2022年度　兵庫県
数学

kmkm

1.

(1) 与式 $= -4$

(2) 与式 $= 4x + 2y - x + 5y$

$= 3x + 7y$

(3) 与式 $= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$

$= 5\sqrt{3}$

(4) 与式 $= (3x - 2)^2$

(5) $x^2 - x - 4$ は因数分解できないので、
解の公式を用いると、

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

(6) y は x に反比例するので、

$$y = \frac{a}{x}$$

とおける。$x = -9$ のとき、$y = 2$ なので、

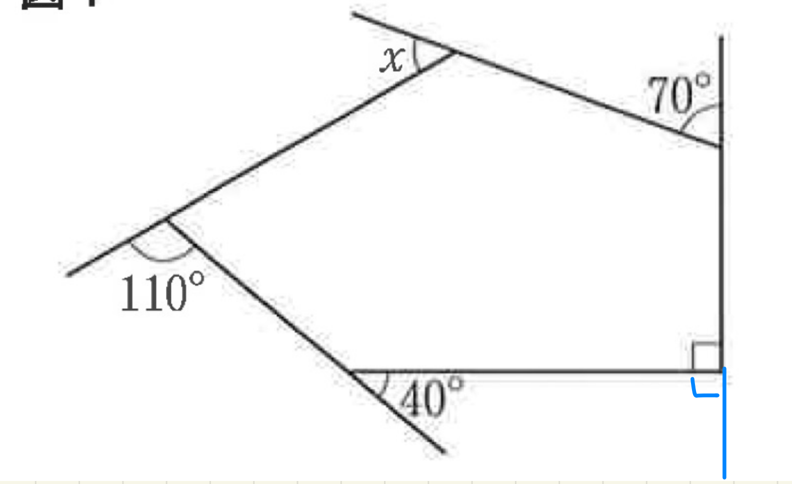
$$2 = \frac{a}{-9} \Rightarrow a = -18$$

よって、反比例の式は、$y = -\frac{18}{x}$。$x = 3$ のとき、

$$y = -\frac{18}{3} = -6$$

(7)

図 1



多角形の外角の和は360°なので、

$\angle x + 110° + 40° + 90° + 70° = 360°$

$\therefore \angle x = 360° - 310°$

$= 50°$

(8)

(ア) 平均値は、箱ひげ図中に△や×で記載するが、図2に記載はない。

よって、読み取れない

(イ) 数学の四分位範囲：80－50＝30点

英語の四分位範囲：70－45＝25点

よって、数学の四分位範囲の方が大きい。

⇒正しい

(ウ) 数学の最大点数：90点

英語の最大点数：80点

合計で170点であるが、数学、英語の最大点数を取った生徒が同一人物とは限らない。

よって「必ずいる」は誤り

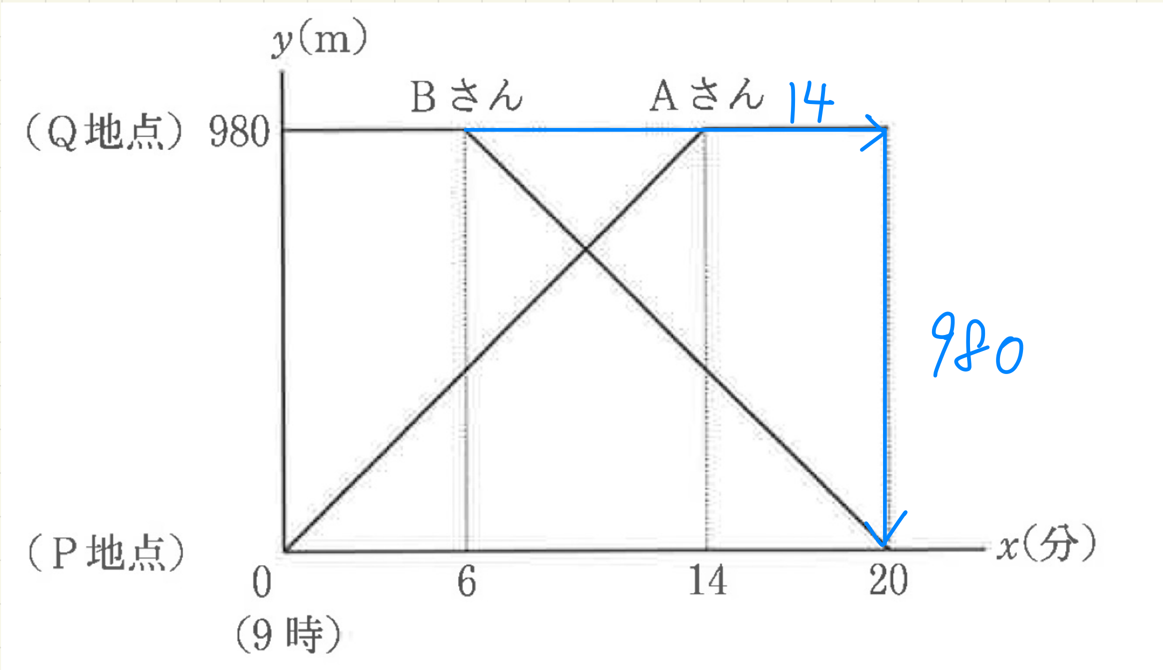
(エ) 数学の第3四分位数は80点。
生徒は35人なので、第3四分位数は上位17人の中央値
⇒ 上位9番目の生徒の得点
よって、数学の得意が80点の生徒は必ずいる
⇒ 正しい
以上より、答えは (イ), (エ)

2.
(1) 14分で980m進んだので、

$$速さ = \frac{980}{14} = 70$$

∴ 分速70m

(2)



9時6分から9時20分のBさんのグラフについて、
変化の割合は、

$$\text{変化の割合} = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$
$$= \frac{-980}{14}$$
$$= -70$$

1次関数では、傾き = 変化の割合なので、

求める直線の式は、

$$y = -70x + b$$

$x = 20$ のとき、$y = 0$ なので、

$$0 = -70 \times 20 + b \Rightarrow b = 1400.$$

よって、

$$y = -70x + 1400$$

(別解)

求める直線の式を $y = ax + b$ とおくと、

$(6, 980)$, $(20, 0)$ を通るので、

$$\begin{cases} 980 = 6a + b \\ 0 = 20a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} -14a = 980 & \therefore a = -70 \\ 0 = -1400 + b & \therefore b = 1400. \end{matrix}$$

よって、$y = -70x + 1400$

(3) Aさんの直線の式は、$y = 70x$。よって、2人が出会うのは、Aさん、Bさんの直線の式の交点なので、

$$\begin{cases} y = 70x & \text{—— ①} \\ y = -70x + 1400 & \text{—— ②} \end{cases}$$

①を②に代入して.

$$70x = -70x + 1400$$
$$140x = 1400$$
$$x = 10$$

$x = 10$ を①に代入して,

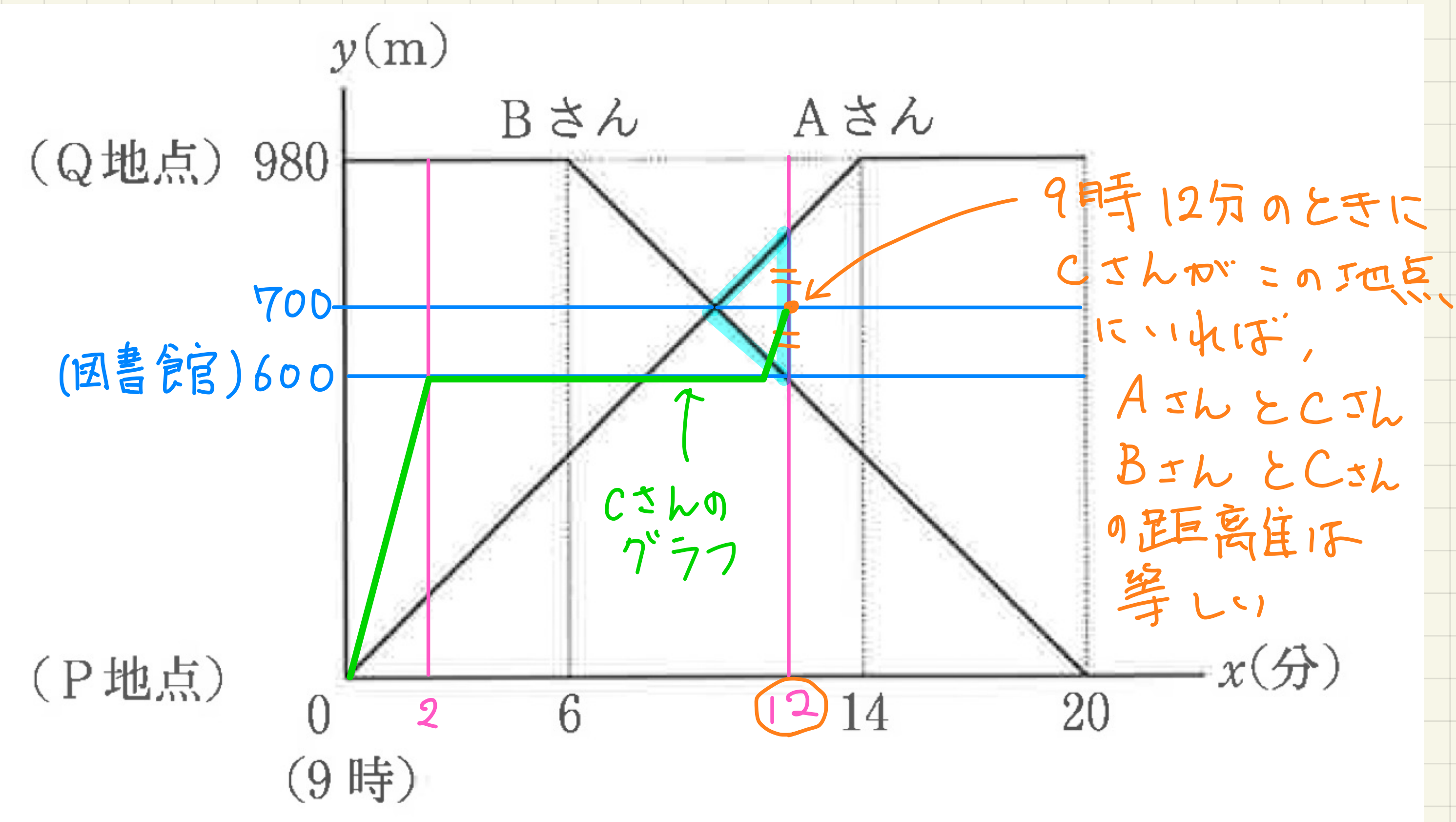
$$y = 70 \times 10$$
$$= 700$$

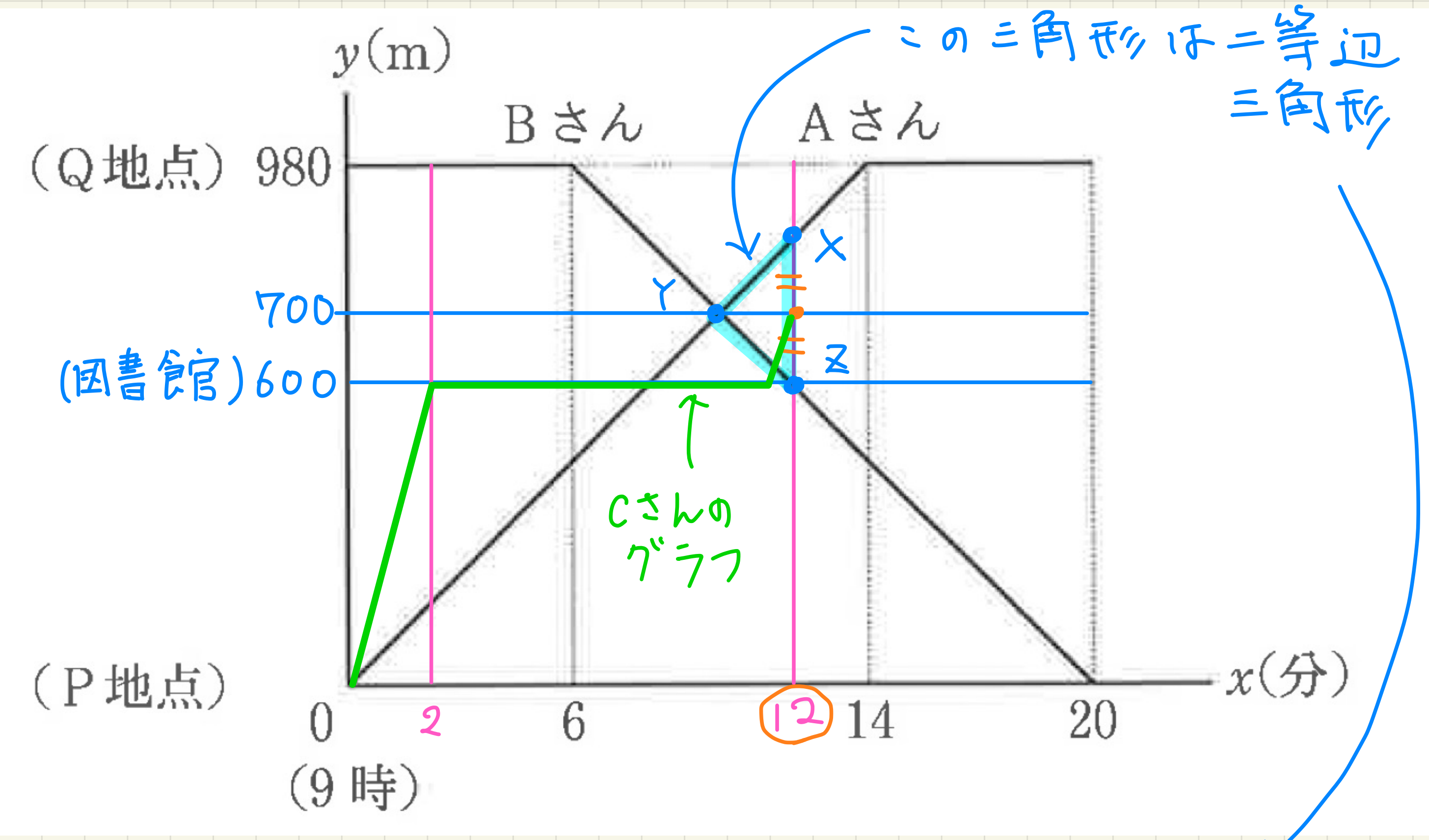
よって, P地点から700mの地点

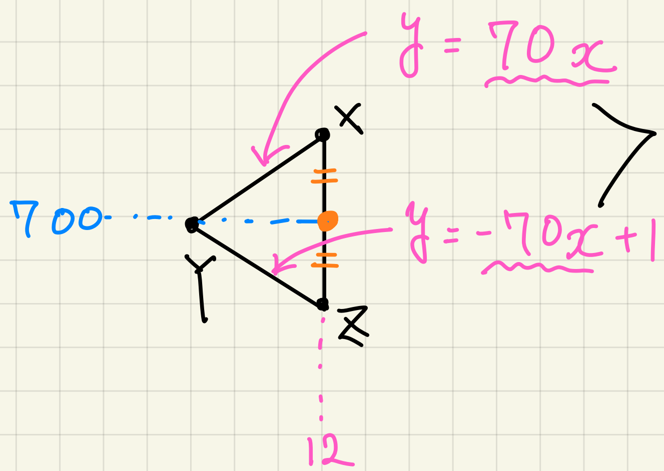
(4) Cさんは分速300mで進み, 2分後の地点に図書館があるので.

$$300 \times 2 = 600\text{m}$$

したがって. P地点から600mの地点に図書館がある。







傾きの絶対値が等しいので、
XY = YZ
⇒ △XYZ は二等辺三角形

以上より、Cさんは、9時12分のときに、P地点から700mの地点にいれば良い。

Cさんは、700mを分速300mで進むので、移動する時間は、

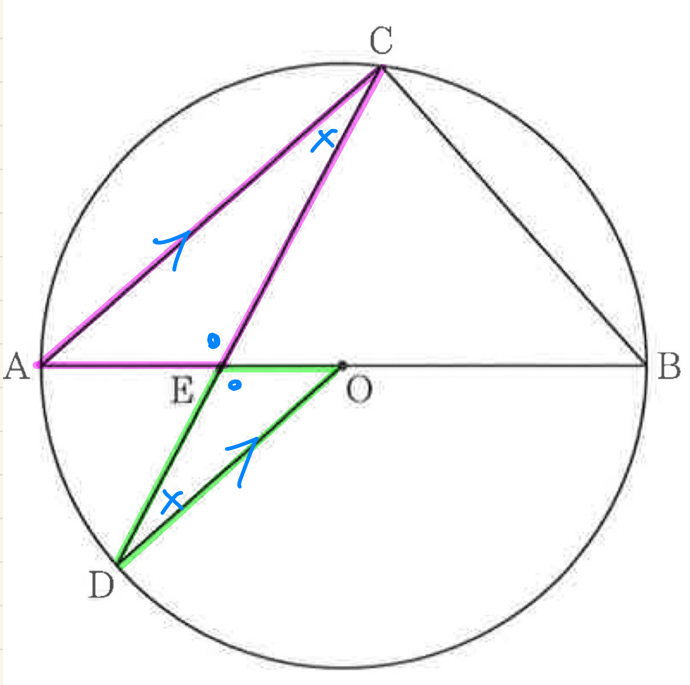
$\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$，$\frac{1}{3}$分 = 20秒

$700 \div 300 = \frac{7}{3}$分 = 2分20秒

よって、図書館にいた時間は、
12分 − 2分20秒 = 9分40秒

3.

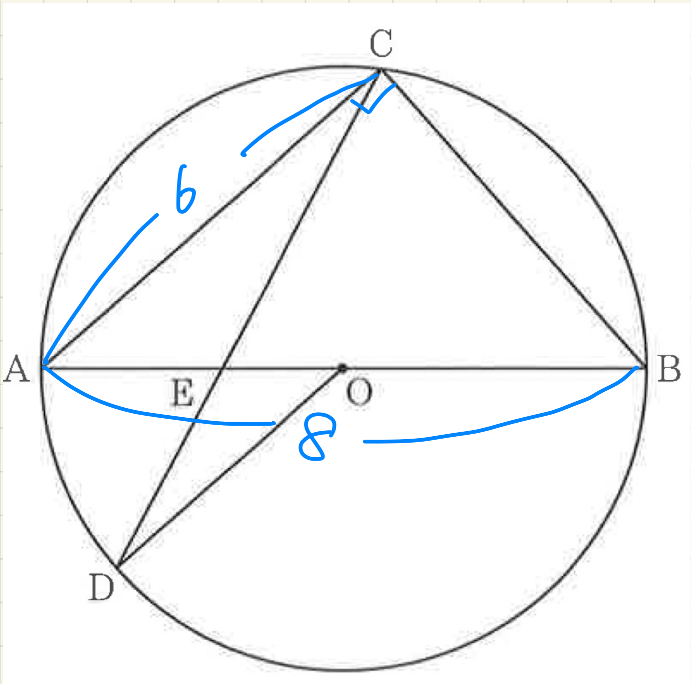
(1)



△ACEと△ODEにおいて,
対頂角は等しいから
∠AEC = ∠OED ― ①
(ウ)
仮定から AC // DO ― ②
平行線の錯角は等しいから.
(カ)
②より
∠ACE = ∠ODE ― ③

①, ③より, 2組の角がそれぞれ等しいから
△ACE ∽ △ODE

(2)



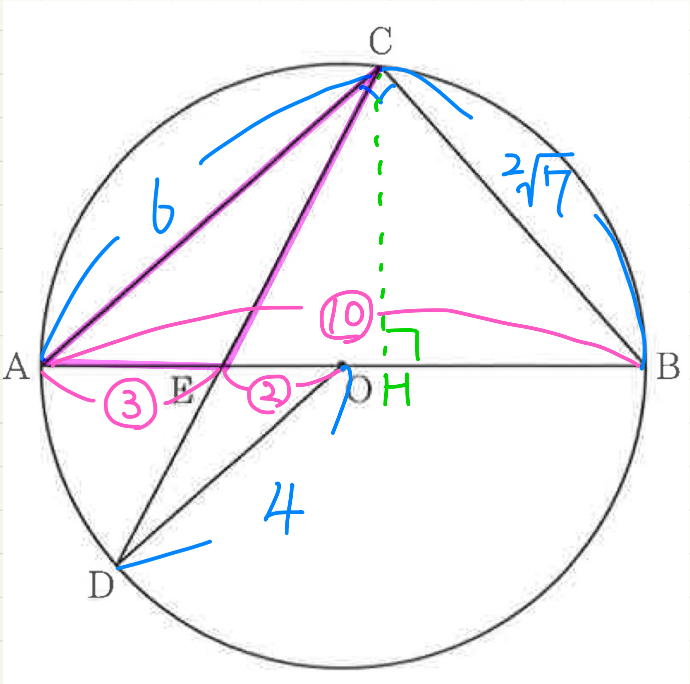
∠ACBは直径に対する
円周角なので,
∠ACB = 90°
よって △ABC で 三平方の
定理より

$$BC = \sqrt{8^2 - 6^2}$$

$$= 2\sqrt{7}\ \text{cm}$$

$$\sqrt{64-36} = \sqrt{28}$$

(3)



点Cから辺ABに下ろした垂線と辺ABとの交点をHとする。

△ACEと△ABCにおいて、各々の底辺をAE, ABとすると、高さはCHで共通なので、△ACEと△ABCの面積比は底辺比と等しい。

(2)より $BC = 2\sqrt{7}$ cm なので、△ABCの面積は、

$$2\sqrt{7} \times 6 \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{7}\ \text{cm}^2$$

(1)より △ACE ∽ △ODE なので、対応する辺の比は等しいので、

$$AE : OE = \underbrace{AC}_{6} : \underbrace{OD}_{4}$$

⇐ ODは円Oの半径で、直径(AB) = 8cm より。

したがって、

$$AE : OE = 3 : 2$$

OA = OB より

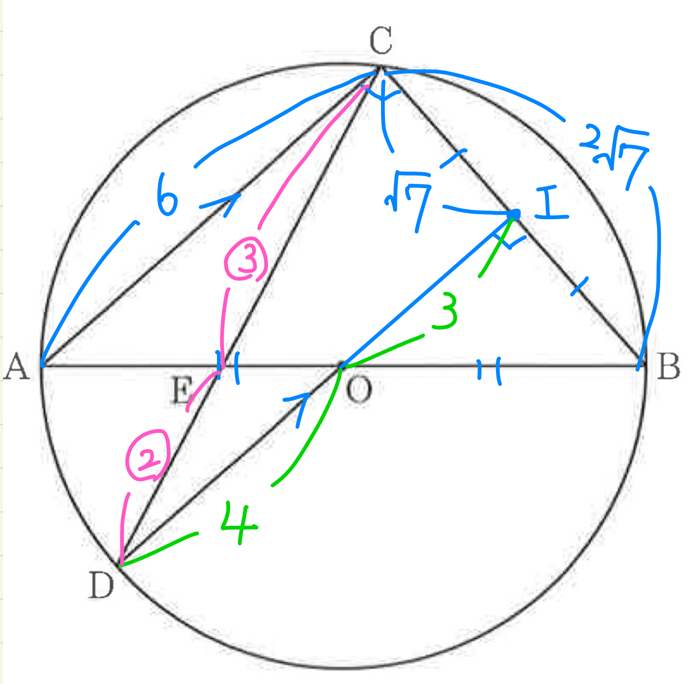
$$AE : AB = 3 : 10$$

AE = ③, OE = ② とおくと、
AO = ⑤, OB = ⑤
∴ AB = ⑩

よって、△ACEの面積は、

$$6\sqrt{7} \times \frac{3}{10} = \frac{9\sqrt{7}}{5}\ \text{cm}^2$$

(4)



DOの延長線と，辺BCの交点をIとする。

AC//DOよりAC//DI。

よって，同位角が等しいので，

$\angle ACB = \angle DIO = 90°$

また，AO = OB，AC//OI なので，中点連結定理から

$OI = \frac{1}{2}AC$

$= 3$ cm

したがって，DI = 7 cm

また，中点連結定理より，IはCBの中点なので，

$CI = \sqrt{7}$ cm

△CDIで三平方の定理より

$CD = \sqrt{(\sqrt{7})^2 + 7^2}$

$\sqrt{7+49}$

$= 2\sqrt{14}$

$= 2\sqrt{14}$ cm

(1)より △ACE ∽ △ODE で相似比は 3:2 なので，

CE : DE = 3 : 2

よって，

$DE = 2\sqrt{14} \times \frac{2}{5}$

$= \frac{4\sqrt{14}}{5}$ cm

4.

(1) 点Cは $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあり，$x=2$ なので，

$$y=\frac{1}{2}\times 2^2$$

$$=2$$

(2) $y=ax^2$ で，x の値が x_1 から x_2 に増加するとき，変化の割合は

$$a(x_1+x_2)$$

となる。

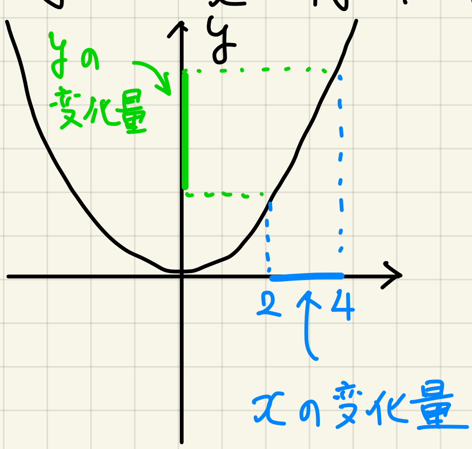
x が 2 から 4 まで増加したとき，変化の割合が $\frac{3}{2}$ なので，

$$a(2+4)=\frac{3}{2}$$

$$6a=\frac{3}{2} \Rightarrow a=\frac{1}{4}$$

(別解)

$y=ax^2$ は下に凸のグラフなので，



$x=2$ のとき，$y=4a$

$x=4$ のとき，$y=16a$

よって，

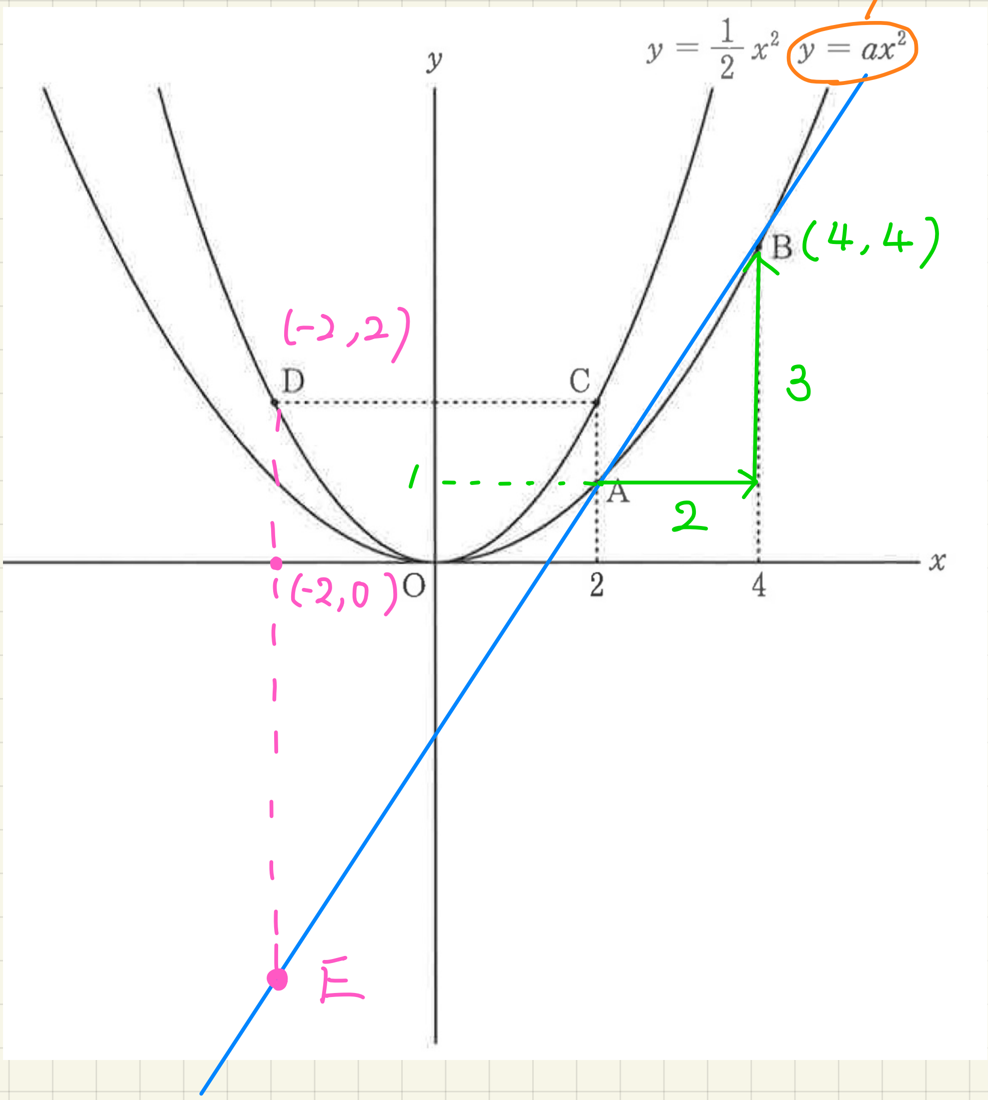
$$変化の割合=\frac{yの増加量}{xの増加量}$$

$$=\frac{16a-4a}{4-2}=6a$$

したがって,

$$6a = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

(3)



点Dは、点Cのy座標と等しいので、点Dのy座標は 2

点Dは. $y=\frac{1}{2}x^2$のグラフ上にあるので.

$$2 = \frac{1}{2}x^2$$

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

点Dのx座標は負なので, $x=-2$

$\therefore$ D(−2, 2)

点Eのx座標と点Dのx座標は等しいので,
点Eのx座標は−2。

点Aは $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上にあり $x=2$なので,

$$y = \frac{1}{4} \times 4 = 1 \qquad \therefore A(2, 1)$$

点Bは $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上にあり $x=4$なので.

$$y = \frac{1}{4} \times 16 = 4 \qquad \therefore B(4.4)$$

したがって,

$$変化の割合 = \frac{y の増加量}{x の増加量}$$

$$= \frac{4-1}{4-2} = \frac{3}{2}$$

1次関数では,傾き = 変化の割合なので,
直線ABの式は,

$$y = \frac{3}{2}x + b$$

これがA(2, 1)を通るので,

$$1 = \frac{3}{2} \times 2 + b \Rightarrow b = -2.$$

よって,直線ABの式は,

$$y = \frac{3}{2}x - 2$$

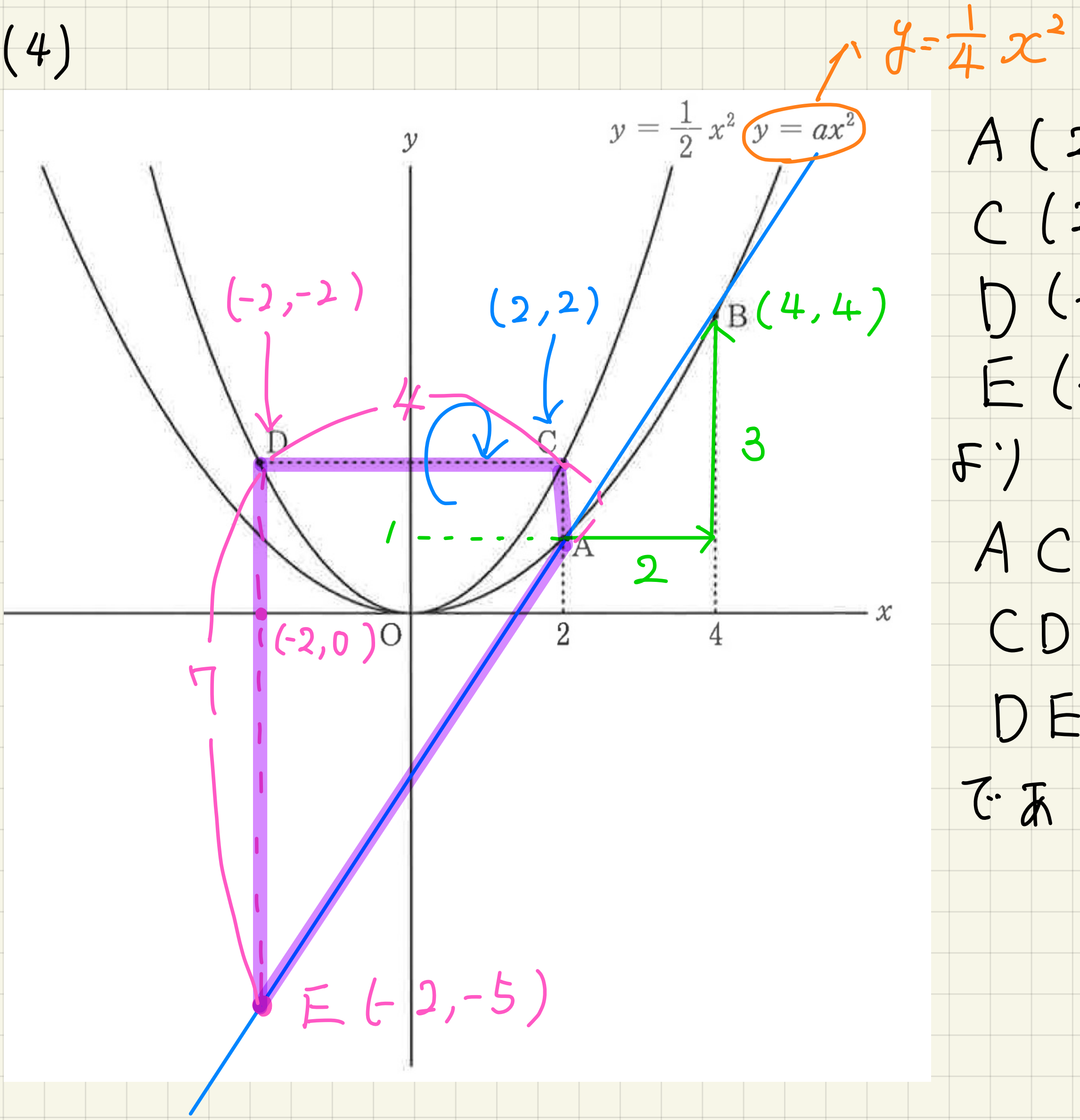
この直線上に点Eがあり,$x = -2$なので,

$$y = \frac{3}{2} \times (-2) - 2$$

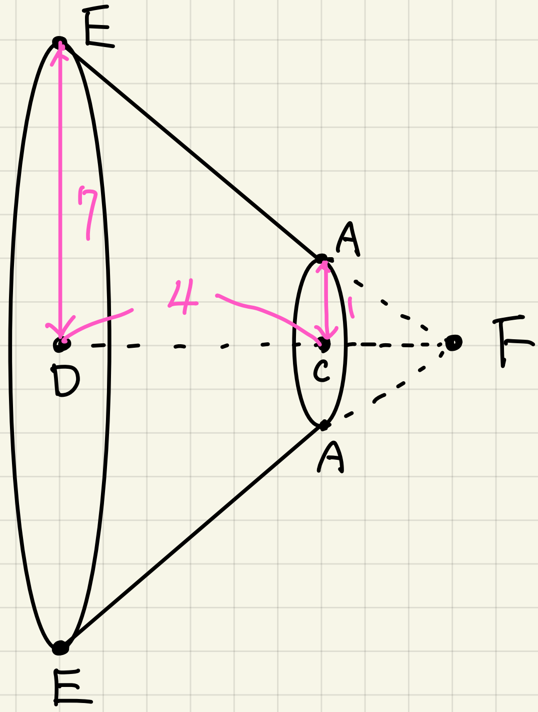
$$= -5$$

よって,点Eの座標は,(−2, −5)

(4)



A(2, 1)
C(2, 2)
D(−2, −2)
E(−2, −5)
より
AC = 1 cm
CD = 4 cm
DE = 7 cm
である。



CDを軸として、□ACDEを1回転させてできる図は、左図の実線で示した立体となる。

EAを延長し、その交点をFとする。

△FACと△FEDにおいて、

AC∥EDより同位角が等しいので、
∠FAC = ∠FED ― ①

$\angle FCA = \angle FDE$ ―― ②

①、② より 2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle FAC \backsim \triangle FED$

対応する辺の比は等しいので、

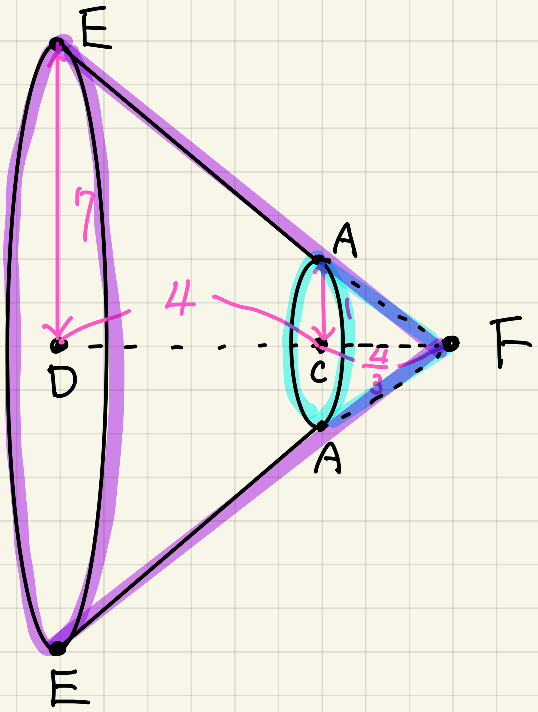
$FC : FD = \underbrace{AC}_{1} : \underbrace{AD}_{7}$

$FC = x$ cm とすると、

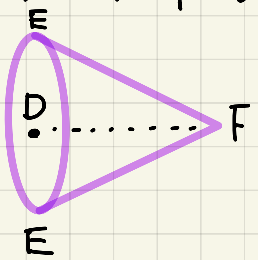
$x : (x+4) = 1 : 7$

$7x = x + 4$

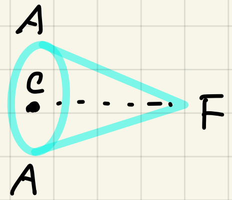
$6x = 4 \Rightarrow x = \dfrac{2}{3}$



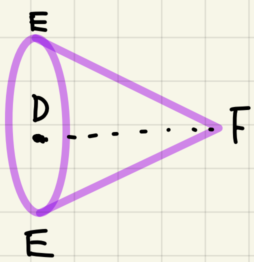
よって、求める体積は、



$-$



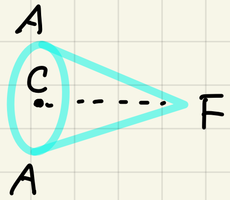
である。



$= 7 \times 7 \times \pi \times \underbrace{\left(4 + \dfrac{2}{3}\right)} \times \dfrac{1}{3}$

$\dfrac{12}{3} + \dfrac{2}{3} = \dfrac{14}{3}$

$= \dfrac{686}{9}\pi$ cm^3



$$= 1 \times 1 \times \pi \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{2}{9}\pi \quad cm^3$$

よって、求める体積は、

$$\frac{686}{9}\pi - \frac{2}{9}\pi = 76\pi \quad cm^3$$

5.

(1) 3枚とも同じ文字となるのは.

- 1つ目の袋、2つ目の袋、3つ目の袋からB
- 1つ目の袋、2つ目の袋、3つ目の袋からC
- 1つ目の袋、2つ目の袋、3つ目の袋からD

の3通り。

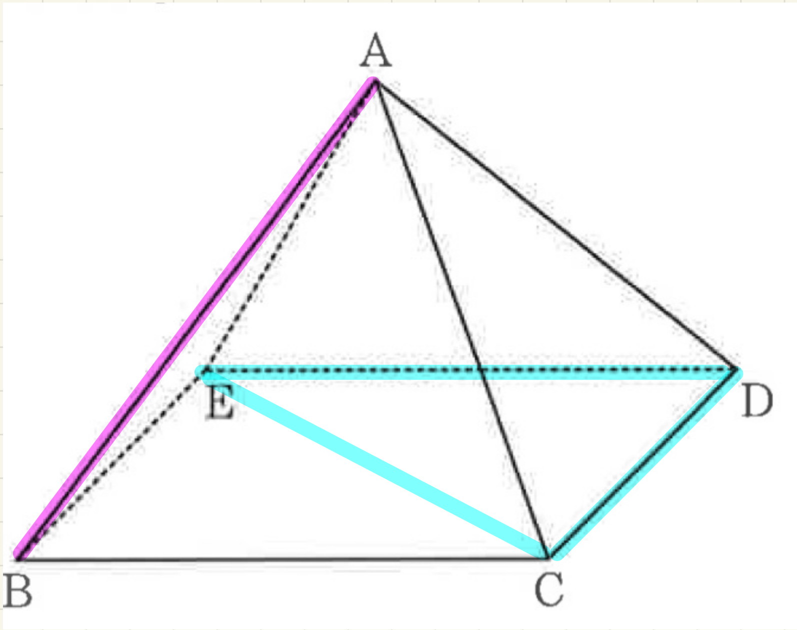
(2) (1つ目の袋の文字, 2つ目の袋の文字, 3つ目の袋の文字)と書くこととする。

① 図形Xが線分BCとなるのは 2つの袋からB, 1つの袋からCが出れば良いので、

(B, B, C), (B, C, B), (B, C, C)
(C, B, B), (C, C, B), (C, B, C)

の6通り

②



線分ABとねじれの位置にある線分は、

線分CD
線分DE
線分CE

の3本である。

㋐ C, Dは全ての袋に入っているので、図形Xが線分CDとなるのは、(2)①と同様に6通り

㋑ Eは1つ目の袋にしか入っていないので、図形Xが線分DEとなるのは、(E, D, D)の1通り

㋒ ㋑と同様に、図形Xが線分CEとなるのは、(E, C, C)の1通り

よって、

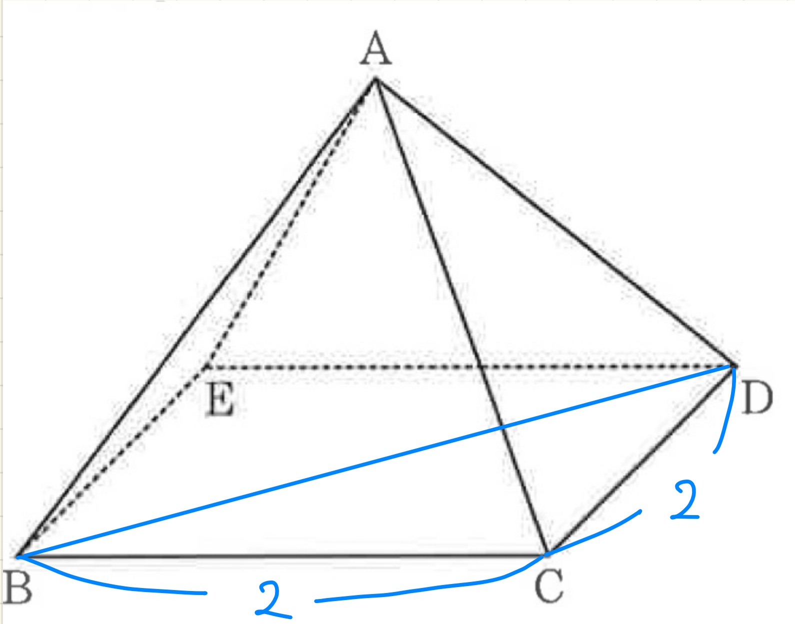
$$6+1+1=8$$ 通り

③ 難問

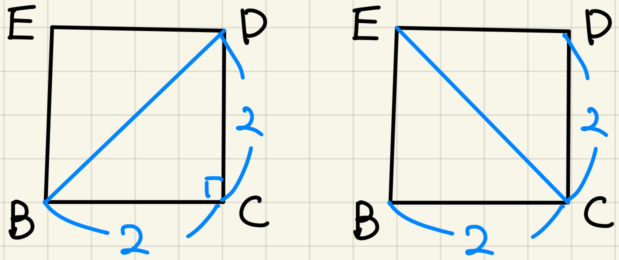
1つ目の袋からカードを取り出す方法は5通り
2つ目の袋からカードを取り出す方法は3通り
3つ目の袋からカードを取り出す方法は3通り

よって、取り出し方は、全部で、

$$5 \times 3 \times 3 = 45$$ 通り



立体ABCDEは正四角すいなので、□BCDEは正方形。



よって、面積が$2\,\mathrm{cm}^2$となる三角形は、

△BCD , △BED , △CBE , △CDE

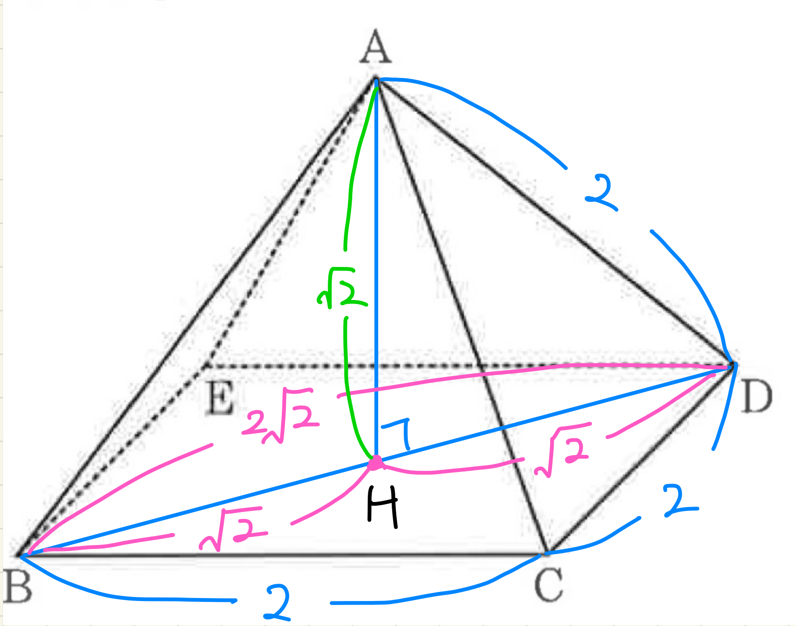
㋐ 図形Xが△BCDとなるとき、
B, C, Dは3つの袋にあるので、

(B, C, D), (B, D, C)
(C, B, D), (C, D, B)
(D, B, C), (D, C, B)
} 6通り

㋑ 図形Xが△BEDとなるとき、
Eは1つ目の袋にしかないので、
(E, B, D), (E, D, B) } 2通り

㋒ 図形Xが△CBEとなるとき、
Eは1つ目の袋にしかないので、
(E, B, C), (E, C, B) } 2通り

㋓ 図形Xが△CDEとなるとき、
Eは1つ目の袋にしかないので、
(E, C, D), (E, D, C) } 2通り



左図のように、点Aから線分BDに垂線を下ろした交点をHとする。

△BCDで三平方の定理より、

$BD = \sqrt{2^2 + 2^2}$

$= 2\sqrt{2}$ cm

BDは正方形BCDEの対角線なので、

$BH = DH$

よって、

$DH = \sqrt{2}$ cm

△AHDで三平方の定理より

$AH = \sqrt{2^2 - (\sqrt{2})^2}$　$\sqrt{4-2}$

$= \sqrt{2}$ cm

したがって、△ABDの面積は

$2\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 2$ cm^2

よって、△ABDの面積も2 cm^{2}となる。

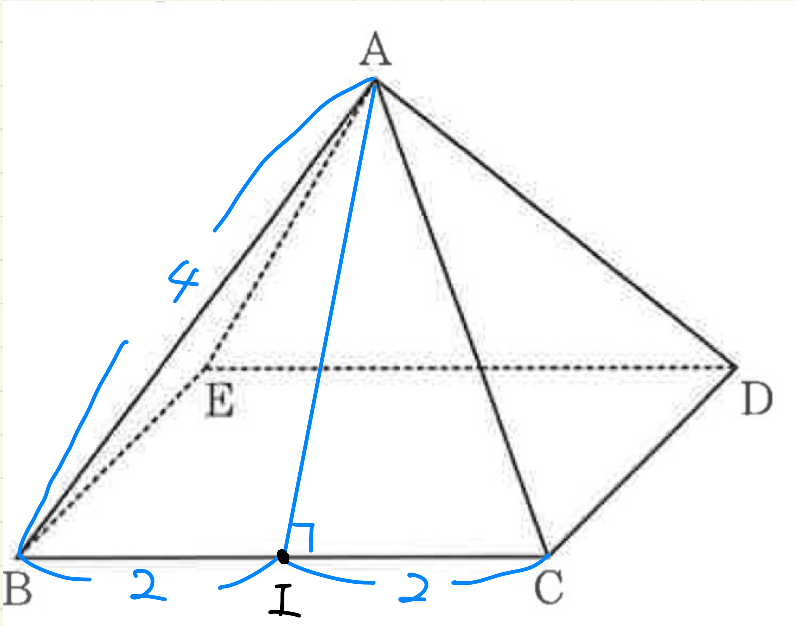
同様に、△ACEの面積も2 cm^{2}である。

㋔図形Xが△ABDとなるとき、

Aは1つ目の袋にしかないので、

(A, B, D), (A, D, B) } 2通り

(カ) 図形Xが△ACEとなるとき、
A, Eは1つ目の袋にしかないので、同時に取ることができない ⇒ 0通り



点Aから辺BCに垂線を下ろした交点をIとする。
△ABIで三平方の定理より、

$$AI = \sqrt{4^2 - 2^2} \quad \sqrt{16-4}$$
$$= 2\sqrt{3}\ \text{cm}$$

よって、△ABCの面積は、

$$4 \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

で $2\ \text{cm}^2$ とはならない。
△ACD, △ADE, △AEBも同様である。

以上より、三角形の面積が $2\ \text{cm}^2$ となるカードの取り出し方は、

$$\underset{㋐}{6} + \underset{㋑}{2} + \underset{㋒}{2} + \underset{㋓}{2} + \underset{㋔}{2} = 14\ 通り。$$

よって、求める確率は

$$\frac{14}{45}$$

6.

(1) ポイントは各種目の順位のかけ算なので.

$(ア) = 3 \times 2 \times 7 = 42$

(2)

① 各選手の平均値を求める

総合順位	選手	スピード	ボルダリング	リード	ポイント	平均
1位	ヒネス ロペス	1位	7位	4位	28	$12/3 = 4$
2位	コールマン	6位	1位	5位	30	$12/3 = 4$
3位	シューベルト	7位	5位	1位	35	$13/3$
4位	ナラサキ	2位	3位	6位	36	$11/3$
5位	マウェム	3位	2位	7位	ア	$12/3 = 4$
6位	オンドラ	4位	6位	2位	48	$12/3 = 4$
7位	ダフィー	5位	4位	3位	60	$12/3 = 4$

平均値が低い選手が総合順位の高い選手となるので, ナラサキ選手。

⇒ 東京オリンピック総合順位 4位 の選手

②

3種目とも10位の選手の場合. 3種目の順位のかけ算は. $10 \times 10 \times 10 = 1000$

3種目の順位が $(10-n), 10, (10+n)$ の選手の場合, 3種目の順位のかけ算は.

$$(10-n) \cdot 10 \cdot (10+n) = 10(10-n)(10+n)$$

$$= 10(100 - n^2)$$

$$= 1000 - 10n^2$$

よって，ポイント差は

$$1000-(1000-10n^2)=10n^2$$

③ 順位は自然数なので，n のとる値の範囲は．$0<n<10$ ⇒ $10-n$ が自然数なので。

⇒ $n=1,2,3,4,5,6,7,8,9$ 最大値

注 $n=0,10$ は含まない。

よって，

$n=9$ のとき $10n^2=810$

(3) 難問

総合順位は．東京オリンピックと同じ方法

⇒ 3種目の順位のかけ算.

・A選手について，

4位となった種目があるので，総合順位は．

$$4\times○\times\triangle=401\sim410$$

よって，

$○\times\triangle=101$ または 102

注 $○\times\triangle=100$ ⇒ $4\times○\times\triangle=400$

$○\times\triangle=103$ ⇒ $4\times○\times\triangle=412$

なので，$401\sim410$ に満たさない。

また，選手は20人なので，○．△はそれぞれ20以下である．

・○ × △ ＝ 101 のとき，
101 は素数なので，
$101 = 1 \times 101$ または 101×1
順位は20位以下なので，不適

・○ × △ ＝ 102 のとき
$102 = 1 \times 102$
$102 = 2 \times 51$
$102 = 3 \times 34$
$102 = 6 \times 17$ …共に20以下.
よって，A選手の残り2種目の順位は，6位，17位
また，A選手のポイントは.
$4 \times 6 \times 17 = 408$

・B選手について.
15位となった種目があるので，総合順位は.
$15 \times □ \times ☆ = 401 \sim 410$
よって，
$□ \times ☆ = 27$
注 $□ \times ☆ = 26 \Rightarrow 15 \times □ \times ☆ = 390$
$□ \times ☆ = 28 \Rightarrow 15 \times □ \times ☆ = 420$
なので，$401 \sim 410$ に満たさない。

このとき，B選手のポイントは.
$15 \times \underbrace{□ \times ☆}_{27} = 15 \times 27 = 405$

ポイントの高い方が順位は下位なので.

A選手のポイント：408

B選手のポイント：405

A選手の方が下位で、残りの順位は.

6位と17位