2022年度　奈良県

数学

KmKm

1

(1)

① 与式 $= \underline{-4}$

② 与式 $= 4x + 8 + 2x - 6$

$= \underline{6x + 2}$

③ 与式 $= \dfrac{12x^2y \times 3xy}{4x^2}$

$= \underline{9xy^2}$

④ 与式 $= x^2 + 10x + 16 - (x^2 - 16)$

$= x^2 + 10x + 16 - x^2 + 16$

$= \underline{10x + 32}$

(2) $x^2 - 6x + 2$ は因数分解できないので、解の公式より

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2}$$

$$= \frac{6 \pm 2\sqrt{7}}{2}$$

$$= \underline{3 \pm \sqrt{7}}$$

(3) $x^2-6x+9=(x-3)^2$

$x=\sqrt{2}+3$ より

$(\underbrace{\sqrt{2}+3}_{x}-3)^2=(\sqrt{2})^2$

$=2$

(4) y は x^2 に比例するので、$y=ax^2$ とおくと、

$x=2,\ y=-8$ より

$-8=a\times 2^2$

$4a=-8 \Rightarrow a=-2$

よって、$y=-2x^2$

(5) 生徒が40人なので、中央値は、データを小さい順に並べたときの20人目と21人目

階級(分)	度数(人)	
以上　未満		
5 ～ 10	2	↑2
10 ～ 15	5	↑7
15 ～ 20	10	↑17
20 ～ 25	6	↑23
25 ～ 30	8	
30 ～ 35	6	
35 ～ 40	2	
40 ～ 45	1	
計	40	

よって、

階級：20～25

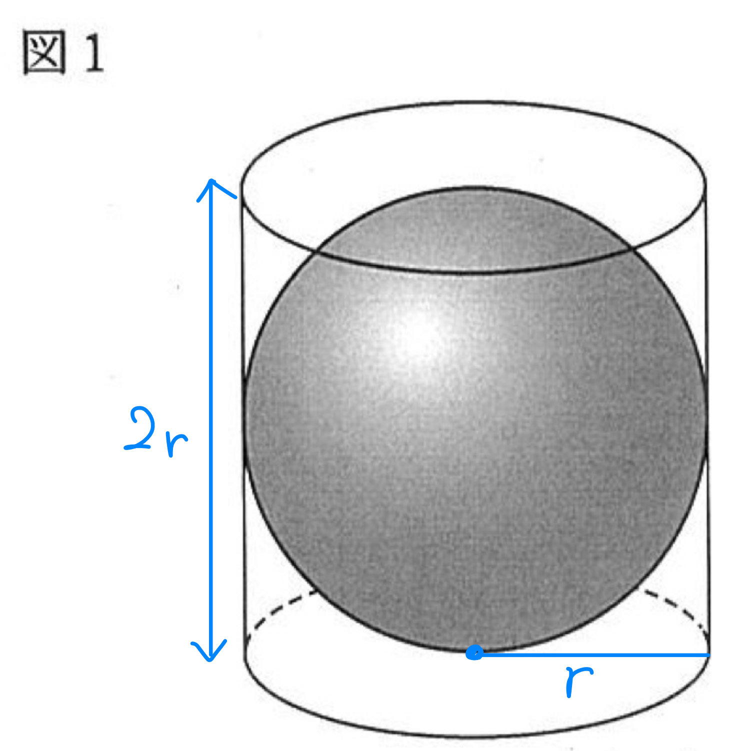
度数：6

したがって、相対度数は、

$\frac{6}{40}=\frac{3}{20}$

$=0.15$

(6)



円柱の半径をrとする.
底面の直径と高さが
等しいので, 円柱の高さは
2r である。

円柱の体積

$r \times r \times \pi \times 2r$

$= 2\pi r^3$

球の体積 : $\frac{4}{3}\pi r^3$

球の体積は. 円柱の体積のA倍とすると.

$\frac{4}{3}\pi r^3 = 2\pi r^3 \times A$

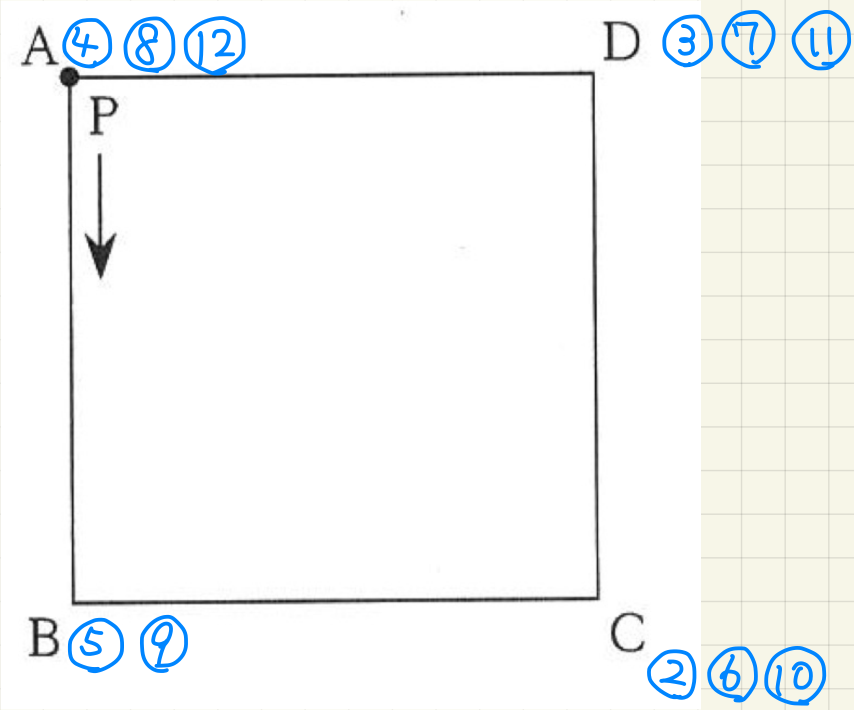
$\Rightarrow A = \frac{4\pi r^3}{3 \times 2\pi r^3}$

$= \frac{2}{3}$

したがって, 球の体積は. 円柱の体積の $\frac{2}{3}$ 倍

(7) 2つのさいころを同時に投げたときの
出る目は. 全部で $6 \times 6 = 36$ 通り。

2つのさいころの出る目の和は.
2以上 12以下
である。



点Pが頂点Dに移動するのは2つのさいころの出る目の和が、

3, 7, 11

となれば良い。

和が3のとき、

(1, 2), (2, 1) の 2通り

和が7のとき、

(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3) の 6通り

和が11のとき

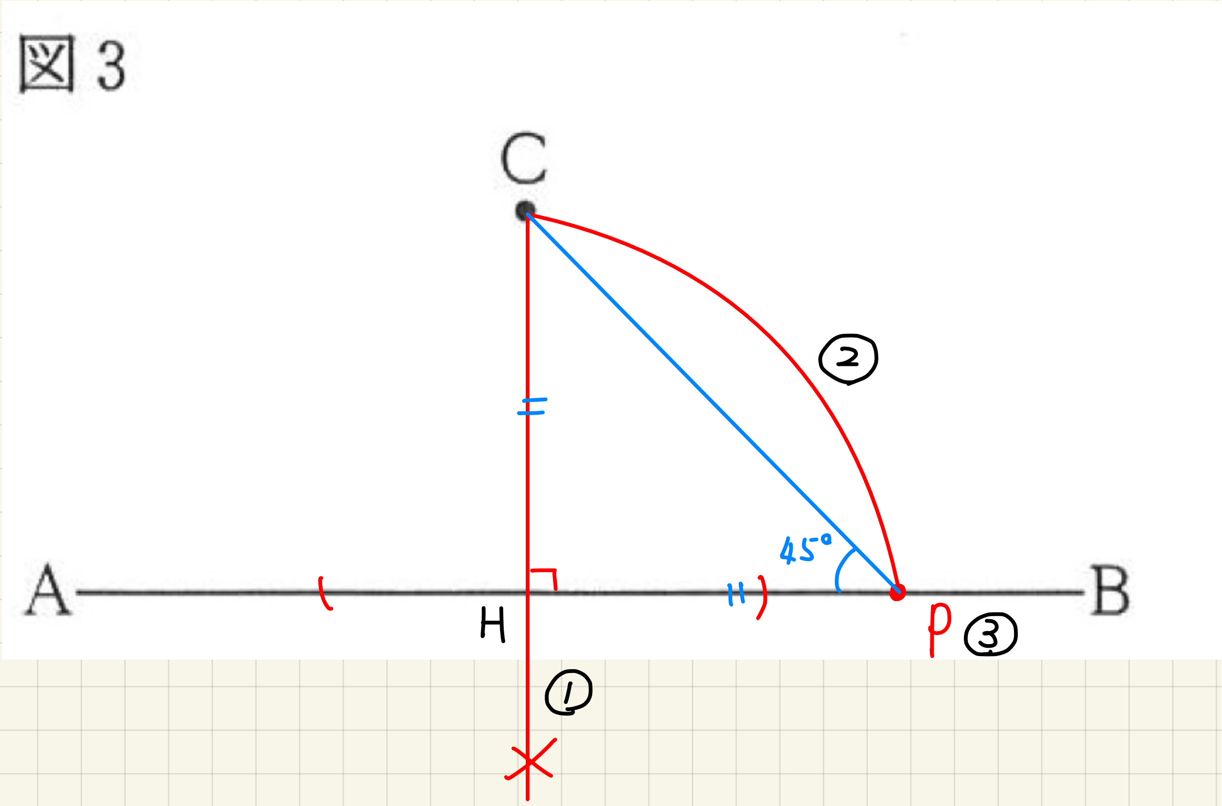
(5, 6), (6, 5) の 2通り

よって、点Pが頂点Dに移動するさいころの目の出方は、$2+6+2=10$ 通り

したがって、求める確率は、

$$\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$$

(8)



△CHPがCH＝PH，∠CHP＝90°となるような直角二等辺三角形を作図する。

① 点Cから直線ABに垂線を作図

② 点Hを中心に，CHが半径となる円を作図

③ ②の円と，線分ABの交点がP

注 ②の円と線分ABの交点は，点Cからみて，B側にある交点。

2

(1)

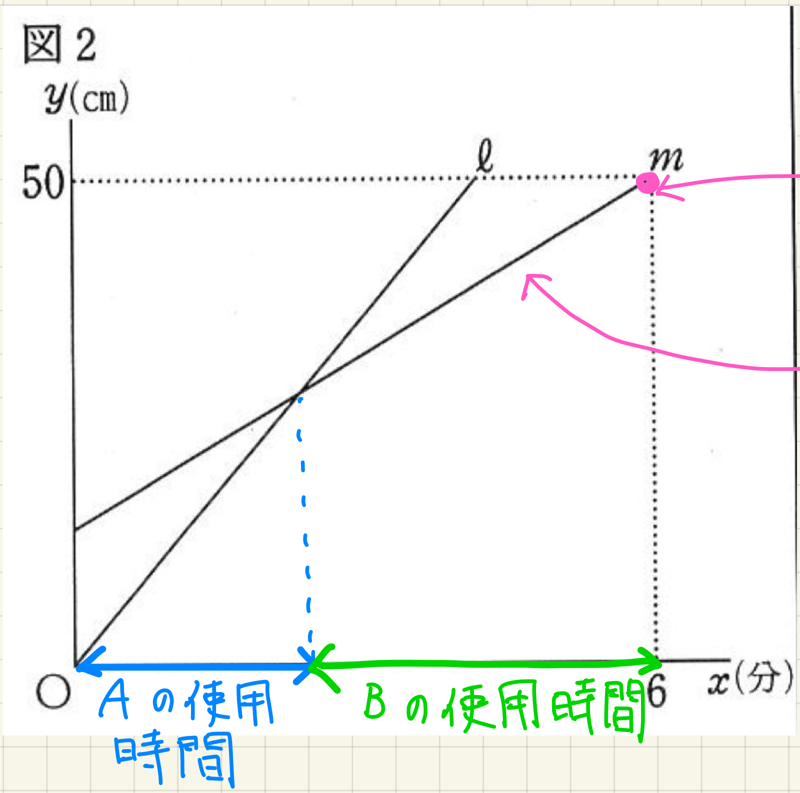
① 給水管Aは毎分12cm
給水管Bは毎分6cm
の割合で水面が高くなるので，

$$12a+6b=50$$

②

㋑ 1分あたりに高くなる水面の高さ

㋒ 給水管Aの使用時間



① 6分で50cmとなる点

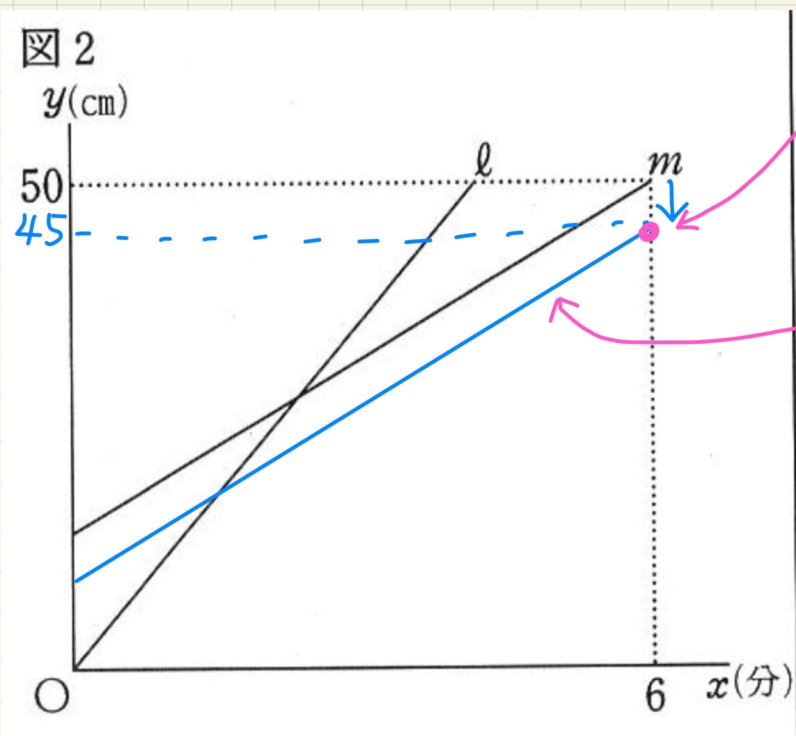
② ①の点から傾きが6となる直線を描く。

Bによる水面の高さ

よって、答えはウ

(2)

①



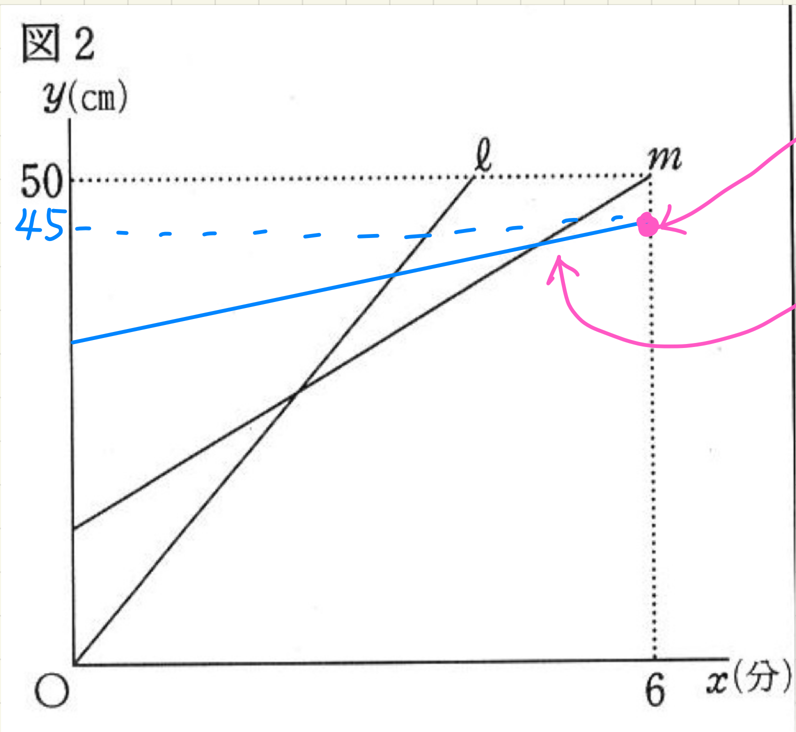
① 6分で45cmとなる点

② ①の点から傾きが6となる直線を描く。

Bによる水面の高さ

直線mをy軸の負の方向に5だけ平行移動した直線。

②



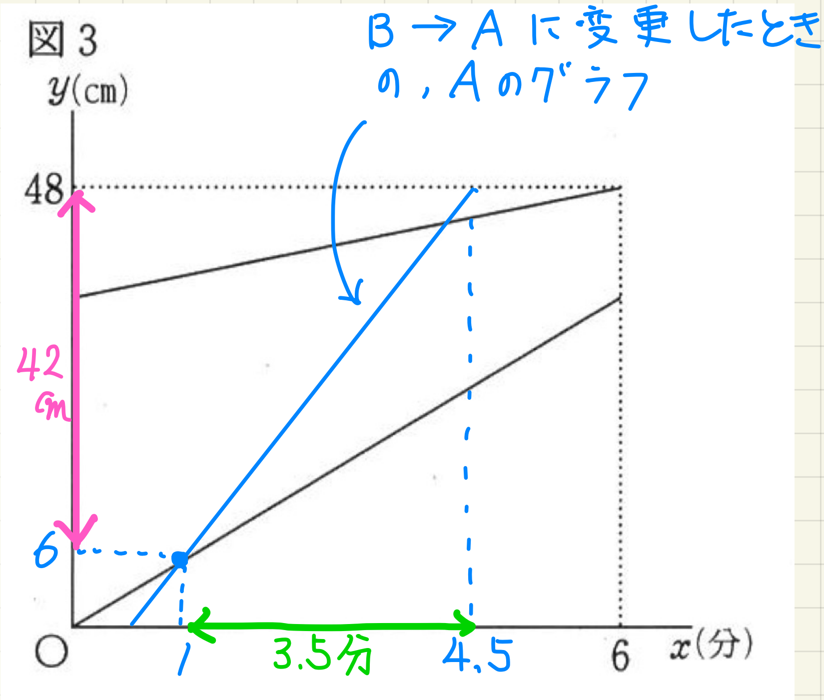
① 6分で45 cm となる点

② ① の点から傾きが 2 となる直線を描く。

cによる水面の高さ

よって、㊁

(3)



水を入れ始めてから1分後にB→Aに変更する。

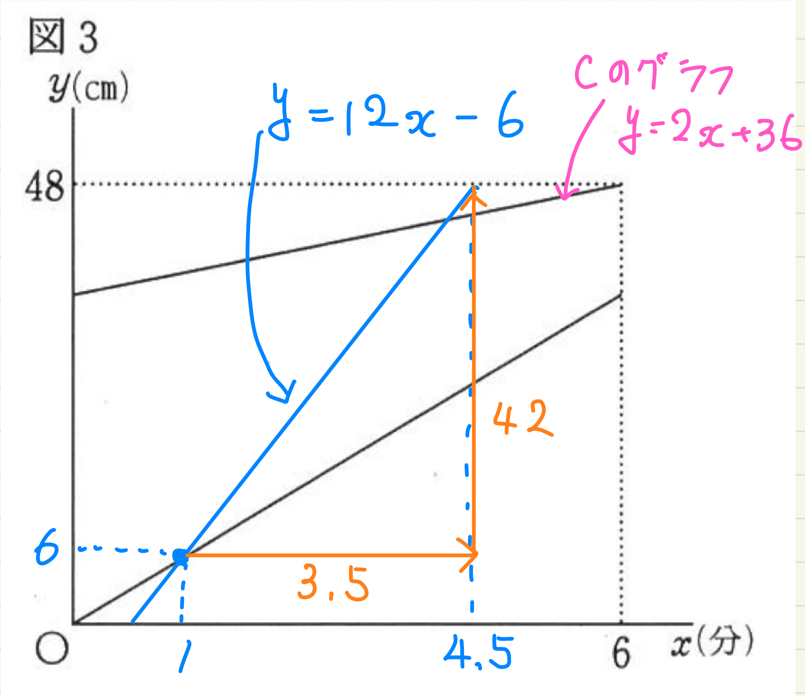
Bは毎分6cmの割合で水面が高くなるので、1分後では、水面が6cm。⇒(1,6)を通る

また、Aは毎分12cmの割合で水面が高くなる。

よって、B→Aに変えたまま、48cmに達する時間は、

$(48-6) \div 12 = 3.5$ 分

したがって，Bを入れ始めてから，4.5分後に水面48cmに達する。⇒(4.5，48)を通る。



したがってAのグラフを $y=ax+b$ とおくと．

傾き

(1)②より

$a=12$

切片

$y=12x+b$ が $(1,6)$ を通るので，

$6=12+b \Rightarrow b=-6$

よって，Aのグラフは．$y=12x-6$ ―― ①

また，Cのグラフは．

傾き

(1)②より $a=2$

切片

$y=2x+b$ が $(6,48)$ を通るので，

$48=12+b \Rightarrow b=36$

よって．Cのグラフは $y=2x+36$ ―― ②

求める時間は．①，②の交点のx座標なので

$$\begin{cases} y=12x-6 & \text{―― ①} \\ y=2x+36 & \text{―― ②} \end{cases}$$

②を①に代入して、

$$2x+36=12x-6$$
$$-10x=-42$$
$$x=\frac{21}{5}=4\frac{1}{5}$$

※
$$\times\frac{1}{5}\left(\begin{array}{l} 1分 = 60秒 \\ \frac{1}{5}分 = ?秒 \end{array}\right)\times\frac{1}{5}$$

$$\therefore ?=60\times\frac{1}{5}$$
$$=12$$

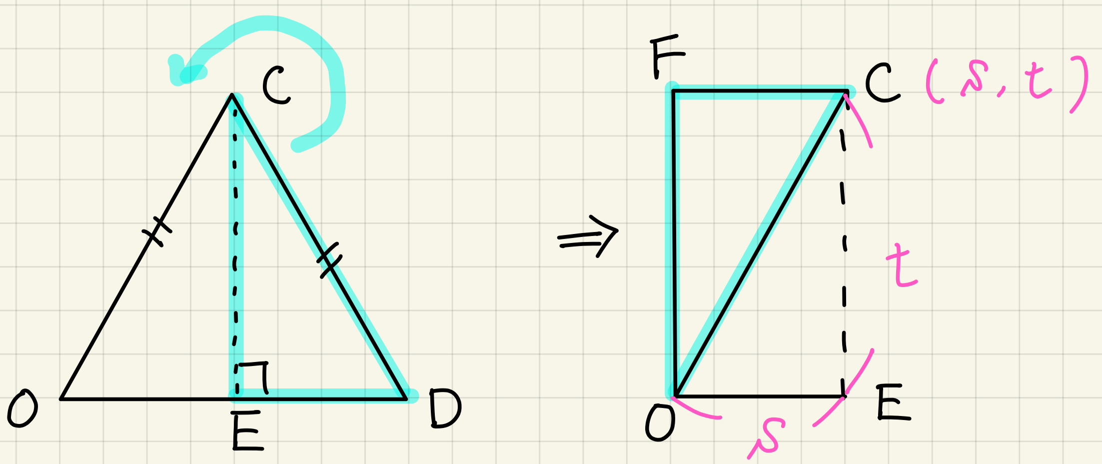
$\frac{1}{5}$分 $=12$秒なので、求める時間は、4分12秒

$\boxed{3}$

(1) 点Cは $y=\frac{6}{x}$ のグラフ上にあり、$x=1$ なので、

$$y=\frac{6}{1}=6$$

(2)



図のように△OCDを変形すると、△OCDの面積は□OECFの面積と等しい。

点Cの座標を(s, t)とすると、

$$OE=s$$
$$EC=t$$

よって，□OECFの面積は st

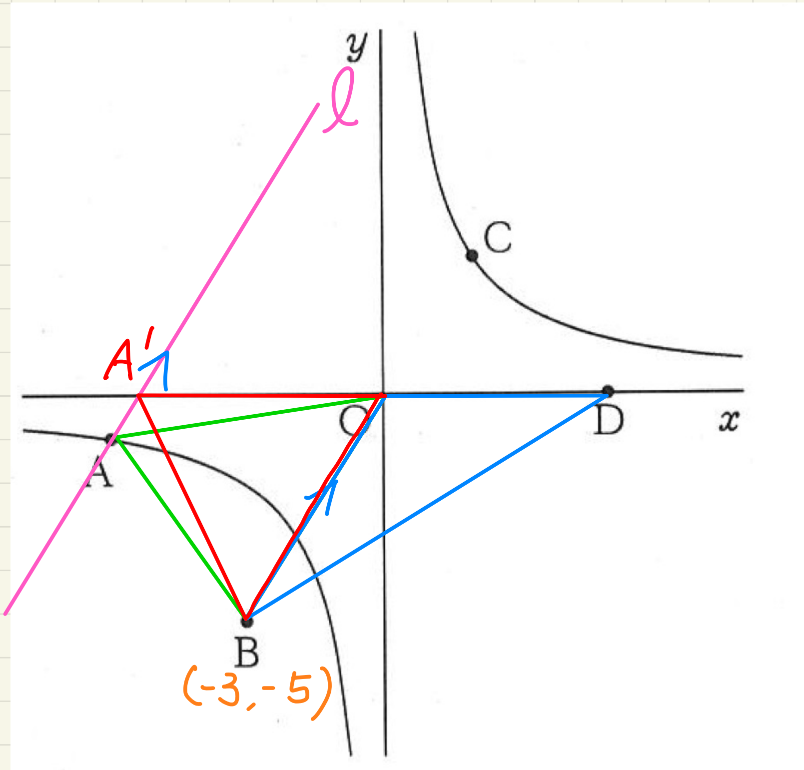
点Cは $y=\dfrac{6}{x}$ のグラフ上にあるので，

$$t=\frac{6}{s} \Rightarrow ts=6$$

よって，□OECFの面積は一定

$\Rightarrow$ △OCDの面積も一定　オ

(3)

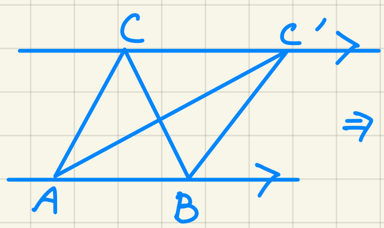


点Aを通りOBに平行な直線 ℓ を引く

この ℓ と x 軸との交点をA'とする。

等積変形により

△OAB = △OA'B



$\Rightarrow$ △ABC = △ABC'

直線OBのグラフの式を $y=ax$ とおくと，

点B$(-3,-5)$を通るので，

$$-5=-3a \Rightarrow a=\frac{5}{3}$$

平行な直線は傾きが等しいので，直線 ℓ のグラフの式は，

$$y=\frac{5}{3}x+b$$

で，これがA $(-6,-1)$ を通るので.

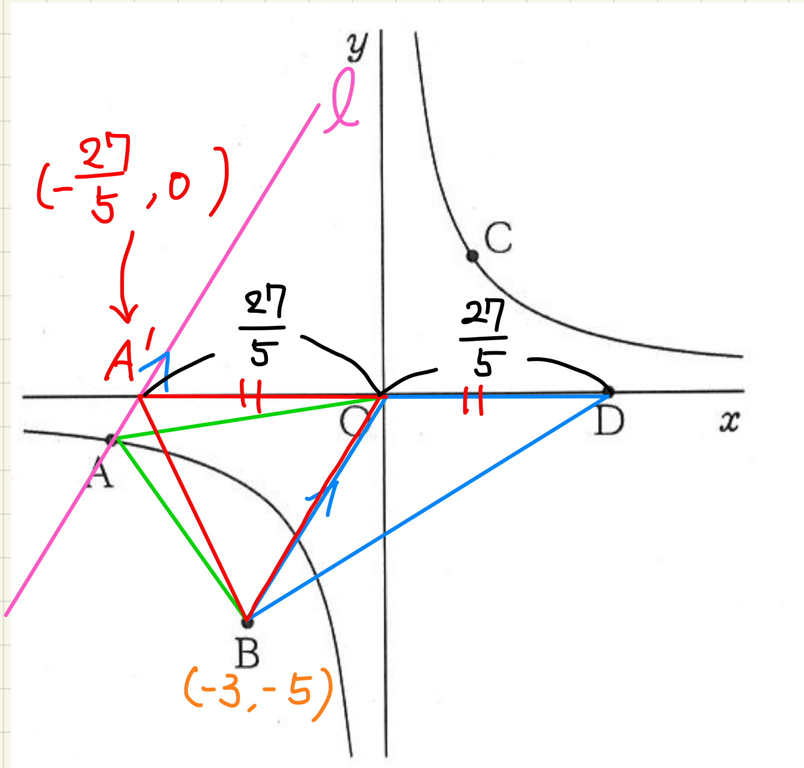
$$-1=\frac{5}{3}\times(-6)+b \Rightarrow b=9$$

よって．直線 ℓ の式は．

$$y=\frac{5}{3}x+9$$

A' は直線 ℓ 上にあり．$y=0$ なので，

$$0=\frac{5}{3}x+9 \Rightarrow x=-\frac{27}{5}$$



$\triangle OAB=\triangle OBD$

$\triangle OAB=\triangle OA'B$

より

$\triangle OA'B=\triangle OBD$

となるように，点Dの座標を求める。

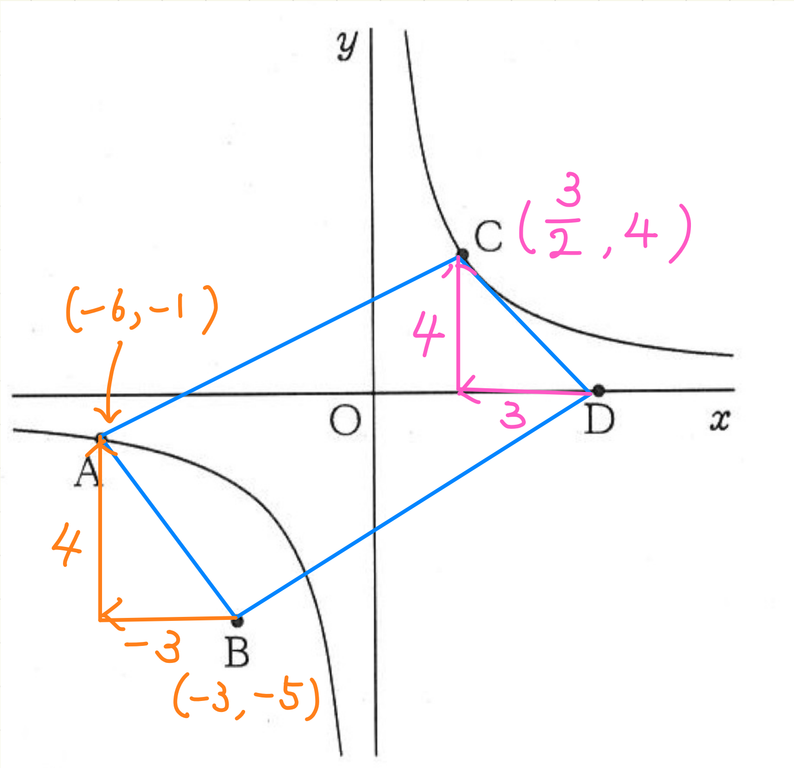
$\triangle OA'B$，$\triangle OBD$ の底辺を，それぞれ OA'，OD

とすると，高さが等しいので，面積が等しくなるには．底辺が等しくなれば良い．

$\Rightarrow OA'=OD$

よって，点Dの x 座標は $\frac{27}{5}$

(4)



□ABCDが平行四辺形
⇒ AB // CD , AC // BD
となるような点C, 点D
を求める.

直線ABの傾きは.

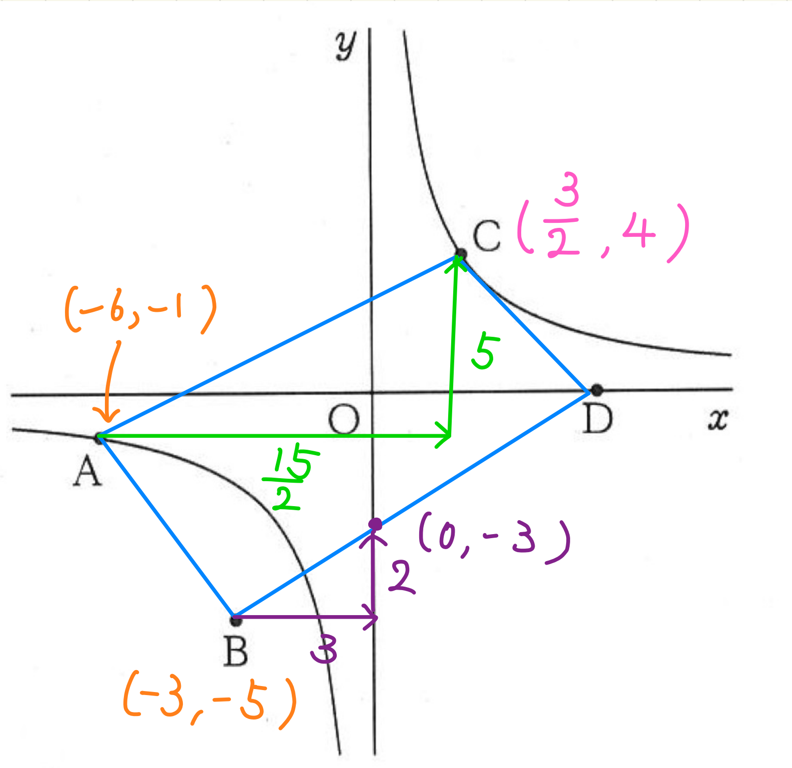
傾き = 変化の割合

$= \dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$

$= -\dfrac{4}{3}$

AB // CDより. 直線CDの傾きも $-\dfrac{4}{3}$ となれば
良い。点Dはx軸上にあるので, y座標は0。
直線CDの傾きが $-\dfrac{4}{3}$ より. 点Cのy座標は4
点Cは $y = \dfrac{6}{x}$ のグラフ上にあるので.

$4 = \dfrac{6}{x} \Rightarrow x = \dfrac{3}{2}$



次に、
直線ACの傾きは、

傾き ＝ 変化の割合

$$= \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$= \frac{5}{\frac{15}{2}}$$

$$= \frac{2}{3}$$

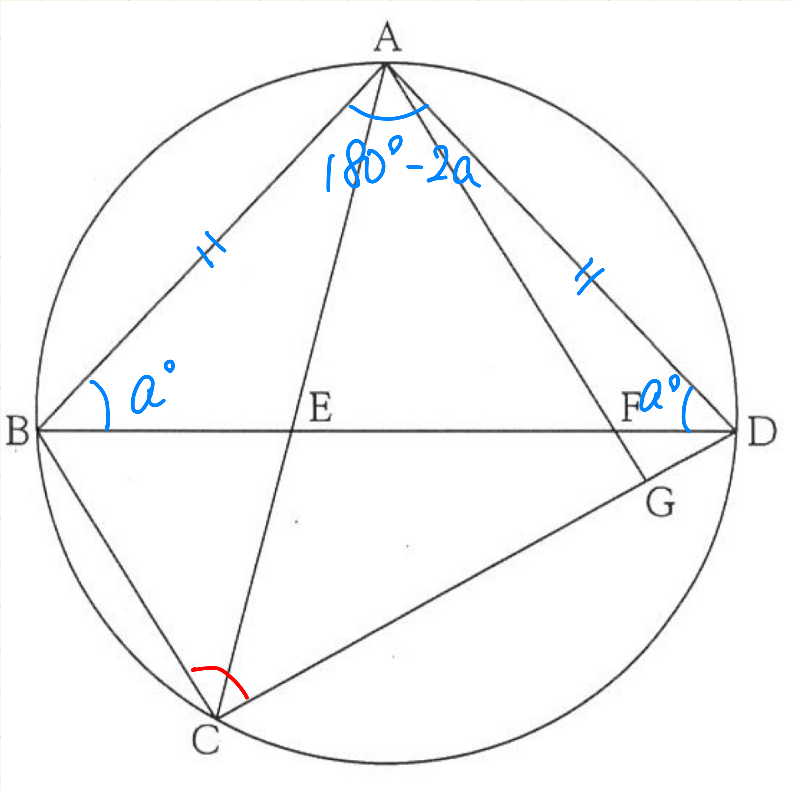
AC∥BDより、直線BDの傾きも $\frac{2}{3}$ となれば良い。直線BDの切片は、点Bから右に3、上に2進んだ点なので、切片の座標は $(0, -3)$

したがって、直線BDのグラフの式は

$$y = \frac{2}{3}x - 3 \quad \left(\text{傾き}: \frac{2}{3}, \text{切片}: -3\right)$$

$\boxed{4}$

(1)



$\triangle ABD$ は $AB=AD$ の二等辺三角形なので.

$\angle ABD = \angle ADB = a°$

よって.

$\angle BAD = 180° - 2a$

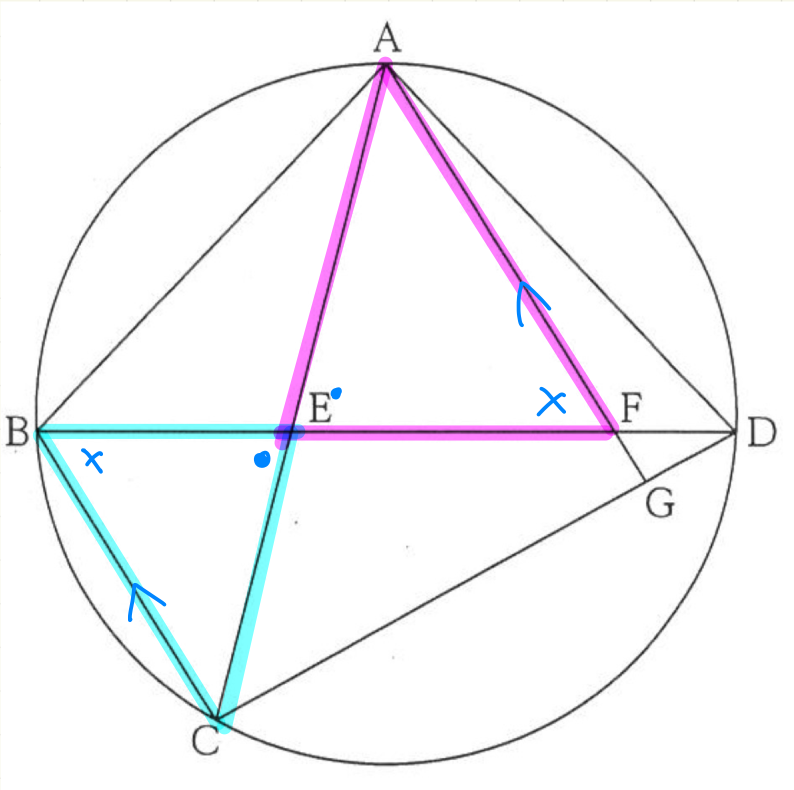
円に内接する四角形は.向かい合う角の和が180°なので.

$$\angle BCD + \underbrace{\angle BAD}_{180° - 2a} = 180°$$

よって

$$\angle BCD = 180° - (180° - 2a)$$
$$= 2a°$$

(2)

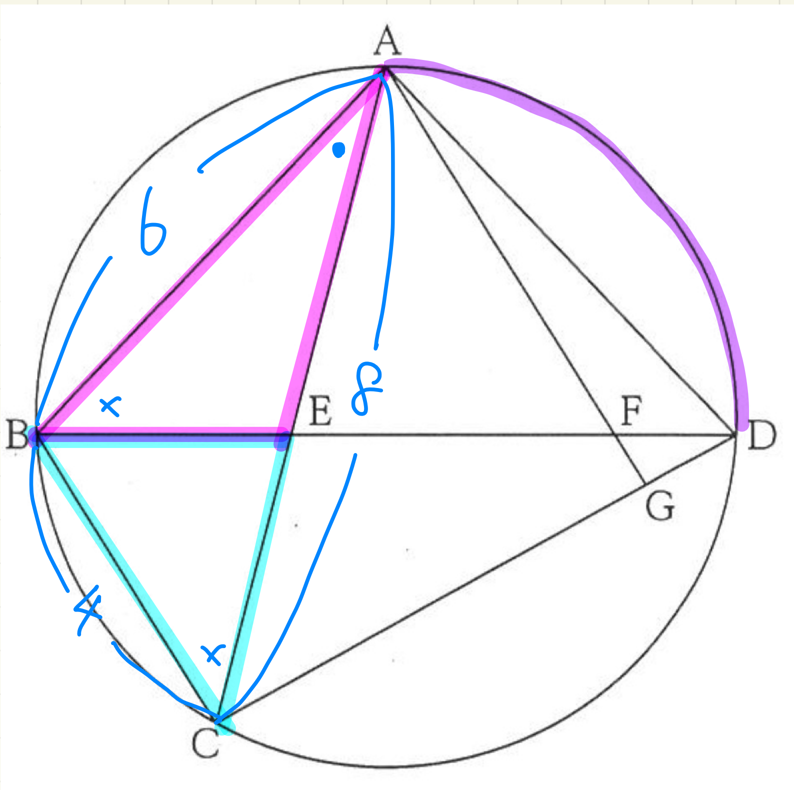


△AEFと△CEBにおいて,
対頂角は等しいので.
∠AEF = ∠CEB ―①

BC//AFより錯角が等しいので.
∠AFE = ∠CBE ―②
①,②より2組の角がそれぞれ等しいので.

△AEF ∽ △CEB (証明終わり)

(3)
① 難問



△ABEと△ACBにおいて,
共通な角は等しいので.
∠BAE = ∠CAB ― ①

$\overset{\frown}{AD}$に対する円周角は等しいので,
∠ABE = ∠ACB ― ②
①,②より2組の角がそれぞれ等しいので.

△ABE ∽ △ACB.

対応する辺の比は等しいので、

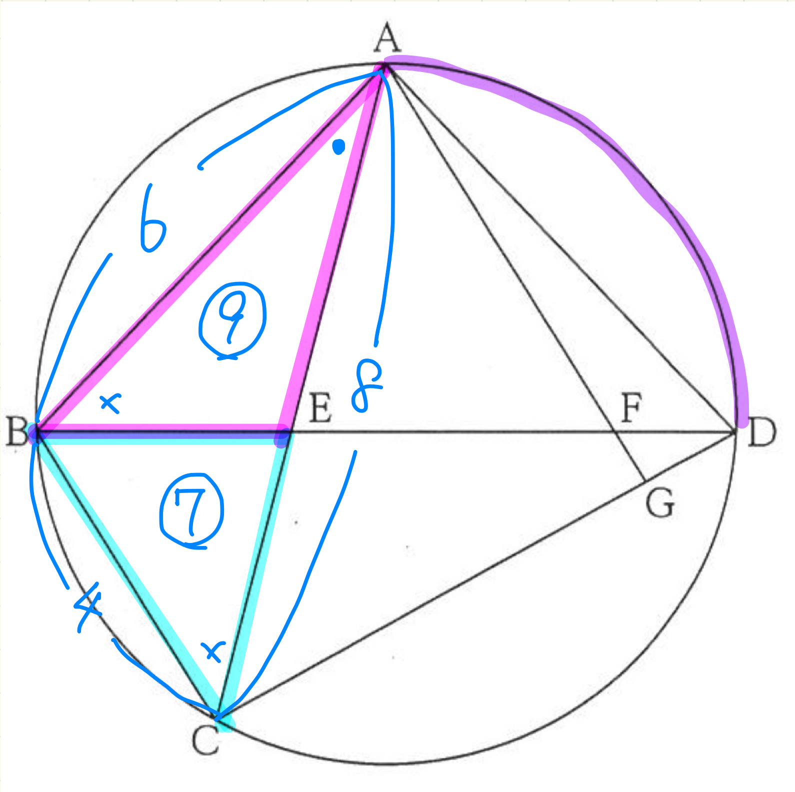
$AB : AC = 6 : 8$
$= 3 : 4$

面積比は、相似比の2乗に等しいので、

$\triangle ABE : \triangle ACB = 3^2 : 4^2$
$= 9 : 16$

よって、

$\triangle BCE = \triangle ACB - \triangle ABE$　　○は比を表す。
$= 16 - 9 = 7$



したがって、

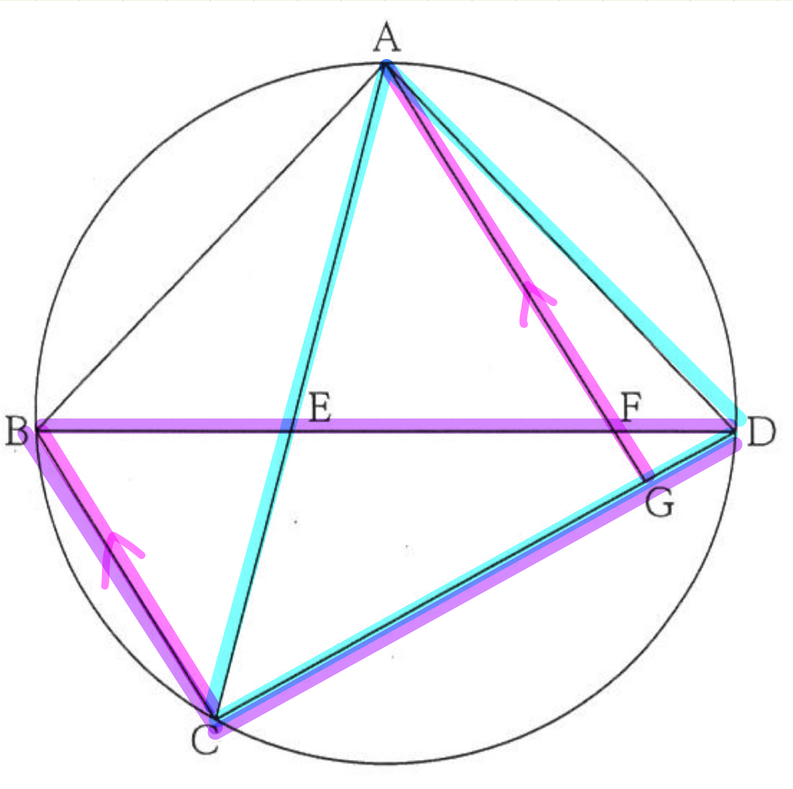
$\triangle BCE : \triangle ABE = 7 : 9$

$9 \triangle BCE = 7 \triangle ABE$

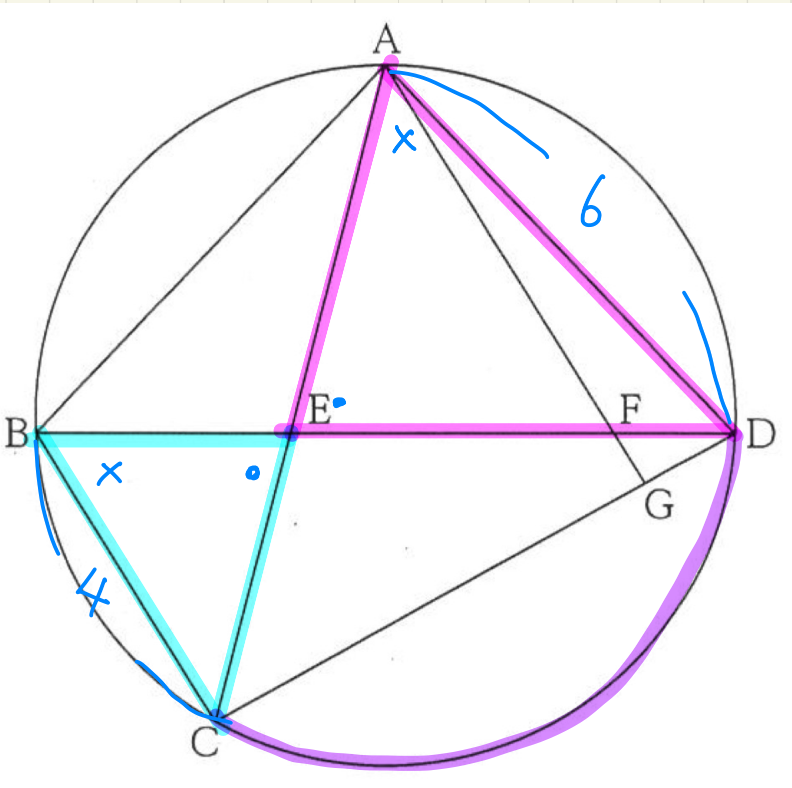
$\triangle BCE = \frac{7}{9} \triangle ABE$

よって、$\triangle BCE$ は $\triangle ABE$ の $\frac{7}{9}$ 倍

② 難問



△ACDと△BCDにおいて，底辺をCDとすると，
底辺の長さは共通で等しいから
△ACDの面積：△BCDの面積＝AG：BC



△ADEと△BCEにおいて，
対頂角は等しいので，
∠AED＝∠BEC ―①
$\overset{\frown}{CD}$に対する円周角は等しいので，
∠EAD＝∠EBC ―②
①，②より2組の角がそれぞれ等しいので

△ADE∽△BCE

AB = AD で，AB = 6 より，AD = 6

よって，△ADE と △BCE の相似比は，

$AD : BC = 6 : 4$
$= 3 : 2$

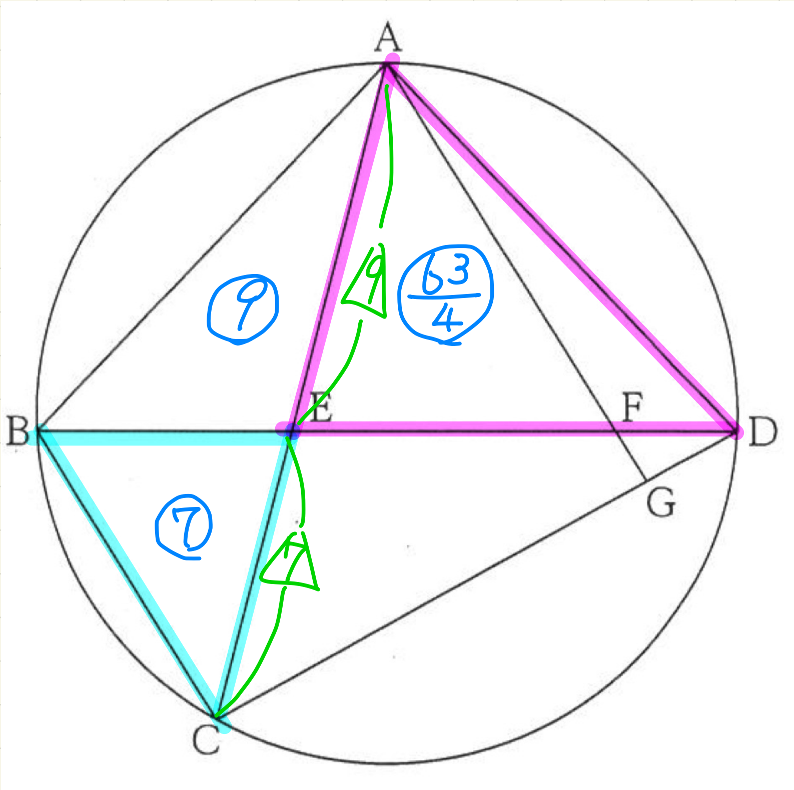
(3) ① より △BCE = ⑦ とすると，面積比は相似比の2乗に等しいので，

$\triangle ADE : \underbrace{\triangle BCE}_{⑦} = 3^2 : 2^2$
$= 9 : 4$

よって

$4\triangle ADE = 63$

$\triangle ADE = \frac{63}{4}$



また，(3) ① より

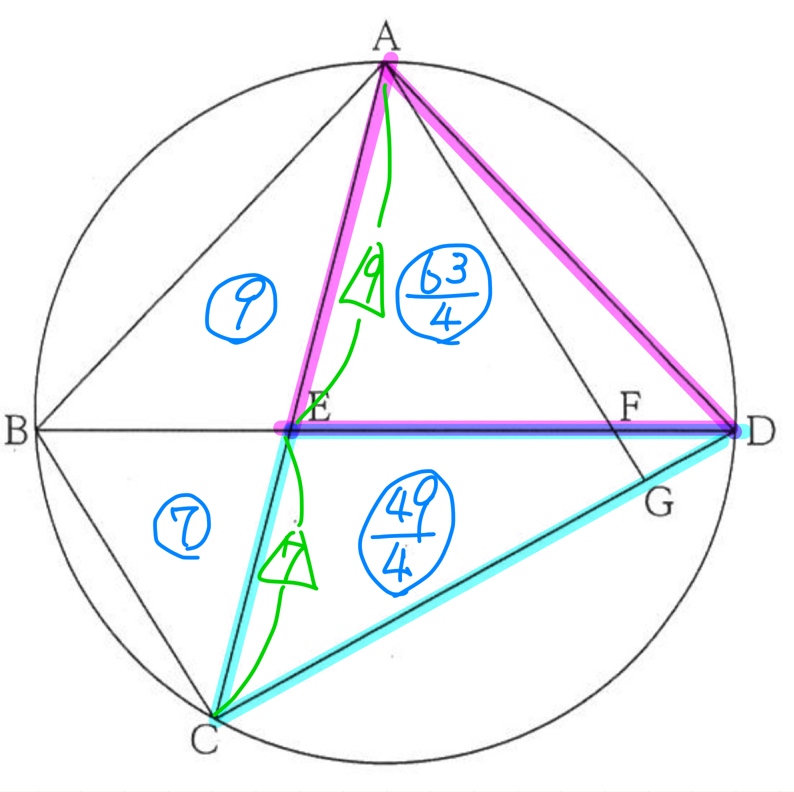
△ABE = ⑨

であり，△ABE と △BCE において，BE を底辺とすると，底辺の長さは共通で等しいから，

$\underbrace{\triangle ABE}_{⑨} : \underbrace{\triangle BCE}_{⑦} = AE : AC$

よって，

$AE : AC = 9 : 7$



△AEDと△CEDにおいて，底辺をEDとすると、
底辺の長さは共通で等しいから
$\underbrace{\triangle AED\text{の面積}}_{\frac{63}{4}} : \triangle CED\text{の面積} = \underbrace{AE}_{9} : \underbrace{CE}_{7}$

したがって，

$$9\triangle CED = 7 \times \frac{63}{4}$$

$$\triangle CED = \frac{49}{4}$$

以上より

$$\triangle ACD = \frac{63}{4} + \frac{49}{4} = \frac{112}{4}$$

$$\triangle BCD = 7 + \frac{49}{4} = \frac{77}{4}$$

$\triangle ACD$の面積：$\triangle BCD$の面積 $= AG : BC$

なので…

$$\frac{112}{4} : \frac{77}{4} = AG : 4$$

$$\frac{77}{4}AG = \frac{112}{4} \times 4$$

$$AG = 112 \times \frac{4}{77}$$

$$= \frac{64}{11} \text{ cm}$$