2023年度　埼玉県

数学

kmkm

1.

(1) 与式 $= \underline{4x}$

(2) 与式 $= -28 + 20$

$= \underline{-8}$

(3) 与式 $= \dfrac{30xy^2}{5x \times 3y}$

$= \underline{2y}$

(4) $1.3x - 0.5x = 3 - 0.6$

$0.8x = 2.4$

$\underline{x = 3}$

(5) 与式 $= 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$

$= \underline{\sqrt{2}}$

※ $\dfrac{8}{\sqrt{2}} = \dfrac{8}{\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= \dfrac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$

(6) 与式 $= \underline{(x-5)(x-6)}$

(7) $\begin{cases} 3x + 5y = 2 & \text{— ①} \\ -2x + 9y = 11 & \text{— ②} \end{cases}$

① × 2 + ② × 3 より

$$\begin{array}{rr} 6x+10y &= 4 \\ +\big)\ -6x+27y &= 33 \\ \hline 37y &= 37 \\ y &= 1 \end{array}$$

$y=1$ を①に代入して

$$3x+5=2$$
$$3x=-3$$
$$x=-1$$

よって、$x=-1,\ y=1$

(8) $3x^2-5x-1$ は因数分解できないので
解の公式より

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}$$
$$=\frac{5\pm\sqrt{37}}{6}$$

(参考)

$ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$ の解の公式は、

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

(9)

ア：全ての河川の水を調査できないので
標本調査

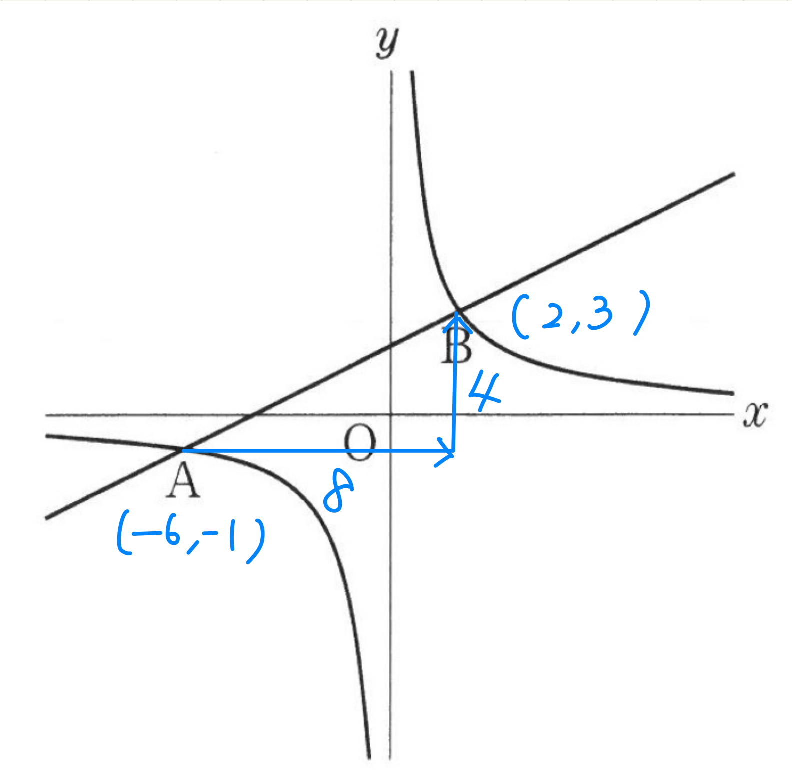
イ：全生徒の健康を診断するので，全数調査

ウ：ある特定の人で調査を行うので標本調査

エ：全国民の人数を調査するので，全数調査

よって，答えは ア，ウ

(10)



点A，Bは，$y=\frac{6}{x}$ のグラフ上にあり，それぞれ $x=-6,\ 2$ なので，

Aのy座標

$$y=\frac{6}{-6}=-1$$

$\therefore$ A$(-6,-1)$

Bのy座標

$$y=\frac{6}{2}=3$$

$\therefore$ B$(2,3)$

1次関数では，傾き＝変化の割合なので，

$$\text{直線ABの傾き}=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$=\frac{3-(-1)}{2-(-6)}$$

$$= \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

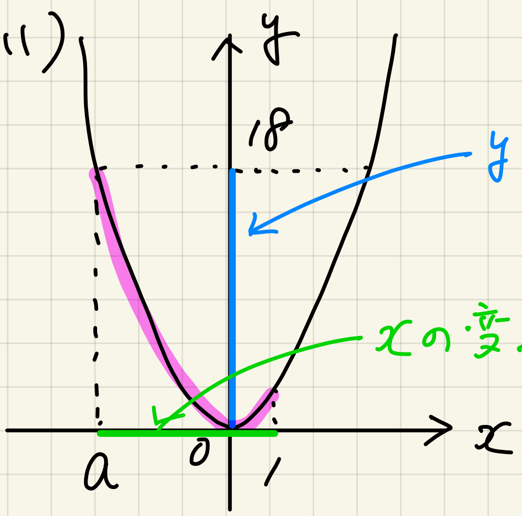
したがって、直線ABの式を $y = \frac{1}{2}x + b$ とおくと、

A(−6, −1)を通るので、

$$-1 = \frac{1}{2} \times (-6) + b \Rightarrow b = 2$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + 2$$

(11)



$y = 2x^2$ のグラフは、下に凸である。

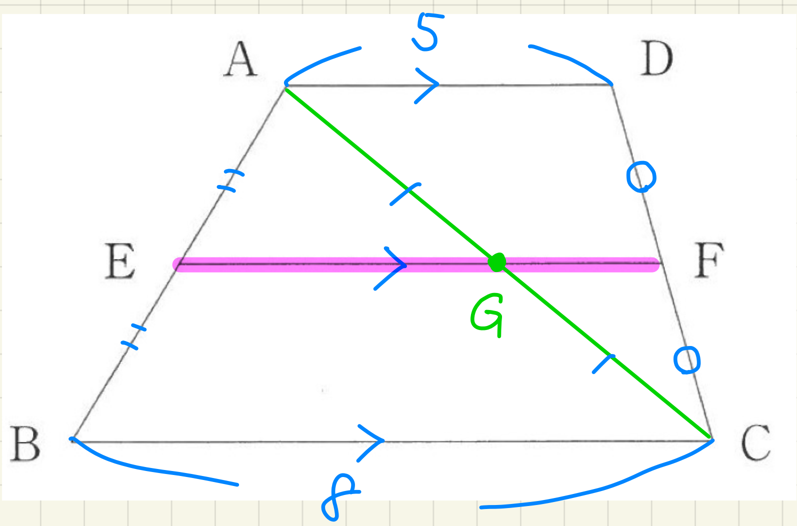
$a \leqq x \leqq 1$ で、$0 \leqq y \leqq 18$ より、a は負の値である。

$\Rightarrow x = a$ のとき $y = 18$ となる a を求める。

$y = 2x^2$ に $x = a$, $y = 18$ を代入して

$18 = 2a^2$ $a < 0$ より $a = -3$

(12)



A, Cを結び、EFとの交点をGとする。

中点連結定理より

$$EG = \frac{1}{2}BC$$

$$= \frac{1}{2} \times 8$$

$$= 4$$

$$FG = \frac{1}{2}AD$$
$$= \frac{1}{2} \times 5$$
$$= \frac{5}{2}$$

したがって，

$$EF = EG + FG$$
$$= 4 + \frac{5}{2}$$
$$= \frac{13}{2}\ \text{cm}$$

(13) 樹形図で考える．

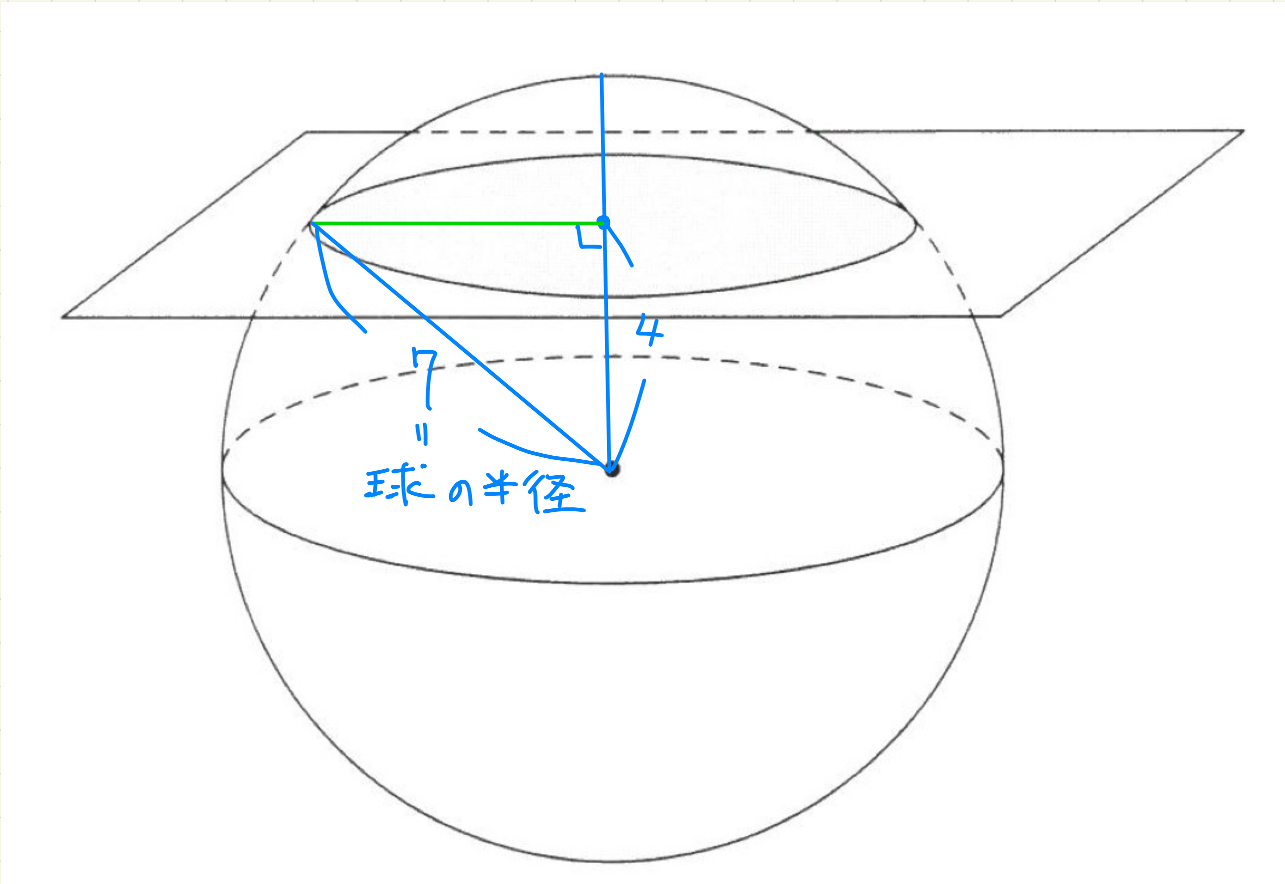
100円	50円①	50円②	合計金額
表	表	表	200
		裏	150
	裏	表	150
		裏	100

100円	50円①	50円②	合計金額
裏	表	表	100
		裏	50
	裏	表	50
		裏	0

硬貨の出方は全部で8通り。表が出た硬貨の合計金額が100円以上となるのは5通り。よって求める確率は

$$\frac{5}{8}$$

(14)



中心から4cmの距離にある平面で切ったときの切り口の円の半径は、三平方の定理より

$$\sqrt{7^2-4^2}=\sqrt{33}\ \text{cm}$$

よって、円の面積は

$$\sqrt{33}\times\sqrt{33}\times\pi=33\pi\ \text{cm}^2$$

(15)

ア：$y=ax^2$ は下に凸のグラフなので．

$a>0$

$y=bx+c$ は．右上りのグラフで，切片が負なので，$b>0$，$c<0$

イ：$y=ax^2$ は下に凸のグラフなので．

$a>0$

$y=bx+c$ は．右下りのグラフで，切片が正なので，$b<0$，$c>0$

ウ：$y=ax^2$ は上に凸のグラフなので．

$a<0$

$y=bx+c$ は．右上りのグラフで，切片が正なので，$b>0$，$c>0$

エ：$y=ax^2$ は上に凸のグラフなので．

$a<0$

$y=bx+c$ は．右下りのグラフで，切片が負なので，$b<0$，$c<0$

よって，a，b，c がすべて同符号となるのは．エ

(16)

ヒストグラムから階級値を小さい順に並べると、

階級の真ん中の値

下位データ　第3四分位数

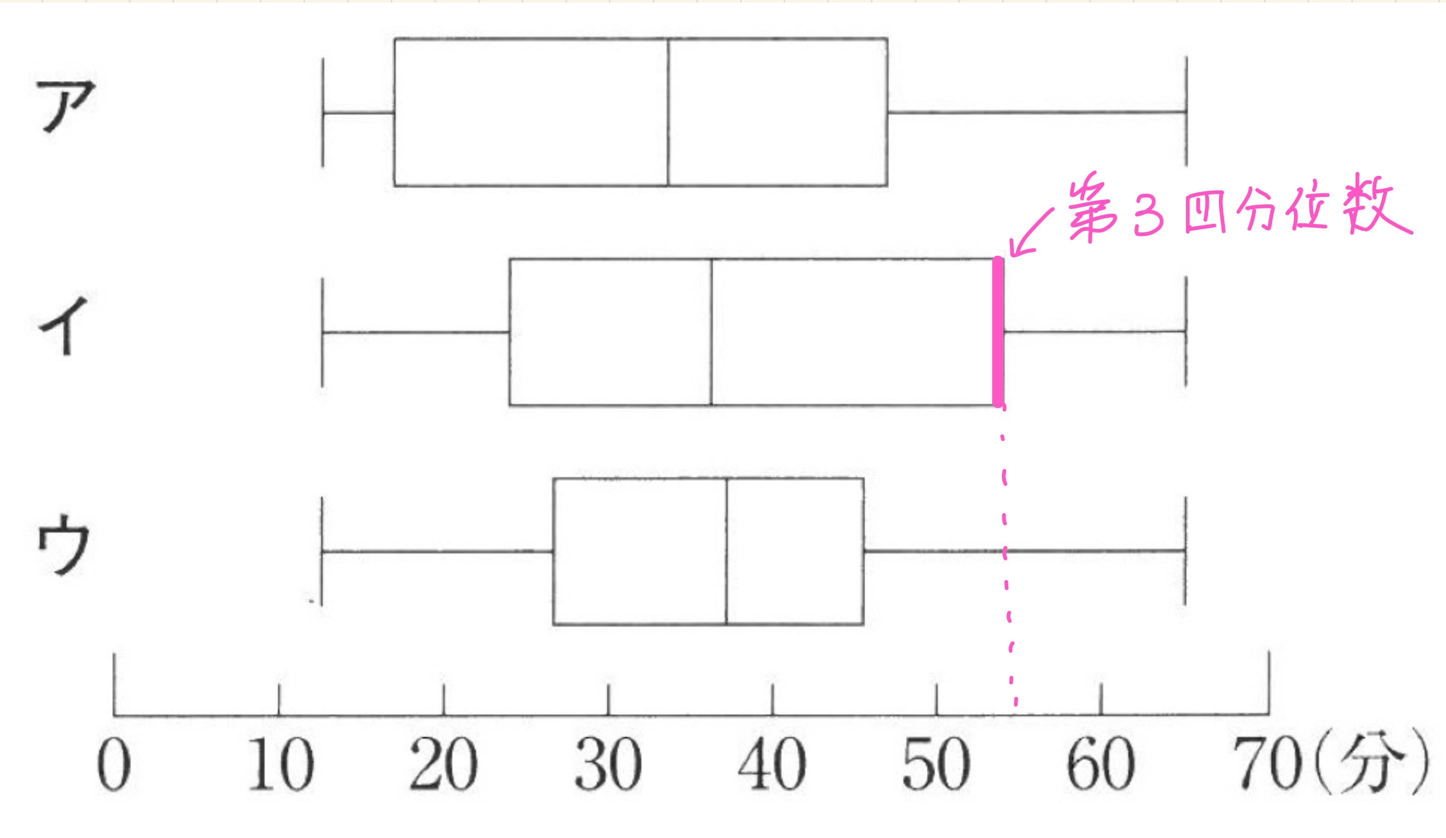
15, 15, 25, 25, 25, 35, 35, 35, 35, 45, 45, 45, 45, 45,
45, 55, 55, 65

第1四分位数　中央値　上位データ

ヒストグラムから読みとることができる第3四分位数は、40分以上50分未満の階級に含まれて

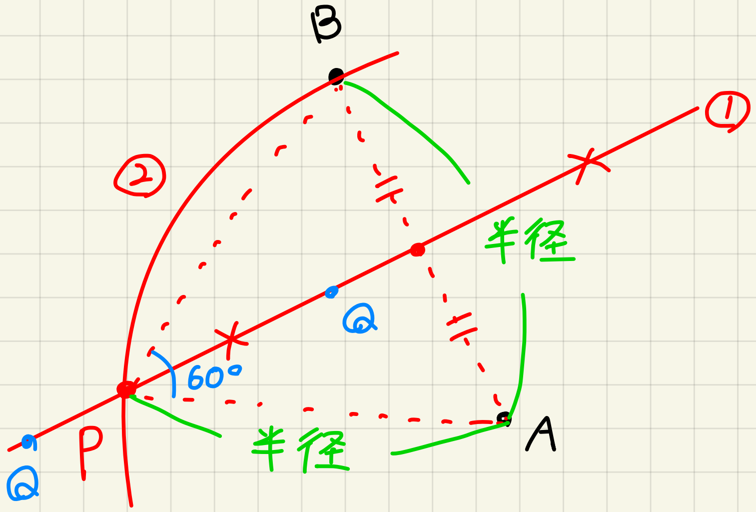
階級値が45

いるが、イの第3四分位数は、50分以上60分未満で異なっている。



2.

(1)



$\angle BPA = 60°$ となるように作図する。
⇒ AB を1辺とする正三角形を作図する。

① AB の垂直二等分線を作図
⇒ 垂直二等分線上の点(Q)と A, B を結ぶ三角形は AQ = BQ の二等辺三角形

② AB を半径とする円を作図

③ ① と ② の交点が P
⇒ AP = BP であり、かつ、AP = AB なので、
AP = BP = AB ⇒ 正三角形

(2) 2桁の自然数 X の十の位を x、一の位を y とすると、$X = 10x + y$ と表すことができる。
X の十の位と一の位を入れ替えた数 Y は、
$Y = 10y + x$ と表すことができる。
よって、X と Y の和は、

$$X + Y = 10x + y + 10y + x$$
$$= 11x + 11y$$
$$= 11(x+y)$$

$(x+y)$ は自然数なので、$X + Y$ は11の倍数となる。

3.

(1)

ア：表から、n が偶数でも無限小数となっているのは、$n = 6$ のときである。

イ：1桁の奇数では、$n = 5$ のとき有限小数となっている。したがって、2桁の奇数において、5の倍数のみを考える。
Bさんの会話から、イに当てはまる数は、20と32の間なので、この範囲にある5の倍数は25である。

$$\therefore \frac{1}{25} = 0.04 \Leftarrow \text{有限小数}$$

よって、$n = 25$

(2) $\frac{1}{7} = 0.\underbrace{142857}\underbrace{142857}\cdots\cdots$

①②③④⑤⑥

小数点以下は、142857と繰り返される。

小数点以下は、6の倍数で繰り返されるので、
50に近い6の倍数は、48。

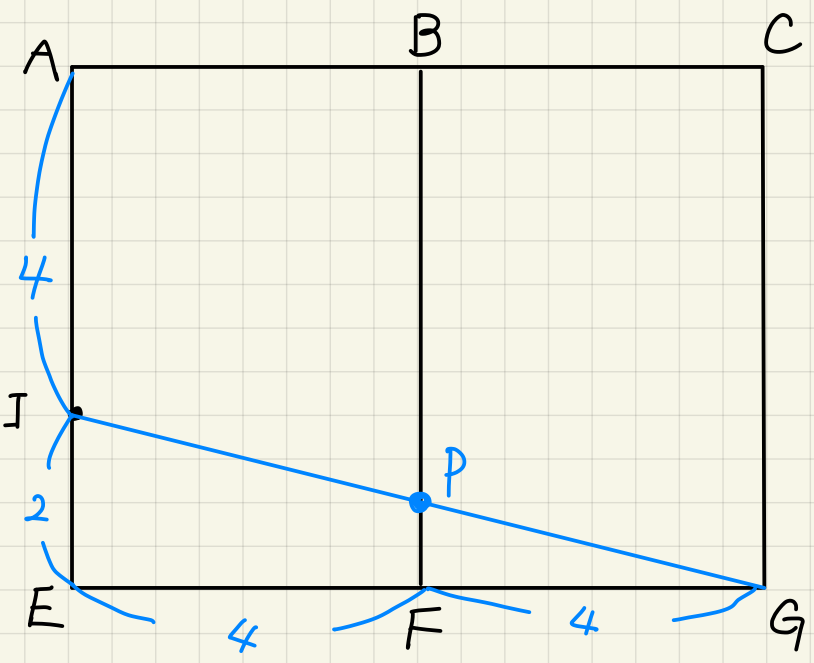
$$\frac{1}{7} = 0.\underbrace{142857}\cdots\underbrace{142857}14$$

①②③④⑤⑥　㊸㊹㊺㊻㊼㊽㊾㊿

したがって小数第50位の数は4である。

4.

(1) 点I, P, Gが含まれる側面の展開図は、
以下の通りである。



IP＋PGの長さが最も短くなるのは直線IG上に点Pがあるとき。

△GPFと△GIEにおいて、
BF // AEより PF // IE。したがって、同位角が等しいので、

$\angle GPF = \angle GIE$ ― ①

$\angle GFP = \angle GEI$ ― ②

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle GPF \sim \triangle GIE$

対応する辺の比は等しいので

$$PF : \underset{2}{IE} = \underset{4}{GF} : \underset{8}{GE}$$

$$\therefore 8PF = 8 \Rightarrow PF = 1$$

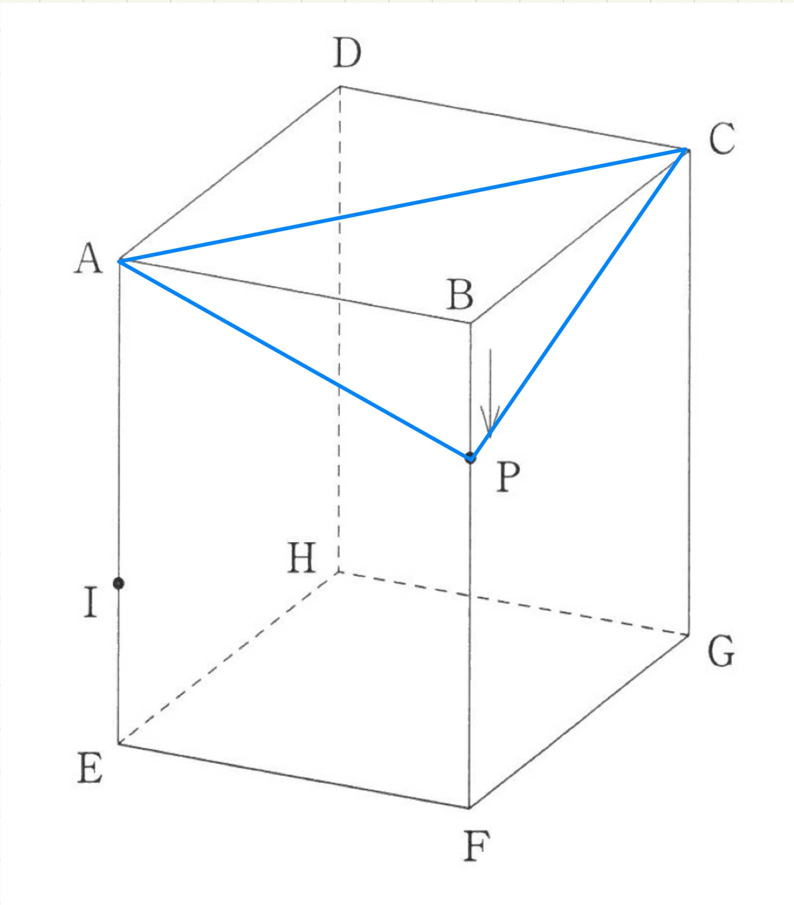
よって,

$$BP = BF - PF$$
$$= 6 - 1$$
$$= 5 \text{ cm}$$

点Pは、頂点Bを出発して,毎秒1cmの速さで動くので,

$$5\text{cm} \div 1\text{cm/s} = \underline{5\text{秒後}}$$

(2)



△ABPと△CBPにおいて,□ABCDは正方形なので,

$AB = CB$ —①

また,□AEFB,□BFGCは長方形なので

$\angle ABP = \angle CBP = 90°$ —②

共通な辺は等しいので

$BP = BP$ —③

①、②、③より 2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

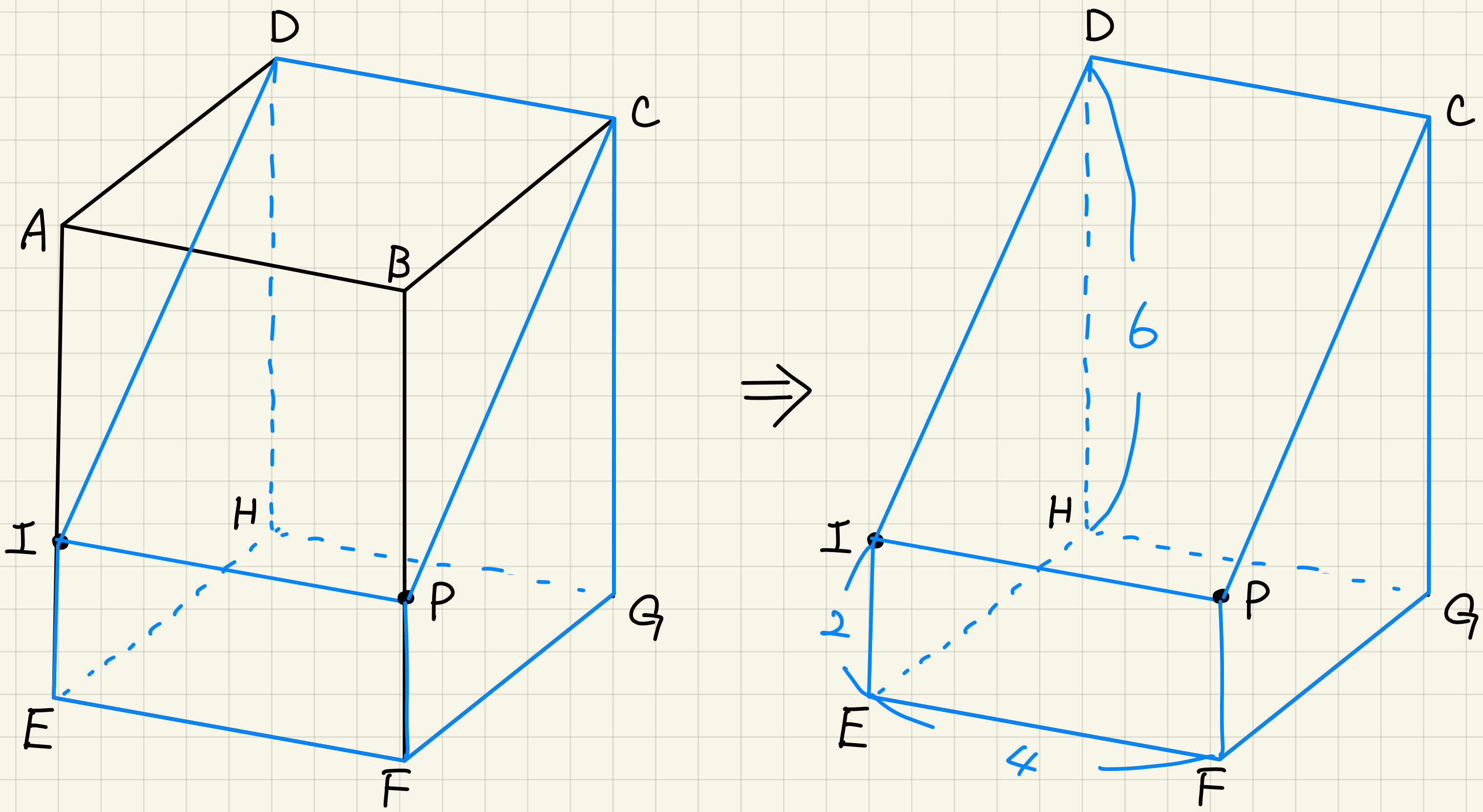
$\triangle ABP \equiv \triangle CBP$

対応する辺の長さは等しいので、

$AP = CP$

したがって、$\triangle APC$ は、$AP = CP$ の二等辺三角形である。（証明終わり）

(3) 4秒後の点Pについて、I, P, C を通る平面で切ったときの体積が大きい方の立体は、以下の通りである。



(i) □IEFP の面積

$2 \times 4 = \underline{8}$

(ii) □DHGC の面積

$4 \times 6 = \underline{24}$

(iii) □DIEHの面積

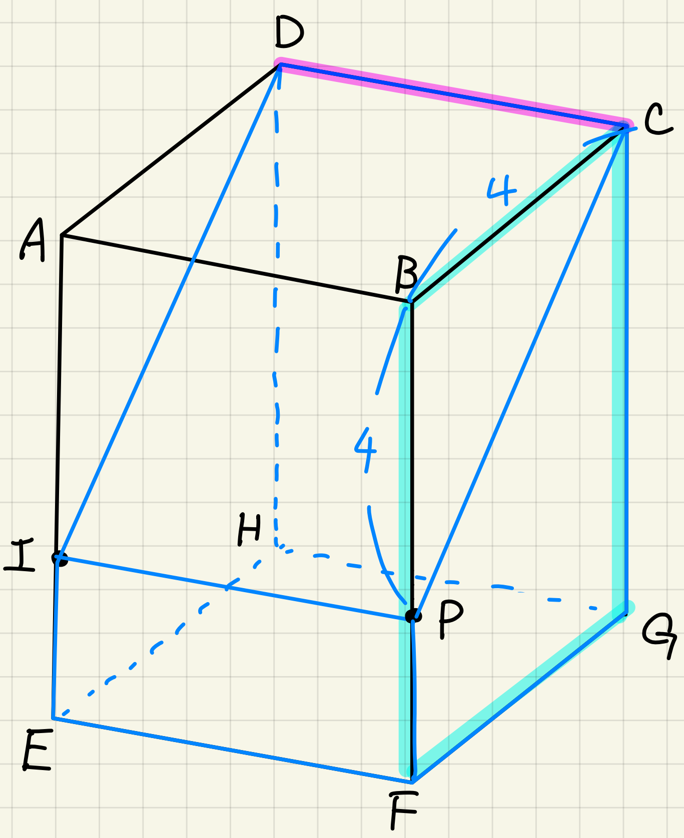
$$\frac{(2+6)\times 4}{2}=16$$

(iv) □CPFGの面積は、□DIEHの面積と等しいので、16

(v) □HEFGの面積

$$4\times 4=16$$

(vi) □DIPCの面積



$DC=IP$, $DC \parallel IP$
$DI=CP$, $DI \parallel CP$
より□DIPCは平行四辺形である。

また、$DC \perp$ □CBFGであり、PCは□CBFG上の平面にあるので、
$DC \perp PC$

よって、□DIPCは平行四辺形かつ1つの内角が90°なので、□DIPCは長方形である。

△CBPにおいて、三平方の定理より

$$PC=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$$

$$=\sqrt{16+16}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$$

よって，□DIPCの面積は

$$4 \times 4\sqrt{2} = 16\sqrt{2}$$

以上より，求める表面積は，

$$8 + 24 + 16 + 16 + 16 + 16\sqrt{2}$$

$$= 80 + 16\sqrt{2}\ \mathrm{cm}^2$$