2022年度　鳥取県

数学

Km Km

問題 1

問 1

(1) 与式 $= 8 + 3$

$= 11$

$\dfrac{6}{\sqrt{3}} = \dfrac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \dfrac{6\sqrt{3}}{3}$

$= 2\sqrt{3}$

(2) 与式 $= 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

$= \sqrt{3}$

(3) 与式 $= \dfrac{9x + 3y}{6} - \dfrac{4x - 10y}{6}$

$= \dfrac{9x + 3y - 4x + 10y}{6}$

$= \dfrac{5x + 13y}{6}$

(4) 与式 $= \dfrac{3ab^2 \times (-4a^2)}{6b}$

$= -2a^3b$

問 2

与式 $= a(x^2 - 9)$

$= a(x+3)(x-3)$

問3.

$$\begin{cases} x + y = 13 & \text{—— ①} \\ 3x - 2y = 9 & \text{—— ②} \end{cases}$$

①×2+②より

$$\begin{array}{rrrl} & 2x & +2y & =26 \\ +) & 3x & -2y & =9 \\ \hline & 5x & & =35 \end{array}$$

$$x = 7.$$

$x=7$ を①に代入して

$$7 + y = 13$$

$$y = 6$$

問4

$2x^2-5x+1$ は因数分解できないので、解の公式より

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$$

(参考)

$ax^2+bx+c=0 \quad (a \neq 0)$ の解の公式は.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

問5

$$7x = x + 3$$
$$7x - x = 3$$
$$6x = 3$$
$$x = \frac{3}{6}$$
$$= \frac{1}{2}$$

両辺を6で割る

よって答えは エ

問6

$4a$ … 大人4人の入園料
$5b$ … 子供5人の入園料

よって.

$$4a + 5b \leqq 7000$$

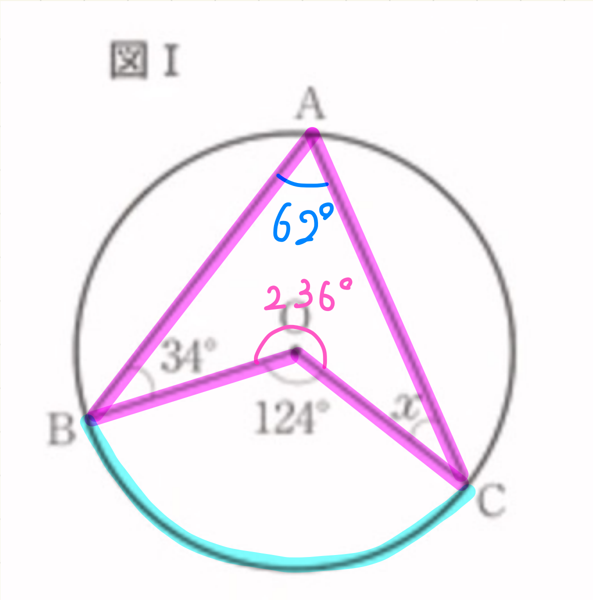
は. 大人4人と子供5人の入園料の合計は. 7000円以下である。

参考

$$4a + 5b < 7000$$

であれば. 大人4人と子供5人の入園料の合計は. 7000円未満である.

問7



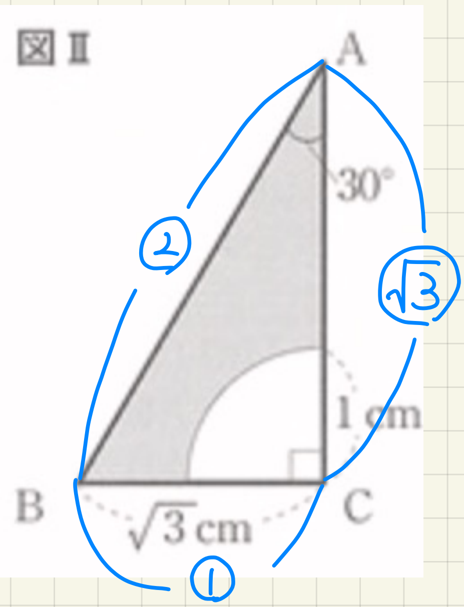
$\overset{\frown}{BC}$に対して、
$\angle BAC$は円周角
$\angle BOC$は中心角
なので、

$$\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC$$
$$= \frac{1}{2} \times 124$$
$$= 62^\circ$$

$\angle BOC$の外側は、
$$360^\circ - 124^\circ = 236^\circ$$

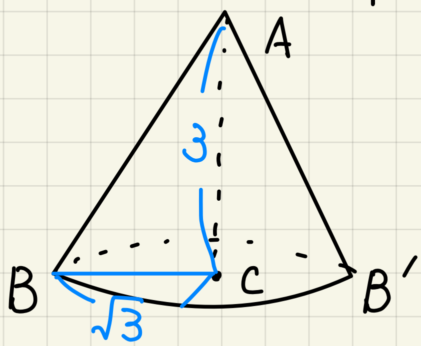
四角形の内角の和は360°なので、
四角形ABOC
$$62^\circ + 34^\circ + 236^\circ + x^\circ = 360^\circ$$
$$\therefore\ x = 360 - (62 + 34 + 236)$$
$$= 28^\circ$$

問8



△ABCは、30°-60°-90°の直角三角形なので、
$$BC : AB : AC = 1 : 2 : \sqrt{3}$$
よって
$$AC = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3\,cm$$

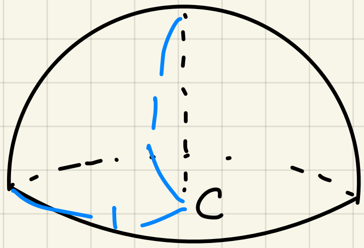
△ABC を AC を回転の軸として1回転させたときの立体は円すいとなる



よって体積は

$$\sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \pi \times 3 \times \frac{1}{3} = 3\pi \quad cm^3$$

頂点 C を、AC を回転の軸として1回転させたときの立体は半球となる



よって、体積は

$$\frac{4}{3}\pi \times 1^3 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{3}\pi \quad cm^3$$

よって、求める体積は

$$3\pi - \frac{2}{3}\pi = \frac{7}{3}\pi \quad cm^3$$

問9

ア：$x = -3$ のとき $y = -3 \times (-3) + 5 = 14$
なので誤り

イ：$x = 1$ のとき $y = -3 \times 1 + 5 = 2$
2倍　-2倍
$x = 2$ のとき $y = -3 \times 2 + 5 = -4$
よって誤り

ウ：$x = 1$ のとき $y = -3 \times 1 + 5 = 2$
$x = 2$ のとき $y = -3 \times 2 + 5 = -1$
よって、y の変域は $-1 \leqq y \leqq 2$　正しい

エ：$x=1$ のとき $y=-3\times1+5=2$

$x=3$ のとき $y=-3\times3+5=-4$

よって、y の増加量は $-4-2=-6$ 　誤り

以上より答えはウ

問10

$\sqrt{a+b}$ が整数となるのは、$\sqrt{a+b}$ が平方数になるときである。

$a:1\sim6$, $b:1\sim6$

なので、

$a+b$ の最小値：$1+1=2$

$a+b$ の最大値：$6+6=12$

よって、$2\sim12$ で平方数となるのは、

$a+b=4$, $a+b=9$

である。

・$a+b=4$ のとき、

$(a,b)=(1,3),(2,2),(3,1)$ の3通り

・$a+b=9$ のとき

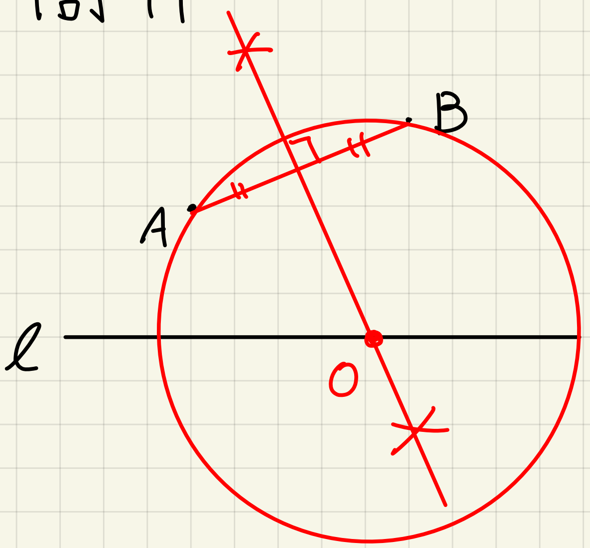
$(a,b)=(3,6),(4,5),(5,4),(6,3)$ の4通り

2つのさいころを同時に投げたときの出る目の場合の数は $6\times6=36$ 通り

よって、求める確率は

$$\frac{3+4}{36}=\frac{7}{36}$$

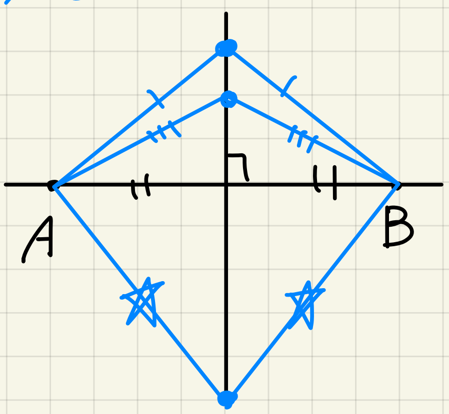
問 11



・A, B を結ぶ
・直線ABの垂直二等分線を作図する
⇒垂直二等分線上では、A, Bそれぞれからの長さは等しくなる。
⇒ℓとの交点Oが円の中心

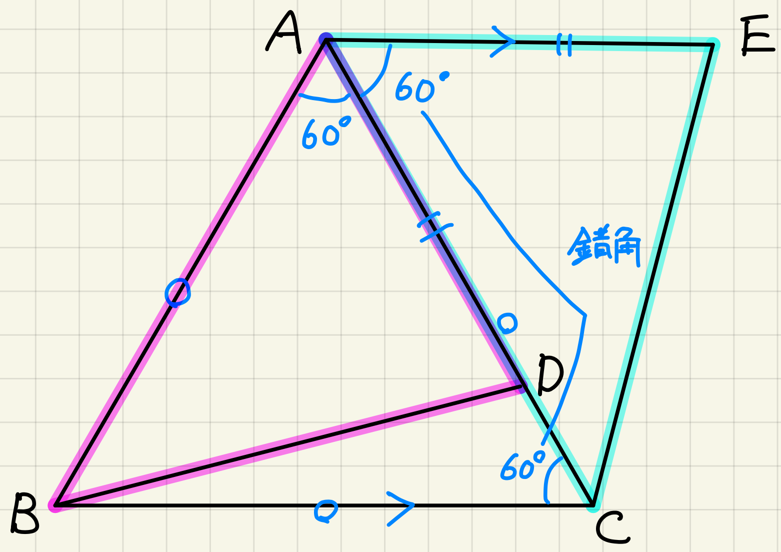
・OとA(又はB)を半径とする円を作図する。

参考



ABの垂直二等分線上の点は、A, Bからの長さが等しい!

問 12



(1) (2)

△ABDと△ACEで
仮定より
AD = AE ― ①

△ABCは正三角形だから
AB = AC ― ②
∠BAD = ∠ACD = 60° ― ③

また，平行線の錯角(オ)は等しいから

$\angle CAE = \angle ACB = 60°$ ─④

③，④から

$\angle BAD = \angle CAE$ ─⑤

①，②，⑤から 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABD \equiv \triangle ACE$ (証明終わり)

(3)

ア：$\triangle ABC$が正三角形だから等しい

イ：$\triangle ABD \equiv \triangle ACE$より対応する辺が等しい。したがって$\triangle ABD \equiv \triangle ACE$を証明したことで新たに分かる

ウ：$\triangle ABC$が正三角形だから等しい

エ：仮定や$\triangle ABD \equiv \triangle ACE$から導けない。

よって答えはイ

問題2

(1)

表Ⅰ

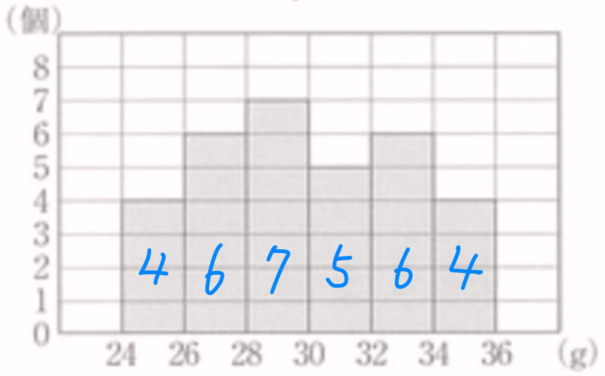
重さ(g)	個数(個)
24以上～26未満	4
26～28	6
28～30	7
30～32	$\boxed{a}$
32～34	6
34～36	4
計	35

合計で35

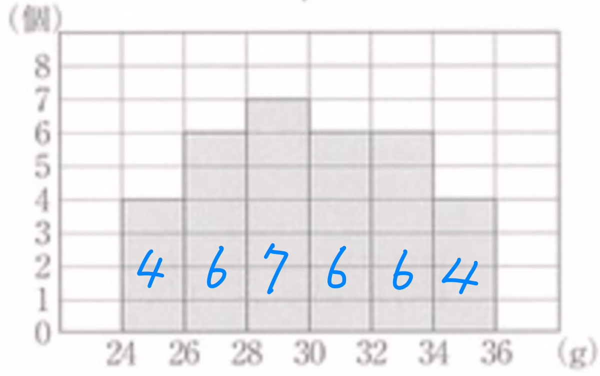
表Ⅰより

$a = 8$

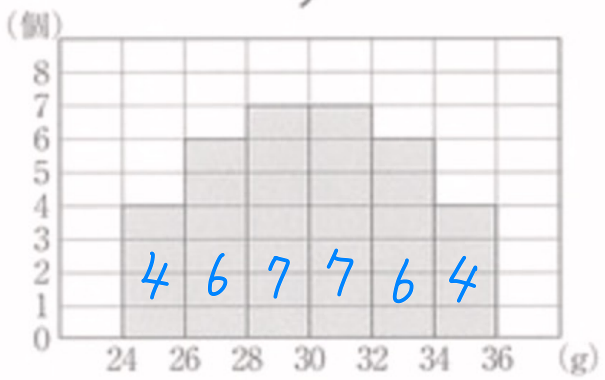
ア



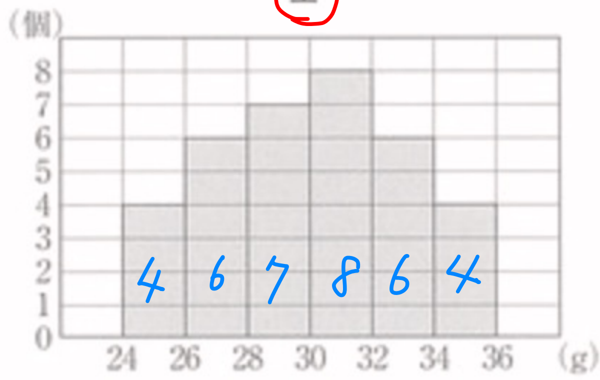
イ



ウ



エ



答えは エ

(2) 重さが28g以上30g未満の相対度数は.

$$\frac{7}{35} = 0.2$$

よって、相対度数0.2を母集団の400にかけることで、およそ80個であると推定した。

問2

表Ⅱ

重さ(g)	個数(個)
24以上～26未満	2
26 ～ 28	6
28 ～ 30	$\boxed{b}$
30 ～ 32	$\boxed{c}$
32 ～ 34	6
34 ～ 36	4
計	35

合計が35

表Ⅱより

$b + c = 17$

最頻値が29gなので、

28g～30gの個数(b)は.

7以上、かつcより大きい

$(b \geqq 7 \text{ かつ } b > c)$

また，中央値が30g～32g，全体の個数が35個なので，データを小さい順に並べたときの18番目の値が30g～32gの階級にある。

$b+c=17$，$b>c$ より

$(b, c) = (9, 8), (10, 7), (11, 6), (12, 5),$
$(13, 4), (14, 3), (15, 2), (16, 1)$

ここで $b \geqq 10$ のとき，

$$\left.\begin{array}{ll} 24g \sim 26g & : 2 \\ 26g \sim 28g & : 6 \\ 28g \sim 30g & : 10\text{以上} \end{array}\right\} 18\text{以上}$$

より，中央値は28g～30gの階級となる。

したがって，$b=9$，$c=8$

イ，オ

問3

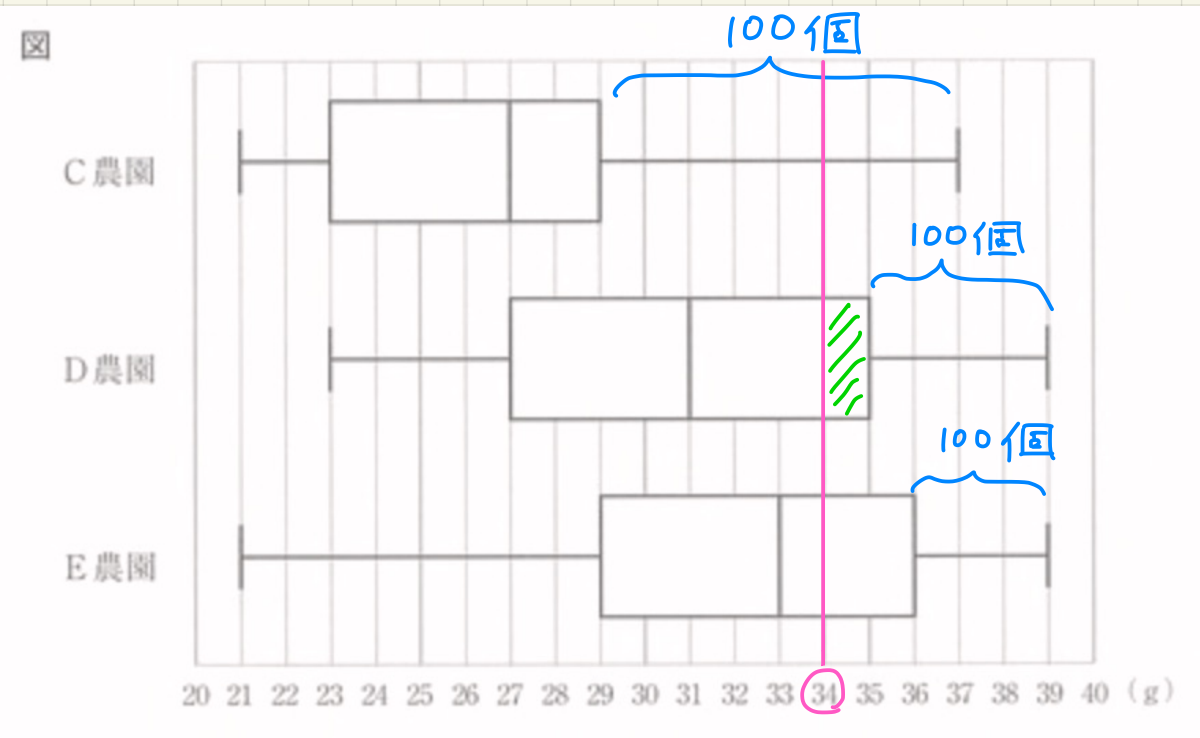
ア：平均値は，箱ひげ図中に×や△で表すが，図には記載がないため，読み取れない

イ：

	第1四分位	第2四分位
C	23	29
D	27	35
E	29	36

よって正しい

ウ：第3四分位数(Q3)に注目する。
各農園の収穫したいちごは400個なので、
Q3は300番目と301番目の平均値である。



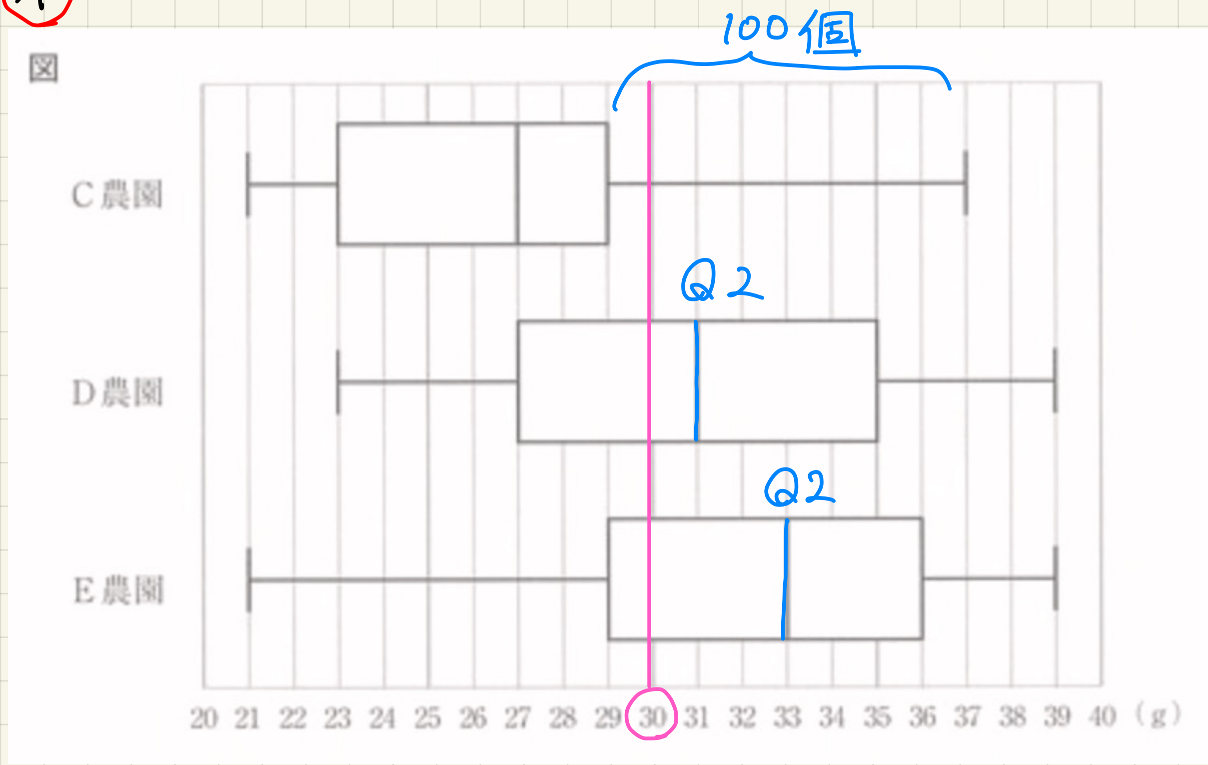
箱ひげ図より
C：34g以上は100個以下
D, E：34g以上は100個より多い
ことが分かる。しかし、Dは図の////に集中してある可能性があるため、DとEのどちらが多いかは、箱ひげ図からは読み取れない。

エ：

	四分位範囲
C	6
D	8
E	7

四分位範囲はDが一番大きいため、誤り

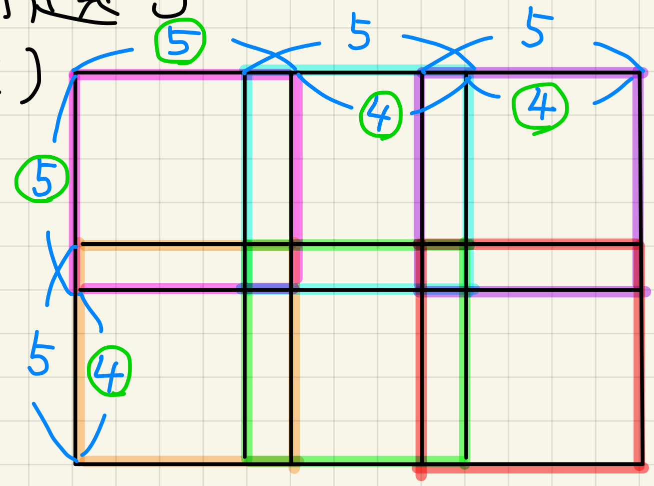
オ：



Cの30g以上は、上位100個の中にある
⇒最大でも100個
D, Eの30gは第2四分位数(Q2)未満にある。Q2は200番目の値なので、D, Eともに30g以上は200個以上ある。
したがって正しい
以上より答えは、イ, オ

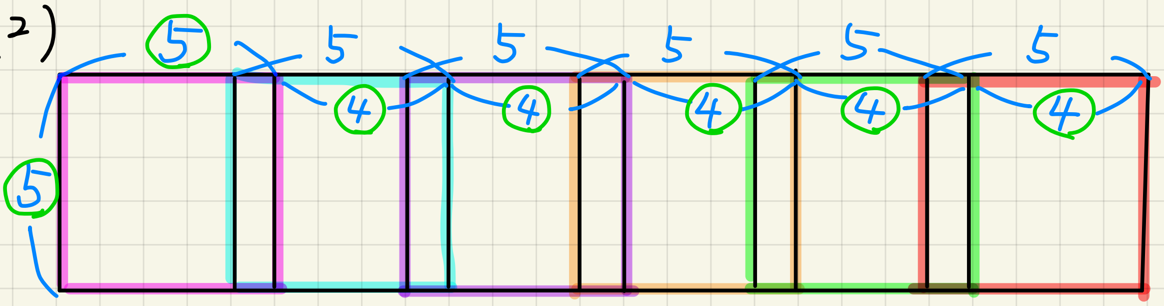
問題3

(1)



面積は
$(5+4+4)\times(5+4)$
$=13\times 9$
$=117\ cm^2$

(2)



Pの周囲の長さ：$\{5+(5+4+4+4+4+4)\}\times 2$

$=(5+25)\times 2$

$=30\times 2=\underline{60\,cm}$

Pの面積：$5\times(5+4+4+4+4+4)$

$=5\times 25=\underline{125\,cm^2}$

Qの周囲の長さ：$\{(5+4)+(5+4+4)\}\times 2$

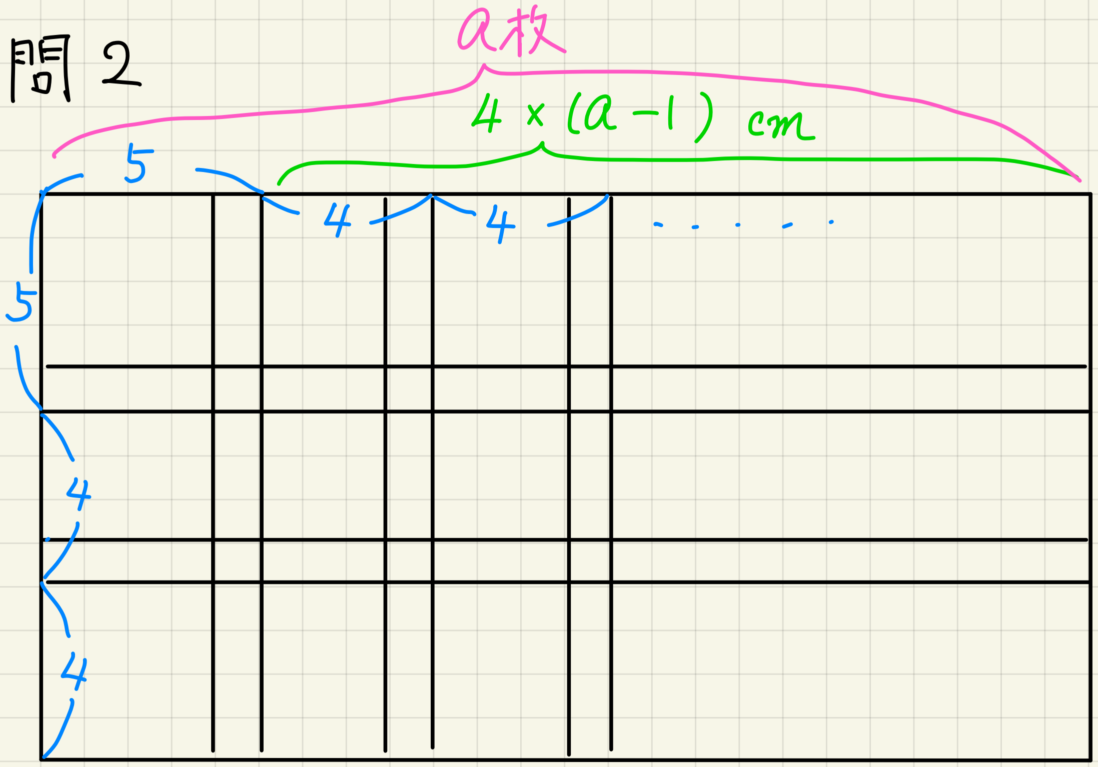
$=(9+13)\times 2$

$=22\times 2=\underline{44\,cm}$

Qの面積：(1)より $\underline{117\,cm^2}$

よって，周囲の長さはPの方が長く，面積もPの方が大きい ⇒ (ア)

問2



図より面積は

$$(5+4+4)\times\{5+4(a-1)\}=377$$

$$13\times(5+4a-4)=377$$

$$13\times(4a+1)=377$$

両辺を13で割る

$$4a+1=29$$

$$4a=28$$

$$a=7$$

問3

縦：$5+4(b-1)=4b+1$ cm

横：$5+4(b-1)=4b+1$ cm

よって面積は

$$(4b+1)^2\leqq 3600$$

$$\underbrace{\sqrt{(4b+1)^2}}_{4b+1}\leqq\underbrace{\sqrt{3600}}_{60}$$

$$4b+1\leqq 60$$

$$4b\leqq 59$$

$$b\leqq\frac{59}{4}=14.75$$

bは自然数なので、$b=14$

問題4

問1

点Aは、$y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあり、$x=-2$ なので、

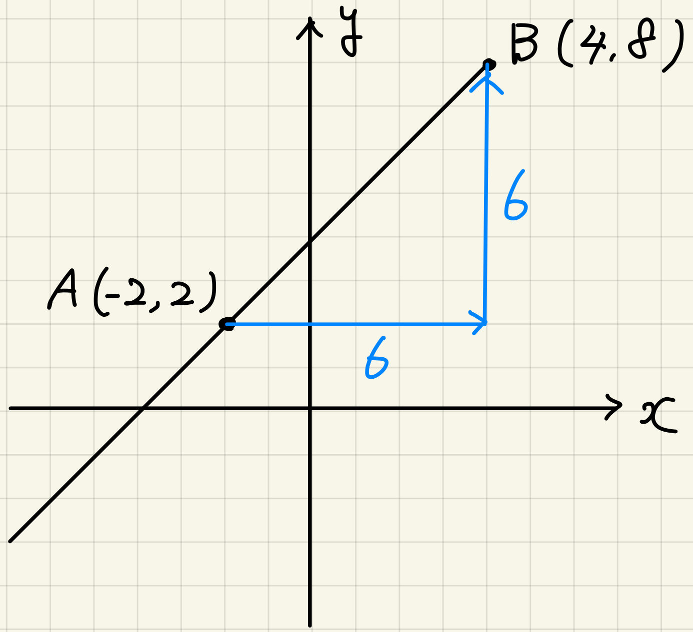
$$y=\frac{1}{2}\times(-2)^2$$
$$=\frac{1}{2}\times 4$$
$$=2$$

問2

点Bは $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあり、$x=4$ なので、

$$y=\frac{1}{2}\times 4^2$$
$$=\frac{1}{2}\times 16$$
$$=8$$

よって、A$(-2,2)$、B$(4,8)$ である。



A → B において、

xの増加量：$4-(-2)$
$=6$

yの増加量：$8-2$
$=6$

1次関数では、傾き＝変化の割合なので、

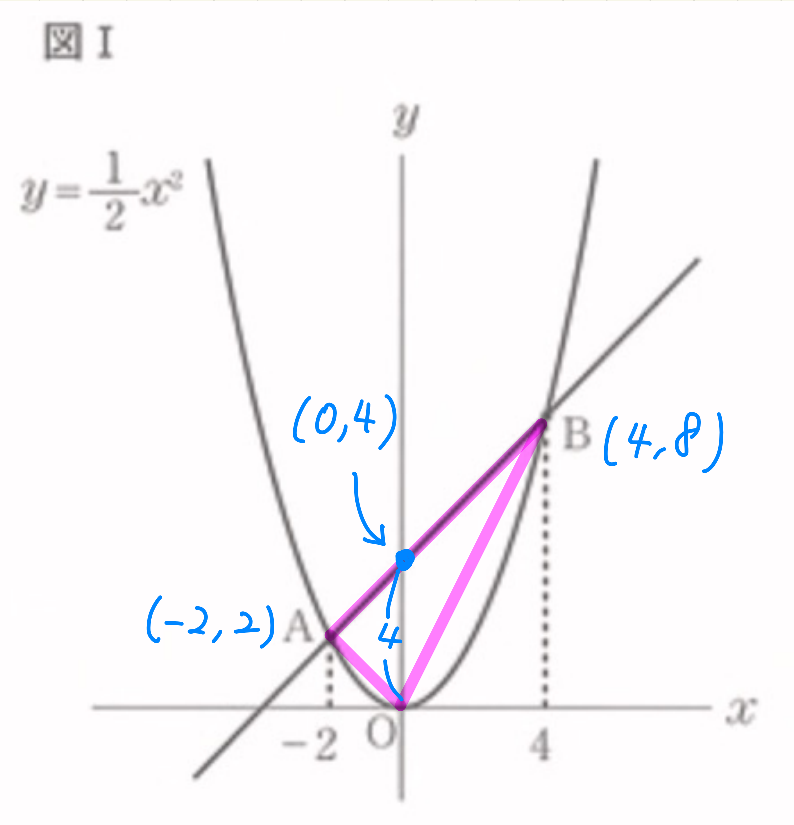
$$傾き = 変化の割合 = \frac{y の増加量}{x の増加量} = \frac{6}{6} = 1$$

よって、求める直線の式は、$y = x + b$ とおくことができ、これが $A(-2, 2)$ を通るので、

$$2 = -2 + b \Rightarrow b = 4$$

よって、$y = x + 4$

問3



$\triangle OAB$

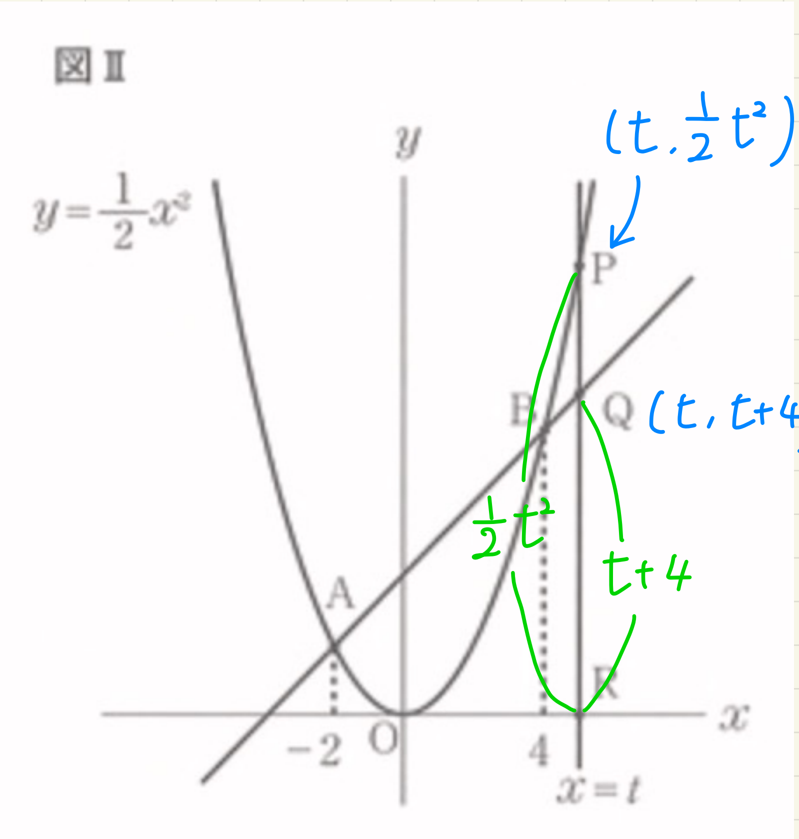
$= \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4$

$= 4 + 8$

$= 12$

問4

(1)



点Pは $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあり、$x=t$ なので、

$$y=\frac{1}{2}t^2$$

よって、$P(t, \frac{1}{2}t^2)$

点Qは、直線ABのグラフ上にある。直線ABの式は、問2より $y=x+4$ である。点Qのx座標はtなので、

$y=t+4$.

よって、$Q(t, t+4)$

よって、PQの長さは、

$$\frac{1}{2}t^2-(t+4)=\frac{1}{2}t^2-t-4$$

(2) (1)より $PQ=\frac{1}{2}t^2-t-4$, $QR=t+4$ なので、

$$\frac{1}{2}t^2-t-4 : t+4 = 7:2$$

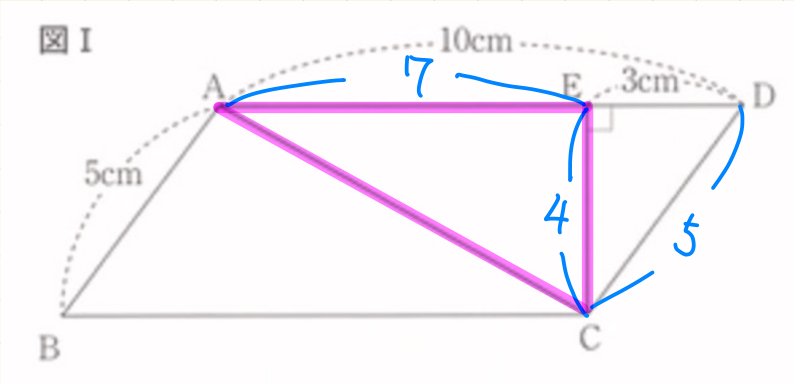
$$t^2-2t-8=7t+28 \Rightarrow t^2-9t-36=0$$

$$(t+3)(t-12)=0.$$

$t>4$ より $t=12$

問題5

問1



□ABCDは平行四辺形なので、

$AB = CD = 5\,cm$

△CDEで三平方の定理より

$CE = \sqrt{5^2 - 3^2}$　$\sqrt{25-9} = \sqrt{16}$

$= 4\,cm$

$AE = AD - DE$

$= 10 - 3$

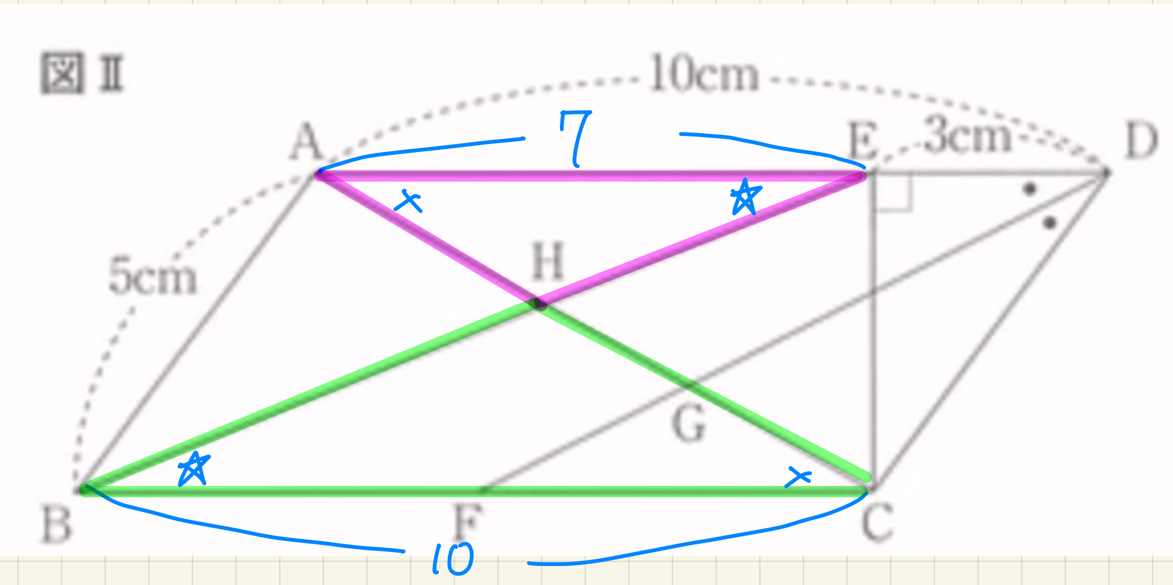
$= 7\,cm$

よって、△ACEの面積は、

$\frac{1}{2} \times 7 \times 4 = 14\ cm^2$

問2

(1)



△AHE と △CHB において,
□ABCD は平行四辺形なので, AE // BC.
よって錯角が等しいから.

∠HAE = ∠HCB ― ①

∠HEA = ∠HBC ― ②

①, ② より 2組の角がそれぞれ等しいから

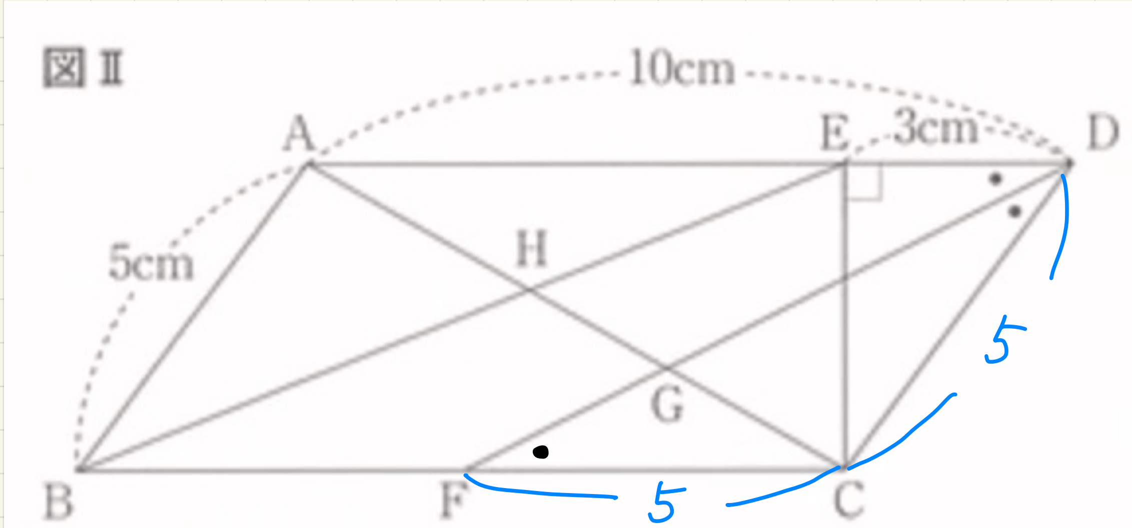
△AHE ∽ △CHB

対応する辺の比は等しいので.

$AH : HC = \underbrace{AE}_{7} : \underbrace{BC}_{10}$

$= 7 : 10$

(2)



□ABCD は平行四辺形なので, AD // FC
よって錯角が等しいから

∠ADF = ∠DFC ― ①

また, 仮定より.

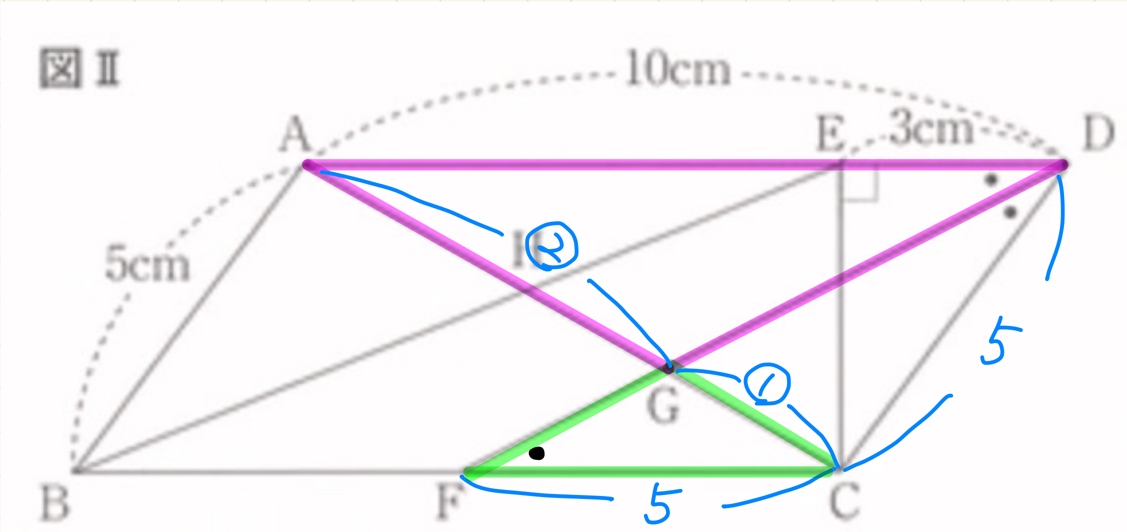
∠ADF = ∠CDF ― ②

①,② より

∠DFC = CDF ―③

△CDF において ③より底角が等しいので,
二等辺三角形である。よって,

CD = CF = 5 cm



△AGD と △CGF において, AD // CF なので,
錯角が等しいから.

∠GAD = ∠GCF ―― ④

∠GDA = GFC ―― ⑤

④,⑤ より 2組の角がそれぞれ等しいので.

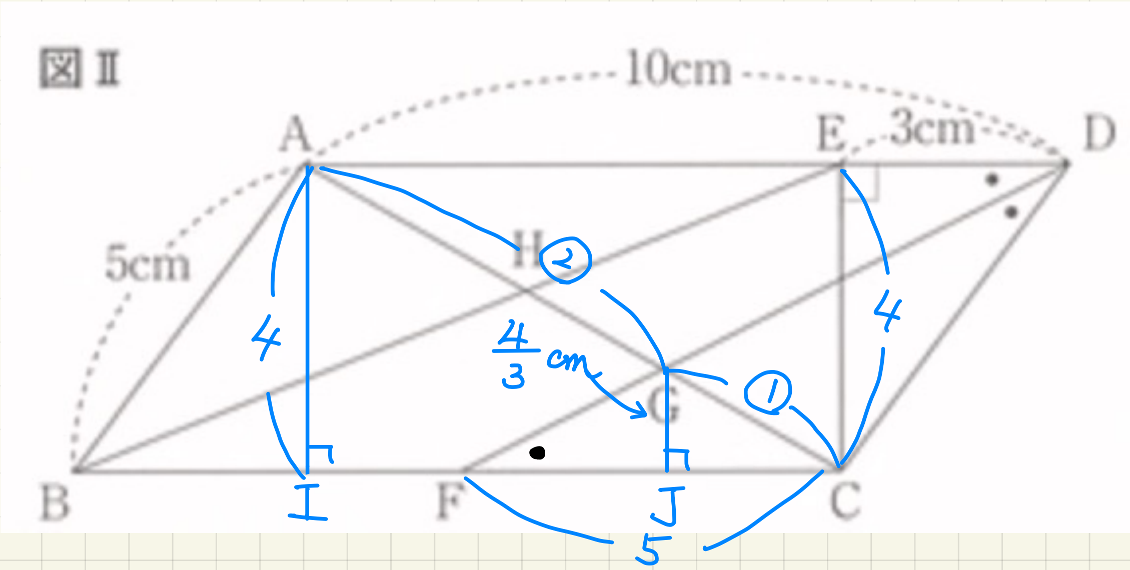
△AGD ∽ △CGF

対応する辺の比は等しいから.

AG : CG = AD : CF

= 10 : 5

= 2 : 1



図のように、I，J をとる。

△CGJ と △CAI において、

∠CGJ = ∠CAI = 90° ―― ⑥

∠GCJ = ∠ACI (共通) ―― ⑦

⑥、⑦ より 2組の角がそれぞれ等しいので、

△CGJ ∽ △CAI

対応する辺の比は等しいので、

$\underset{①}{CG} : \underset{①+②}{CA} = GJ : \underset{4}{AI}$

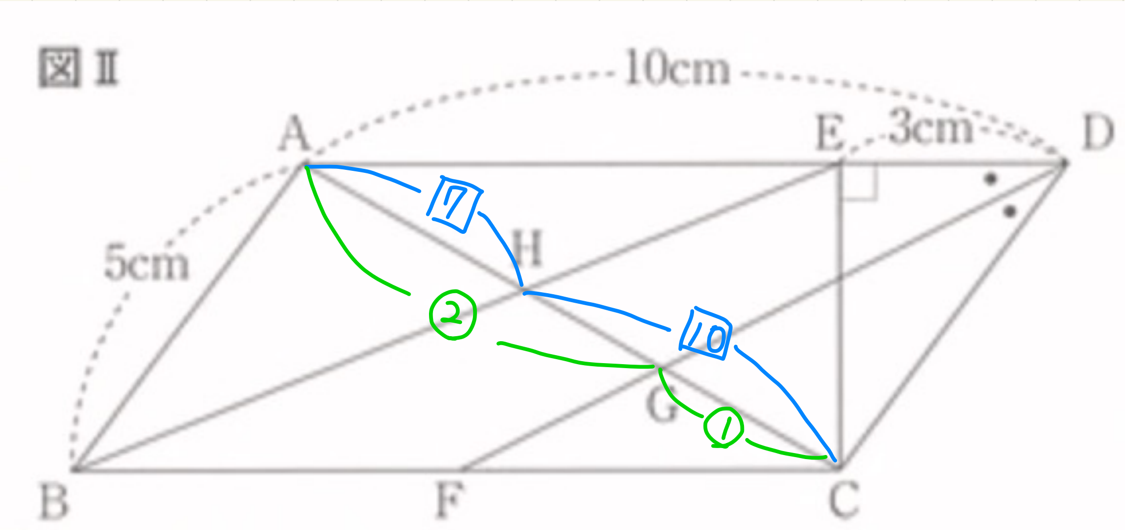
よって、

$1 : 3 = GJ : 4 \Rightarrow GJ = \frac{4}{3}$ cm

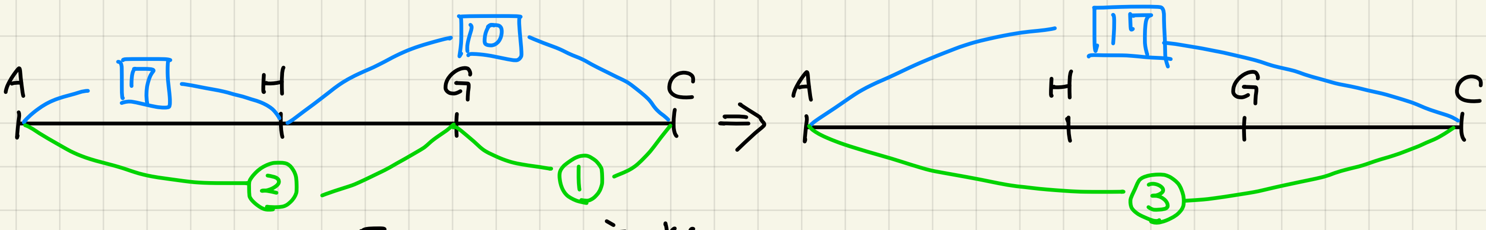
よって、△CGF の面積は、

$\frac{1}{2} \times 5 \times \frac{4}{3} = \frac{10}{3}$ cm

(3)



(1),(2)よりAC上の比は上の図の通り.



17と3の最小公倍数は51なので,

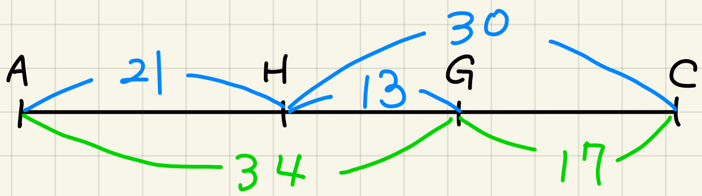
□の比 → 3倍

○の比 → 17倍

すれば,比がそろう。よって,

$$AH : HC = \boxed{7} : \boxed{10} = 21 : 30 \quad \times 3$$

$$AG : GC = 2 : 1 = 34 : 17 \quad \times 17$$



⇒ $HG = 34 - 21 = 13$

以上より

$$AH : HG : GC = 21 : 13 : 17$$

参考（連比の考え方）

$A:B=5:6$，$B:C=4:9$ のとき．

$A:B:C$ を簡単な比で表すと．

$$
\begin{array}{ccccc}
A & : & \boxed{B} & : & C \\
5 & : & 6 & & \text{——①} \\
 & & 4 & : & 9 \quad \text{——②}
\end{array}
$$

Bの比をそろえる．

6，4 の最小公倍数は 12 なので

①×2，②×3

をすると，比がそろう．

$$
\begin{array}{ccccc}
A & : & \boxed{B} & : & C \\
10 & : & 12 & & \text{——①×2} \\
 & & 12 & : & 27 \quad \text{——②×3}
\end{array}
$$

よって，$A:B:C=10:12:27$