2021年度 北海道

数学

Km Km

$\boxed{1}$

問1

(1) 与式 $= 3 + 6$

$= 9$

(2) 与式 $= 9 \times (-5) + 4$

$= -45 + 4$

$= -41$

(3) 与式 $= 2\sqrt{7} - \sqrt{7}$

$= \sqrt{7}$

問2

ア：$50 \times x = y \Rightarrow y = 50x$

$y = ax$ の形

イ：$x \times y = 300 \Rightarrow y = \dfrac{300}{x}$

$y = \dfrac{a}{x}$ の形

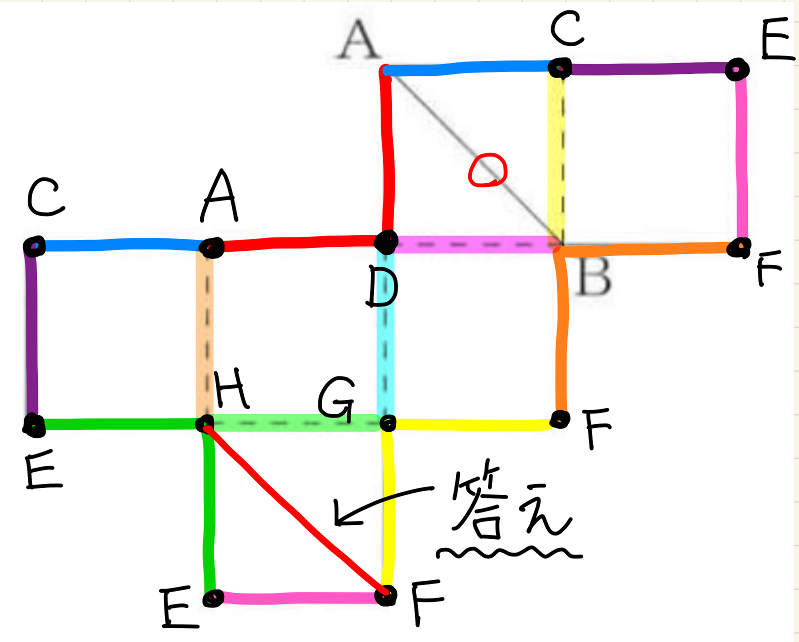
ウ：$100 + x = y \Rightarrow y = x + 100$

$y = ax + b$ の形

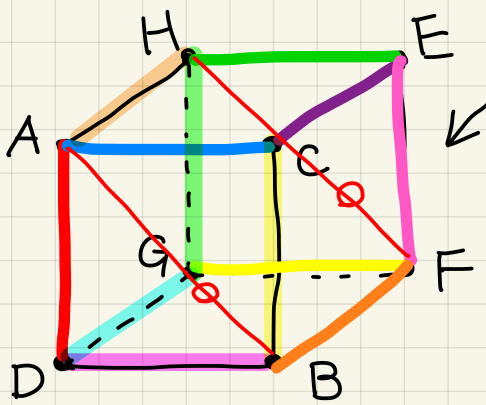
エ：$x \times x \times \pi \times 5 = y \Rightarrow y = 5\pi x^2$

$y = ax^2$ の形

問3




左の展開図を組み立てたとき、同じ色の辺が重なる。




展開図を立方体にしたときの頂点と辺の関係

線分ABと平行で長さが等しいのは、線分HF

問4

求める直線の式を

$$y = ax + b \quad —— ①$$

とする。①は、$y = 3x$ のグラフと平行なので、

$$a = 3$$

よって、①は、

$$y = 3x + b \quad —— ②$$

② のグラフが、点 $(0, 2)$ を通るので、

$x = 0$, $y = 2$ を ② に代入して

$$2 = 0 + b \Rightarrow b = 2$$

求める直線の式は、$y = 3x + 2$

問5

$$\begin{cases} 2x + y = 11 & \text{—— ①} \\ y = 3x + 1 & \text{—— ②} \end{cases}$$

①の $y$ に、②の $y = 3x + 1$ を代入する。

$$2x + \underbrace{y}_{y = 3x + 1} = 11$$

$$2x + 3x + 1 = 11$$

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

$x = 2$ を②に代入すると、

$$y = 3\underbrace{x}_{2} + 1$$

$$= 3 \times 2 + 1$$

$$= 7$$

よって、$x = 2,\ y = 7$

# 問6

おうぎ形の
弧の長さ $=$ 直径 $\times \pi \times \dfrac{\text{中心角}}{360°}$ ——①

面積 $=$ 半径 $\times$ 半径 $\times \pi \times \dfrac{\text{中心角}}{360°}$ —②

求めるのは、弧の長さなので、①の公式を使う。
半径 9 cm $\longrightarrow$ 直径は 18 cm.

よって、弧ABの長さは、

$$\underbrace{18}_{\text{直径}} \times \pi \times \frac{\overset{\text{中心角}}{60°}}{360°} = 18 \times \pi \times \frac{1}{6}$$

$$= 3\pi$$

求める弧の長さは 3π (cm)

$\boxed{2}$

問1

$x^2+3x+1$ は、因数分解できないので、
解の公式を用いる。

$ax^2+bx+c=0$ の解の公式は、

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

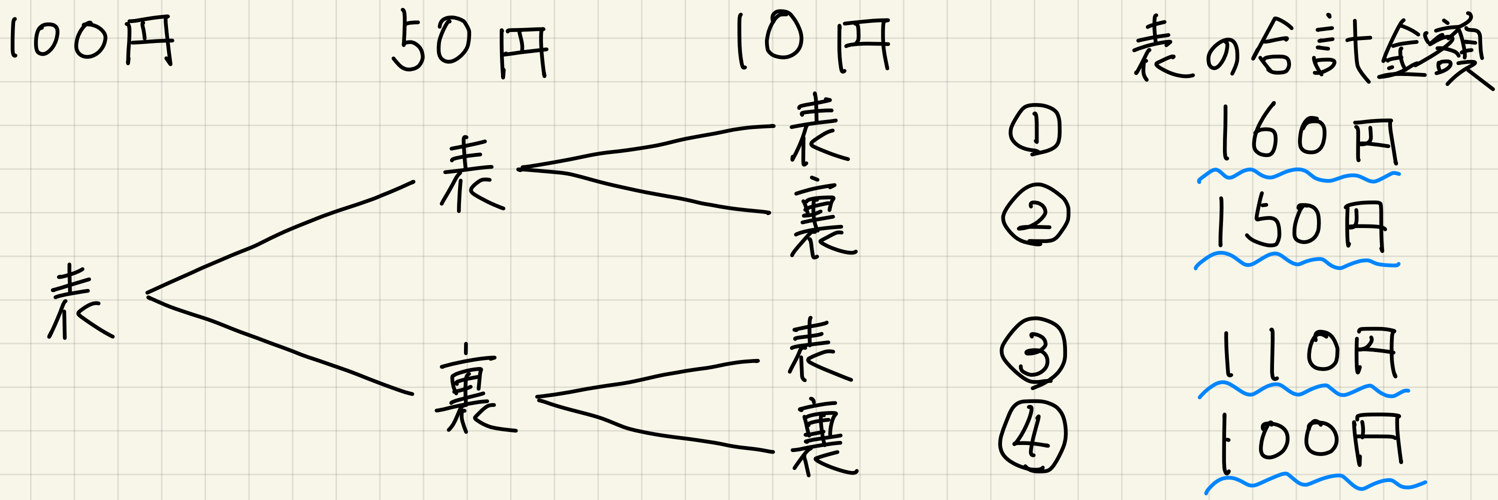
$x^2+3x-1=0$ を解の公式を用いると

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}$$

$$=\frac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$$

問2

樹形図を書いて考える



| 100円 | 50円 | 10円 | | 表の合計金額 |
|---|---|---|---|---|
| 裏 | 表 | 表 | 5 | 60円 |
| | | 裏 | 6 | 50円 |
| | 裏 | 表 | 7 | 10円 |
| | | 裏 | 8 | 0円 |

よって全部で 8通り (ア)

100円が表のとき、50円，10円の表裏にかかわらず常に60円以上となる
⇒ 4通り

100円が裏のとき、50円が表，10円が表のときのみ60円以上となる
⇒ 1通り

よって，表が出た硬貨の金額の合計が、60円以上となるのは、
4通り ＋ 1通り ＝ 5通り (イ)

したがって，求める確率は
$$\frac{5}{8}$$ (ウ)

問3

相対度数とは、全体の中で、どれだけの割合にあたるかを示す値

$$相対度数 = \frac{その階級の度数}{度数の合計}$$

| 階級（cm） | 度数（人） |
|---|---|
| 以上 150 ～ 未満 170 | 9 |
| 170 ～ 190 | 14 |
| 190 ～ 210 | 18 |
| 210 ～ 230 | 20 |
| 230 ～ 250 | 13 |
| 250 ～ 270 | 6 |
| 計 | 80 |

度数が最も多い階級は、210～230。

度数が最も多い

度数の合計は、80

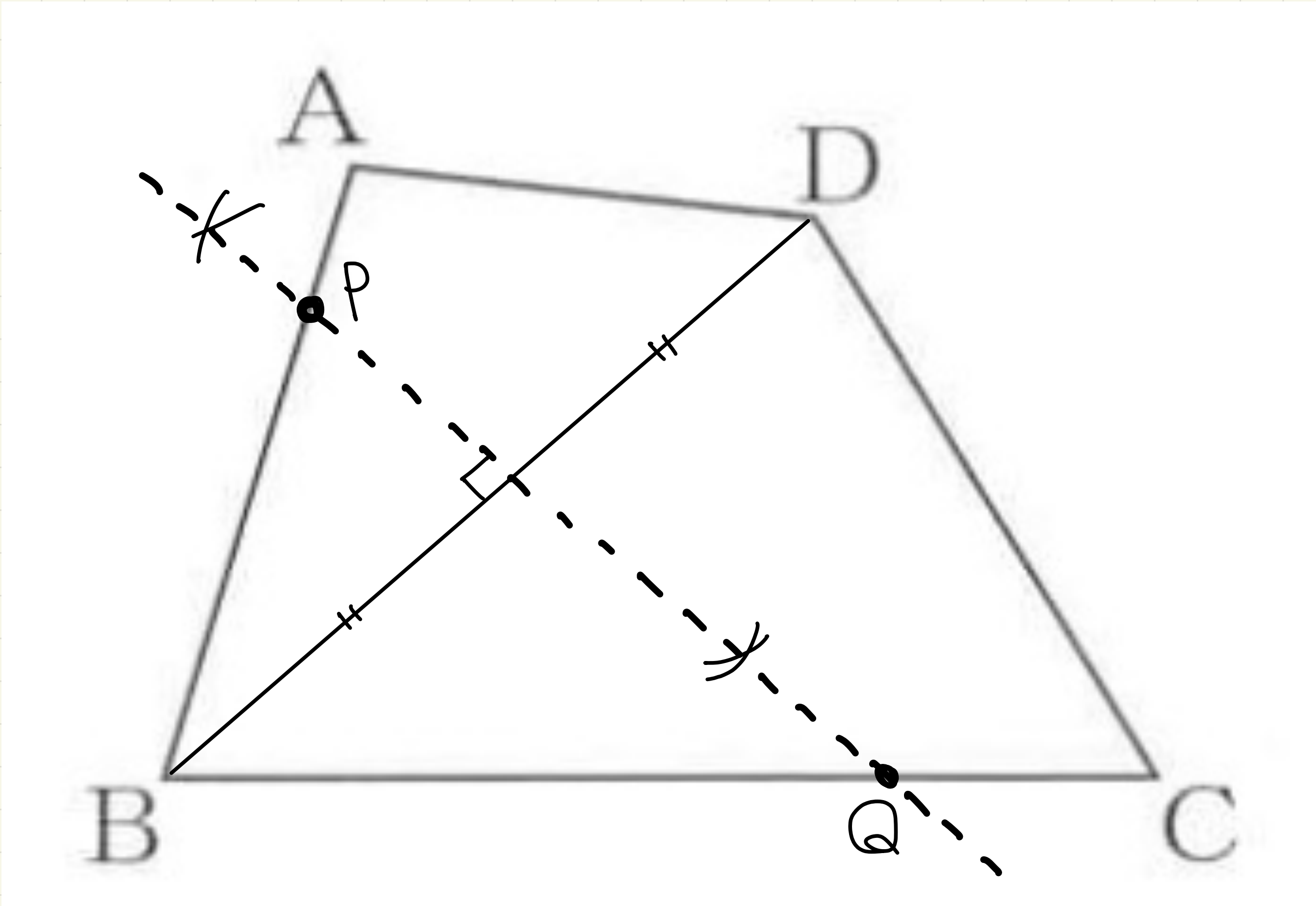
度数の合計

よって、求める相対度数は、$\frac{20}{80} = \frac{1}{4} = 0.25$

問4

点Bと点Dが折り重なる

⇒ 線分BDの垂直二等分線が折り目



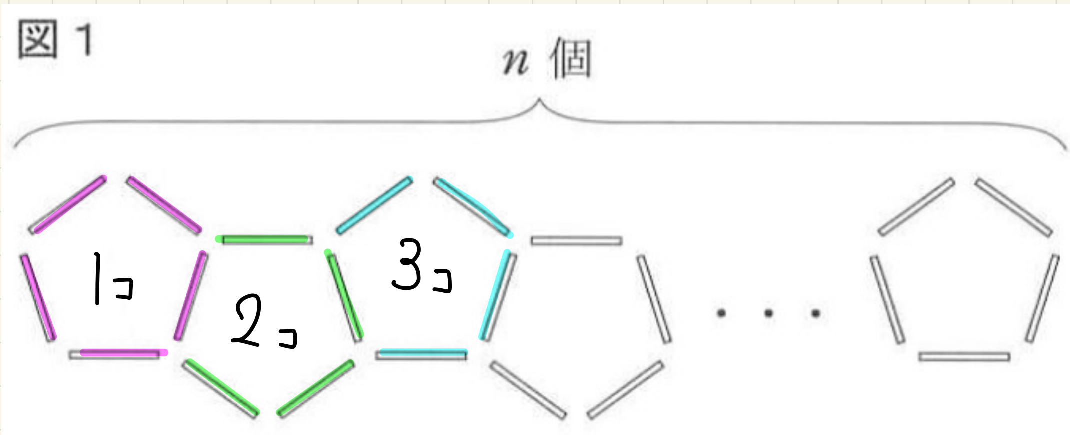
3

問1

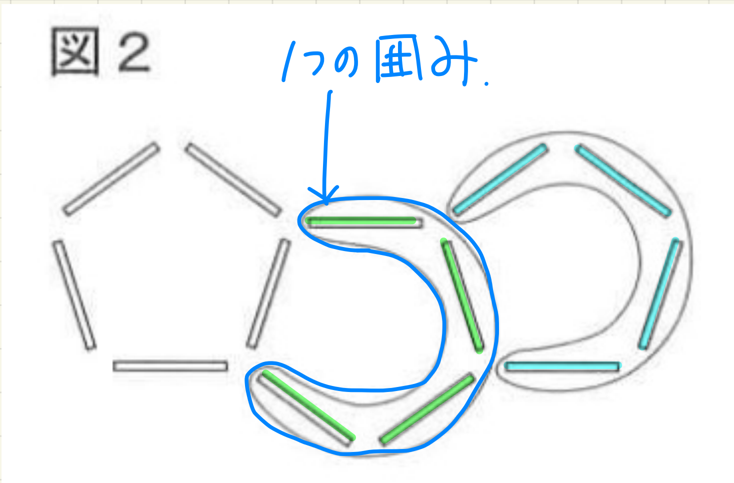
五角形を1個つくるのに必要なストローの本数は5本　―の本数

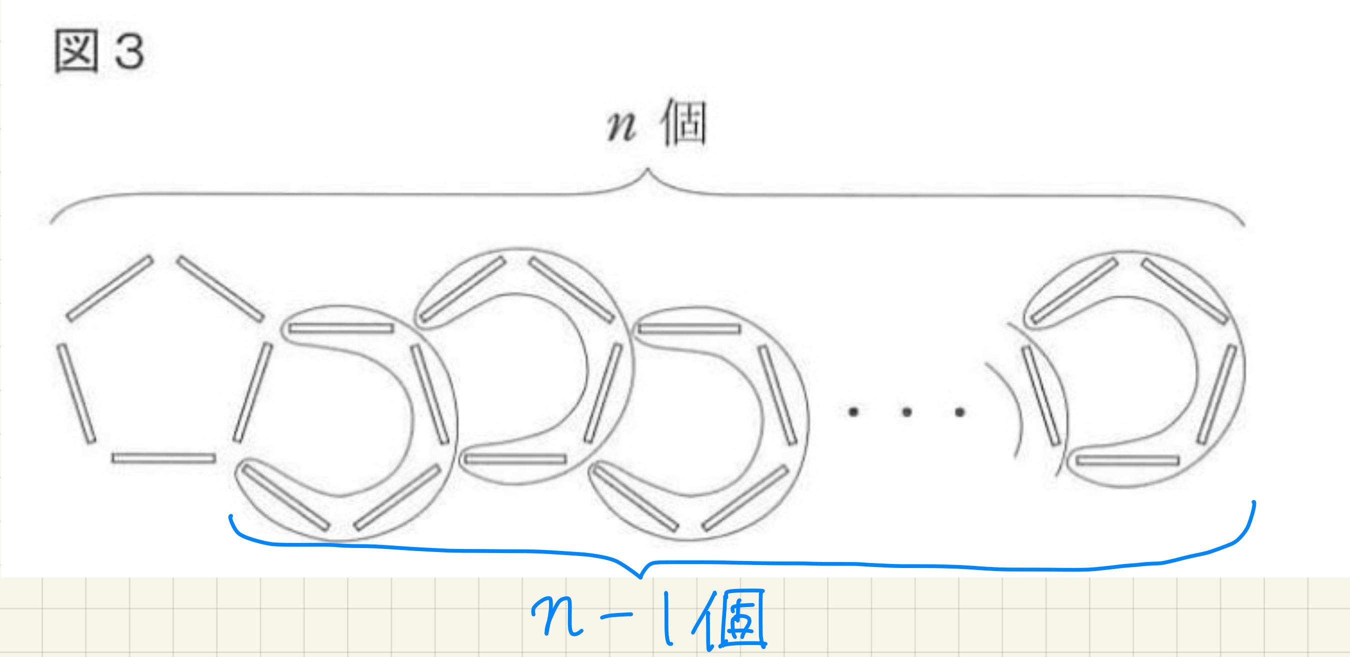
五角形を2個つくるのに必要なストローの本数は9本(ア)　―＋―の本数

五角形を3個つくるのに必要なストローの本数は13本(イ)　―＋―＋―の本数




1つの囲みにストローが4本(ウ)ずつあるので、
五角形が1個増えると、ストローの本数は、
4本(ウ)増えます。






囲みの個数は、nを使って n－1個 (エ) と表すことができるので、五角形をn個つくるのに必要なストローの本数は、5 + 4 ×(n－1) となります。

ストロー4本が、n－1個ある。

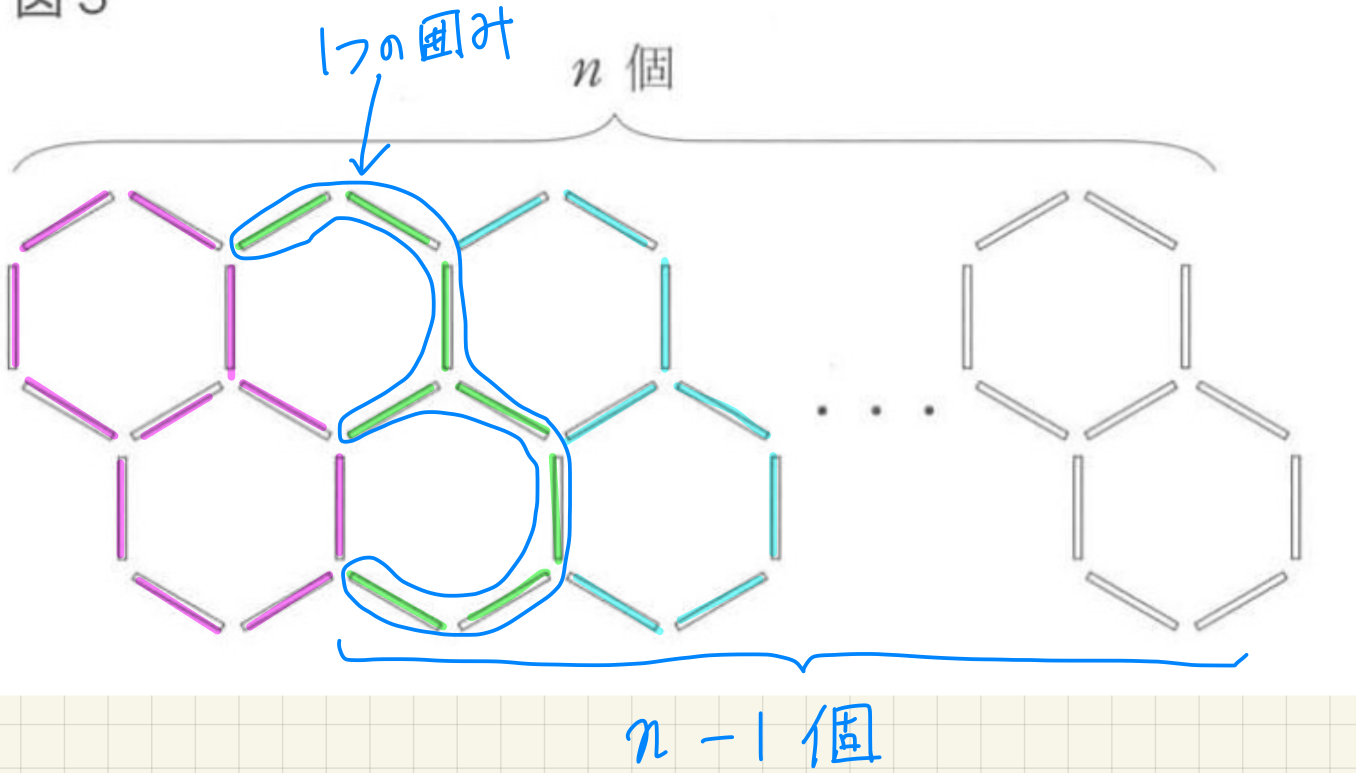
1つ目の五角形のストローの本数。

問2

方針

問1と同様に囲みを作って式で表す。
説明の方法は、問1の太郎さんの説明を要約すると良い

図５




（説明）

図４では、ストローの本数が11本必要である。
また、図４を$n$個作るとき、図のように8本ずつ囲むと、囲みの個数は$(n-1)$個である。
したがって、ストローの本数は、$11+8(n-1)$

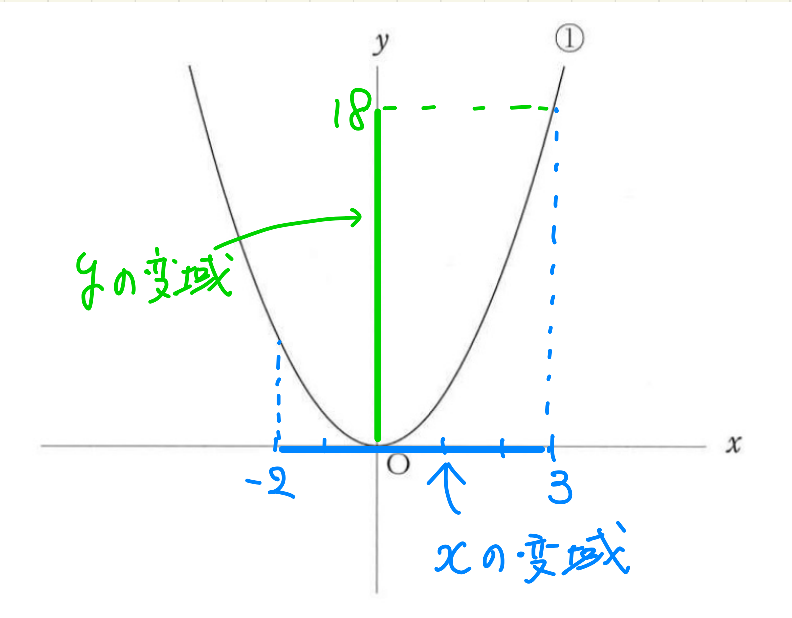
$\boxed{4}$

問1

$x$軸について対称
⇒ $x$軸を境に折り返すと重なる

$y=4x^2$ のグラフで、$x$軸について対称なグラフの式は、$y=-4x^2$

問2




$x=3$, $y=18$ より
$y=ax^2$
に代入すると、
$18=9a$
$\therefore a=2$

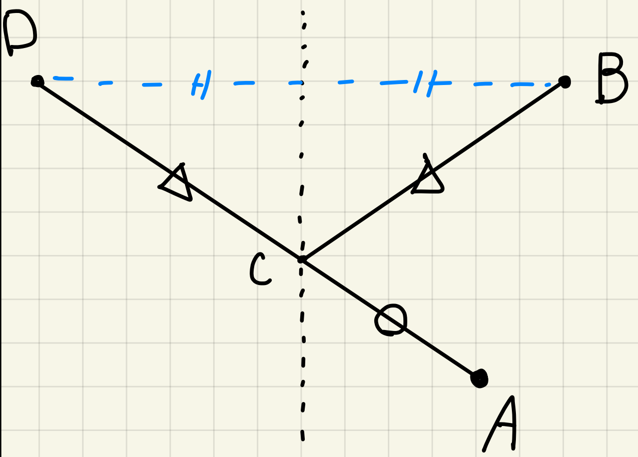
問3

**方針**

折れ線の長さの和が最も小さくなる
⇒ 点Bとy軸について対称な点をDとし，
3点A, C, Dが一直線になるときの
点Cの座標を求める.

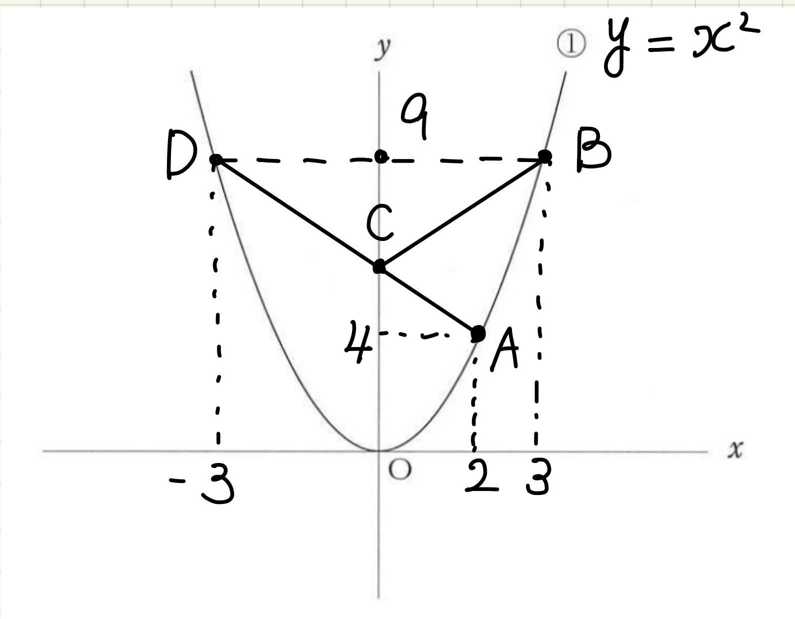
(参考)

AC + BC が最小となる = A, C, D が一直線




BC = DC なので.
AC + BC = AC + DC

よって.
AC + BC が最小
⇒ AC + DC が最小
⇒ A, C, D が一直線




点Bとy軸に対称な点をDとすると，
Dの座標は
(-3, 9)
BCとDCの長さは等しいので，線分ACと線分BCの和が最も小さくなるのは，3点A, C, Dが一直線上にあるときである。

3点A, C, Dを通る直線の式を$y=ax+b$とすると, A(2, 4), D(-3, 9)より

$$\begin{cases} 4=2a+b \\ 9=-3a+b \end{cases}$$

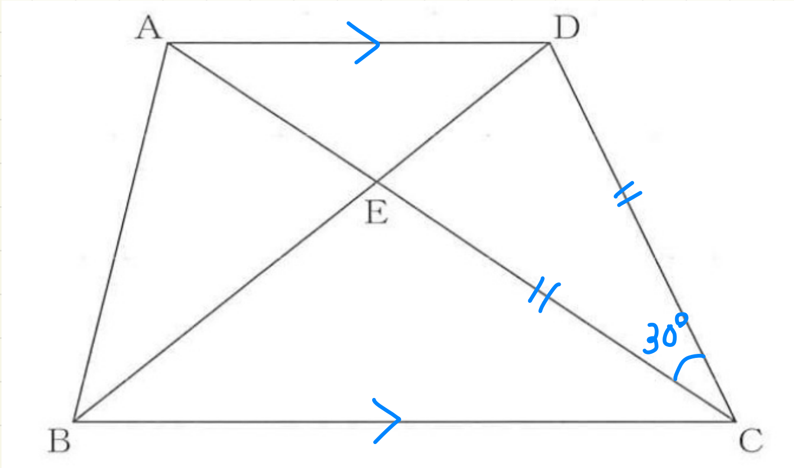
これを解いて, $a=-1$, $b=6$。したがって, 3点A, C, Dを通る直線の式は,

$$y=-x+6$$

点Cは, $y=-x+6$の切片なので, 点Cの座標は, (0, 6)

$\boxed{5}$

問1




△CDEは、CD=CEの二等辺三角形。

よって

$\angle CED$

$=(180° - 30°) \div 2$

$= 75°$

B, E, Dは、一直線上にあるので、

$\angle BED = 180°$

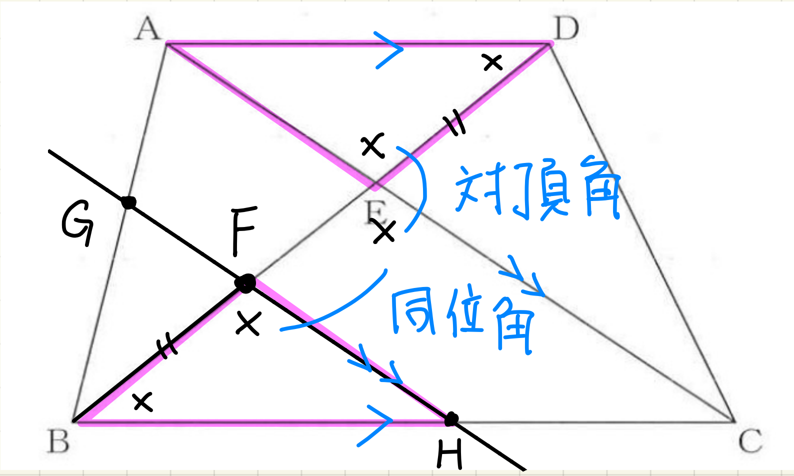
よって、

$\angle BEC = \angle BED - \angle CED$

$= 180° - 75°$

$= 105°$

問2




(証明)

△ADE と △HBF において、仮定より

DE＝BF ——①

AD∥BC より

∠ADE＝∠HBF ——②
(錯角)

また、対頂角は等しいので、

∠AED＝∠CEB ——③

AC∥GH より、

∠CEB＝∠HFB (同位角) ——④

③、④ より

∠AED＝∠HFB ——⑤

①、②、⑤ より、一組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、△ADE ≡ △HBF

したがって、AD＝HB (証明終わり)