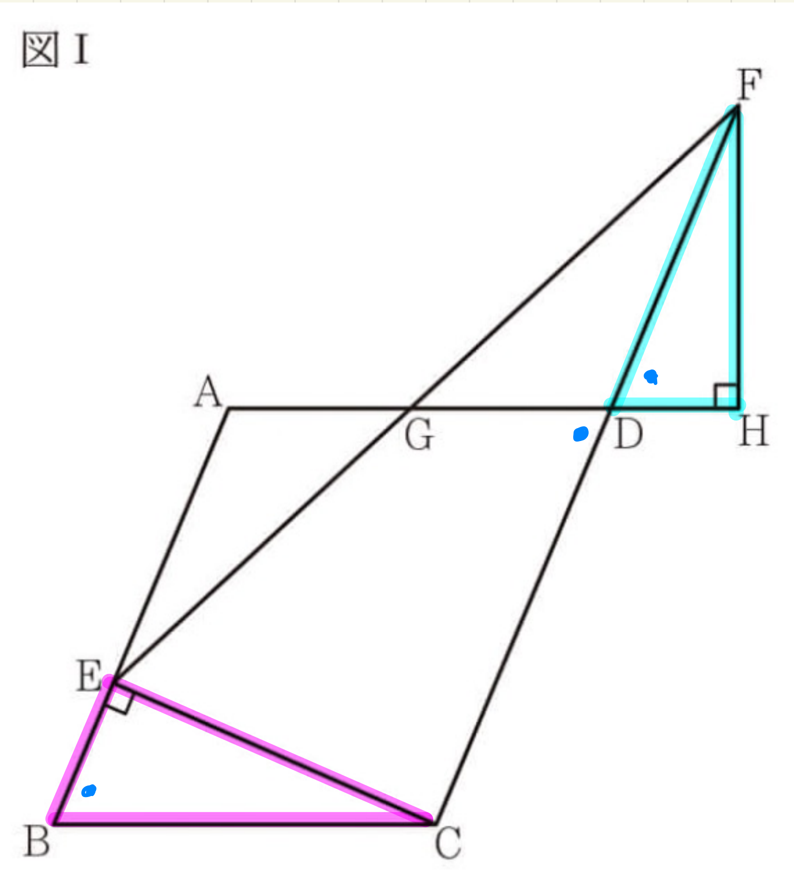
$$9 + t = 39$$

$$t = 30$$

4. I

(1)

図 I



△BCEと△DFHにおいて,

CE⊥AB, FH⊥AH

だから.

∠CEB=∠FDH=90° ——㋐

▱ABCDは平行四辺形

だから

∠EBC=∠ADC ——㋑

対頂角は等しいから

∠HDF ＝ ∠ADC ― ㋒

㋑,㋒ より

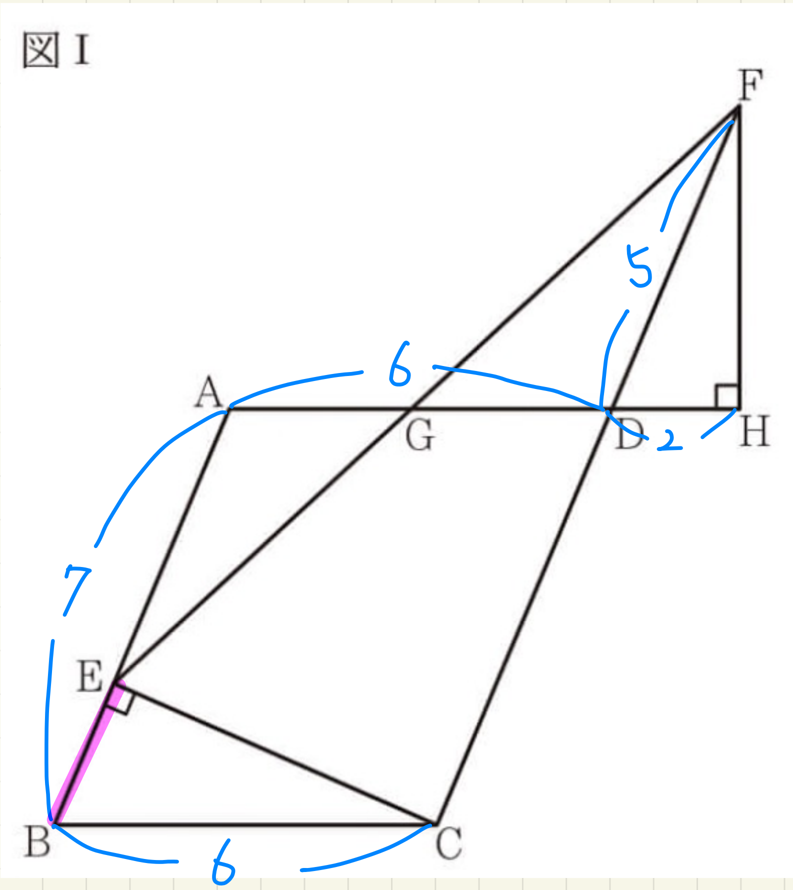
∠EBC ＝ ∠HDF ―― ㋓

㋐,㋓ より 2組の角がそれぞれ等しいから

△BCE ∽ △DFH　(証明終わり)

(2)

①



(1)より △BCE ∽ △DFH

なので，対応する辺の比は等しいから

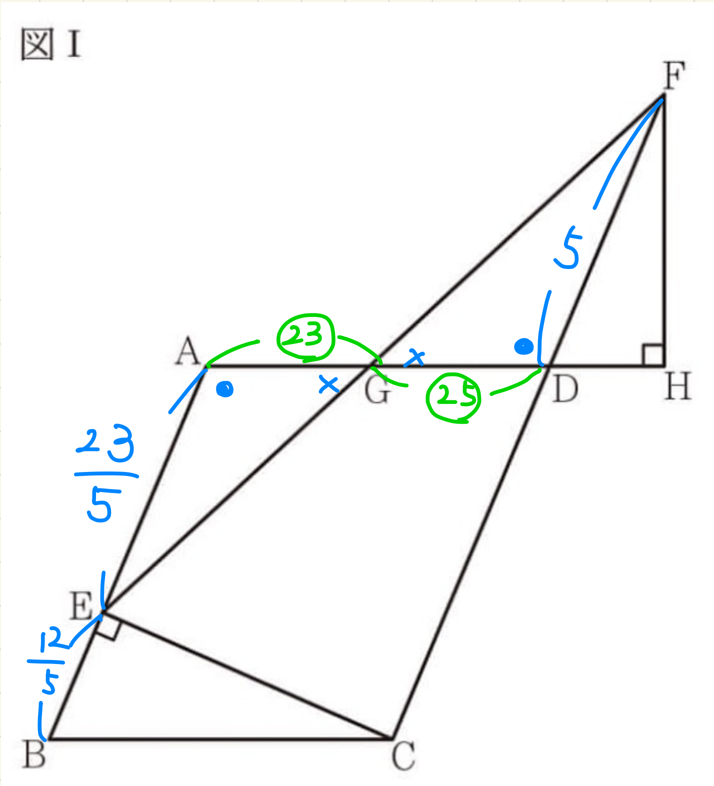
$BE : \underbrace{DH}_{2} = \underbrace{BC}_{6} : \underbrace{DF}_{5}$

よって

$5BE = 12$

$BE = \dfrac{12}{5}$ cm

② 難問



①より

$AE = AB - EB$

$= 7 - \frac{12}{5} = \frac{23}{5}$ cm

△AEGと△DFGにおいて、

□ABCDは平行四辺形より

AB // CD

∴ AB // CF

よって、平行線の錯角は等しいから

∠EAG = ∠FDG —— ①

対頂角は等しいから

∠EGA = ∠FGD —— ②

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので

△AEG ∽ △DFG

対応する辺の比は等しいので、

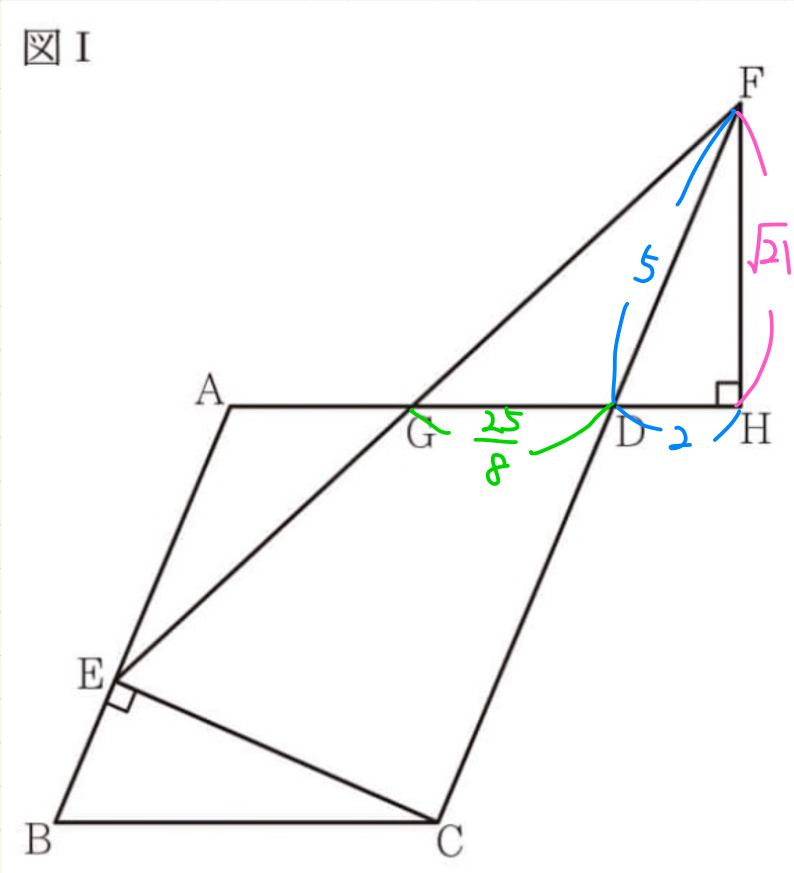
$AG : DG = AE : DF$

$= \frac{23}{5} : 5$

$= 23 : 25$

AD = 6 cm より

$DG = 6 \times \frac{25}{48} = \frac{25}{8}$ cm



△FDHで三平方の定理より

$FH=\sqrt{5^2-2^2}$

$\sqrt{25-4}$

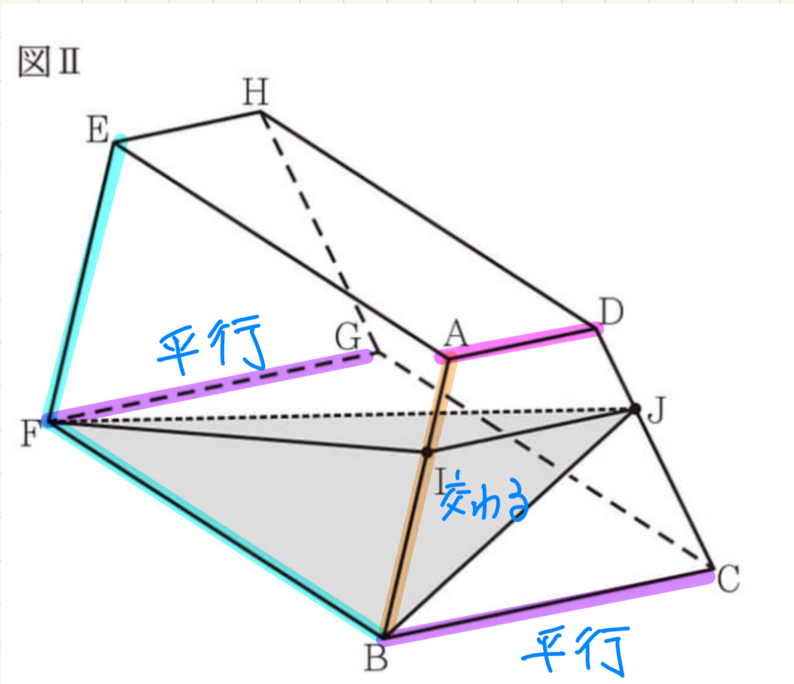
$=\sqrt{21}$ cm

よって、△FGDの面積は

$\frac{25}{8}\times\sqrt{21}\times\frac{1}{2}=\frac{25}{16}\sqrt{21}$ cm²

Ⅱ

(3)

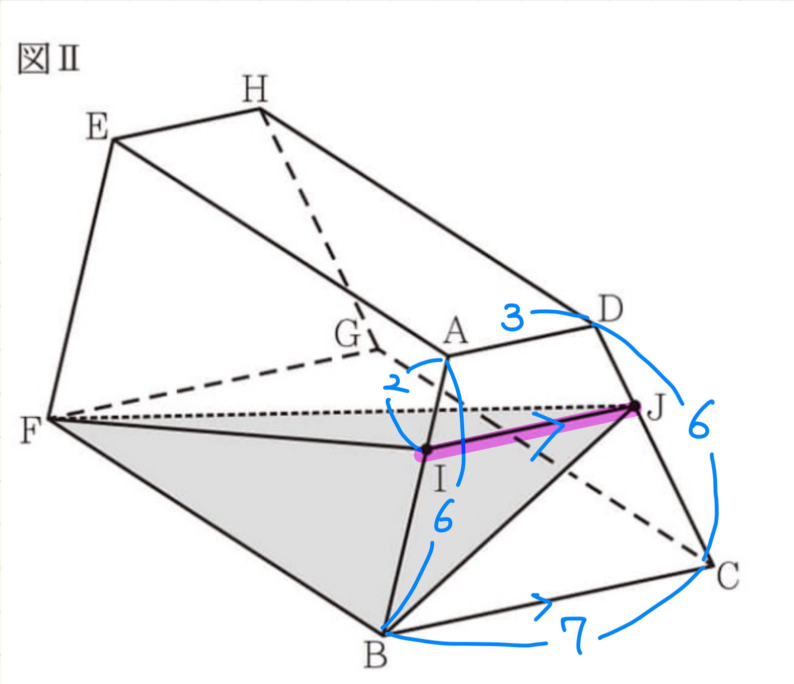


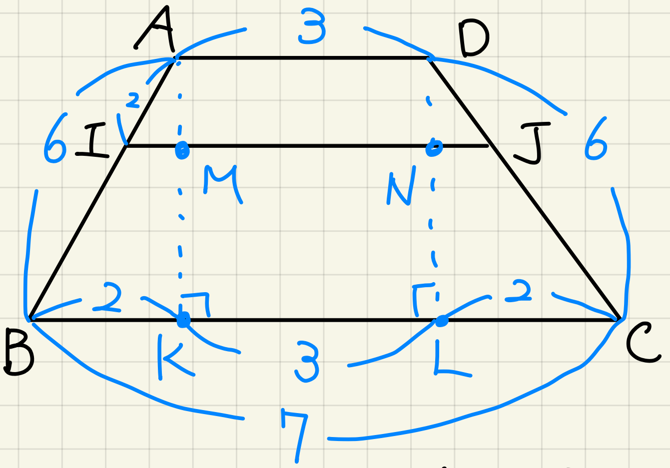
辺ADとねじれの位置にある辺は

辺EF，辺FB ⇒ ウ，エ

(4)

①





□ABCDは、AB＝CDの台形。

A、DからBCにおろした垂線とBCの交点をそれぞれK、Lとする。

$$BK = CL = \frac{7-3}{2} = 2\text{ cm}$$

図のようにM、Nをとると、

△AIMと△ABKにおいて、

IM // BKより同位角が等しいので、

∠AIM＝∠ABK ― ①

∠AMI＝∠AKB ― ②

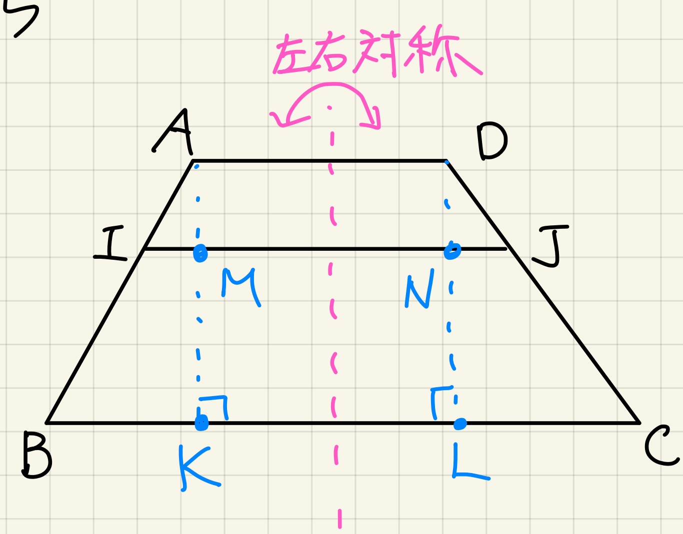
①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、

△AIM ∽ △ABK

対応する辺の比は等しいから

$$IM : \underbrace{BK}_{2} = \underbrace{AI}_{2} : \underbrace{AB}_{6}$$

$$6IM = 4 \quad \therefore IM = \frac{2}{3}\,\text{cm}$$

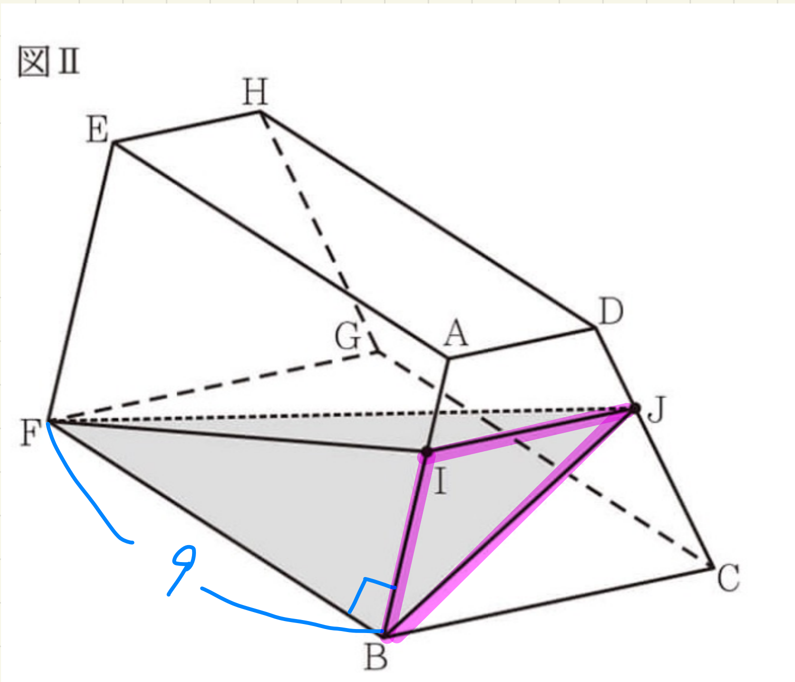


対称性から、$JN = \frac{2}{3}\,\text{cm}$

よって、

$$IJ = \underbrace{\frac{2}{3}}_{IM} + \underbrace{3}_{MN} + \underbrace{\frac{2}{3}}_{NJ} = \frac{13}{3}\,\text{cm}$$

② 難問



立体ABCD - EFGHは四角柱なので、

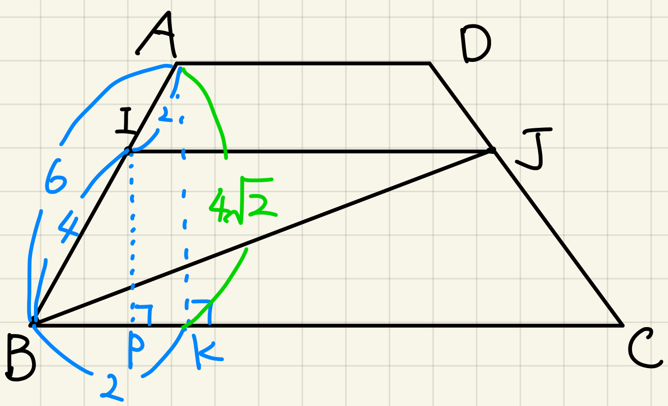
面ABCD ⊥ FBCG

よって、△IBJを底面とすると、高さはFBとなる。

□EFBAは長方形なので、

$EA = FB = 9\,\text{cm}$

よって、△IBJの面積を求めることを考える。



IからBCにおろした垂線とBCとの交点をPとする。

△ABKで三平方の定理より

$$AK = \sqrt{6^2 - 2^2} \quad \left(\sqrt{36-4} = \sqrt{32}\right)$$

$$= \underline{4\sqrt{2}\ \text{cm}}$$

△IBPと△ABKにおいて、
共通な角は等しいから

$$\angle IBP = \angle ABK \quad \text{—— ①}$$

$IP \perp BC$, $AK \perp BC$ より

$$\angle BPK = \angle BKA = 90^\circ \quad \text{—— ②}$$

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle IBP \backsim \triangle ABK$$

対応する辺の比は等しいから

$$IP : \underbrace{AK}_{4\sqrt{2}} = \underbrace{IB}_{4} : \underbrace{AB}_{6}$$

$$\therefore 6IP = 16\sqrt{2} \Rightarrow IP = \frac{8}{3}\sqrt{2}\ \text{cm}$$

よって、△IBJの面積は

$$\underbrace{\frac{13}{3}}_{IJ} \times \underbrace{\frac{8}{3}\sqrt{2}}_{IP} \times \frac{1}{2} = \frac{52}{9}\sqrt{2}\ \text{cm}^2$$

よって、求める体積は

$$\frac{52}{9}\sqrt{2} \times 9 \times \frac{1}{3} = \underline{\frac{52}{3}\sqrt{2}\ \text{cm}^3}$$