2022年度　富山県

数学

Km Km

1.

(1) 与式 $= 3 + 10$

$= 13$

(2) 与式 $= \dfrac{5y \times 8x^3y}{10xy}$

$= 4x^2y$

(3) 与式 $= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$

$= \sqrt{2}$

※ $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$\dfrac{4}{\sqrt{2}} = \dfrac{4 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \dfrac{4\sqrt{2}}{2}$

$= \sqrt{2}$

(4) 与式 $= 10a - 2b - 9a + 6b$

$= a + 4b$

(5) $y = 2x - 9$ を $x + 3y = 1$ に代入して

$x + 3(2x - 9) = 1$

$x + 6x - 27 = 1$

$7x = 28$

$x = 4$

$x = 4$ を $y = 2x - 9$ に代入して

$y = 2 \times 4 - 9$

$= 8 - 9$

$= -1$

よって、$x = 4$, $y = -1$

(6) $x^2-7x-18=0$

$\Leftrightarrow (x+2)(x-9)=0$

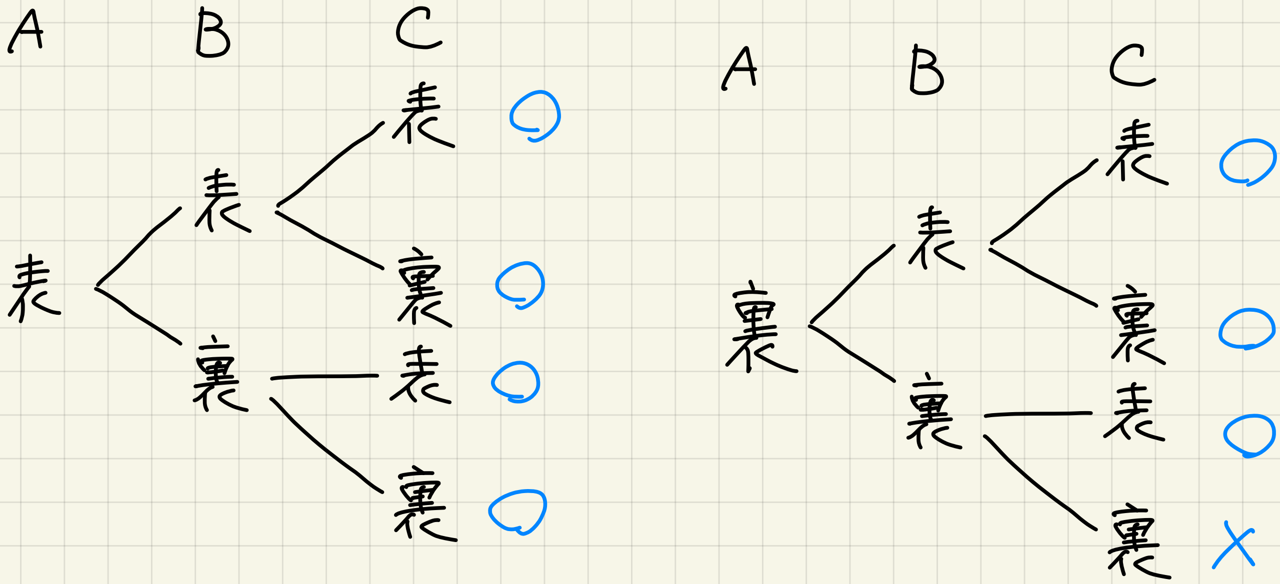
$\therefore x=-2,\ 9$

(7) $2a+3b \leqq 1000$

注 1000円未満であれば

$2a+3b<1000$

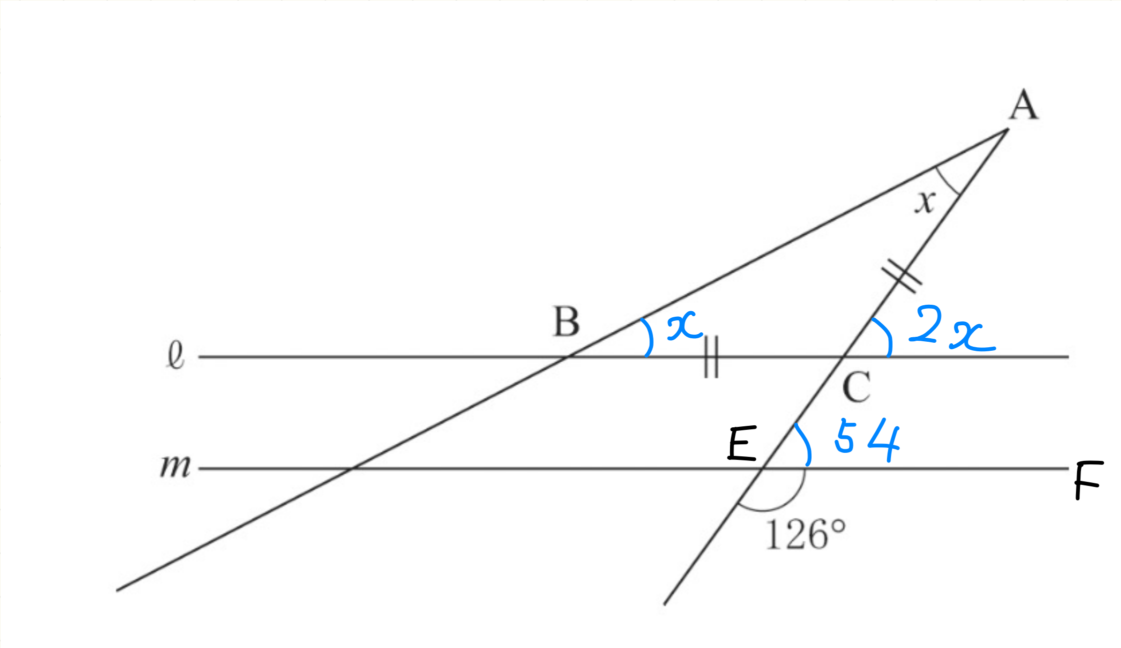
(8) 樹形図で考える.



全部で8通り. 少なくとも1枚が表となるのは7通り。よって求める確率は

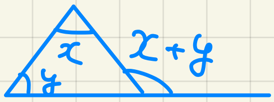
$\frac{7}{8}$

(9)



△ABCは AC=BC より 二等辺三角形。よって
底角が等しいから.

$\angle A = \angle B = x$



三角形の外角の定理より

$\angle ACD = x + x$

$= 2x$

また.

$\angle CEF = 180° - 126°$

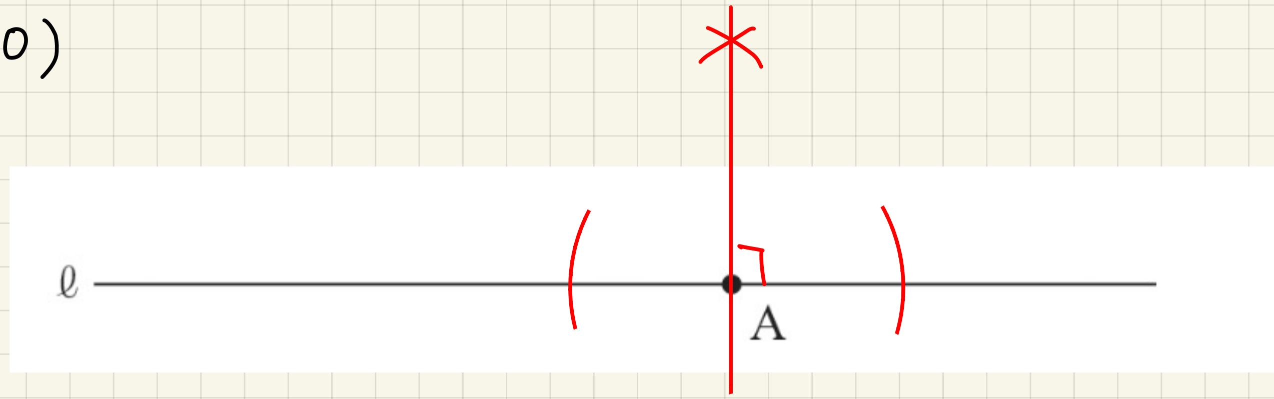
$= 54°$

$\ell \parallel m$ より同位角が等しいので.

$2x = 54$

$\therefore\ x = 27°$

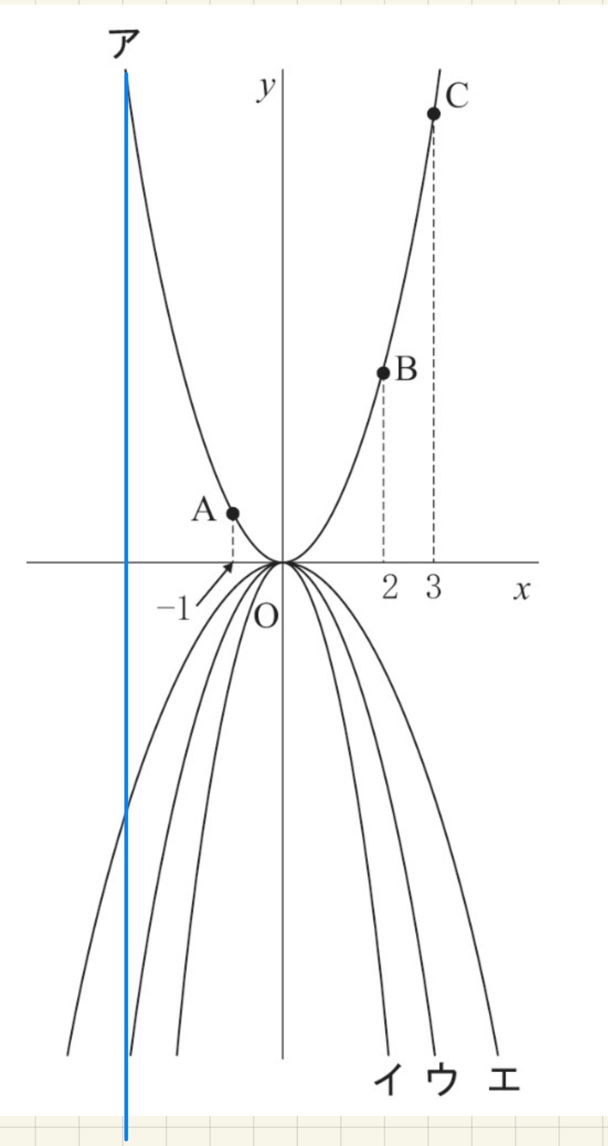
(10)



① 点Aを中心とした円を作図する.
② ①とℓの交点から半径が等しい円を
作図する。
③ ②の交点とAを結ぶ

2.

(1)



ア：下に凸のグラフなので、
$y=x^2$

ウ：アとグラフの開き具合が等しく上に凸のグラフなので
$y=-x^2$

イ：ウよりグラフの開き具合が狭いので、比例定数の絶対値がウより大きい。よって
$y=-2x^2$

(1)：ウよりグラフの開き具合が広いので，比例定数の絶対値がウより小さい。よって

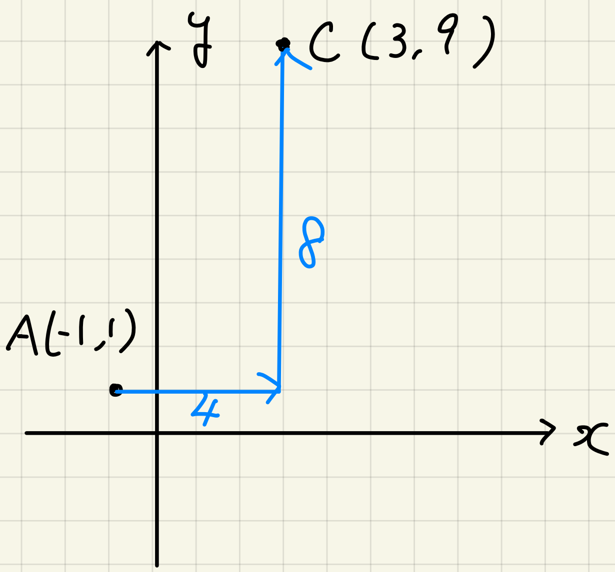
$$y=-\frac{1}{2}x^2$$

(2) Aは $y=x^2$ のグラフ上にあり $x=-1$ なので.

$$y=(-1)^2$$
$$=1 \qquad \therefore A(-1,1)$$

Cは $y=x^2$ のグラフ上にあり. $x=3$ なので.

$$y=3^2$$
$$=9. \qquad \therefore C(3,9)$$



1次関数では. 傾き＝変化の割合なので.

$$傾き=変化の割合$$
$$=\frac{yの増加量}{xの増加量}$$
$$=\frac{8}{4}=2$$

よって. $y=2x+b$ とおくと. $A(-1,1)$ を通るので.

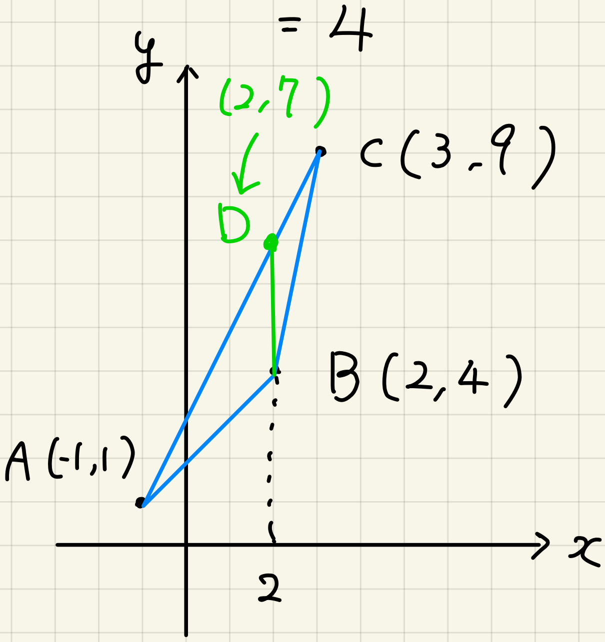
$$1=2\times(-1)+b \Rightarrow b=3$$

$$\therefore y=2x+3$$

(3) Bは $y=x^2$ のグラフ上にあり $x=2$ なので、

$y=2^2$

$=4$ $\qquad$ ∴ B$(2, 4)$



左図のようにDをとると、

Dは、$\underbrace{y=2x+3}_{\text{直線AC}}$ のグラフ上に

あり、$x=2$ なので

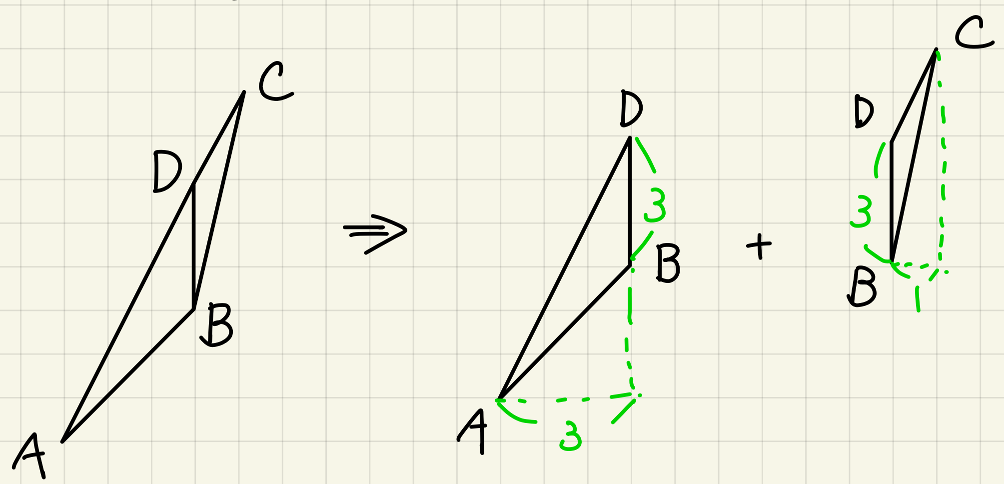
$y=2\times2+3$

$=7$ $\qquad$ ∴ D$(2, 7)$

よって

$DB=7-4$

$=3$



よって、△ABCの面積は

$$\underbrace{\frac{1}{2}\times3\times3}_{\triangle ABD}+\underbrace{\frac{1}{2}\times3\times1}_{\triangle DBC}=\frac{9}{2}+\frac{3}{2}$$

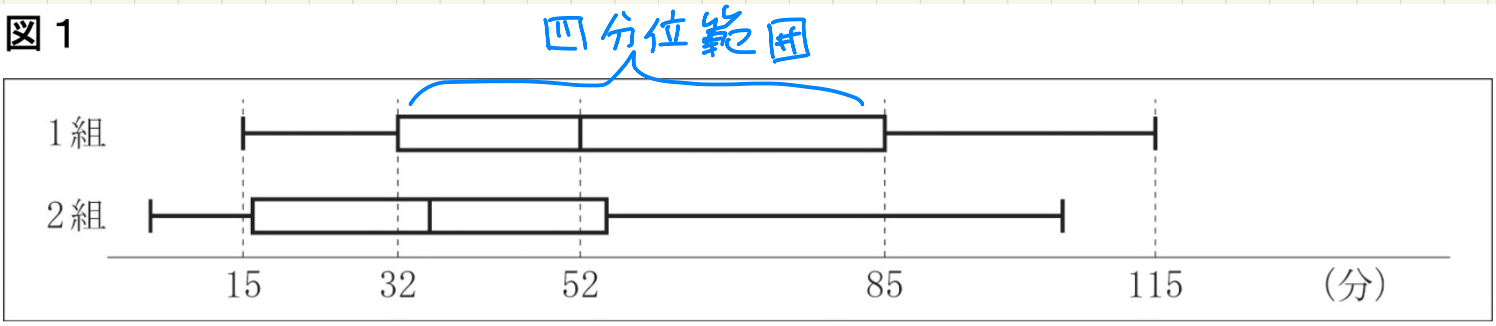
$$=\frac{12}{2}$$

$$=6$$

3.

(1)

図 1



1組の四分位範囲は.

85 − 32 = 53

(2)

図 2

中央値

5, 7, 8, 9, 12, 13, 14, 16, 16, 18, 19, 19, 21, 22, 23, 25, 30, 35, 38, 41,
42, 43, 45, 50, 51, 52, 55, 58, 62, 63, 65, 70, 85, 90, 105 (分)

第3四分位数

上位データ

第3四分位数は上位データの中央値なので 55

(3)

ア：図1の箱ひげ図より、1組の方が2組よりも
四分位範囲が大きい。よって誤り

イ：1組のデータ範囲：115 − 15 = 100 ← 図1より
2組のデータ範囲：105 − 5 = 100 ← 図2より

最大値 − 最小値

よって、1組と2組のデータ範囲は等しいので正しい

ウ：箱ひげ図はデータの散らばり具合を見るためなので、具体的なデータは分からない

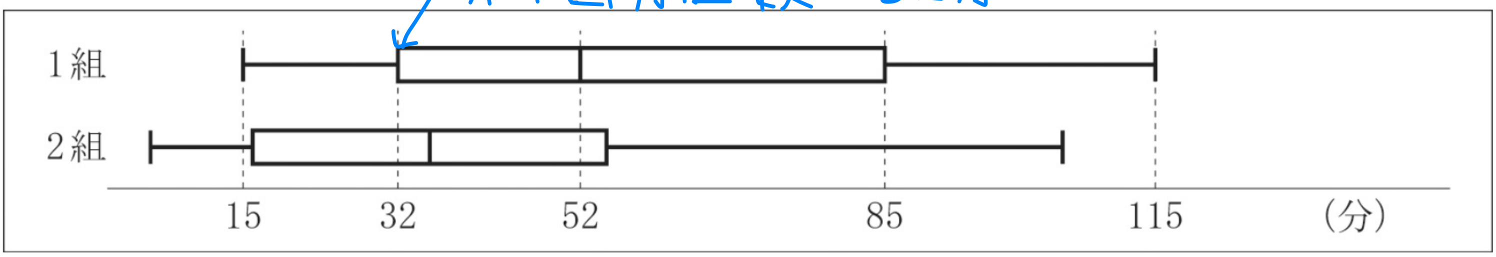
⇒1組に55分の生徒がいるかどうかは分からない。

よって誤り

エ：

図1

第1四分位数＝32分



1組の生徒は35人なので、下位データの個数は、17個 ⇒ 下位17個　中央値1個　上位17個

全データは35個

第1四分位数は32分なので

第1四分位数＝32分

32分以下

下位データ17個

よって、33分以下は少なくとも9人いる。

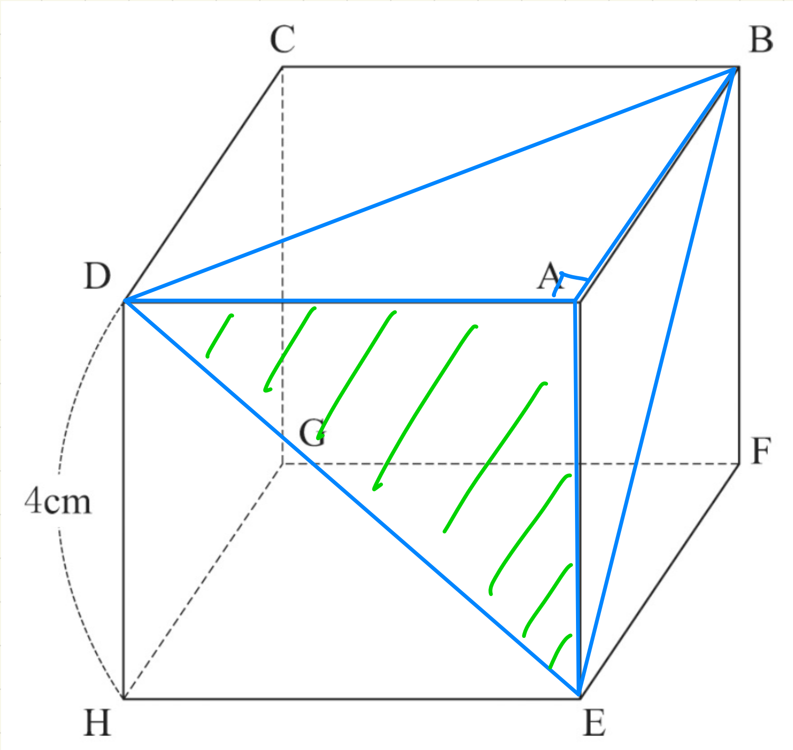
⇒33分以下の生徒が9人以上いる。よって正しい

└→ 9人も含む。

オ：平均値は、箱ひげ図中に×や△で表すが、図1に記載がないため、不明。よって誤り

4.

(1)

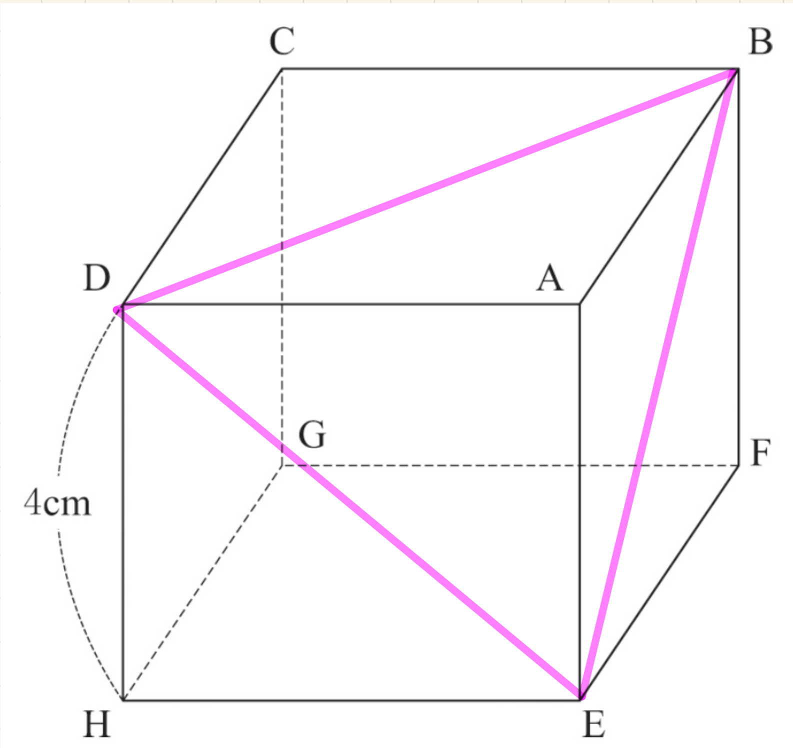


△ADEを底面とすると、高さはABなので、

$$\underbrace{4\times4\times\frac{1}{2}}_{\triangle ADB}\times\underbrace{4}_{AB}\times\frac{1}{3}$$

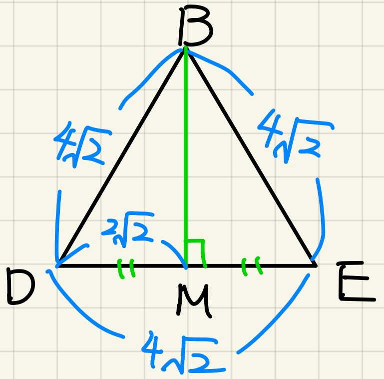
$$=\frac{32}{3}\ \text{cm}^3$$

(2)



BD, DE, EBは1辺が4cmの正方形の対角線なので、

$BD = DE = EB = 4\sqrt{2}$ cm



DEの中点をMとすると、

$DM = 2\sqrt{2}$ cm

△BDMは、30°-60°-90°の直角三角形なので、

$\underbrace{DM}_{2\sqrt{2}} : BD : BM = 1 : 2 : \sqrt{3}$

よって、

$\underbrace{DM}_{2\sqrt{2}} : BM = 1 : \sqrt{3}$

$BM = 2\sqrt{6}$ cm

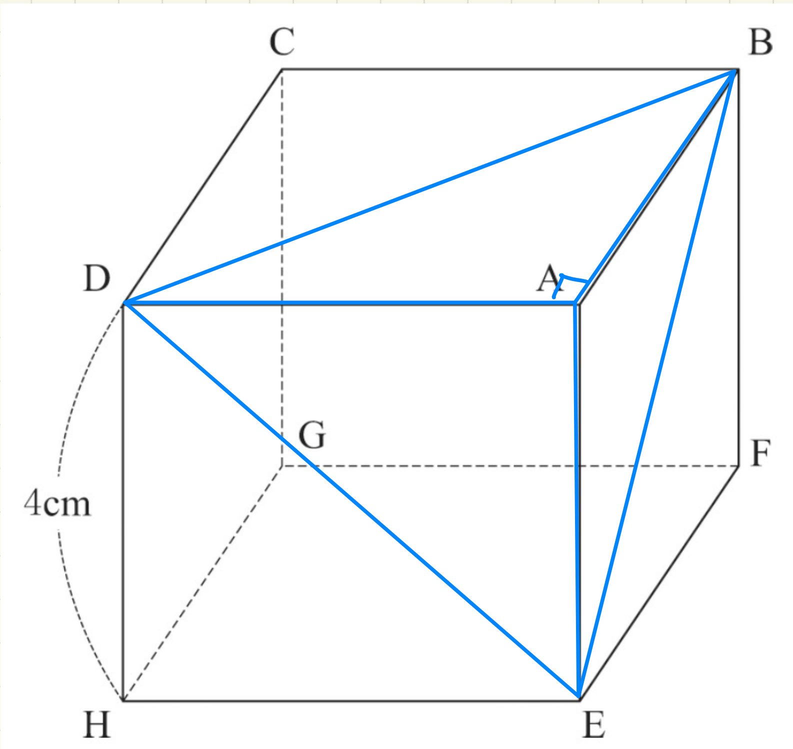
したがって、△BDEの面積は、

$$\frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{6} = 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{6}$$

$$= 4\sqrt{12}$$

$$= 8\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

(3)



Aと△BDEの距離
⇒正四角すいABDEの底面を△BDEとしたときの高さ

⇒この高さをh cmとする。

$$\underbrace{\triangle BDE}_{8\sqrt{3}} \times h \times \frac{1}{3} = \underbrace{\frac{32}{3}}_{(1)\text{より}}$$

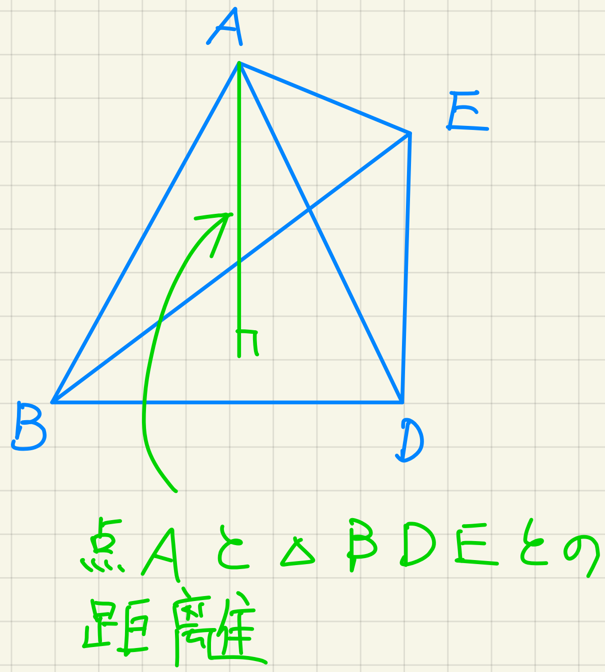
よって

$$8\sqrt{3} \times h \times \frac{1}{3} = \frac{32}{3}$$

$$h = \frac{32}{8\sqrt{3}}$$

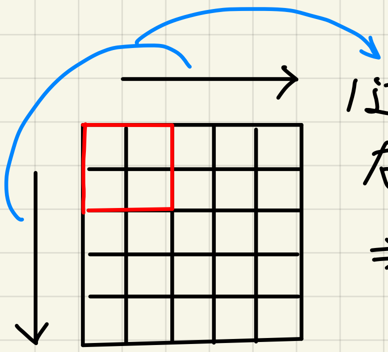
$$= \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}}{3}\ \text{cm}$$



5.

(1)



1辺2cmの正方形が、1マスずつ右に移動

⇒ 横方向に4つ、縦方向に4つ

よって、$4 \times 4 = 16$ 個

(2) $1\text{cm} \times 1\text{cm} \rightarrow 5 \times 5 = 25$ 個

$2\text{cm} \times 2\text{cm} \rightarrow$ (1) より $4 \times 4 = 16$ 個

$3\text{cm} \times 3\text{cm} \rightarrow$ (1) と同様に、横方向に3つ、縦方向に3つ ⇒ $3 \times 3 = 9$ 個

$4\,cm \times 4\,cm \rightarrow$ (1)と同様に $2 \times 2 = 4$個

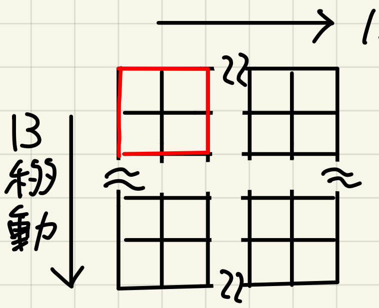
$5\,cm \times 5\,cm \rightarrow$ 1個

よって, $25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 55$個

(3) 横方向にx, 縦方向にx とすると.

$$x^2 = 169 \quad x > 0 \text{ より } x = 13$$

したがって,



$\underbrace{13}_{} + \underbrace{1}_{} = 14$番目

↑スタートの□

□が13秒動

(2)と同様に考えると.

$1\,cm \times 1\,cm \rightarrow 14 \times 14$ 個

$2\,cm \times 2\,cm \rightarrow 13 \times 13$ 個

$3\,cm \times 3\,cm \rightarrow 12 \times 12$ 個

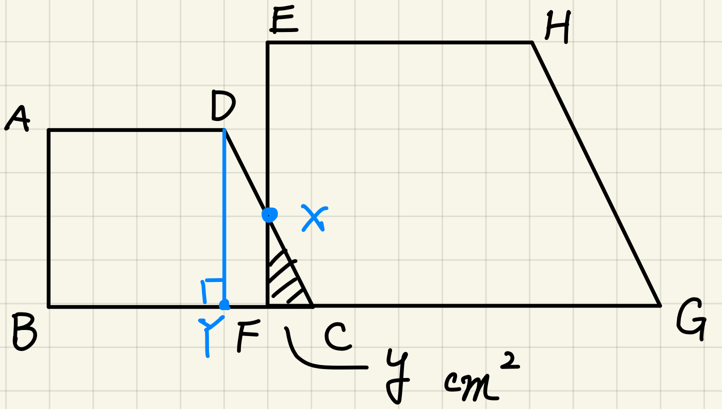
⋮

4cm : 11×11
5cm : 10×10
6cm : 9×9
7cm : 8×8
8cm : 7×7.

$8\,cm \times 8\,cm \rightarrow 7 \times 7 = 49$個

6.

(1) 1秒後のとき.



EFとDCの交点をX.
DからBCに下ろした垂線とBCの交点をYとする.

台形ABCDは、毎秒1cmで動くので、1秒後では、FC=1cmである。

△CXFと△CDYにおいて、

XF // DYより同位角が等しいので

$\angle CXF = \angle CDY$ —— ①

$\angle CFX = \angle CYD$ —— ②

①、②より、2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle CXF \sim \triangle CDY$

対応する辺の比は等しいので

$XF : \underbrace{DY}_{4} = \underbrace{CF}_{1} : \underbrace{CY}_{}$

$= BC - BY$
$= 6 - 4$
$= 2$

よって、

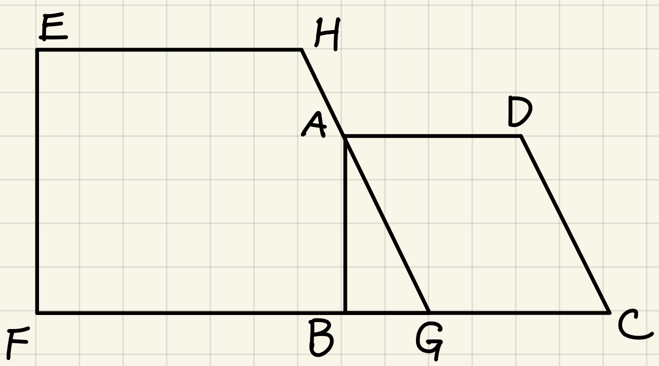
$XF : 4 = 1 : 2 \Rightarrow XF = 2$ cm

したがって、

$y = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 =$

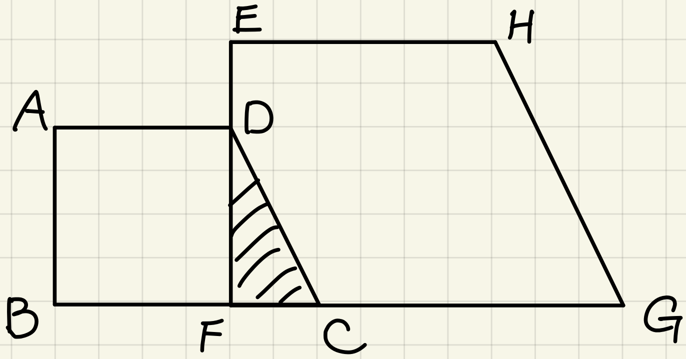
$= 1$ $\qquad \therefore y = 1$

(2) 点Aが辺HG上にくるときの図は以下の通り。



この形になるまでの面積の変化を調べる。

(i) $0 \leqq x \leqq 2$ のとき



重なる部分は、移動とともに、増加する。

$x = 2$ のとき、点Dが辺EF上に着く。

x秒後のとき、(1)より

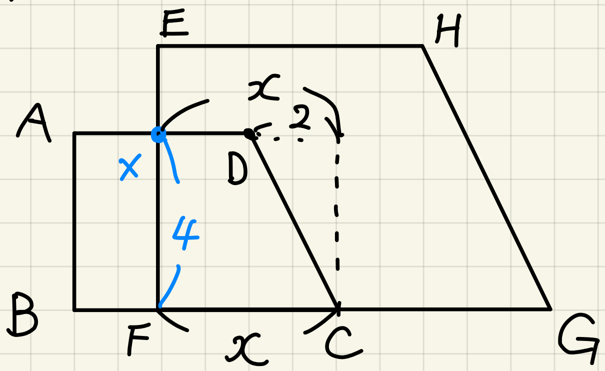
$$XF : 4 = x : 2 \Rightarrow XF = 2x \text{ cm}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2} \times x \times 2x$$

$$= x^2$$

よって、$0 \leqq x \leqq 2$ のとき、$y = x^2$

(ii) $2 \leqq x \leqq 6$ のとき



重なる図形は台形となる。

上底 : $x - 2$

下底 : x

高さ : 4 より

$$y = \frac{\{(x-2)+x\} \times 4}{2}$$

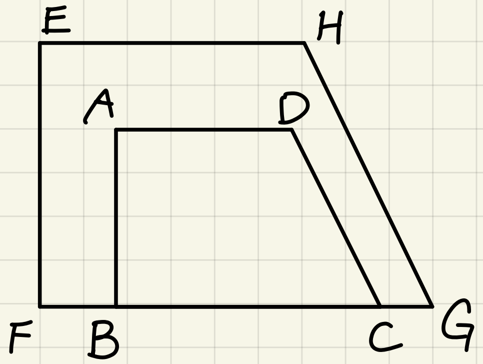
$$= (2x - 2) \times 2$$

$$= 4x - 4$$

$\therefore$ $2 \leqq x \leqq 6$ のとき、$y = 4x - 4$

$x = 6$ のとき、辺ABが辺EF上に着く。

(iii) $6 \leqq x \leqq 9$ のとき



重なる部分は、台形ABCD全てなので

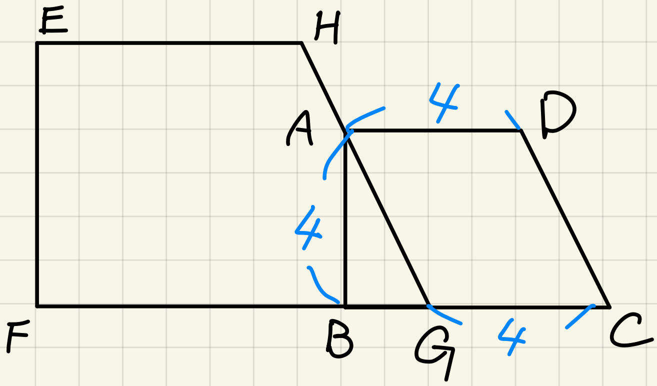
$$y = \frac{(4+6)\times 4}{2}$$

$$= 20$$

∴ $6 \leqq x \leqq 9$ のとき、$y = 20$

$x = 9$ のとき、辺DCが辺HG上に着く。

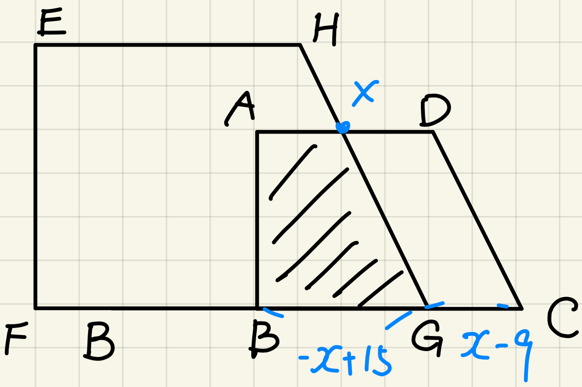
(iv) $9 \leqq x \leqq 13$ のとき。



点DがHG上 ⟶ 点AがHG上

に移動するのは、辺DA分だけ動いたとき
である。(iii)より点DがHG上に着くのは
9秒後なので、点AがHG上に着くのは、

$9 + 4 = 13$ 秒後



点AがHG上に着く
までの重なる図形は
左図の通り。

点Cが G に着くのは 9 秒後なので,

$CG = x - 9$

$BG = 6 - (x - 9)$

$= -x + 15$

□DxGC は平行四辺形なので..

$Dx = CG = x - 9$

$\therefore Ax = 4 - (x - 9)$

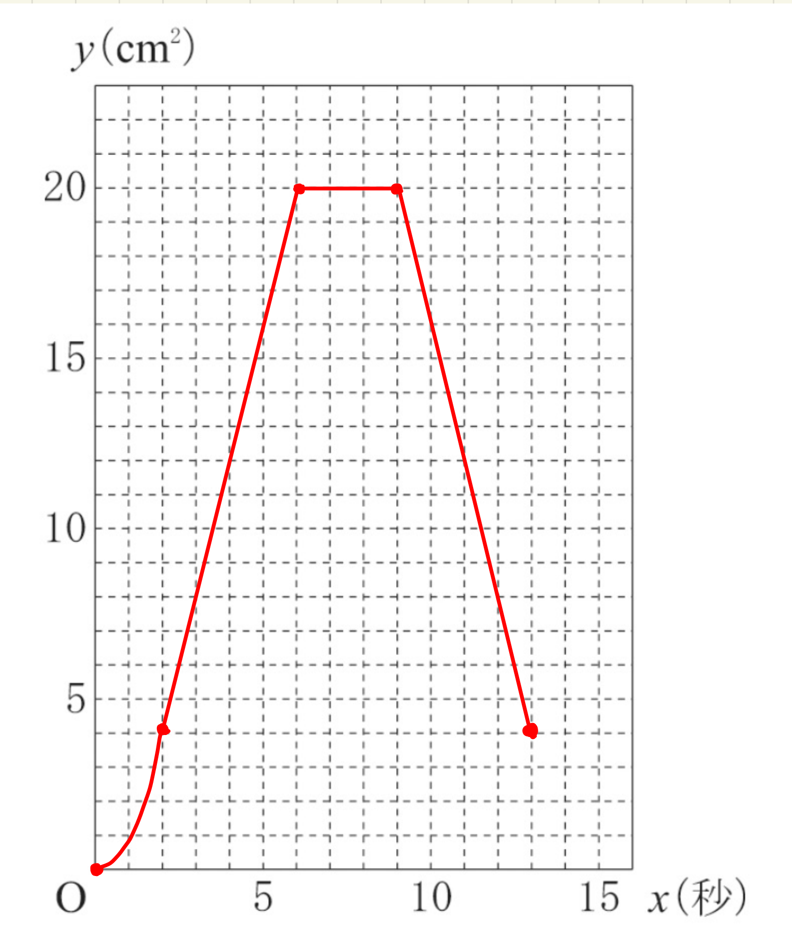
$= -x + 13$

よって,

$$y = \frac{\{(-x+15)+(-x+13)\}\times 4}{2}$$

$$= -4x + 56$$

$\therefore 9 \leqq x \leqq 13$ のとき. $y = -4x + 56$

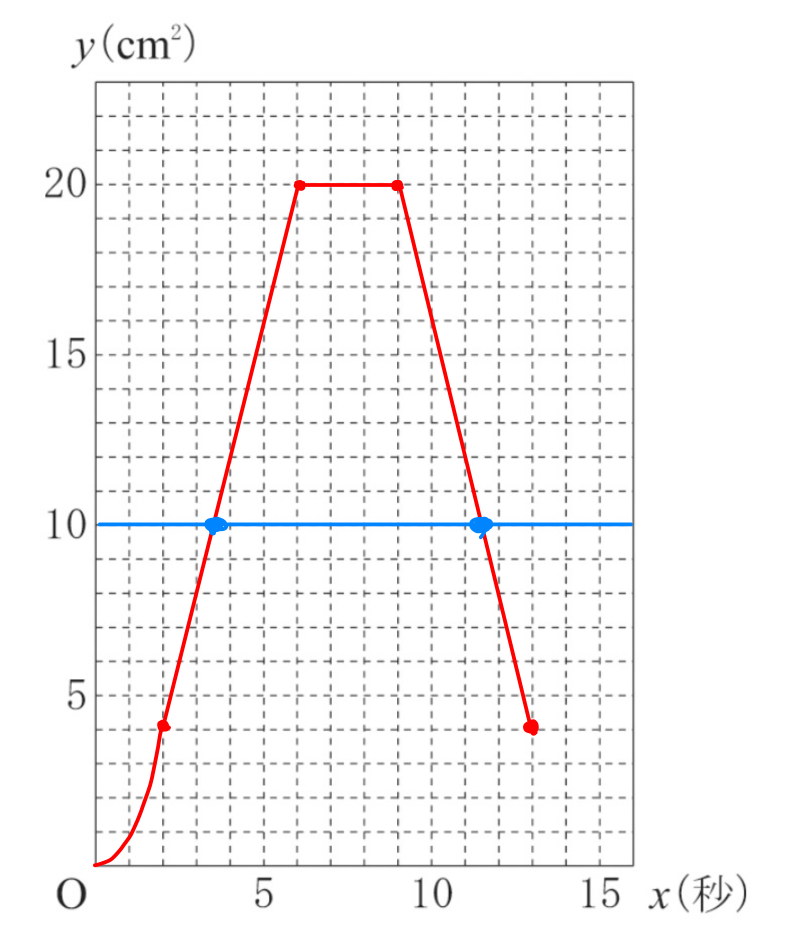


以上より. A が HG に着くまでの変域は.

$0 \leqq x \leqq 13$

であり, グラフは.左図の通り

(3) 台形ABCDの面積は20 cm^2 なので、
台形ABCDの面積の半分は、10 cm^2 である。



(2)のグラフより、$y=10$ となるのは、

・$2 \leqq x \leqq 6$

・$9 \leqq x \leqq 13$

のときである。

(i) $2 \leqq x \leqq 6$ のとき、
$y=4x-4$ なので、
$y=10$ を代入して、

$$10=4x-4$$
$$4x=14 \Rightarrow x=\frac{7}{2}$$

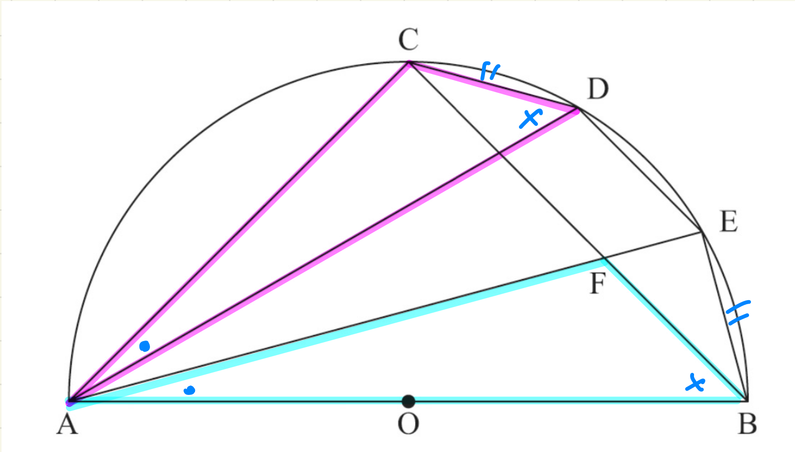
(ii) $9 \leqq x \leqq 13$ のとき、
$y=-4x+56$ なので、$y=10$ を代入して、

$$10=-4x+56$$
$$4x=46 \Rightarrow x=\frac{23}{2}$$

よって、$x=\frac{7}{2}, \frac{23}{2}$

7.

(1)



△CAD と △FAB において,

$\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{EB}$ より, 等しい弧に対する円周角は等しいから

$\angle CAD = \angle FAB$ — ①

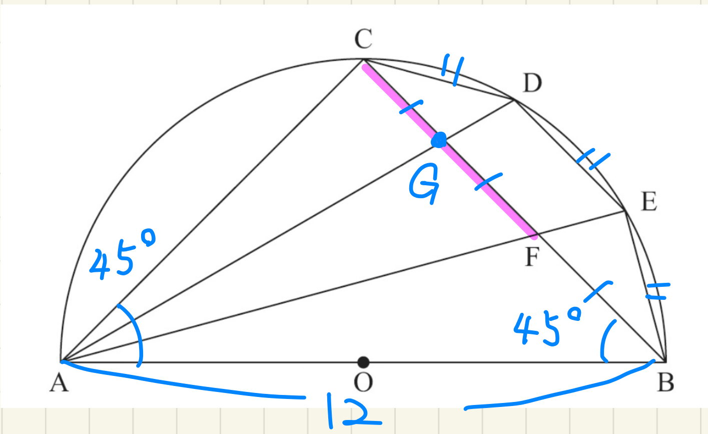
$\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角は等しいから

$\angle CDA = \angle FBA$ — ②

①,② より, 2組の角がそれぞれ等しいので,

△CAD ∽ △FAB (証明終わり)

(2) ①



∠ACB は直径 AB に対する円周角なので,

$\angle ACB = 90°$

$\angle CAB = 45°$ より,

$\angle CBA = 180° - (90° - 45°)$

$= 45°$

よって, △ABC は直角二等辺三角形である。

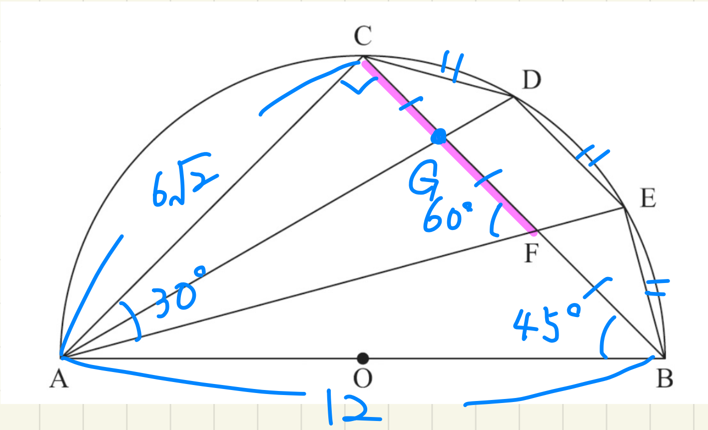
したがって、

$$CA : CB : \underbrace{AB}_{12} = 1 : 1 : \sqrt{2}$$

$$CA : AB = 1 : \sqrt{2} \Rightarrow CA : 12 = 1 : \sqrt{2}$$

よって、

$$\sqrt{2}\,CA = 12 \Rightarrow CA = 6\sqrt{2}\ \text{cm}$$



また、$\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{DE} = \overset{\frown}{EB}$ より

$\angle CAD = \angle DAE = \angle EAB$

$\Rightarrow \angle CAD$ は、$\angle CAB$ の $\frac{1}{3}$ 倍

$\Rightarrow \angle CAE$ は $\angle CAB$ の $\frac{2}{3}$ 倍

したがって、

$$\angle CAE = \frac{2}{3} \times 45° = 30°$$

$\angle CAF = 90°$ より、$\triangle CAF$ は、$30°-60°-90°$ の直角三角形である。

$$\therefore CF : FA : CA = 1 : 2 : \sqrt{3} \quad —— ☆$$

$$\Rightarrow CF : \underbrace{CA}_{6\sqrt{2}} = 1 : \sqrt{3}$$

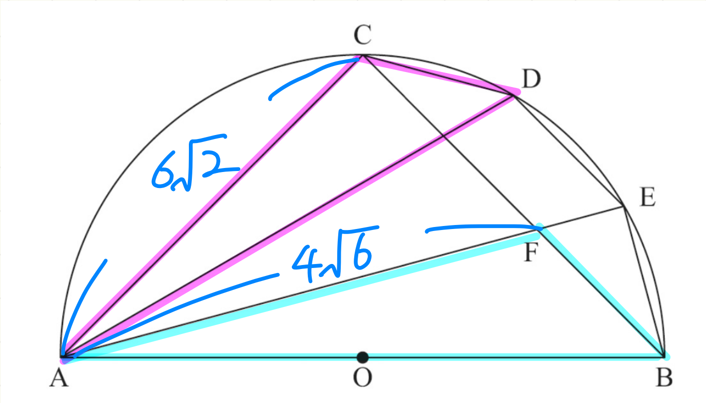
よって、

$$\sqrt{3}\,CF = 6\sqrt{2} \Rightarrow CF = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$= 2\sqrt{6}\ \text{cm}$$

$$\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{6}}{3} = 2\sqrt{6}$$

②



(1)より $\triangle CAD \sim \triangle FAB$

(2) ① ☆ より

$\underset{2\sqrt{6}}{CF} : FA = 1 : 2$

$\therefore FA = 4\sqrt{6}$

したがって、相似比は、

$CA : FB = 6\sqrt{2} : 4\sqrt{6}$　$\div\sqrt{2}$

$= 6 : 4\sqrt{3}$　$\div 2$

$= 3 : 2\sqrt{3}$

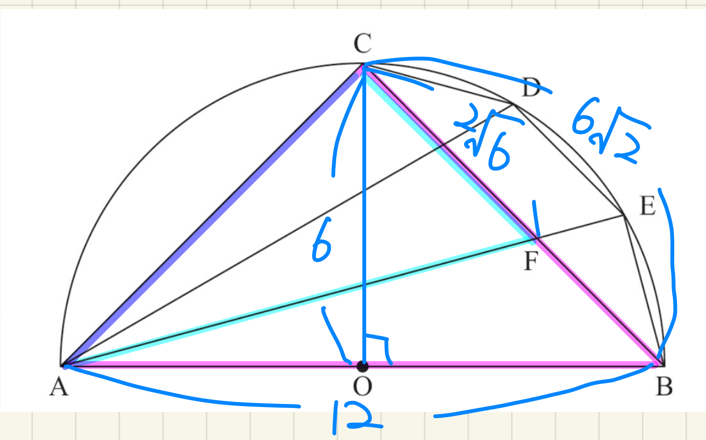
面積比は相似比の2乗に等しいので、

$\triangle CAD : \triangle FAB = 3^2 : (2\sqrt{3})^2$

$= 9 : 12$

$= 3 : 4$

したがって、$\triangle FAB$の面積が分かれば、$\triangle CAD$の面積を求めることができる。



$\triangle ABC$の面積は、

$\frac{1}{2} \times 12 \times 6 = 36cm^2$

$\triangle ABC$と$\triangle CAF$において、底辺をCB, CFとすると、高さが等しいので、面積比は底辺比と等しい。

したがって、

$$\underbrace{\triangle ABC}_{36} : \triangle CAF = 6\sqrt{2} : 2\sqrt{6}$$

$$\therefore\ 6\sqrt{2}\,\triangle CAF = 72\sqrt{6}.$$

$$\triangle CAF = \frac{72\sqrt{6}}{6\sqrt{2}}$$

$$= 12\sqrt{3}\ cm^2.$$

よって、

$$\triangle FAB = \triangle ACB - \triangle CAF$$

$$= 36 - 12\sqrt{3}\ \ cm^2$$

したがって、

$$\triangle CAD : \underbrace{\triangle FAB}_{36-12\sqrt{3}} = 3 : 4$$

$$4\,\triangle CAD = 3(36 - 12\sqrt{3})$$

$$\triangle CAD = \frac{3(36 - 12\sqrt{3})}{4}$$

$$= 3(9 - 3\sqrt{3})$$

$$= 27 - 9\sqrt{3}\ cm^2$$