2023年度　千葉県

数学

km km

1.

(1)

① 与式 $= -3-4$

$= -7$

② 与式 $= a + b + \frac{1}{4}a - 2b$

$= \frac{5}{4}a - b$

③ 与式 $= x^2 - 4x + 4 + 3x - 3$

$= x^2 - x + 1$

(2)

① 与式 $= 5(x^2 - y^2)$

$= 5(x+y)(x-y)$

② ①より

$5x^2 - 5y^2 = 5(x+y)(x-y)$

$x = \sqrt{3} + 2$, $y = \sqrt{3} - 2$ を代入して

$5(\sqrt{3}+2+\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2-\sqrt{3}+2)$

$= 5 \times 2\sqrt{3} \times 4$

$= 40\sqrt{3}$

(3)

① 相対度数 $= \dfrac{その階級の度数}{全度数}$

$= \dfrac{40}{240}$

$= 0.1666\cdots$

小数第3位を四捨五入するので、0.17

②

ア：箱ひげ図より

最大値：125回，最小値 30回

なので，

範囲 = 最大値 − 最小値

$= 125 - 30$

= 95回

よって誤り

イ：

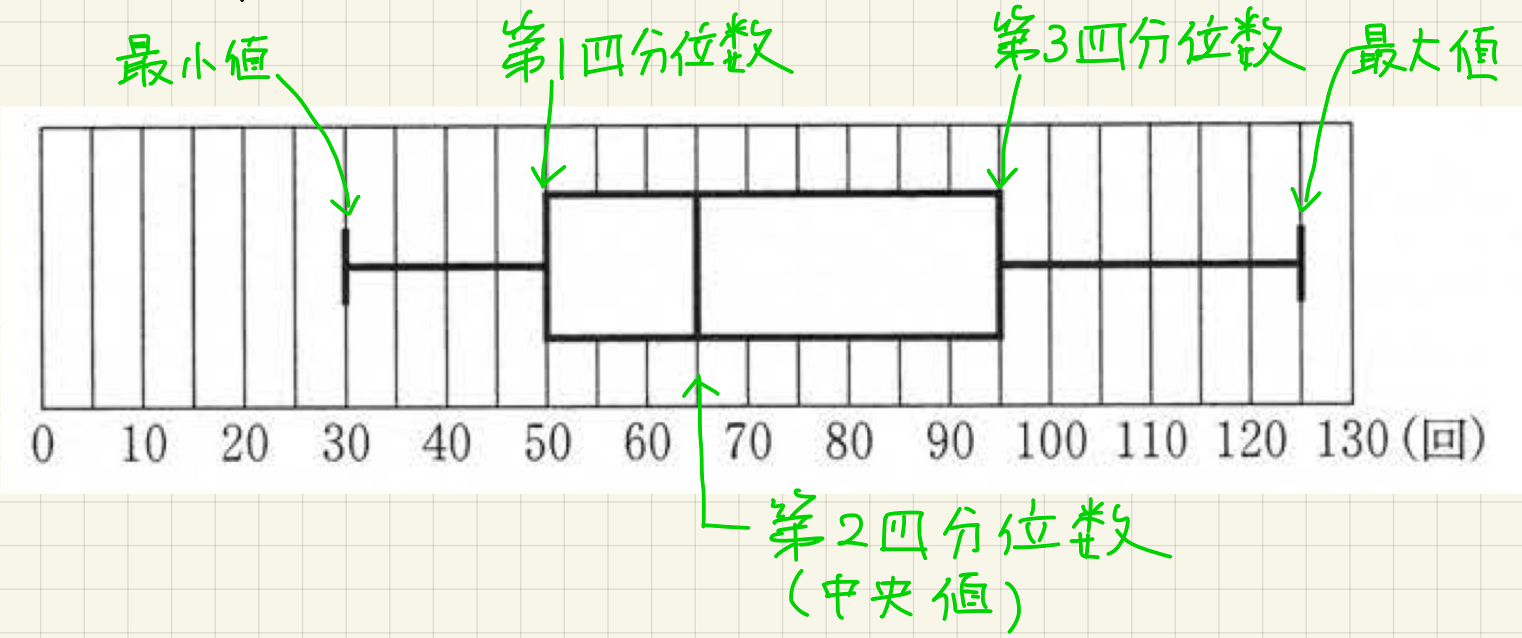
階級(回)	度数(人)	累積度数	
以上　未満			
30 〜 50	59	59	
50 〜 70	79	138	…59+79
70 〜 90	37	175	…59+79+37
90 〜 110	40	215	…59+79+37+40
110 〜 130	25	240	…59+79+37+40+25
計	240		

70〜90の累積度数は175人なので誤り

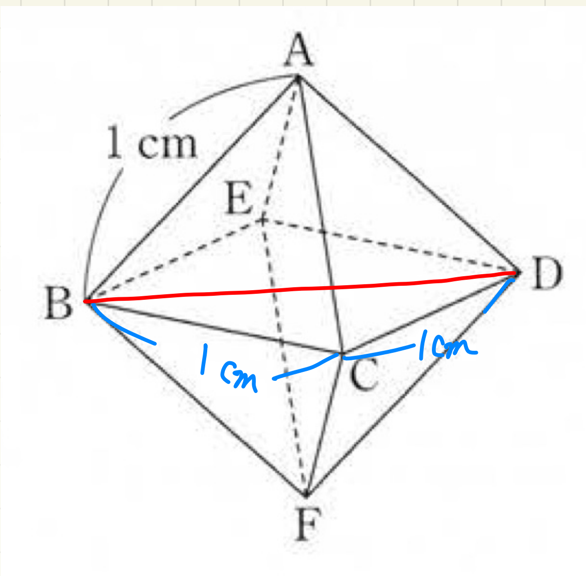
ウ：表より最も度数の少ない階級は
110 ～ 130
である。よって階級値は
$$\frac{110+130}{2} = 120\text{回}$$
よって正しい

※階級値：その階級を代表する値のこと。
階級の真ん中の値をいう。

エ：箱ひげ図より第3四分位数は95回なので、
誤り

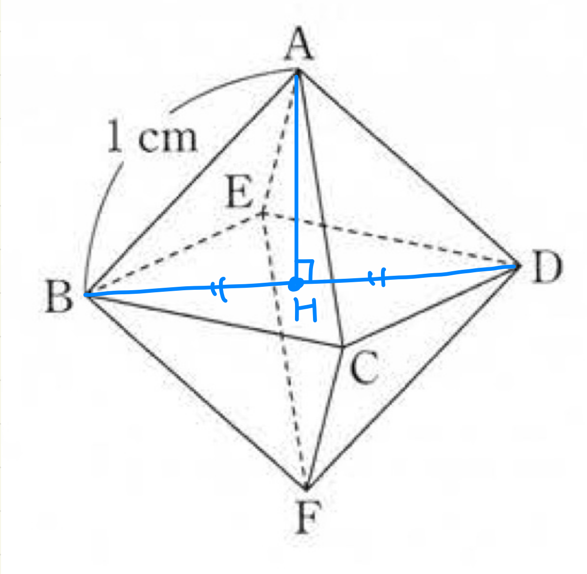


(4)
①



□BCDEは、1辺が1cmの
正方形である。よって、
△BCDで三平方の定理より
$BD = \sqrt{1^2+1^2}$
$= \sqrt{2}$ cm

②



点AからBDに垂線を下ろし
交点をHとする。
左右対称な図形なので,
$BH = DH$
⇒ 点HはBDの中点.
⇒ $BH = \frac{\sqrt{2}}{2}$ cm

△ABHで三平方の定理より

$$AH = \sqrt{1^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{4-2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$$

よって, 四角すいA-BCDEの体積は.

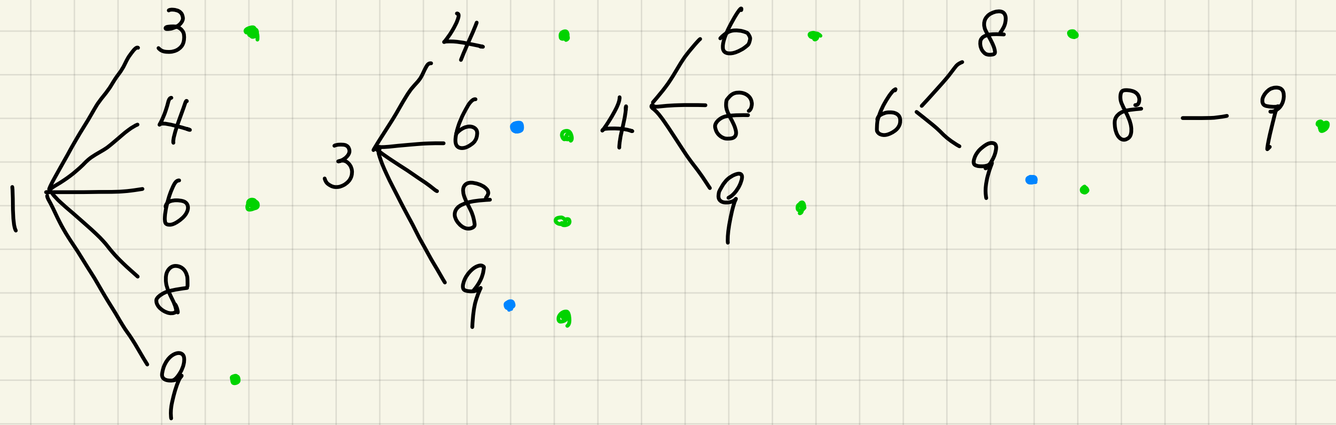
$$1 \times 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{2}}{6} \text{ cm}^3$$

A-BCDEとF-BCDEは合同な立体なので,

$$\text{正四面体の体積} = \frac{\sqrt{2}}{6} \times 2$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$$

(5) 樹形図は、以下の通り。



よって、カードのひき方は、全部で、15通り

① 樹形図より、どちらも3の倍数となるのは、
3通り（樹形図の・）

② 樹形図より、積が3の倍数となるのは、
12通り（樹形図の・）。よって求める確率は、

$$\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$$

(6)

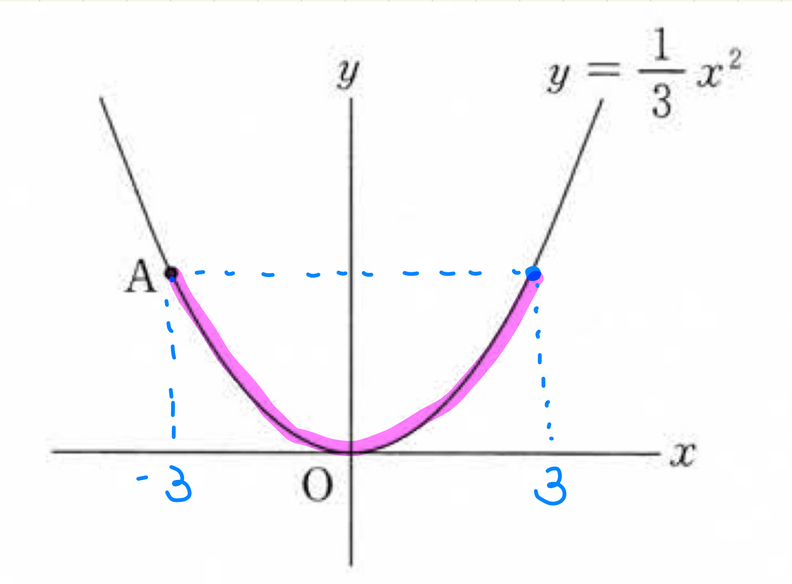
① 点Aは $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上にあり、$x=-3$ なので、

$$y=\frac{1}{3}\times(-3)^2$$

$$=\frac{1}{3}\times 9$$

$$=3$$

②



xの変域

$-3 \leqq x \leqq a$

において，yの変域が

$0 \leqq y \leqq 3$

なので，$0 < a$ である．

グラフより，$x \leqq 3$ であれば，$0 \leqq y \leqq 3$ を満たす。aは整数なので，

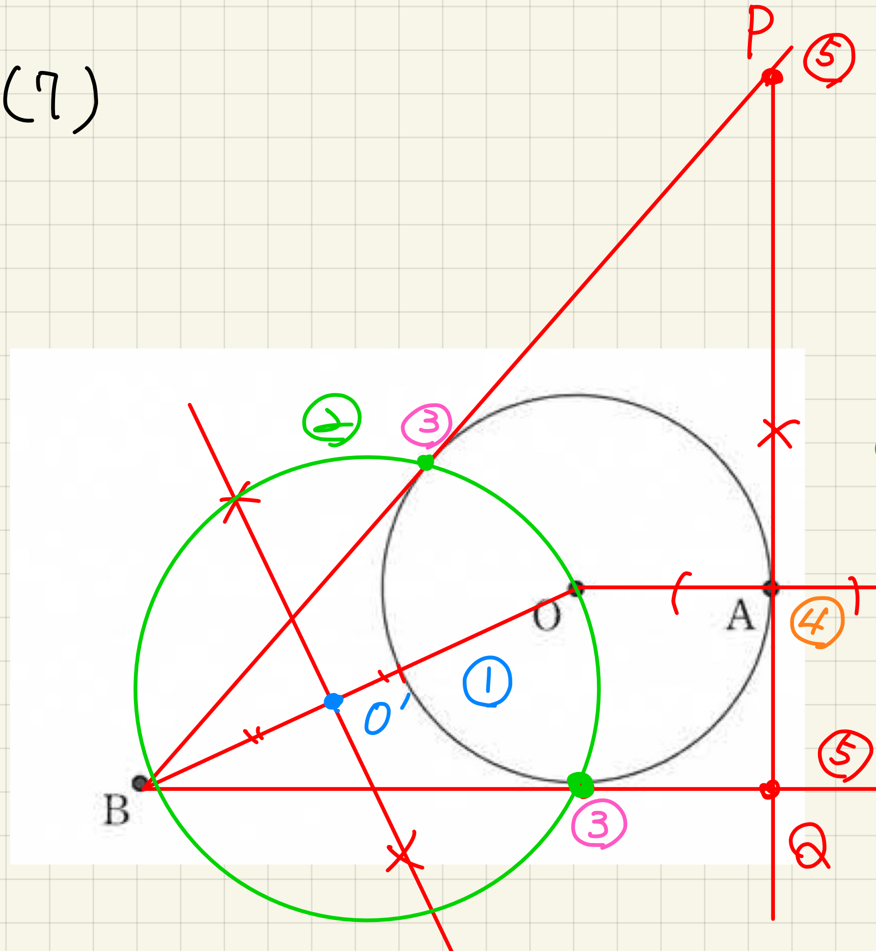
$-3 \leqq x \leqq 0$，$-3 \leqq x \leqq 1$，$-3 \leqq x \leqq 2$

$-3 \leqq x \leqq 3$

のいずれも $0 \leqq y \leqq -3$ を満たす。よって，

$a = 0, 1, 2, 3$

(7)



① BOを線分とする垂直二等線線

⇒BOと垂直二等分線の交点をO′

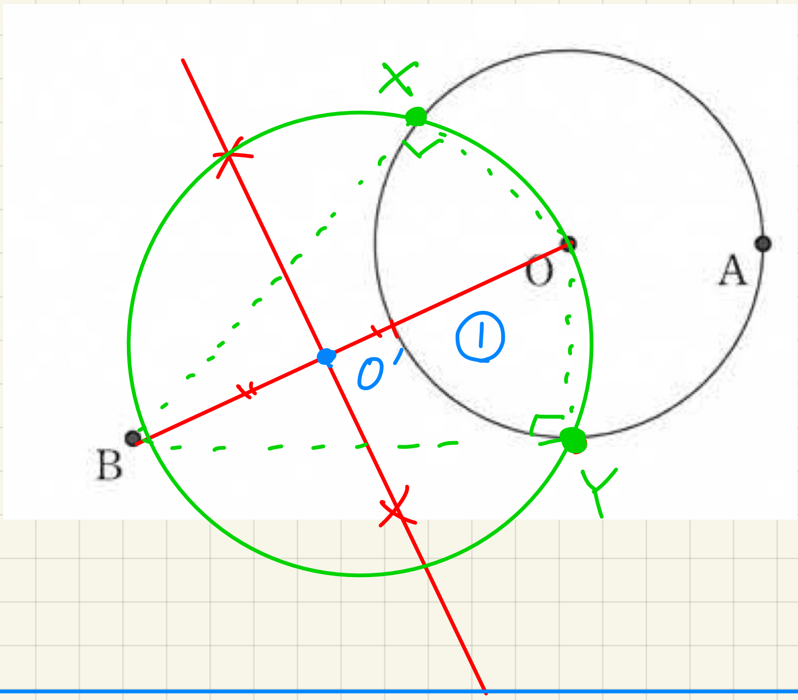
② O′を中心として，半径BO′の円を描く．

③ O′とOの交点が点Bから円Oに引いた2本の接線．

④ OA と垂直な線分を描く.

⑤ ③の延長線と④の延長線の交点が, P, Q

〈補足〉



円O と円O' の交点をX, Y とする。

∠BXO, ∠BYO は直径BO に対する円周角なので.

$\angle BXO = \angle BYO = 90^\circ$

⇒ BX, BY は円O の接線

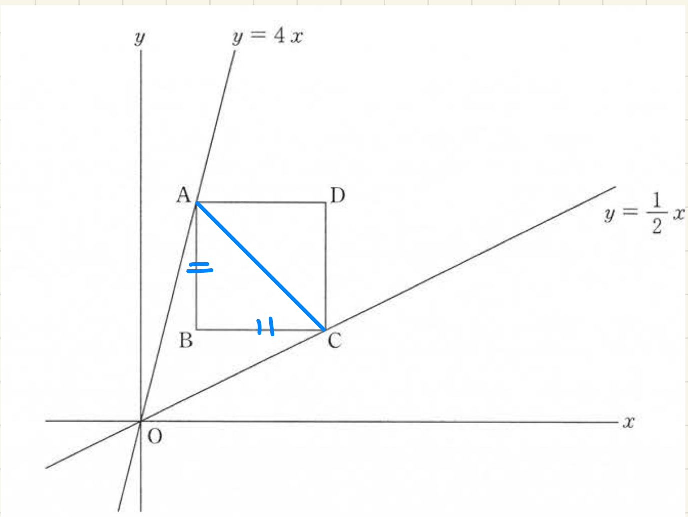
2.

(1)

① 点A は $y = 4x$ のグラフ上にあり, $y = 8$ なので

$$8 = 4x \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

②



□ABCD は正方形なので.

$AB = BC$

したがって, 直線AC の傾きは -1 である。

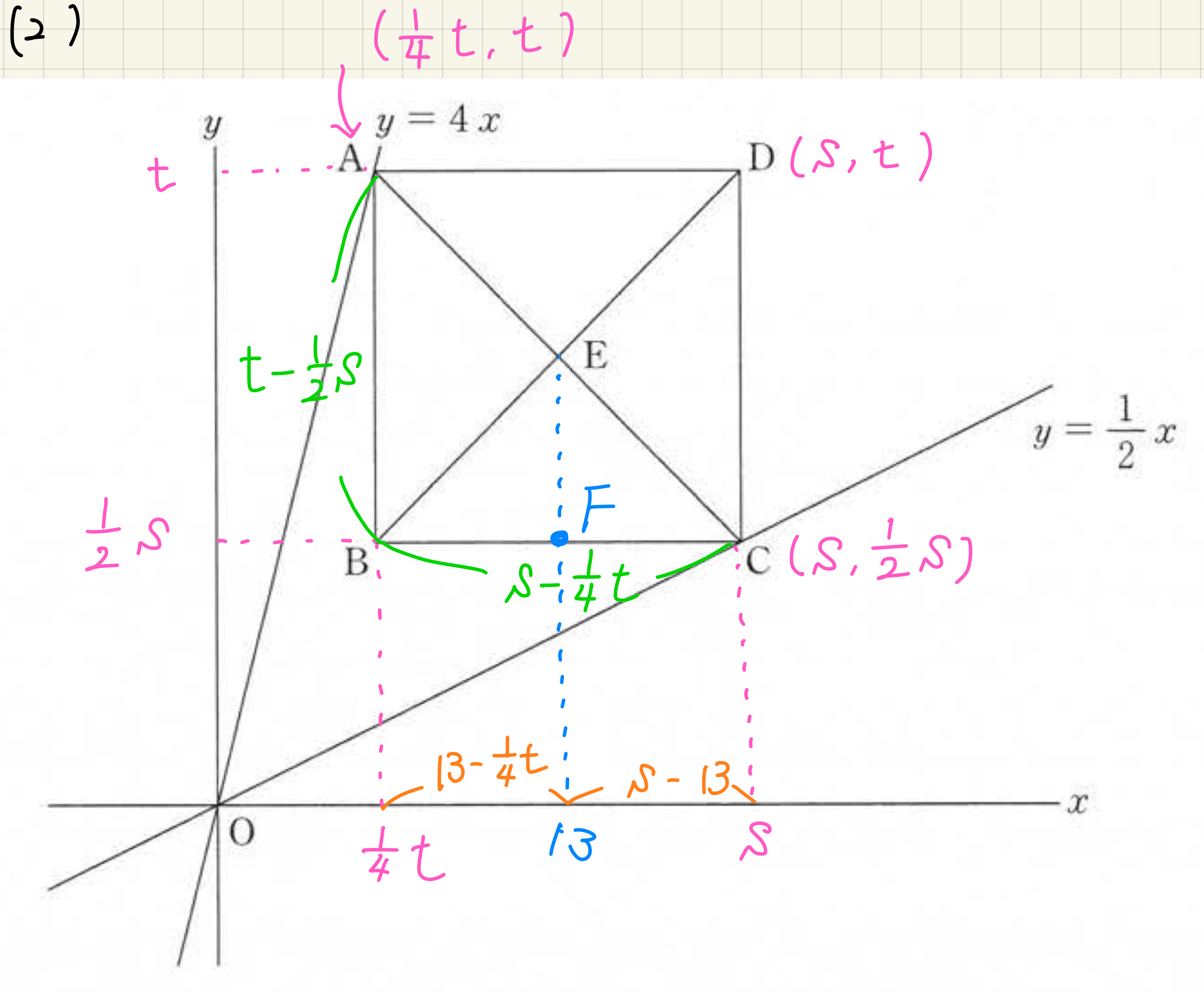
⇒ $y = -x + b$ とおく.

$y = -x + b$ は、A $(2, 8)$ を通るので、

$8 = -2 + b \Rightarrow b = 10$

∴ 直線AC : $y = -x + 10$

(2)



点Dの座標を (s, t) とおく

点A : $y = 4x$ のグラフ上にあり、$y = t$ なので、

$t = 4x \Rightarrow x = \frac{1}{4}t$ ∴ $A\left(\frac{1}{4}t, t\right)$

点C : $y = \frac{1}{2}x$ のグラフ上にあり、$x = s$ なので、

$y = \frac{1}{2}s$ ∴ $C\left(s, \frac{1}{2}s\right)$

点B：$x=\frac{1}{4}t$, $y=\frac{1}{2}s$ より $B\left(\frac{1}{4}t, \frac{1}{2}s\right)$

□ABCDは正方形なので、

$$AB = BC$$

$$\therefore\ t-\frac{1}{2}s = s-\frac{1}{4}t$$

両辺×4

$$4t-2s = 4s-t$$

$$5t = 6s \quad —\ ①$$

また、点EからBCに垂線を下ろした交点をFとすると、

$$BF = FC$$

$$\therefore\ 13-\frac{1}{4}t = s-13$$

両辺×4

$$52-t = 4s-52$$

$$4s+t = 104 \quad —\ ②$$

①, ② より

$$\begin{cases} 5t = 6s & —\ ① \\ 4s+t = 104 & —\ ② \end{cases}$$

② ×5 より

$$20s+5t = 520 \quad —\ ③$$

①を③に代入して

$$20s+6s = 520$$

$$26s = 520 \Rightarrow s = 20$$

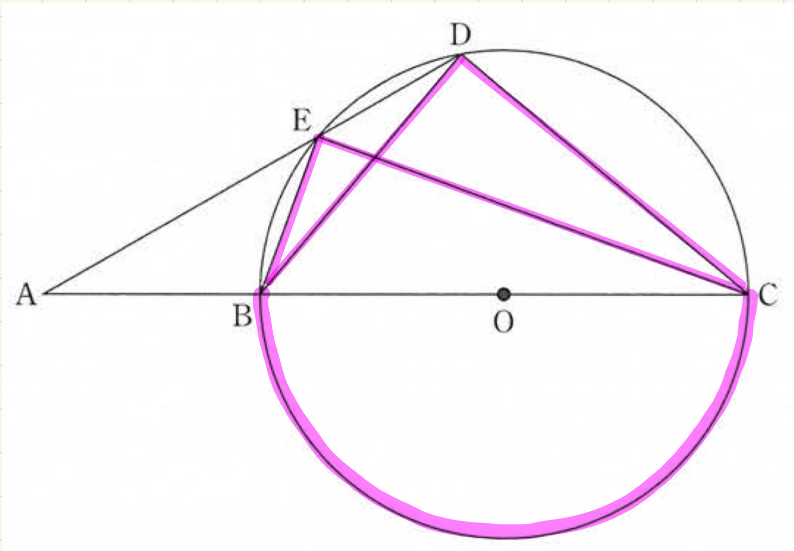
$s=20$ を①に代入して.

$$5t=120 \Rightarrow t=24$$

よって, D(20, 24)

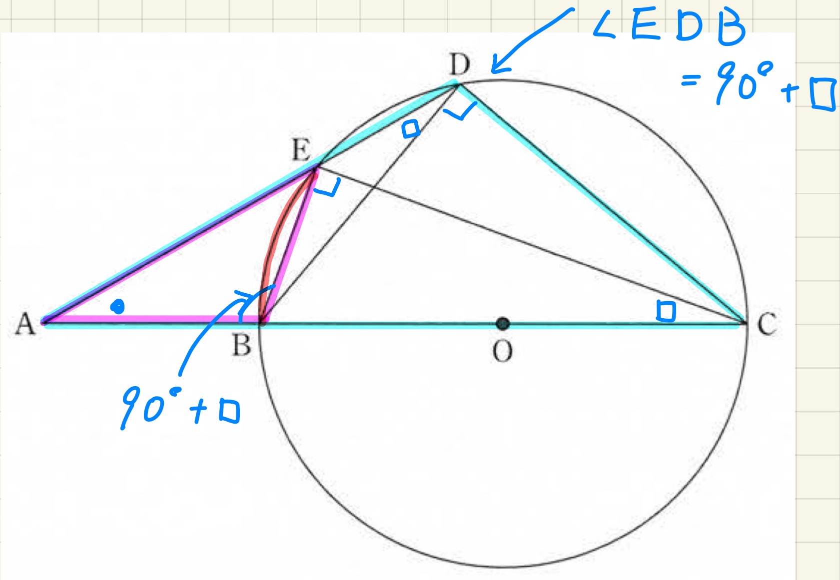
3.

(1)



∠BEC イ と ∠BDC エ は、半円の弧に対する円周角だから、いずれも90度である.

(2)



△ABEと△ADCにおいて、
共通な角だから、

$$\angle BAE = \angle DAC \quad — ①$$

△BECにおいて、1つの外角は、そのとなりにない2つの内角の和に等しいので、

$$\angle ABE = \angle ECB + \angle BEC$$
$$= \angle ECB + 90^\circ \quad — ②$$

また、

$$\angle ADC = \angle EDB + \angle BDC$$
$$= \angle EDB + 90^\circ \quad — ③$$

ここで、∠ECBと∠EDBは、$\overset{\frown}{BE}$に対する円周角なので、

$$\angle ECB = \angle EDB \quad — ④$$

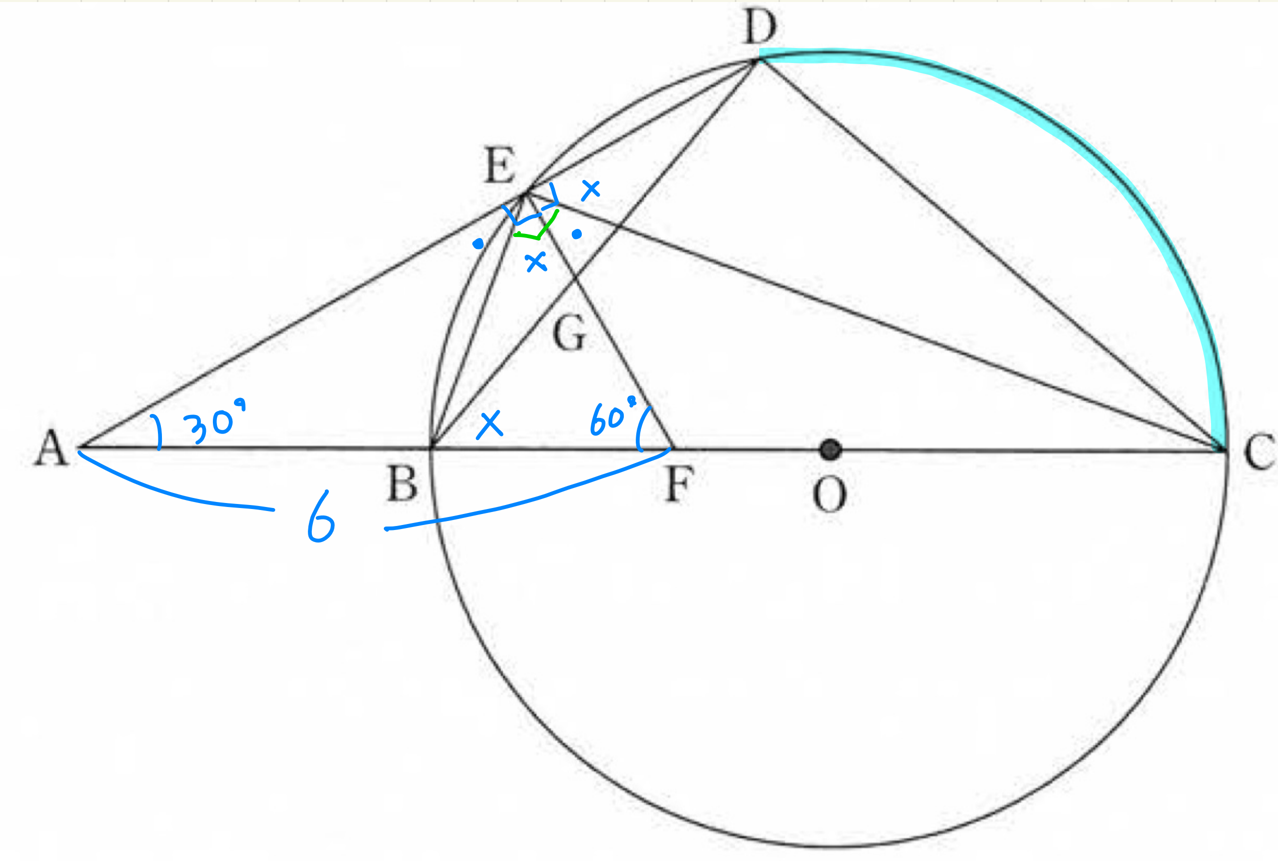
②、③、④より

$$\angle ABE = \angle ADC \quad — ⑤$$

①、⑤より、2組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABE \sim \triangle ADC$$ （証明終わり）

(3)



$\triangle AFE$ は、$30°-60°-90°$ の直角三角形なので、

$\underbrace{EF}_{3} : AF : AE = 1 : 2 : \sqrt{3}$

$\therefore EF : AF = 1 : 2$

$3 : AF = 1 : 2 \Rightarrow \underline{AF = 6}$

次に $\angle E$ に着目する。

$\angle AEB = \bullet$, $\angle BEF = x$ とおくと、

$\angle AEB + \angle BFF = \underbrace{\angle AEF}_{90°}$

$\therefore \underline{\bullet + x = 90°}$

$\underbrace{\angle BEF}_{x} + \angle FEC = \underbrace{\angle BEC}_{90°}$

$\therefore \angle FEC = 90^\circ - x$

$= \bullet$

$\bullet + x = 90^\circ$ より

$\bullet = 90^\circ - x$

$\underbrace{\angle FEC}_{\bullet} + \angle CED = \underbrace{\angle FED}_{90^\circ}$

$\therefore \angle CED = 90^\circ - \bullet$

$= x$

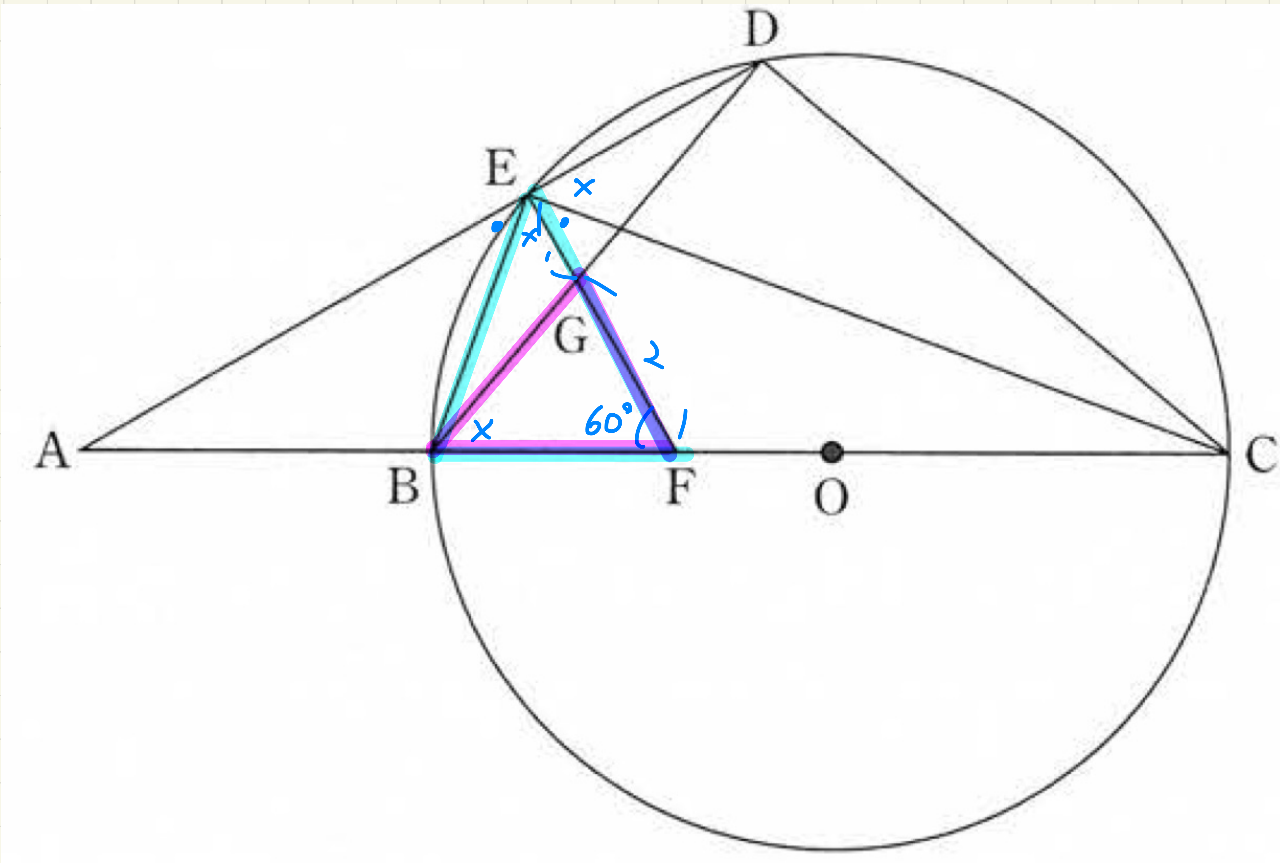
$\bullet + x = 90^\circ$ より

$x = 90^\circ - \bullet$

$\overset{\frown}{DC}$ に対する円周角は等しいので.

$\angle CED = \angle CBD$

$\therefore \angle CBD = x$



$\triangle BFG$ と $\triangle EFB$ において.

共通な角は等しいから

$\angle BFG = \angle EFB \ (=60^\circ)$ —— ①

また，$\angle GBF = \angle BEF \ (= x)$ ―― ②

①，② より2組の角がそれぞれ等しいので，

$\triangle BFG \backsim \triangle EFB$

対応する辺の比は等しいので，

$$BF : \underbrace{EF}_{3} = \underbrace{GF}_{2} : BF$$

$\therefore BF^2 = 6$　　$BF > 0$ より $BF = \sqrt{6}$

したがって，

$$AB = AF - BF$$
$$= 6 - \sqrt{6} \text{ cm}$$

4.

(1)

① (a)

1回目：Aさんはグーで負け ⇒ −1点

2回目：Aさんはチョキで勝ち ⇒ +2点

3回目：Aさんはグーで勝ち ⇒ +1点

よって，Aさんの持ち点は，

$$0 - 1 + 2 + 1 = 2 \text{ 点}$$

(b) Aさんの勝ったときの手の出し方を（1回目，2回目）と書く．

（グー，グー） ⇒ +1 +1 = 2点

（グー，チョキ） ⇒ +1 +2 = 3点 ―― ①

（グー，パー） ⇒ +1 +5 = 6点 ―― ②

(チョキ, チョキ) ⇒ $+2+2=$ 4点
(チョキ, グー) ⇒ $+2+1=$ 3点 …① と同じなので
カウントしない

(チョキ, パー) ⇒ $+2+5=$ 7点 — ③
(パー, パー) ⇒ $+5+5=$ 10点
(パー, グー) ⇒ $+5+1=$ 6点 …② と同じなので
カウントしない

(パー, チョキ) ⇒ $+5+2=$ 7点 …③ と同じなので
カウントしない

よって、勝った2回の加点の合計は、全部で6通り

(c) Aさんは2回勝って1回負けて、合計9点なので、2回勝ったときには9点より大きい点な必要がある。
(b)より それを満たすのは、

(パー, パー) ⇒ 10点

のときのみ。また、最終の点が9点になるには、負けたときの手の出し方は グー ⇒ -1点
である。よって、Bさんは、

グーで負け ×2, パーで勝ち ×1

である。したがって、Bさんの持ち点は、

$-1+(-1)+5=$ 3点

② (問題文の解説)

表

手の出し方		持ち点		
A	B	A	B	合計
グー	グー	あいこ		
	チョキ	1	−2	−1
	パー	−1	5	4
チョキ	グー	−2	1	−1
	チョキ	あいこ		
	パー	2	−5	−3
パー	グー	5	−1	4
	チョキ	−5	2	−3
	パー	あいこ		

Aさんのグーに対して、Bさんはチョキ，パーの2通り
(あいこはカウントしない)

Aさんの手の出し方(3通り)に対して，Bさんの手の出し方は、それぞれ2通りあるので

手の出し方の組み合わせは全部で6通り

また，じゃんけんを1回だけした結果，AさんとBさんの持ち点の合計は，どちらかがグーで勝った場合は−1点，どちらかがチョキで勝った場合は−3点，どちらかがパーで勝った場合は4点となっています。

(d) じゃんけんの合計は10回なので、

$a + b + c = 10 \Rightarrow c = 10 - a - b$

(e) どちらかがグーで勝ったときのAさんとBさんの持ち点の合計 ⇒ −1点、
同様に，チョキ ⇒ −3点，パー ⇒ +4点、

したがって、

$M = -1 \times a + (-3) \times b + 4 \times c$
$= -a - 3b + 4c$

(d)より $c = 10 - a - b$ なので、

$$M = -a - 3b + 4(10 - a - b)$$
$$= -a - 3b + 40 - 4a - 4b$$
$$= -5a - 7b + 40$$

(2) 2人の持ち点の合計 M が 0 点になるときは、

$$-5a - 7b + 40 = 0$$

これを a について解くと、

$$-5a = -40 + 7b$$
$$\therefore a = 8 - \frac{7}{5}b \quad \text{——} ①$$

じゃんけんは 10 回したので、a は 0 以上 10 以下である。また、a はじゃんけんの回数なので、整数である。これを満たす b は、

$b = 0$ のとき $a = 8$

$b = 5$ のとき $a = 1$

の 2 通りである。

(i) $b = 0$ のとき、

$$a = 8, \quad c = 10 - a - b$$
$$= 10 - 8 - 0$$
$$= 2$$

(ii) $b = 5$ のとき、

$$a = 1, \quad c = 10 - a - b$$
$$= 10 - 1 - 5$$
$$= 4$$

したがって、a, b, c の組み合わせは、

(8, 0, 2)

(1, 5, 4)