# 2022年度　滋賀県
数学

Km Km

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= 12 + 2$

$= 14$

(2) 与式 $= \frac{3}{6}a - \frac{8}{6}a$

$= -\frac{5}{6}a$

(3) $-4A + 3B + 2A = -2A + 3B$

$A = 4x - 1$, $B = -2x + 3$ より

$-2A + 3B = -2(4x - 1) + 3(-2x + 3)$

$= -8x + 2 - 6x + 9$

$= -14x + 11$

(4) 与式 $= -15a^2b \times \frac{1}{3ab^2} \times 4b^2$

$= -20ab$

(5) 与式 $= 2 - 2\sqrt{6} + 3 + \sqrt{6}$

$= 5 - \sqrt{6}$

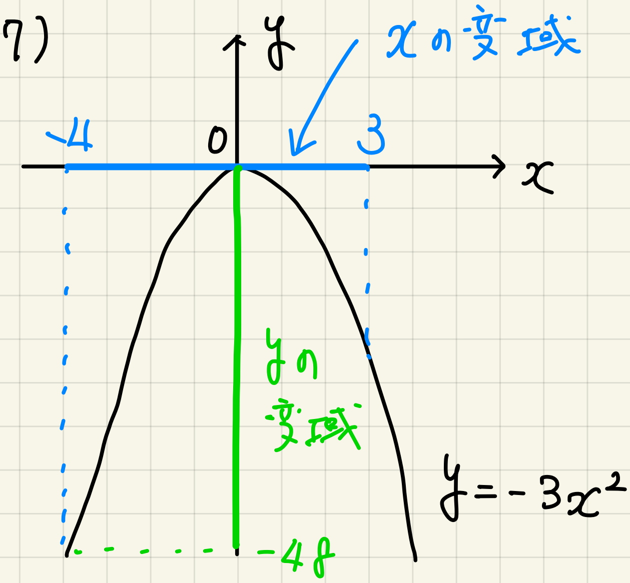
(6) 式を整理すると.

$x^2 - x - 12 = 0$

$(x + 3)(x - 4) = 0$

$\therefore\ x = -3, 4$

(7)




左のグラフより

$x=-4$ のとき、

$y=-3\times(-4)^2$

$=-3\times16$

$=-48$

$\therefore\ -48\leqq y\leqq 0$

(8) 樹形図で考える

$3 - 4 = 12$
$3 - 5 = 15$
$3 - 6 = 18$
$3 - 7 = 21$

$4 - 5 = 20$
$4 - 6 = 24$
$4 - 7 = 28$

$5 - 6 = 30$
$5 - 7 = 35$

$6 - 7 = 42$

カードの引き方は全部で10通り。樹形図より、

2の倍数でも3の倍数でもないのは、$5\times7=35$ の1通り。

したがって、求める確率は

$$\frac{1}{10}$$

(9) A中学校の10m ~20m の相対度数は、

$$\frac{66}{220}=\frac{33}{110}$$

A中学校とB中学校の10m~20mの相対度数は等しいので、

$$\frac{(ア)}{60} = \frac{33}{110}$$

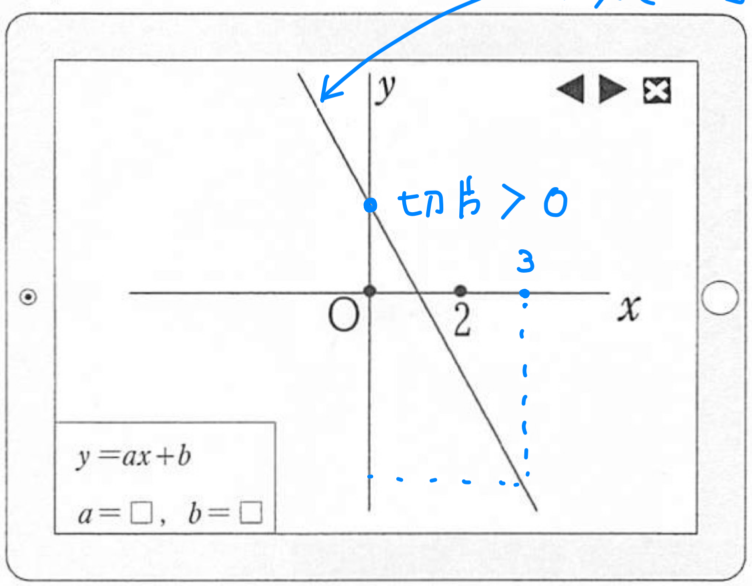
$$\therefore (ア) = \frac{33}{110} \times 60$$

$$= 18 人$$

$\boxed{2}$

(1)

図1



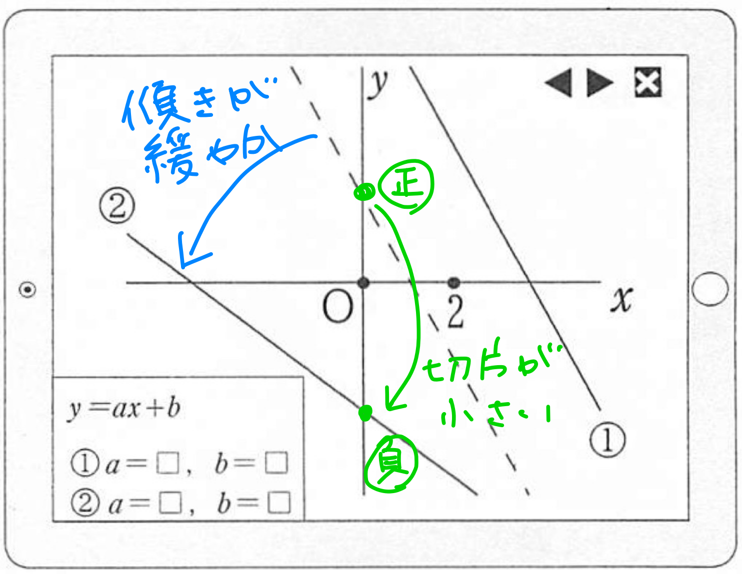

aは傾きであり，図1のグラフは右下なので，aの値は負

また $3a+b$ は，$y=ax+b$ に $x=3$ を代入したときのyの値

図1より $x=3$ のとき，yの値は負なので，$3a+b$ の値も負となる

(2)

図2




傾きの値は負なので，

傾きが緩やか

⇒傾きが大きい

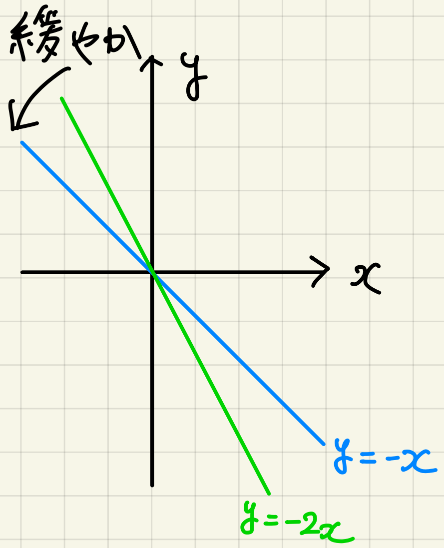
⇒aの値は大きくなる.

切片は正 → 負なので，

bの値は小さくなる.

## 参考　傾きが負の値の場合

$y=-x$ と $y=-2x$ を比べると.



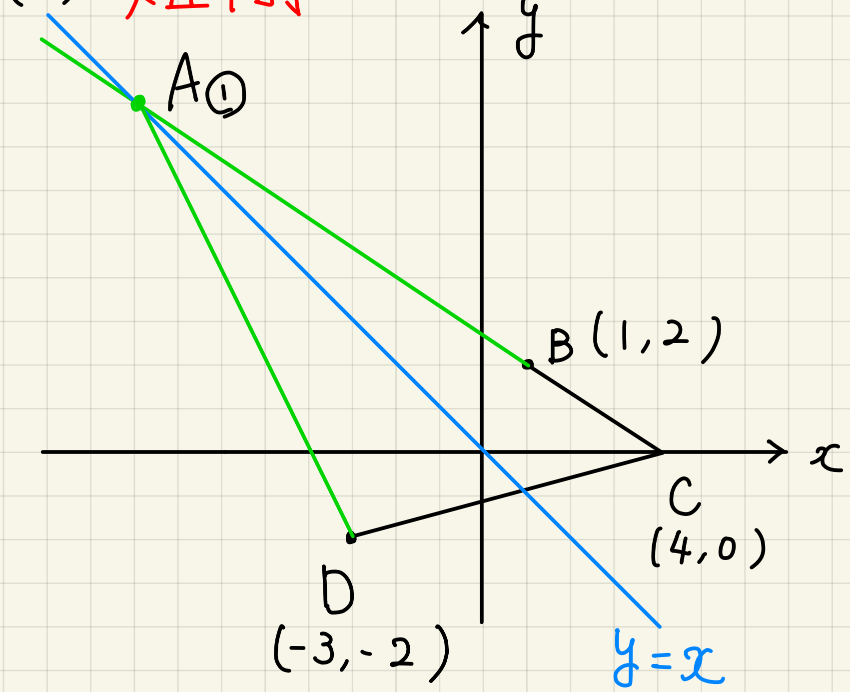

$y=-x$ の方が $y=-2x$ より緩やか

$y=-x$ の傾き ⇒ $-1$

$y=-2x$ の傾き ⇒ $-2$

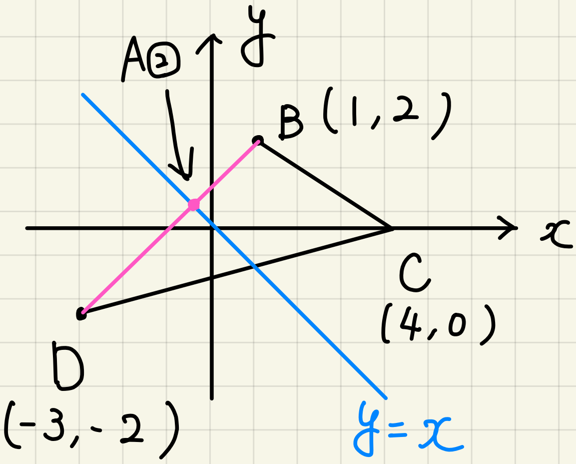
$-1 > -2$ ⇒ 緩やかになる方が、傾きが大きい!

(3) 難問




BCを延長した線上に点Aがあると AB, BC, CA, AD を結んだ図形は三角形となる。

—— ①



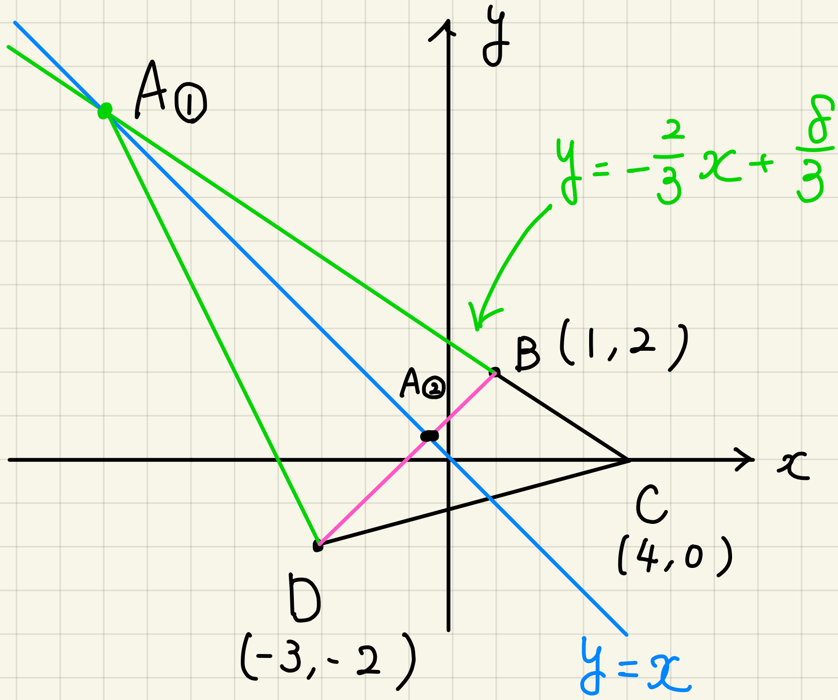

また，BC上に点Aがあると，AB，BC，CD，DAを結んだ図形は三角形となる。 ―― ②

図形より，②の三角形＜①の三角形であり，問題文から $S \leqq T$ なので，

②の三角形 ＝ $S$

①の三角形 ＝ $T$

となる。




①のときの点Aを $A_①$

②のときの点Aを $A_②$

と書く。

**$A_①$ の座標**

直線BCと $y=x$ の交点。

直線BCの式を $y=ax+b$ とおくと，

$$\begin{cases} 2 = a + b & \cdots \text{Bを代入} \\ 0 = 4a + b & \cdots \text{Cを代入} \end{cases}$$

$2=-3a \Rightarrow a=-\frac{2}{3}$

$\therefore 2 = -\frac{2}{3}+b$

$b=\frac{8}{3}$

よって 点A① の座標は.

$$\begin{cases} y = -x \\ y = -\dfrac{2}{3}x + \dfrac{8}{3} \end{cases}$$

代入

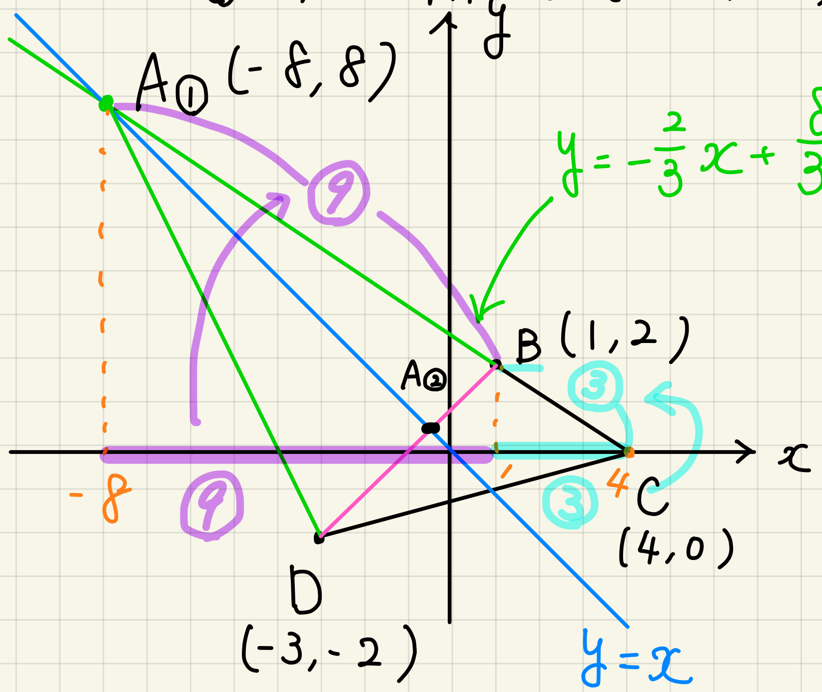
$$\Rightarrow -x = -\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$$

代入

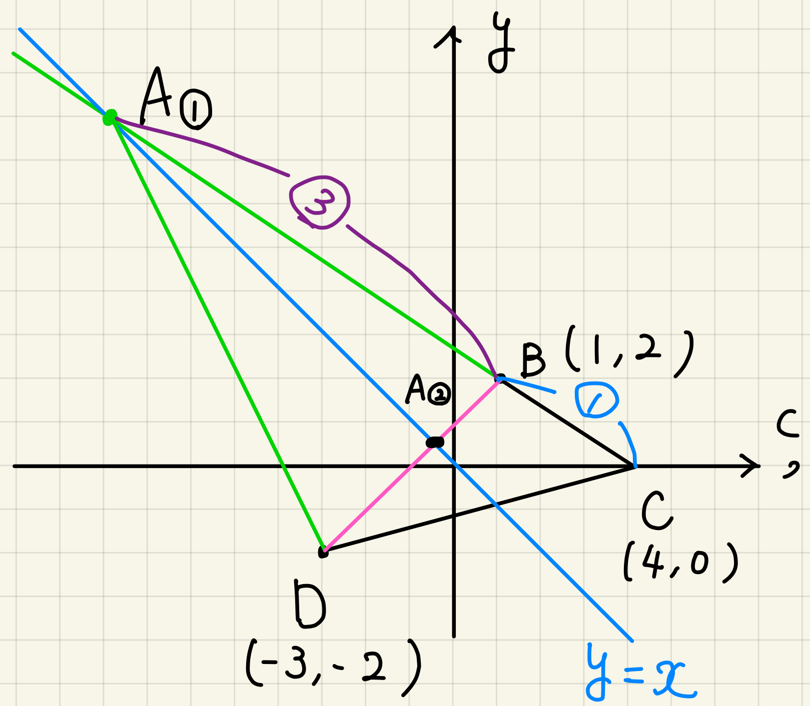
$$-\frac{1}{3}x = \frac{8}{3} \Rightarrow x = -8.$$

$$y = -(-8) = 8$$

よって. A① の座標は $(-8, 8)$




⇓ 比を整理すると.




左のグラフより

$AB : BC = 3 : 1$

△ADB と △BDC で それぞれの底辺を AB, BC とすると 高さが等しいので、面積比は底辺比と 等しい

したがって、

$\triangle ADB : \triangle BDC = 3 : 1$

$\triangle ADC = \triangle ADB + \triangle BDC$

$= ③ + ①$

$= ④$

したがって

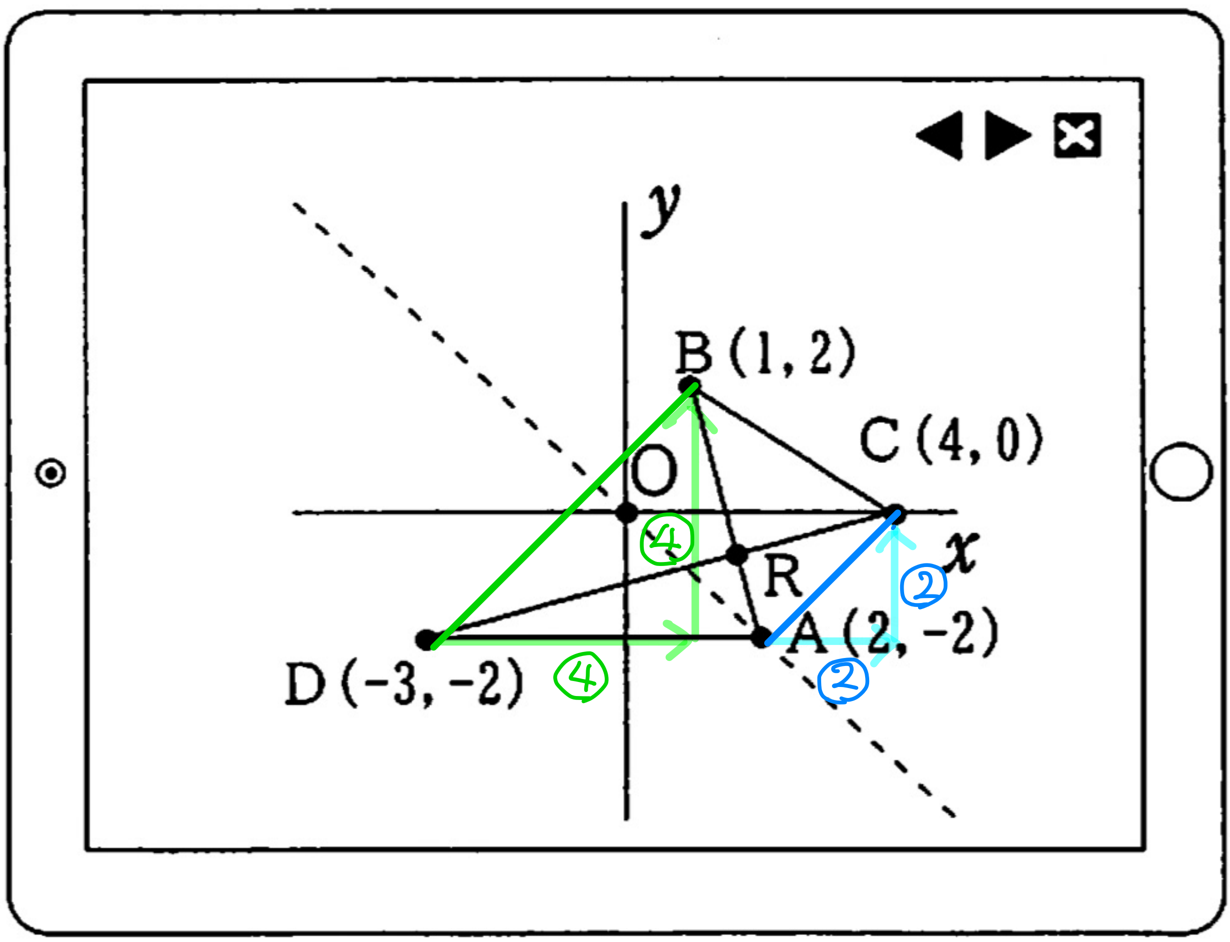
$\underbrace{\triangle BDC}_{S} : \underbrace{\triangle ADB}_{T} = 1 : 4$

よって

$S : T = 1 : 4$

(4)

図6



1次関数では、傾き＝変化の割合を利用して、

直線ACの傾き

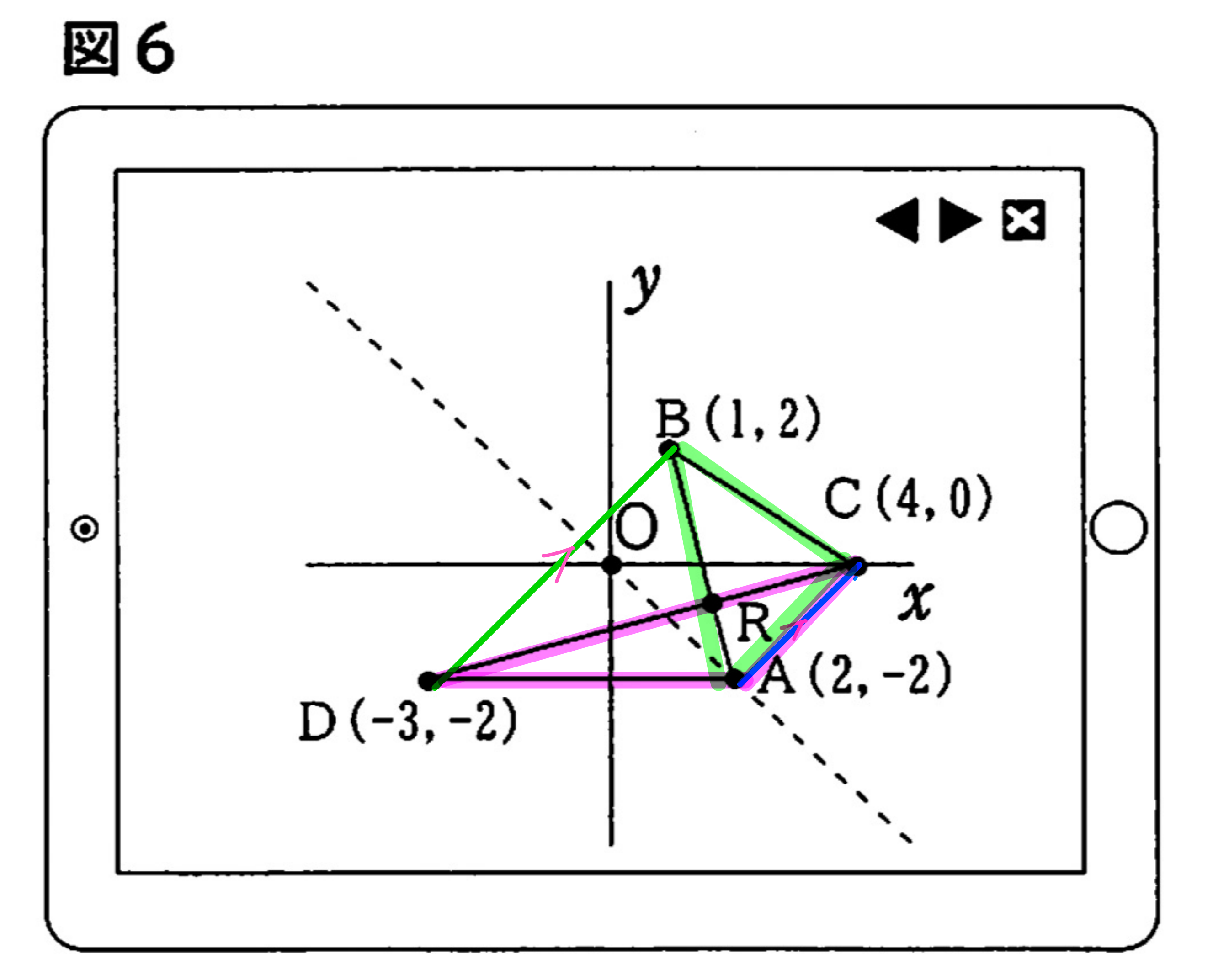
$$= \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{2}{2} = 1$$

直線DBの傾き

$$= \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{4}{4} = 1$$

したがって、直線ACと直線DBの傾きは等しいので、

AC // DB ―― ①



△ADC と△ABCにおいて、ACを底辺とすると、
①より高さが等しいので、

$$\triangle ADC = \triangle ABC \quad ―②$$

$$\triangle RAD = \triangle ADC - \triangle ARC$$

$$\triangle RBC = \triangle ABC - \triangle ARC$$

したがって、$\triangle RAD = \triangle RBC$

$\boxed{3}$

(1) 友人の人数を$x$人とする。

4個ずつ配って9個余る

$\Rightarrow 4x + 9$

6個ずつ配って5個足りない

$\Rightarrow 6x - 5$

$$\therefore\ 4x + 9 = 6x - 5$$
$$-2x = -14$$
$$x = 7$$

したがって、友人の人数は7人

(2) 食パンを$x$斤、ロールパンを$y$個作るとする。

小麦粉が1.5kg = 1500gなので、

$$\underbrace{300x}_{\text{食パンの小麦粉の量}} + \underbrace{\frac{150}{6}}_{\text{ロールパン1個あたりの小麦粉の量}}y = 1500 \quad ―①$$

バターが80gなので

$$10x + \frac{10}{6}y = 80 \quad —— ②$$

食パンのバターの量　ロールパン1個あたりのバターの量

①を整理すると、

$$1800x + 150y = 9000$$

$$12x + y = 60 \quad —— ③$$

…①×6

÷150

②を整理すると、

$$60x + 10y = 480$$

$$6x + y = 48 \quad —— ④$$

…②×6

÷10

③－④より

$$6x = 12 \Rightarrow x = 2$$

$x = 2$ を④に代入して

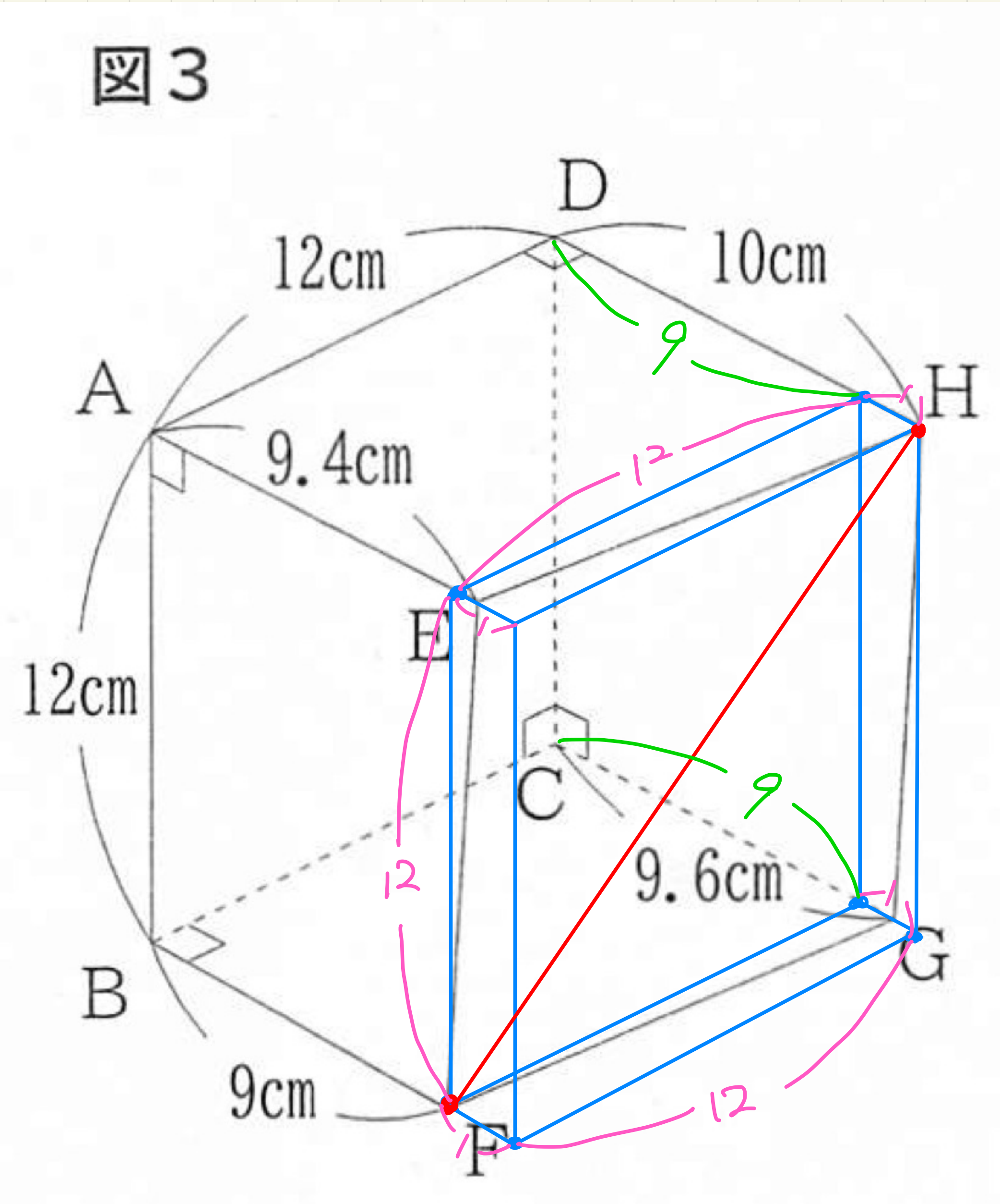
$$12 + y = 48 \Rightarrow y = 36$$

したがって

食パン2斤

ロールパン36個

(3) 難問




FHを対角線とするような直方体を考える.

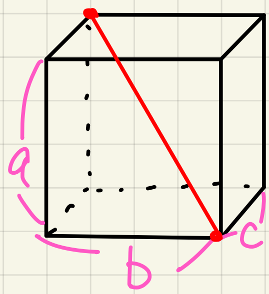
上の図より

$$FH = \sqrt{12^2 + 12^2 + 1^2}$$

$$= \sqrt{289}$$

$$= 17\text{ cm}$$

参考

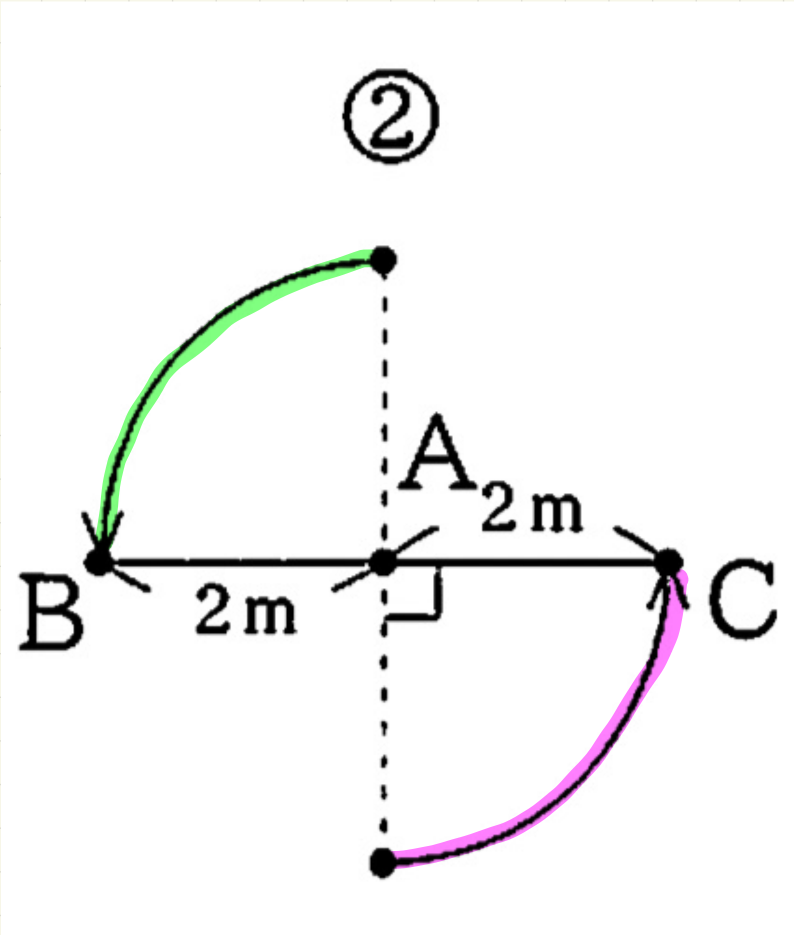



図のような直方体の対角線の長さは

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

4

(1)




Bは半径2mの円の$\frac{1}{4}$

Cは半径2mの円の$\frac{1}{4}$

をそれぞれ動く。

⇒ B, Cの動く距離の合計は、

半径2mの円の$\frac{1}{2}$

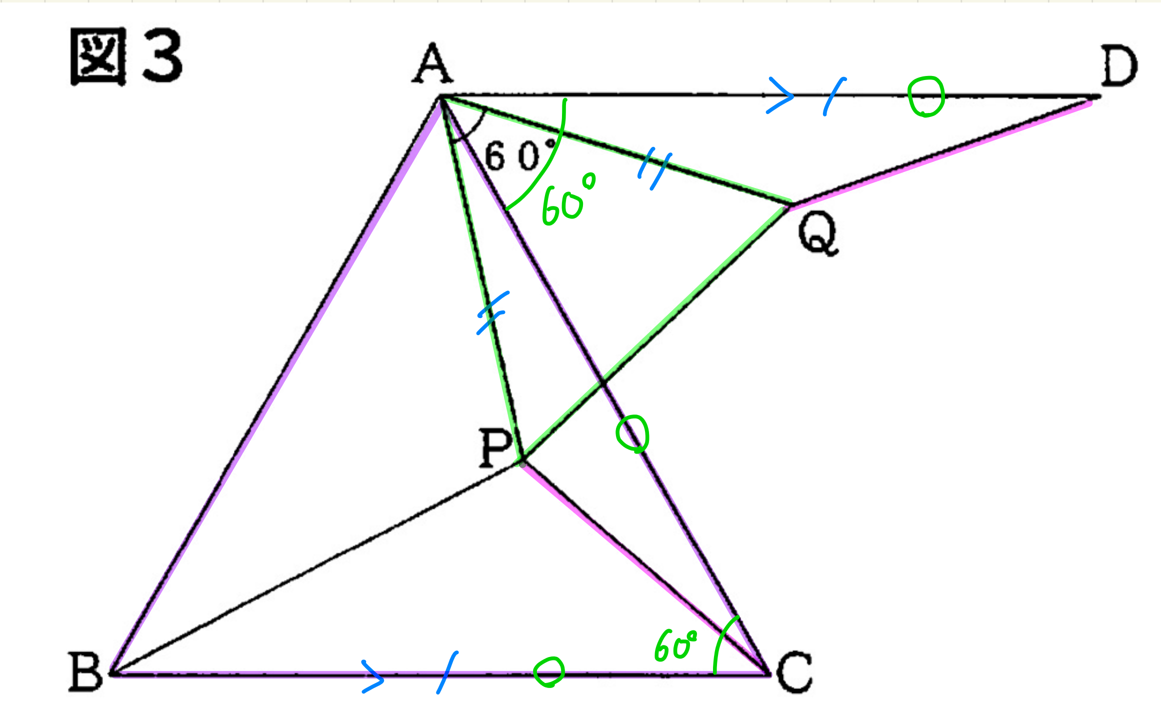
よって、

$\underbrace{\underbrace{2m}_{半径} \times 2}_{直径} \times \pi \times \frac{1}{2} = 2\pi\ m$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

※円周の長さ = 直径 × π

(2)



△APQ, △ABCは正三角形なので

AP = AQ — ①

AC = BC — ②

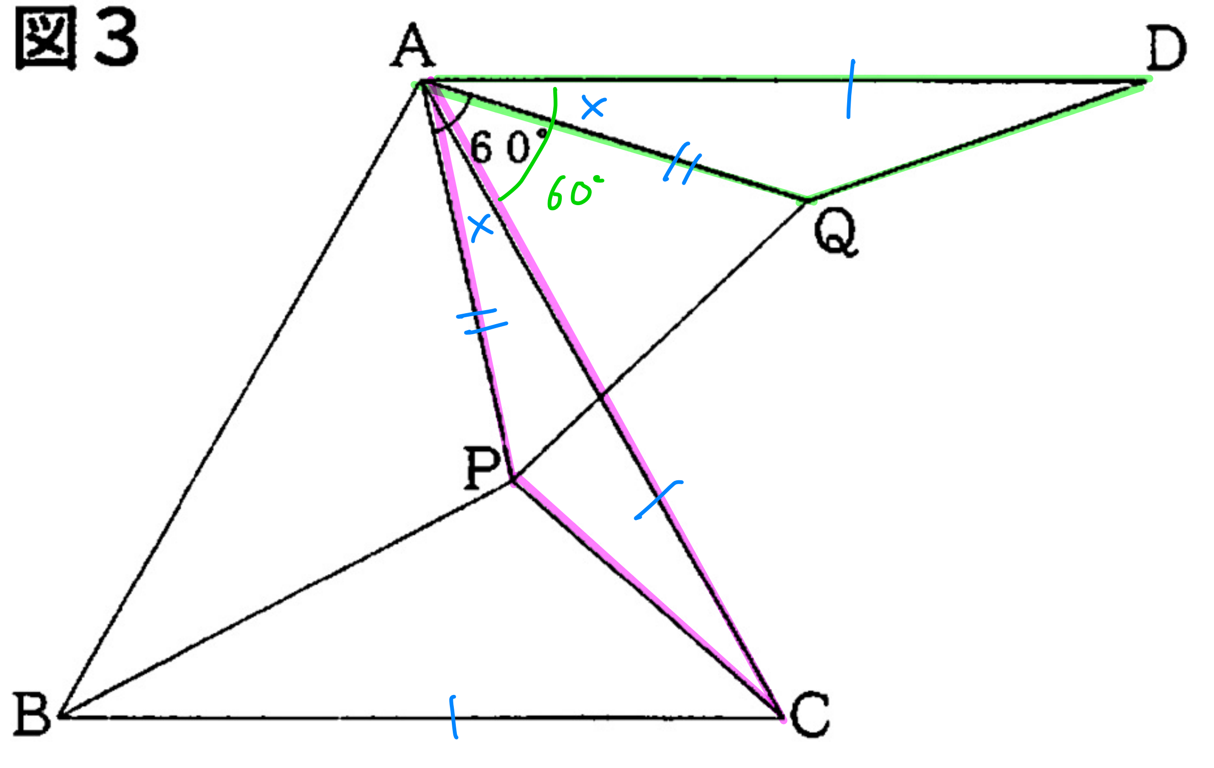
∠PAQ = ∠BCA = 60° — ③

AD // BC より錯角が等しいので,

∠BCA = ∠DAC = 60° — ④

$\underbrace{\angle BCA}_{60°}$

図3




△APC と △AQD において, ③より

∠PAC = ∠PAQ − ∠CAQ

= 60° − ∠CAQ — ⑤

④より

∠QAD = ∠CAD − ∠CAQ

= 60° − ∠CAQ — ⑥

⑤, ⑥より ∠PAC = ∠QAD — ⑦

また，

$AD = BC$

なので ②（$AC = BC$）より

$AC = AD$ ―― ⑧

①，⑦，⑧より 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

$\triangle APC \equiv \triangle AQD$

対応する辺の長さは等しいので，

$CP = DQ$ （証明終わり）

(3)

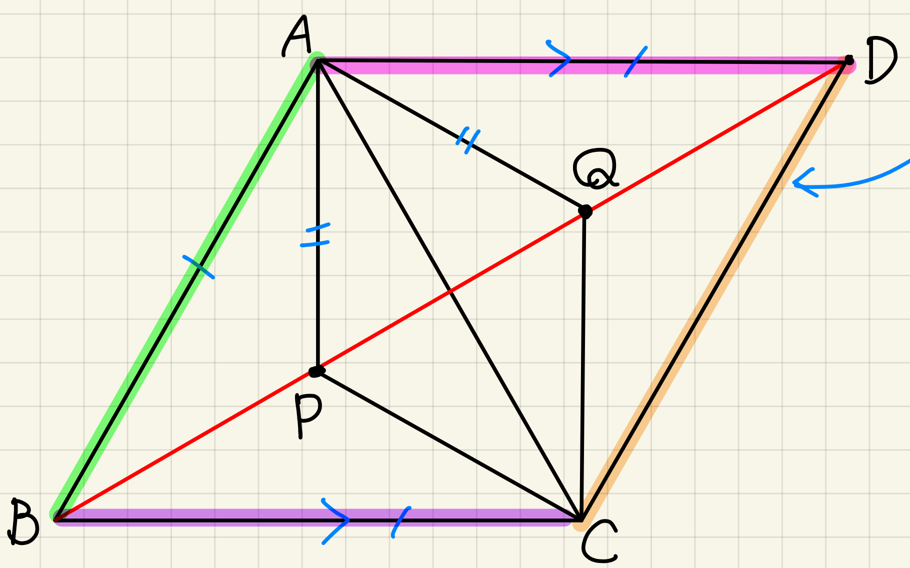
△APQは正三角形より，

③ ①，②より$AP + BP + CP = BP + PQ + QD$であることがわかりますので，$BP + PQ + QD$が最も短くなるときの値を求めてみましょう。

(2)より

$BP + PQ + QD$が最も短くなる

⇒ B，P，Q，Dが一直線上にある。




この図のような状態になれば良い。

AD // BC, AD = BC より 1組の対辺が平行で

先生のアドバイス1②より

長さが等しいので、▱ABCDは平行四辺形 ―― ①

⇒AB = CD

さらに△ABCは正三角形なので、

AB = BC

よって

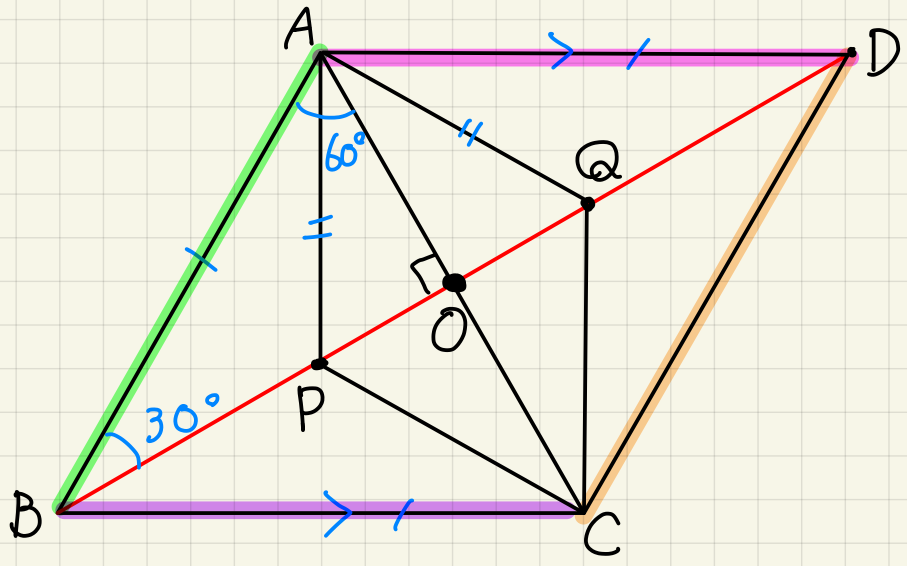
AB = BC = AD = CD ―― ②

また、①より

$$\left.\begin{array}{l} AB \parallel CD \\ BC \parallel AD \end{array}\right\} \text{―― ③}$$

②、③より 4つの辺の長さが等しく、対辺が平行なので、▱ABCDはひし形

∴ BDはひし形の対角線である。




ACとBDの交点をOとする。

ひし形の対角線は直角に交わるので、

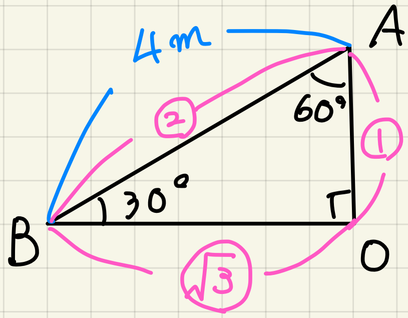
∠AOB = 90°

△ABCは正三角形なので、

∠OAB = 60°

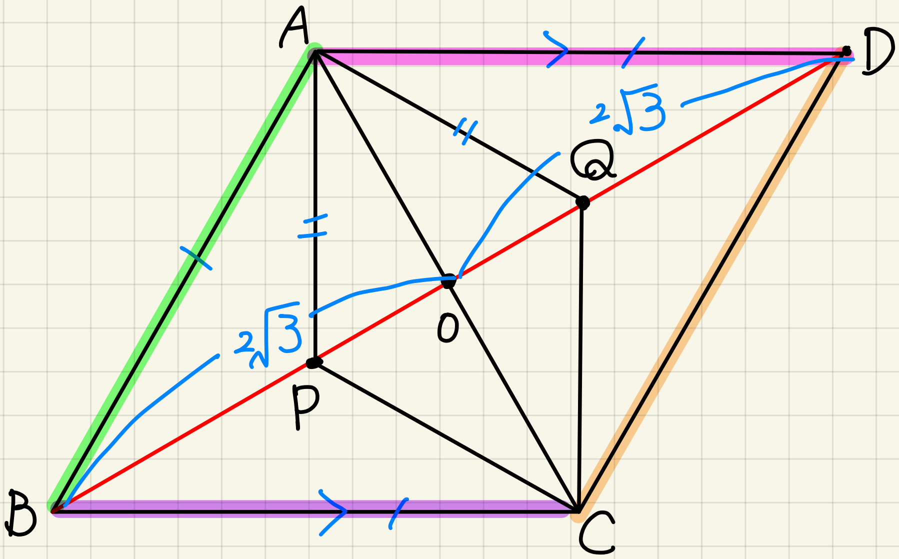
したがって，

$$\angle ABO = 180^\circ - (\angle AOB + \angle OAB)$$
$$= 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ)$$
$$= 30^\circ$$




したがって，BOの長さは

$$BO = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}\ m$$



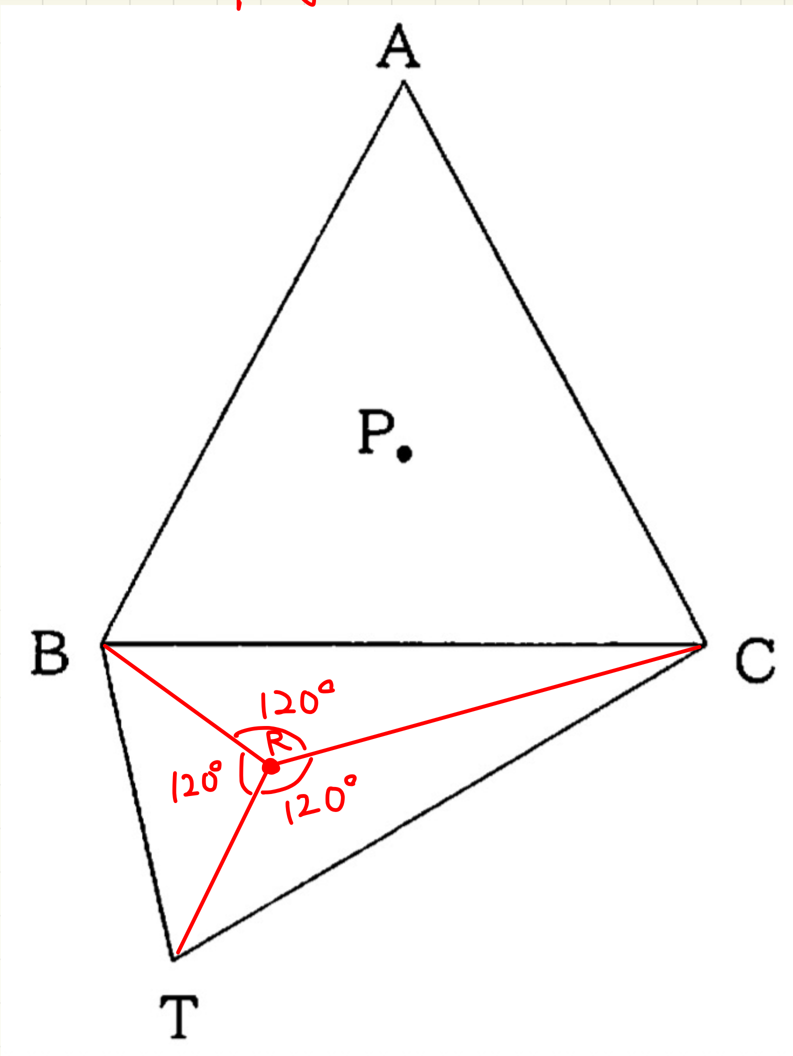

ひし形の対角線は，中点で交わるので，

$BO = OD$

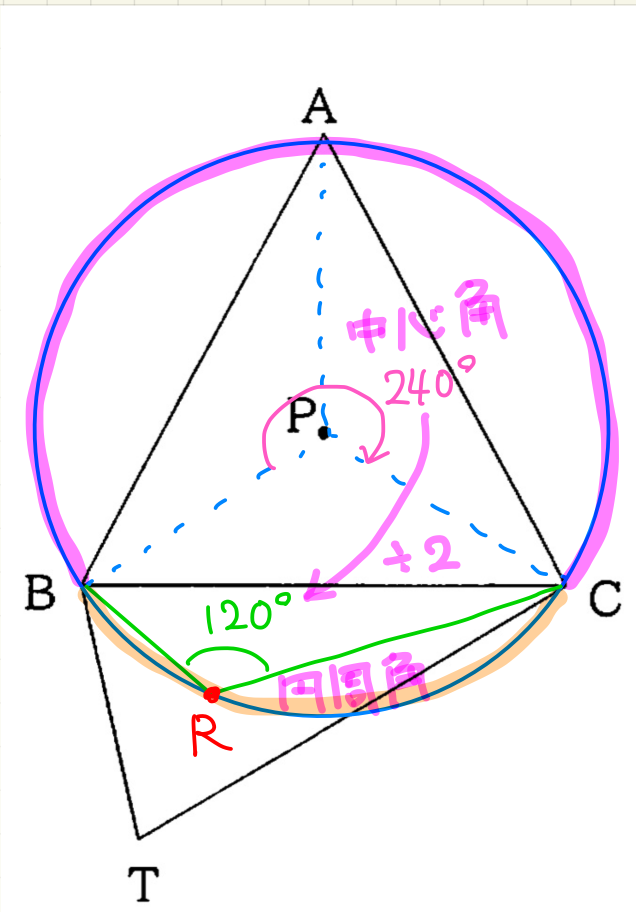
したがって

$$BP + PQ + QD = BO + OD$$
$$= 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$
$$= 4\sqrt{3}\ m$$

(4) 難問




先生のアドバイス２②より，△BCTの内部に
∠BRC＝∠BRT＝∠TRC
＝120°
となるような点Rを作図すれば良い．




先生のアドバイス２①より

$\angle APB = 120°$

$\angle CPA = 120°$

より

$\angle BPC = \angle APB + \angle CPA$

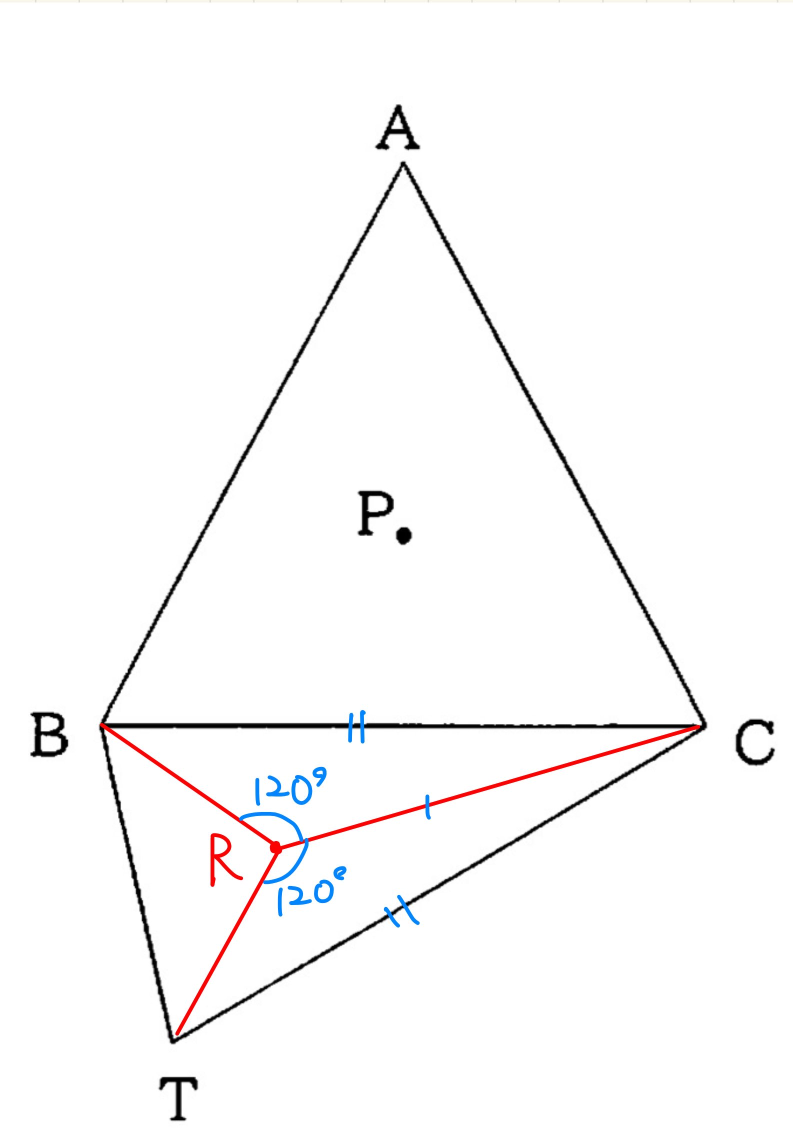
$= 120° + 120° = 240°$

∠BPCは$\overset{\frown}{BC}$に対する中心角であり，∠BRCは$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角なので．

$\angle BRC = 240° \div 2 = 120°$

$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角は、点Rが $\overset{\frown}{BC}$ 上のどの位置でも等しいので、点Rは $\overset{\frown}{BC}$ 上にある。—— ㋐

次に $\angle CRT = 120^\circ$ となるような点Rを考える。




△BRCと△TRCにおいて、

仮定より)

$BC = TC$ —— ①

共通な辺は等しいので、

$RC = RC$ —— ②

$\angle BRC = \angle TRC = 120^\circ$

となる点を作図するので、

$\angle BRC = \angle TRC$ —— ③

①、②、③より2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

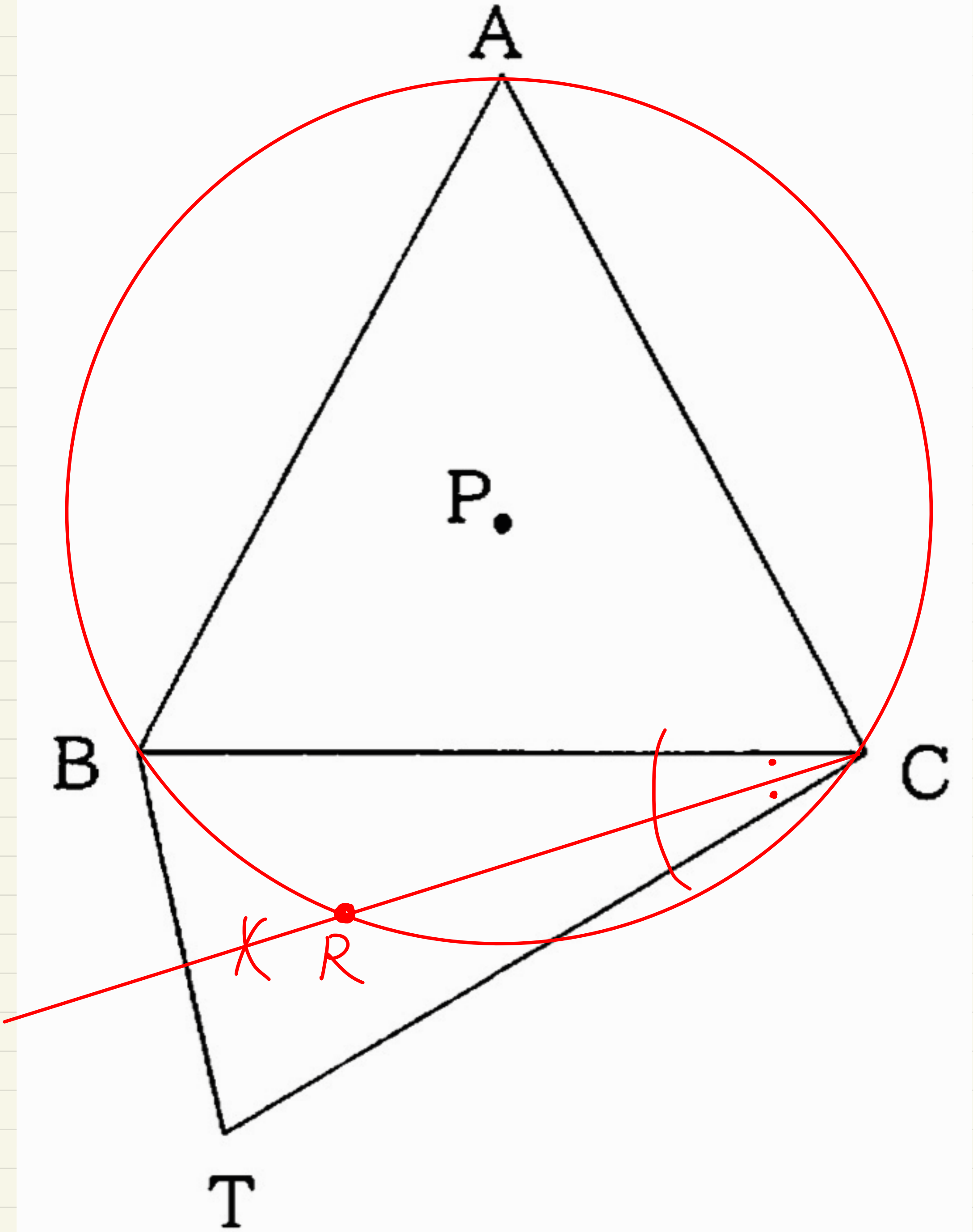
$\triangle BRC \equiv \triangle TRC$

対応する角は等しいので、

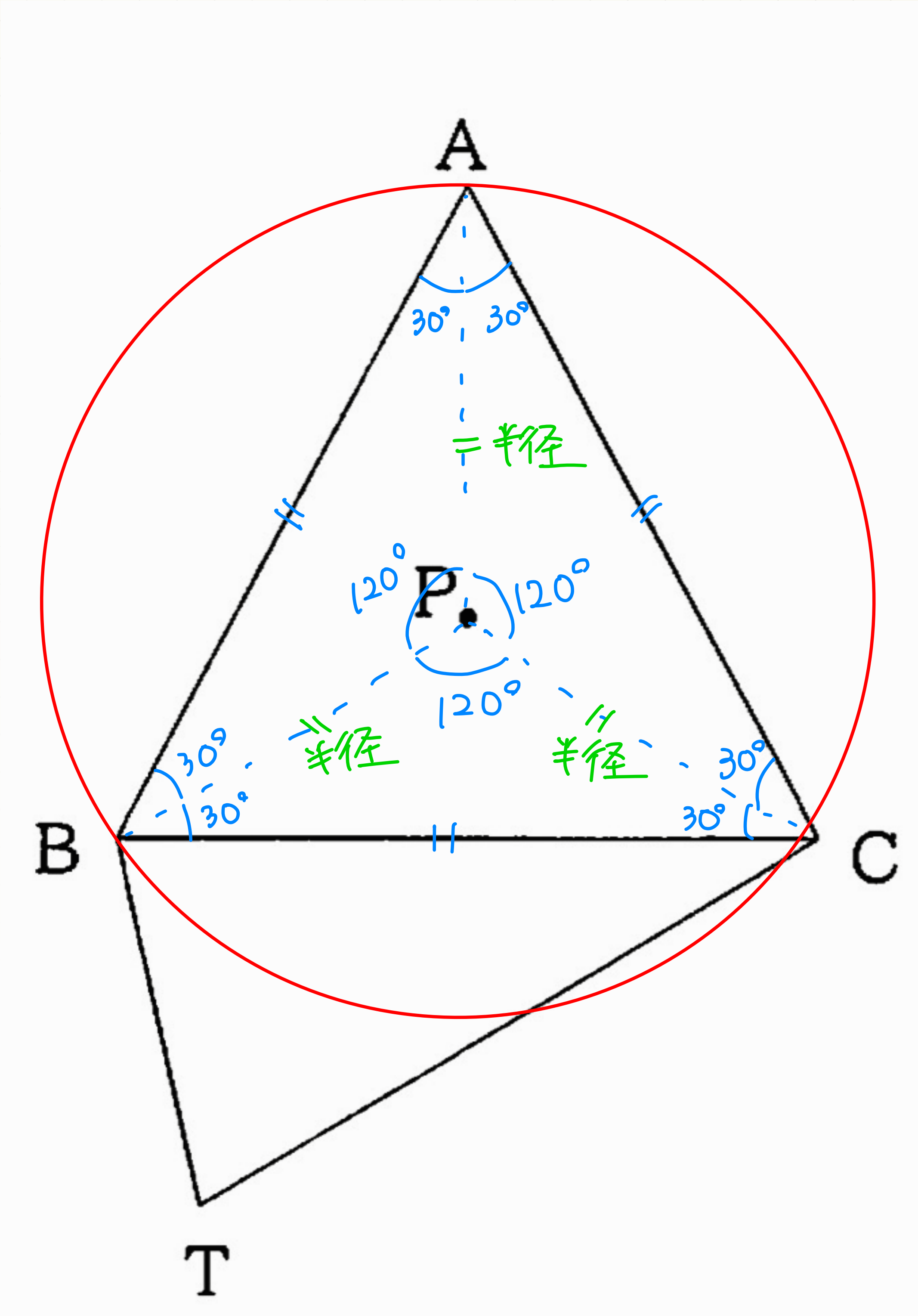
$\angle BCR = \angle TCR$

→ $\angle BCT$ の二等分線を作図 —— ㋑

㋐、㋑の交点が作図する点R


A
P
B
C
R
T

参考




AP = BP = CP
なので，
点Pを中心として，
半径APの円を
書くと，
A，B，Cは
同一円周上に
ある。