2022年度 和歌山県
数学

Km Km

$\boxed{1}$

問 1

(1) 与式 $= -5$

(2) 与式 $= \dfrac{10}{3} + 2 \times \left(-\dfrac{4}{3}\right)$

$= \dfrac{10}{3} - \dfrac{8}{3}$

$= \dfrac{2}{3}$

(3) 与式 $= 3a + 5b + 4a - 2b$

$= 7a + 3b$

(4) 与式 $= 4\sqrt{3} - \sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

$= 5\sqrt{3}$

(5) 与式 $= a^2 + 6a + 9 - (a^2 - 16)$

$= a^2 + 6a + 9 - a^2 + 16$

$= 6a + 25$

問 2

$x^2 + 5x - 14 = 0$

$\Leftrightarrow (x+7)(x-2) = 0$

$x = -7, 2$

問3

$$\sqrt{\frac{20}{n}} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{n}}$$

$n = 20$ のとき

$$\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{20}} = 1$$

また, $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ より

$$\sqrt{\frac{20}{n}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{n}}$$

$n = 5$ のとき

$$\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 2$$

したがって, $n = 5, 20$

問4

y は x に反比例するので, $y = \frac{a}{x}$ と表すことができる。

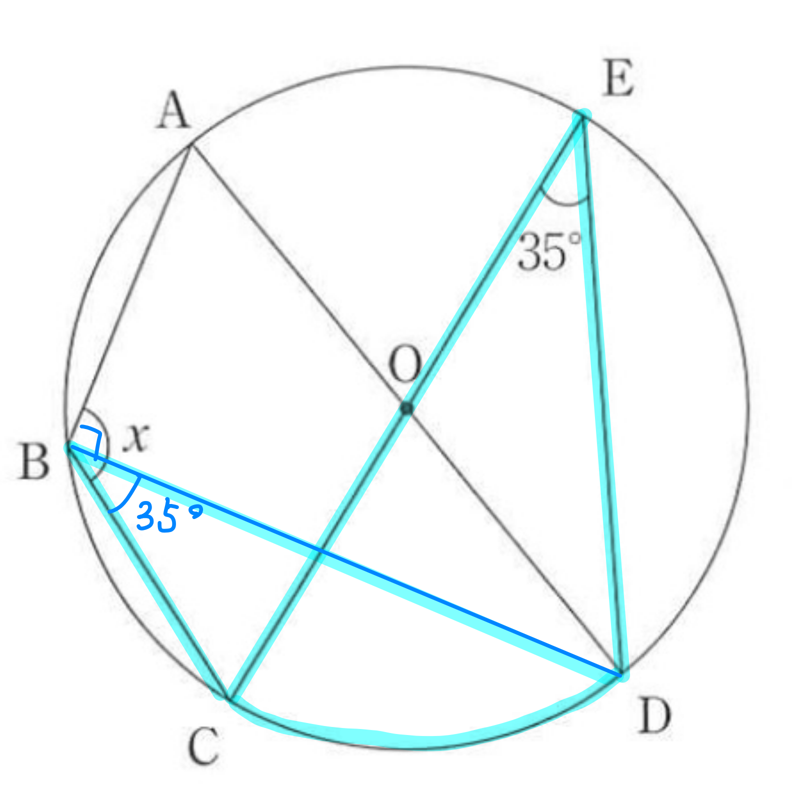
$x = 5,\ y = 4$ より

$$4 = \frac{a}{5} \Rightarrow a = 20$$

したがって, $y = \frac{20}{x}$。 $x = -10$ のとき,

$$y = \frac{20}{-10} = -2$$

問5



左図のように、点Bと点Dを結ぶ。

線分ADは直径なので、

$\angle ABD = 90^\circ$

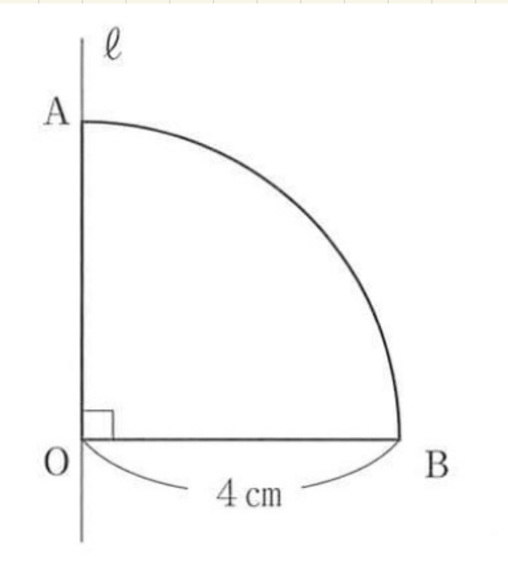
また、$\overset{\frown}{CD}$に対する円周角は等しいので、

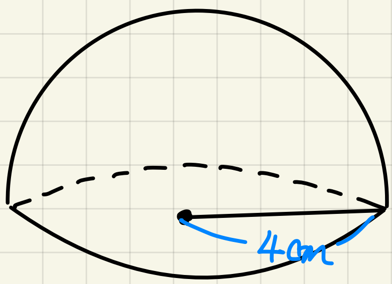
$\angle CBD = \angle CED = 35^\circ$

よって、

$$\angle x = \angle ABD + \angle CBD$$
$$= 90^\circ + 35^\circ$$
$$= 125^\circ$$

問6





ℓを軸として回転させてできる立体は、左図のような半球となる。したがって体積は、

$$\underbrace{\frac{4}{3}\pi \times 4^3}_{\text{球の体積}} \times \underbrace{\frac{1}{2}}_{\text{半球}}$$

$$= \frac{128}{3}\pi \ cm^3$$

$\boxed{2}$

問1

②より取り出した玉はもとに戻さない。

Aさんは4つの球から1つを取るので4通り.
Bさんは3つの球から1つを取るので3通り.
Cさんは2つの球から1つを取るので2通り.
Dさんは1つの球から1つを取るので1通り.

よって,玉の取り出し方は.

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24\text{通り}$$

第1走者がAさん,第4走者がDさんとなるのは.

(A, B, C, D),(A, C, B, D)

の2通り。よって求める確率は.

$$\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$$

問2

(1)

表

順番(番目)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	…	27	…
色	青	黄	黒	緑	赤	青	黄	黒	緑	赤	青	黄	黒	緑	…	□	…

5色で一順していることから.27に近い5の倍数である25番目の色は赤。

よって.

26番目:青,27番目:黄

(2) 124に近い5の倍数は125。各色は、5番目ごとに1回使うので、125番目までの黒のリングは、

$$125 \div 5 = 25$$

125番目の色は赤であり、124番目の色は緑なので、黒のリングの数は25個

問3

唐揚げ弁当1個(唐)の定価をx円、
エビフライ弁当1個(エ)の定価をy円
とする。

$$\underbrace{y}_{\text{エ弁当の定価}} = \underbrace{x}_{\text{唐弁当の定価}} + \underbrace{50}_{\text{50円高い}}$$

y円の5割引

⇓

$$y \times (1-0.5) = y \times 0.5$$

$$\underbrace{20y}_{\text{エ弁当は全て売れた}} + \underbrace{10x}_{\text{唐弁当10個は定価}} + \underbrace{10(x \times 0.5)}_{\text{唐弁当10個は5割引き}} = \underbrace{15000}_{\text{合計代金}}$$

よって

$$\begin{cases} y = x + 50 & \text{— ①} \\ 15x + 20y = 15000 & \text{— ②} \end{cases}$$

②の両辺を5で割って

$$3x + 4y = 3000 \quad \text{—— ③}$$

①を③に代入して

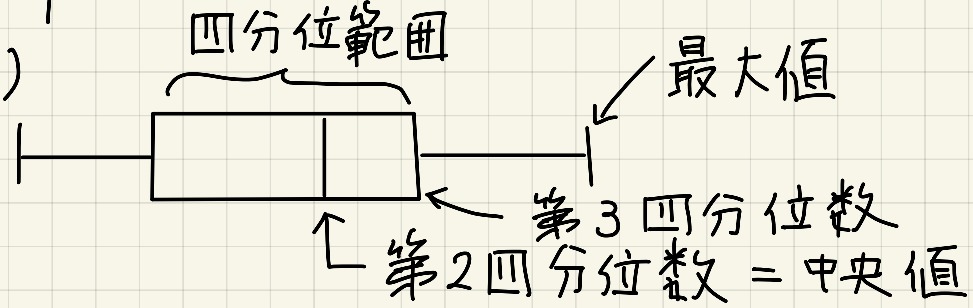
$$3x + 4(x+50) = 3000$$

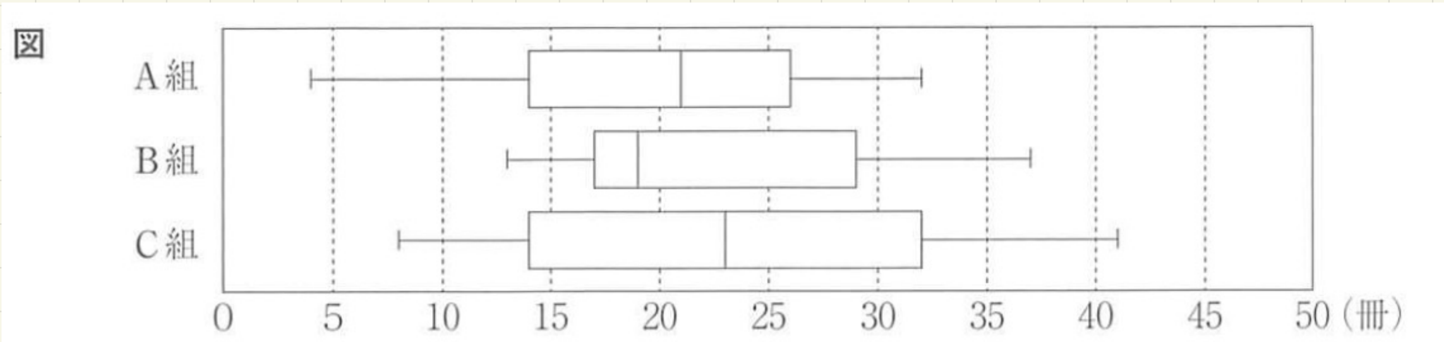
$$3x + 4x + 200 = 3000$$

$$7x = 2800$$
$$x = 400$$
$x = 400$ を①に代入して
$$y = 400 + 50$$
$$= 450$$
よって，唐揚げ弁当400円，エビフライ弁当450円

問4

(1)



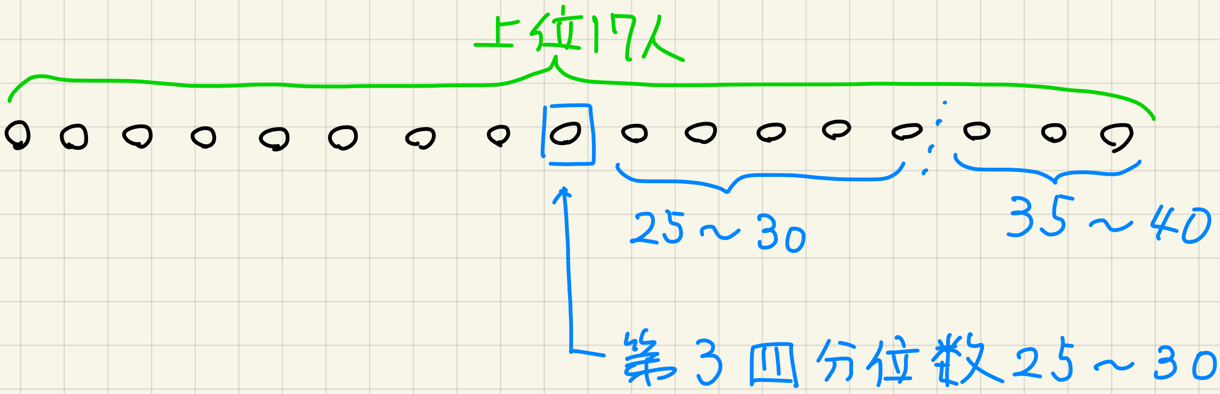


(I) 四分位範囲が最も大きいのはC組なので誤り。 イ

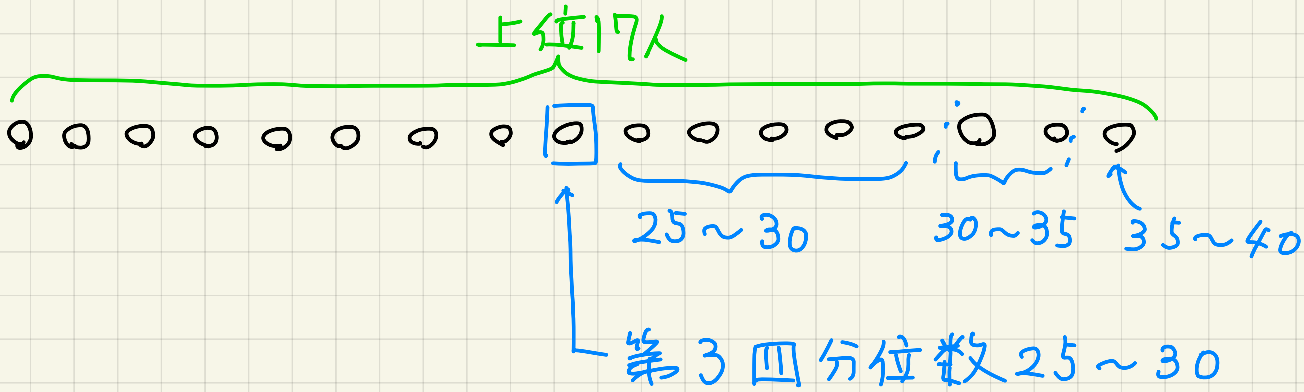
(II) B組の中央値だけ20冊以下。
したがって，B組の人数の半分は20冊以下。
よって正しい。 ア

(III) A組の最大値は30～35冊。必ずいる。
B組の第3四分位数（上位17人の中央値）は
25～30。最大値は35～40冊
したがって，30～35冊の生徒がいるかどうかは
箱ひげ図から読み取れない。 ウ

(参考) B組について

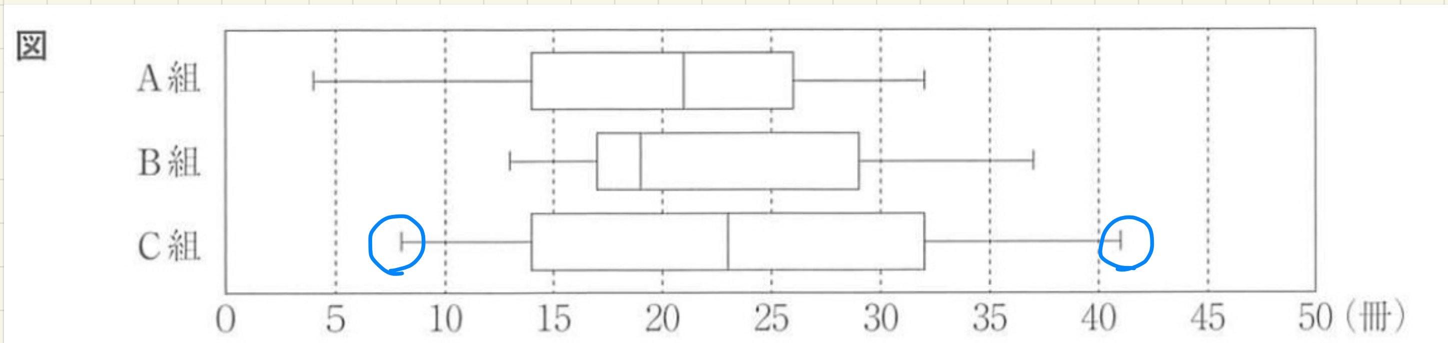


上の例だと，30～35冊の生徒はいない。



上の例だと，30～35冊の生徒はいる。
どちらも同じ箱ひげ図になるので，箱ひげ図から読みとれない。

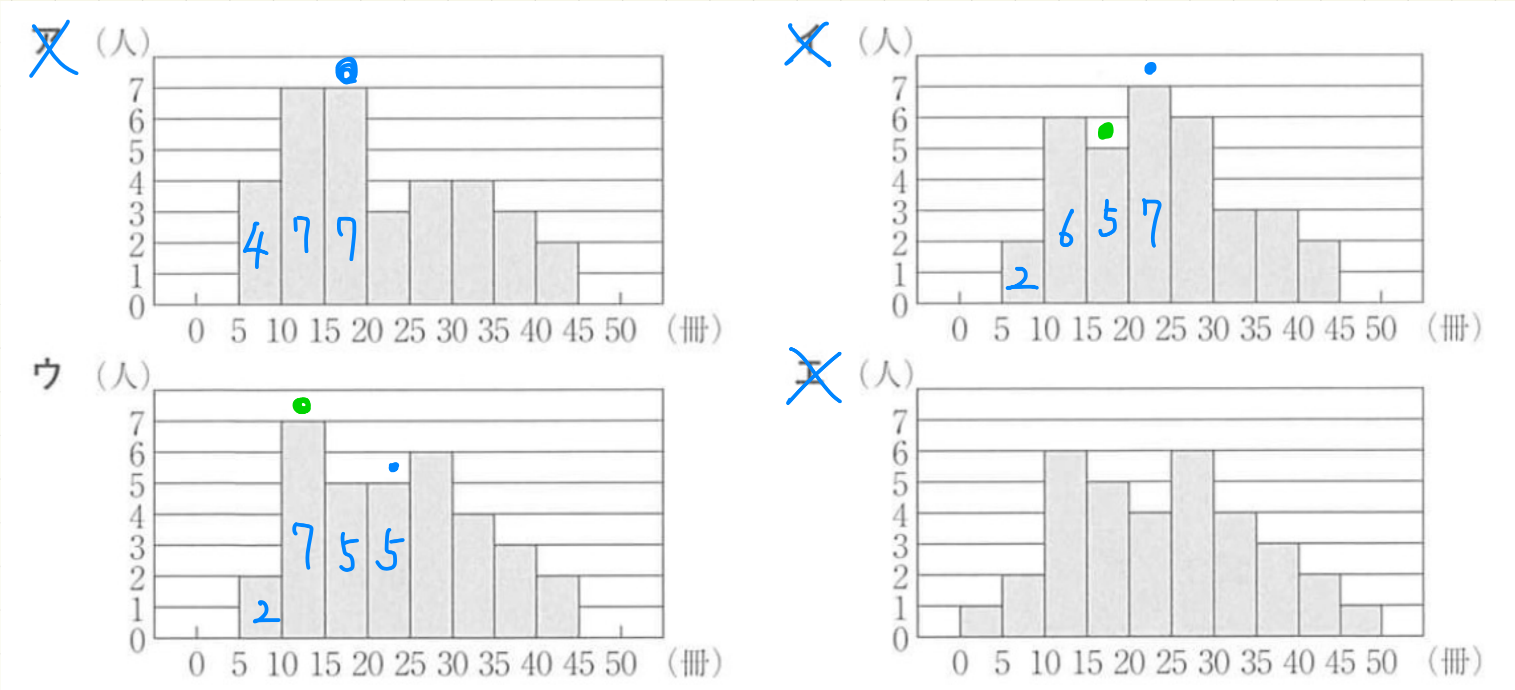
(2)



C組の最小値は5～10冊，最大値は40～45冊。
エ のヒストグラムは最小値0～5冊，最大値45～50冊なので，エは誤り。

また，C組の中央値は20～25冊
└→17番目と18番目の生徒の平均値

C組の第1四分位数は 10～15冊
下位データの9番目の生徒



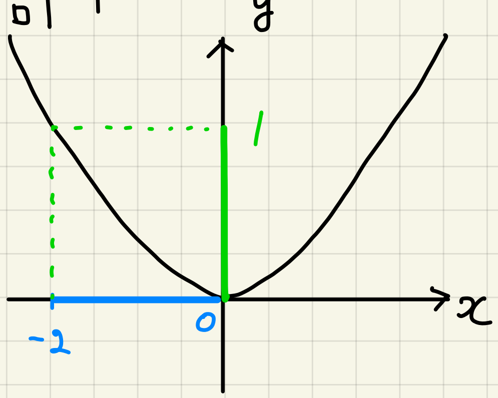
アのヒストグラムの17,18番目の生徒は 15～20冊
イのヒストグラムの17、18番目の生徒は 20～25冊
ウのヒストグラムの17、18番目の生徒は 20～25冊
したがって、アは誤り.

また,
イのヒストグラムの9番目の生徒は 15～20冊
ウのヒストグラムの9番目の生徒は 10～15冊
したがって. イは誤り。
以上より. 答えはウ

(3) 3年生のみのデータでは. 調査結果に偏りが生じる。全校生徒のデータをとるには. 1～3年生を無作為に選ぶ必要がある。したがって, 標本を無作為に抽出したことにならないため。

3

問1



$y=\frac{1}{4}x^2$ において，

$x=-2$ のとき，

$y=\frac{1}{4}\times(-2)^2$

$=1$

よって，x が -2 から 0 まで増加するとき，y は，

1 から 0 まで減少するので，

$$\text{変化の割合}=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$=\frac{-1}{2}=-\frac{1}{2}$$

(別解)

$y=ax^2$ において，x が $s\to t$ に変化するとき，

変化の割合は，

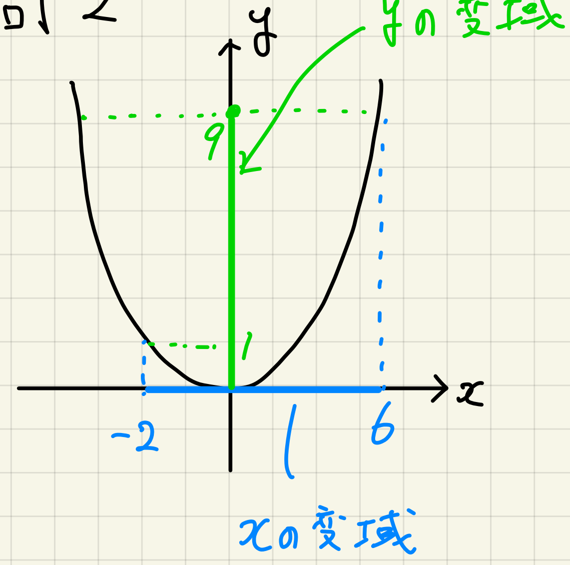
$$a(s+t)$$

で表すことができる。したがって，

$$\text{変化の割合}=\frac{1}{4}(-2+0)$$

$$=-\frac{1}{2}$$

問2



$y=9$ のとき

$$9=\frac{1}{4}x^2 \Rightarrow x=\pm 6$$

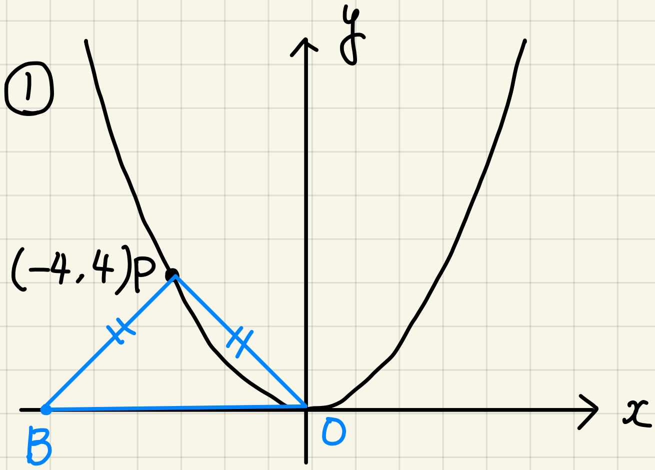
$-2 \leqq x \leqq$ (ア) より, x は -2 以上の値である。

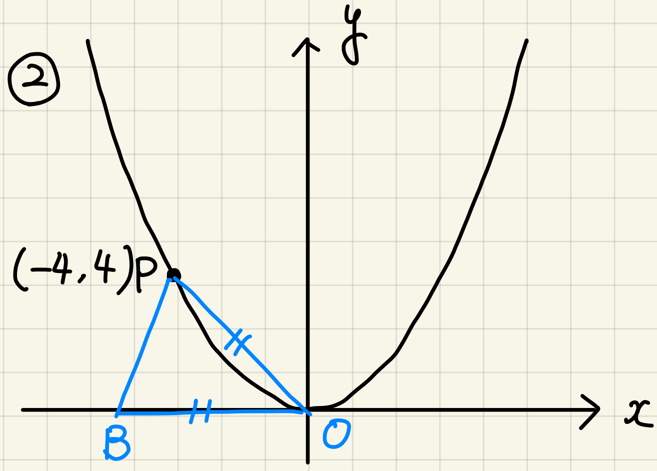
したがって $x=6$ (ア)

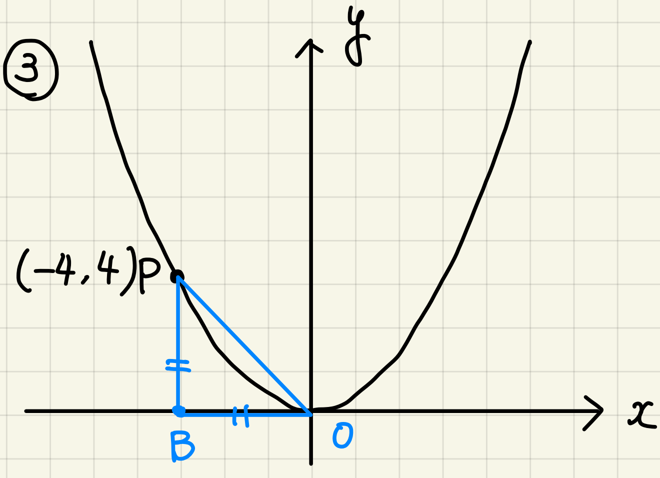
このとき, y の変域は $\underset{(イ)}{0} \leqq y \leqq 9$

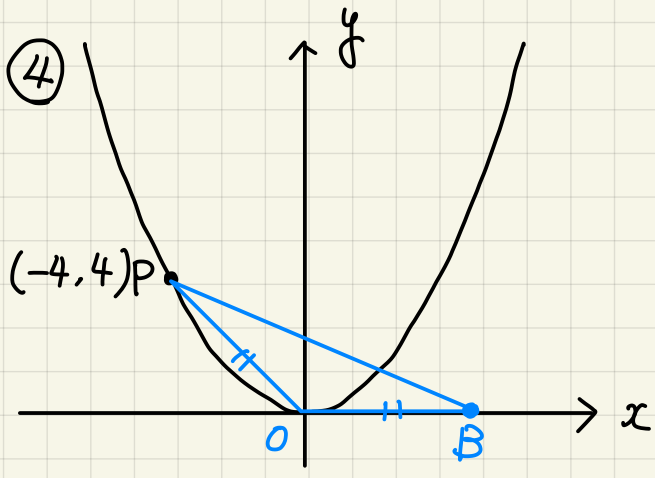
したがって, (ア) 6, (イ) 0

問3 △OPB が二等辺三角形となるのは, 次の4通りがある。







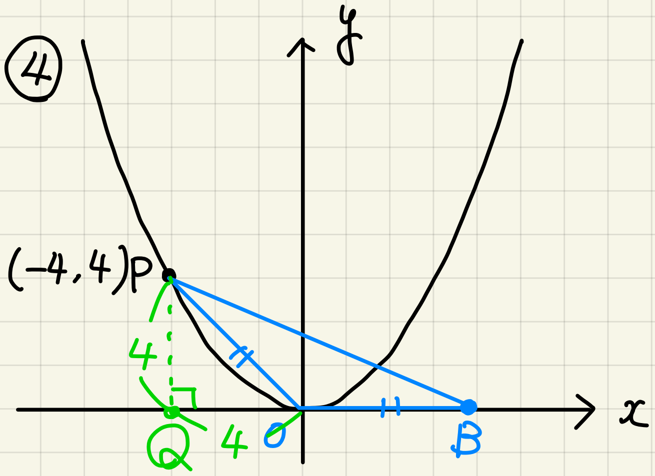


このうち，Bの座標が最も大きくなるのは ④

Bの座標が最も小さくなるのは ①

である。

・Bの座標が最も大きいとき



△OPQを考えると

$OQ = PQ = 4$

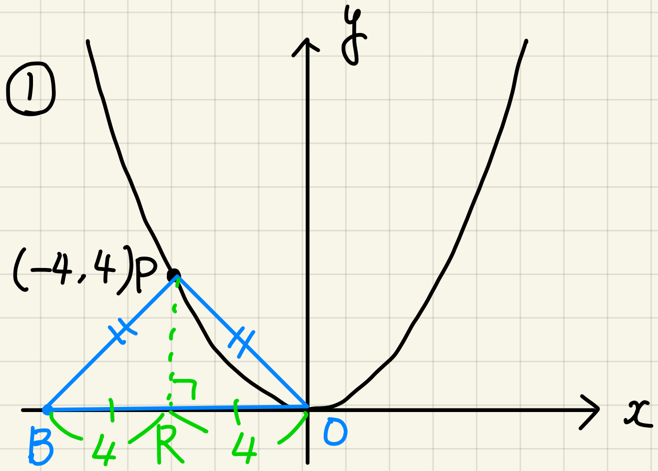
したがって，三平方の定理より

$$OP = \sqrt{4^2 + 4^2} \quad \sqrt{32}$$

$$= 4\sqrt{2}$$

$OP = OB$より，Bの座標は $(4\sqrt{2}, 0)$

・Bの座標が最も小さいとき



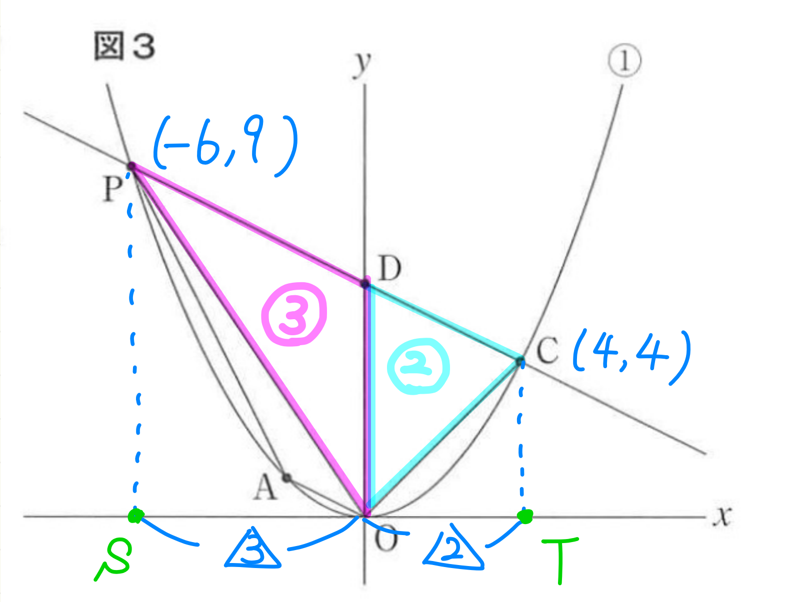
二等辺三角形の性質より，

$OR = BR = 4$

したがって，$OB = 8$

よって，Bの座標は $(-8, 0)$

問4



△OPDと△ODCにおいて、底辺をODとすると、底辺は共通なので、面積比は、高さの比と等しい。

Pのx座標をS、Cのx座標をTとすると、

$$\text{SO} : \underbrace{\text{OT}}_{4} = 3 : 2 \Rightarrow 2\text{SO} = 12$$

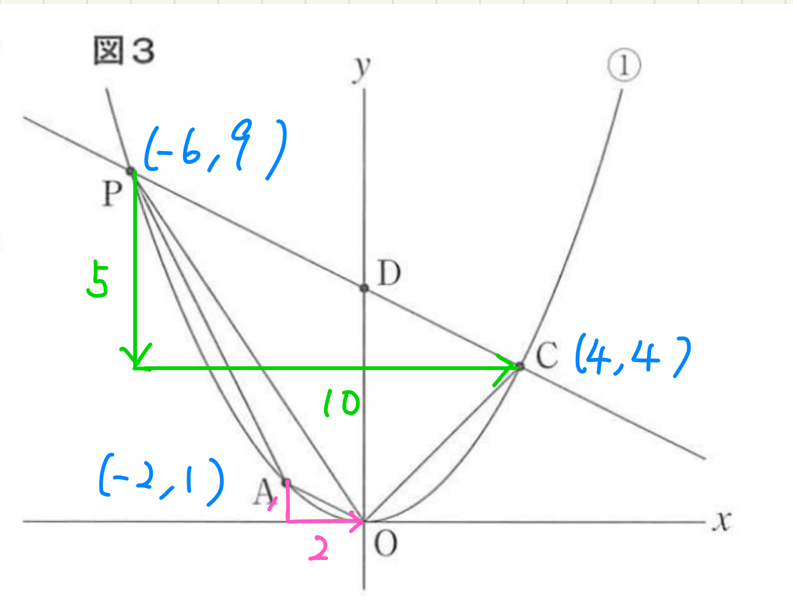
$$\text{SO} = 6$$

よって、Pのx座標は -6。また、Pは $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上にあるので、$x=-6$ のとき、

$$y = \frac{1}{4} \times (-6)^2$$

$$= 9$$

よって、Pの座標は $(-6, 9)$

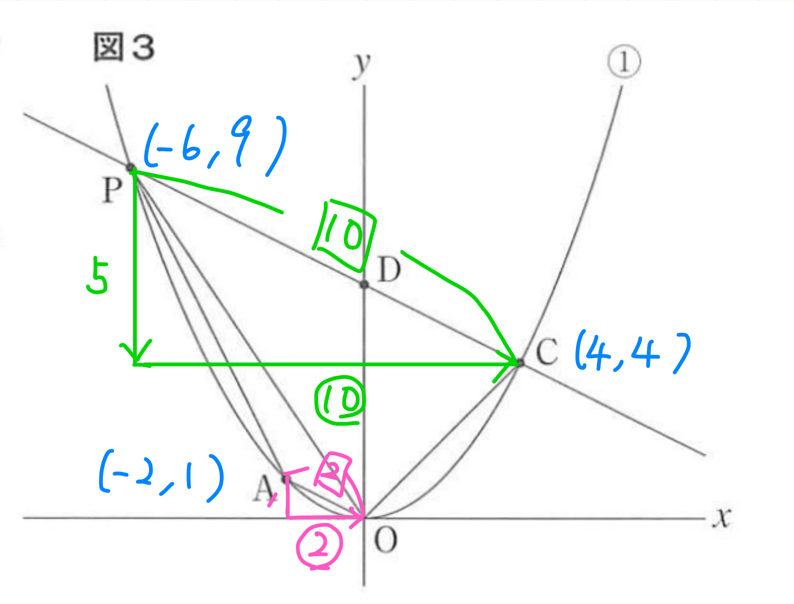


ここで、

PCの傾き $= \frac{-5}{10} = -\frac{1}{2}$

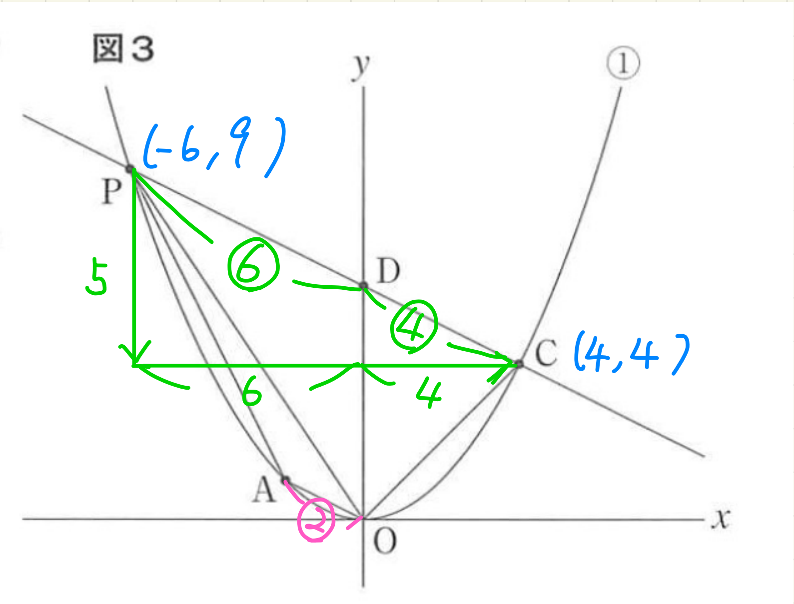
OAの傾き $= \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$

より、PCとOAの傾きが等しいので、PC // OA



したがって、□OAPCは、
台形である。
また、左図から
PC：AO = 10：2
(三角形の相似比より)

∽



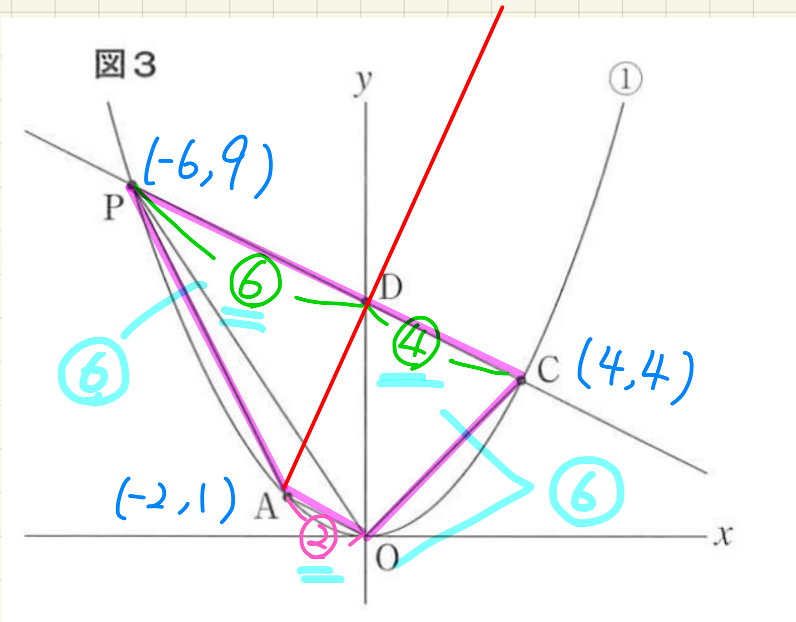
また、左図より
PD：DC = 6：4
である。

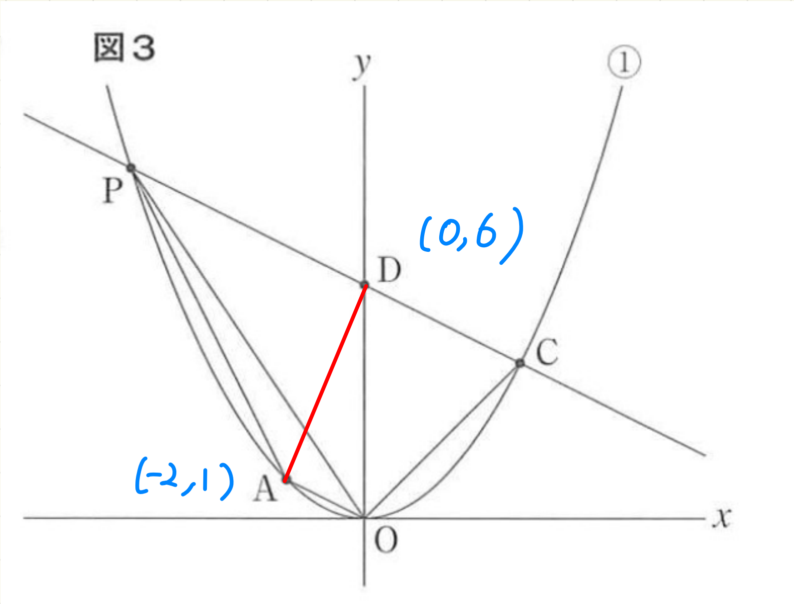
したがって、台形を半分に
するには、

$$\frac{上底+下底}{2} = \frac{②+⑩}{2}$$

$$= ⑥$$

で分ければ良いので、
台形を半分にする直線は、
Dを通る。Dの座標は、
PCの傾きは $-\frac{1}{2}$ で、
C(4,4)を通るので、
$y=-\frac{1}{2}x+b$ に(4,4)を
代入して、$4=-2+b \Rightarrow b=6$
よってD(0,6)

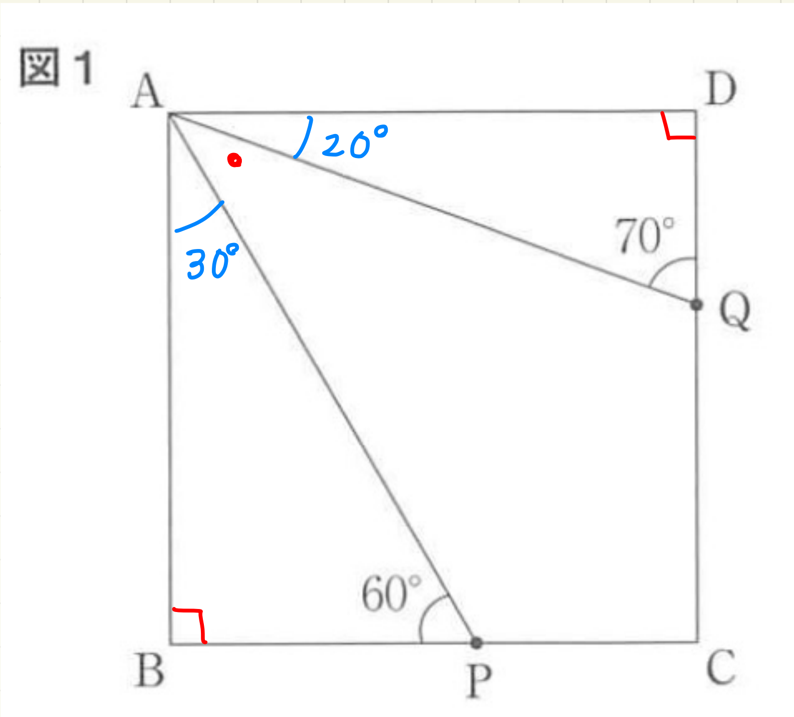




直線ADの式は、
切片が6なので、
$y = ax + 6$
これがA(-2, 1)を通るので、
$1 = -2a + 6$
$2a = 5 \Rightarrow a = \frac{5}{2}$

よって、求める直線の式は $y = \frac{5}{2}x + 6$

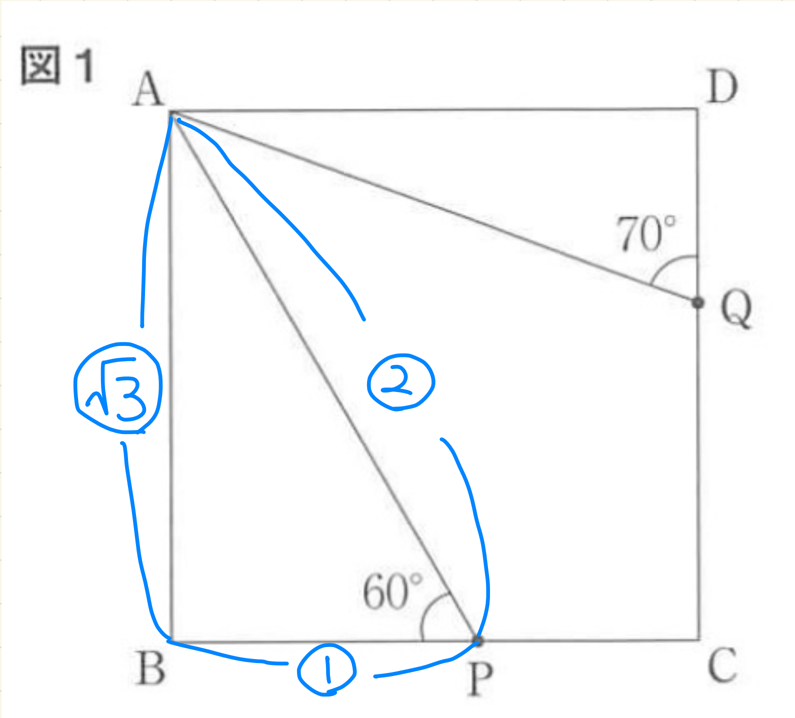
$\boxed{4}$
問1
(1)



△ABPは直角三角形なので、
$\angle BAP = 90° - 60°$
$= 30°$
△AQDは直角三角形なので、
$\angle DAQ = 90° - 70°$
$= 20°$

$\angle BAD = 90°$ より
$\angle PAQ = 90° - (30° + 20°)$
$= 40°$

(2)



△ABPは、30°, 60°, 90°の直角三角形なので、

BP : AP : AB

= 1 : 2 : $\sqrt{3}$

AB = 6 cm より

BP : $\underbrace{AB}_{6\,cm}$ = 1 : $\sqrt{3}$

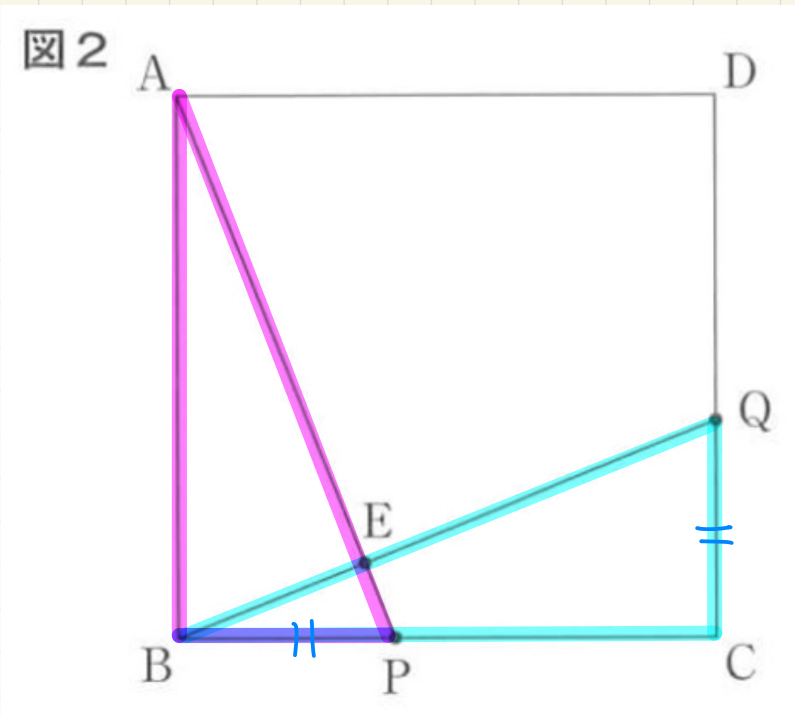
よって、

$\sqrt{3}\,BP = 6 \Rightarrow BP = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$ cm

よって、△ABPの面積は、

$2\sqrt{3} \times 6 \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{3}$ cm^2

問2



△ABPと△BCQで、仮定より

BP = CQ — ①

□ABCDは正方形なので、

AB = BC — ②

∠ABP = ∠BCQ = 90°

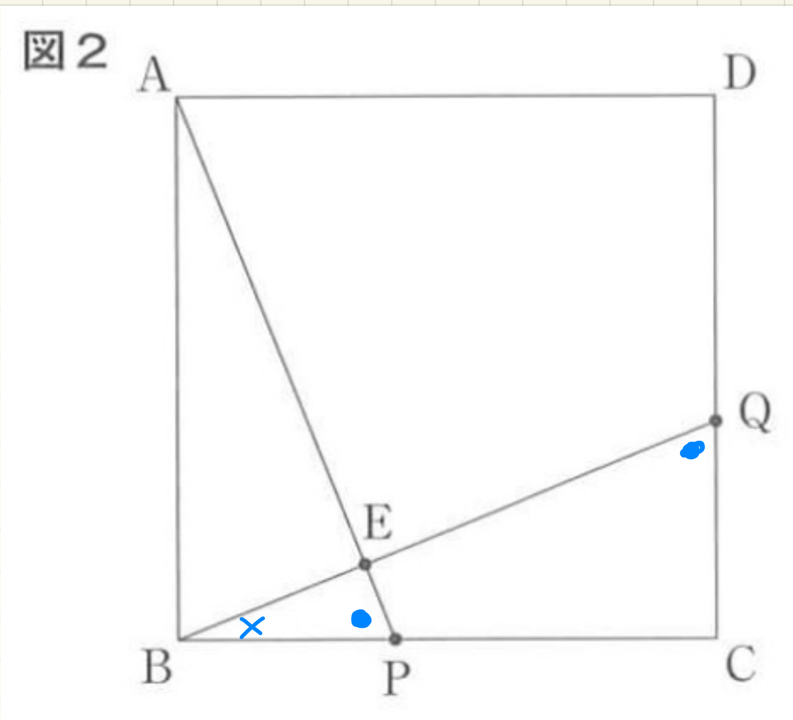
— ③

①, ②, ③ から，2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABP \equiv \triangle BCQ$

対応する角は等しいので

$\angle APB = \angle BQC$ ―― ④



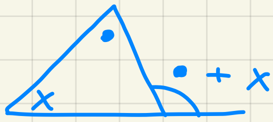
また，$\triangle BCQ$ は，$\angle BCQ = 90^\circ$ の直角三角形なので，

$\angle BQC + \angle CBQ = 90^\circ$ ―― ⑤

④，⑤ より

$\angle APB + \angle CBQ = 90^\circ$ ―― ⑥

$\triangle BPE$ で外角の定理より

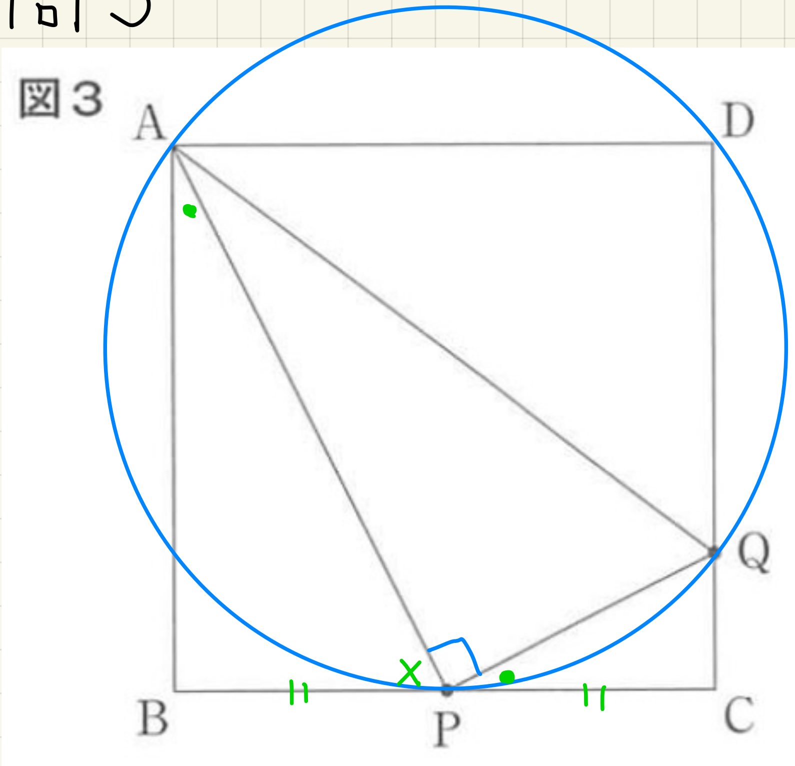


$\angle EPB + \angle PBE = \angle AEB$ ―― ⑦

⑥，⑦ より

$\angle AEB = 90^\circ$　（証明終わり）

問3



△ABPで

∠BAP ＝ •

∠APB ＝ ×

とすると、

• ＋ × ＝ 90°

また、仮定より

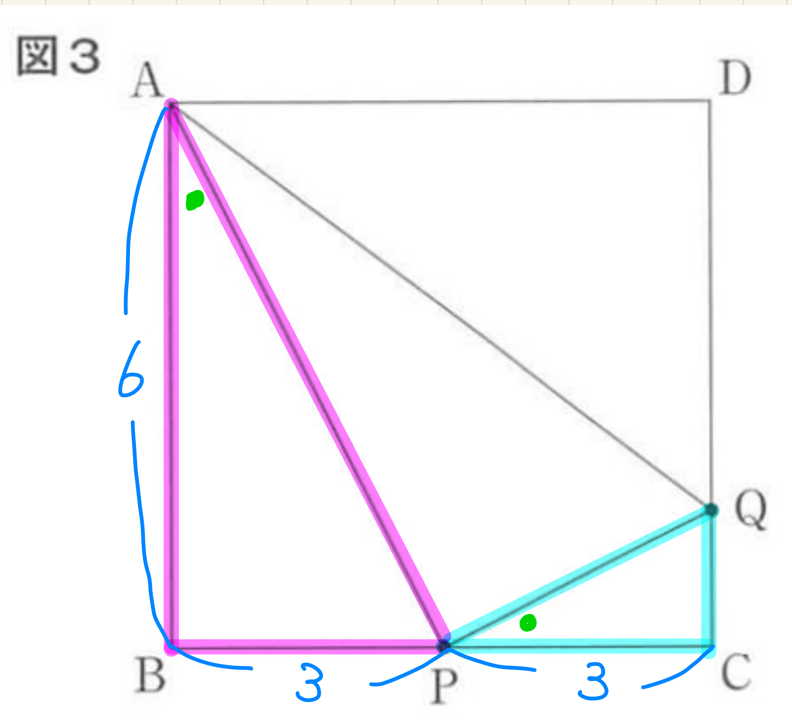
∠BAP＝∠CPQ＝•

したがって、

$\angle APQ = 180^\circ - (\underbrace{\bullet + \times}_{90^\circ})$

$= 90^\circ$

直径と円周角の関係から AQは直径となる。



△ABPと△PCQで、

∠BAP＝∠CPQ ―①

∠ABP＝∠PCQ＝90° ―②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、

△ABP ∽ △PCQ

△ABPで三平方の定理より

$$AP = \sqrt{6^2 + 3^2} \quad \sqrt{36+9} = \sqrt{45}$$

$$= 3\sqrt{5}\ \text{cm}$$

対応する辺の比は等しいので.

$$\underbrace{AB}_{6} : \underbrace{AP}_{3\sqrt{5}} = \underbrace{PC}_{3} : PQ$$

よって.

$$6PQ = 9\sqrt{5} \Rightarrow PQ = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

△APQで三平方の定理より

$$AQ^2 = (3\sqrt{5})^2 + \left(\frac{3\sqrt{5}}{2}\right)^2$$

$$= 45 + \frac{45}{4} = \frac{225}{4}$$

$AQ > 0$ より $\underbrace{AQ = \frac{15}{2}}$ 直径

よって, 求める半径は

$$\frac{15}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{15}{4}\ \text{cm}$$