2023年度　青森県

数学

Km Km

$\boxed{1}$

(1)

ア　与式 $= -6$

イ　与式 $= 4 \times 3 + 3$

$= 12 + 3$

$= 15$

ウ

$$\begin{array}{rrrr} & 6x^2 & -x & -5 \\ -) & 2x^2 & +x & -6 \\ \hline & 4x^2 & -2x & +1 \end{array}$$

※ $6x^2 - x - 5 - (2x^2 + x - 6)$

$= 6x^2 - x - 5 - 2x^2 - x + 6$

$= 4x^2 - 2x + 1$

エ　与式 $= 6x^2y \div 2xy + 4xy^2 \div 2xy$

$= 3x + 2y$

オ　与式 $= \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \dfrac{3\sqrt{6}}{2}$

※ $\sqrt{54} = 3\sqrt{6}$

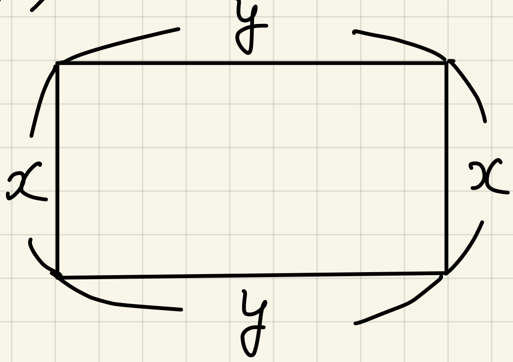
$= \dfrac{\sqrt{6}}{2} - \dfrac{3\sqrt{6}}{2}$

※ $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

$= -\sqrt{6}$

(2)



$2(x+y) = 2x+2y$

よって、長方形の周の長さ

(3)

階級(m)	度数(人)	累積度数	
16以上 ～ 20未満	4	4	
20 ～ 24	6	10	… 4 + 6
24 ～ 28	1	11	… 4 + 6 + 1
28 ～ 32	7	18	… 4 + 6 + 1 + 7
32 ～ 36	2	20	… 4 + 6 + 1 + 7 + 2
合計	20		

$$\text{相対度数} = \frac{\text{その階級の度数}}{\text{全体の度数}}$$

$$= \frac{6}{20}$$ … 20～24 の度数

$$= 0.3$$

$$\text{累積相対度数} = \frac{\text{その階級の累積度数}}{\text{全体の度数}}$$

28m未満の累積度数

$$= \frac{11}{20} = 0.55$$

(4) 与式 $= 3(x^2 - 2x - 15)$

$= 3(x-5)(x+3)$

(15) 1次関数では、傾き ＝ 変化の割合である。

$$\text{変化の割合} = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$= \frac{4}{2}$$

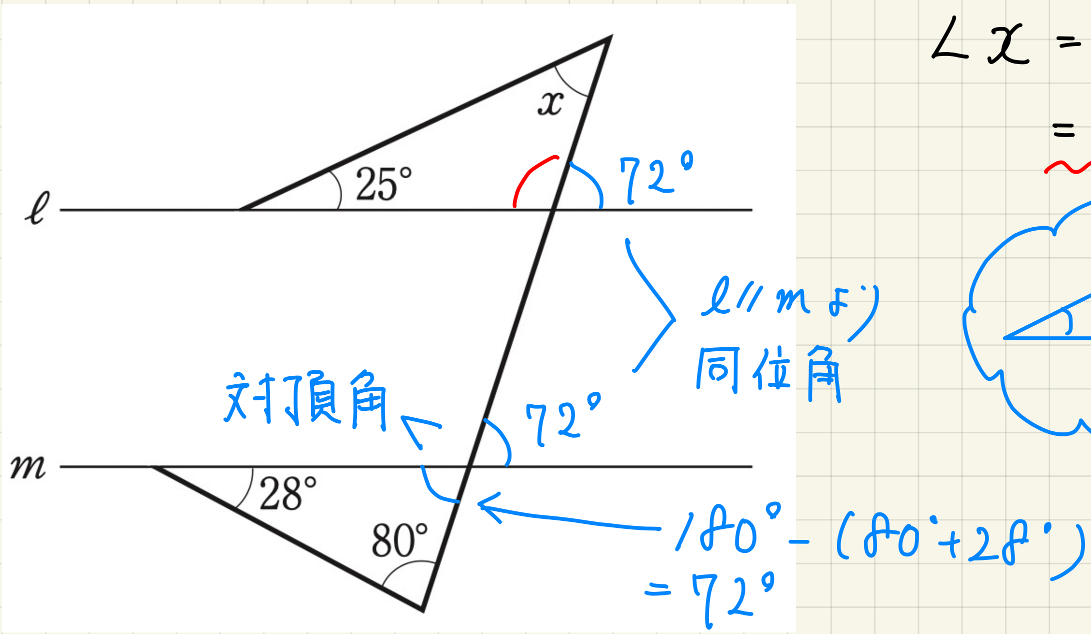
$$= 2$$

よって、傾き$(a) = 2$

$y = 2x + b$ とおくと、$x = 1$, $y = -3$ なので、

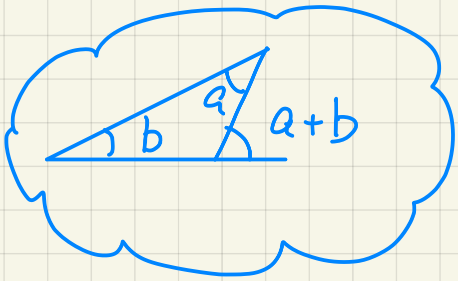
$-3 = 2 \times 1 + b \Rightarrow b = -5$

(16)

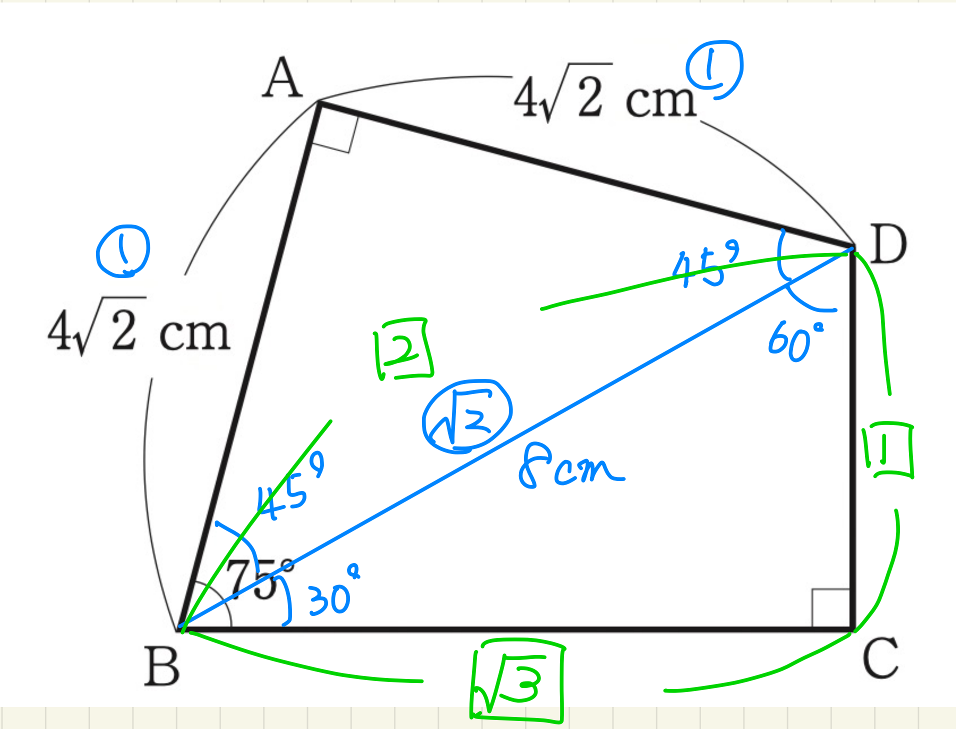


$\angle x = 72° - 25°$

$= 45°$



(7)



$AB = AD = 4\sqrt{2}$
$\angle BAD = 90°$
に着目して，BDに補助線を引けば
△ABDは直角二等辺三角形となる

△ABDにおいて，直角二等辺三角形より

$AB : AD : BD = 1 : 1 : \sqrt{2}$

よって，

$AB : BD = 1 : \sqrt{2}$

$AB = 4\sqrt{2}$

$\therefore \quad BD = 4\sqrt{2} \times \sqrt{2}$

$= 8$ cm

△ABDは直角二等辺三角形なので，

$\angle ABD = 45°$

$\therefore \angle DBC = 75° - 45°$

$= 30°$

$\angle BCD = 90°$より$\angle CDB = 30°$

よって，△BCDは，30°-60°-90°の直角三角形である。

$\therefore$ DC : BD : BC = 1 : 2 : $\sqrt{3}$

よって

$$\underset{8\,\text{cm}}{\underset{\shortparallel}{BD}} : BC = 2 : \sqrt{3}$$

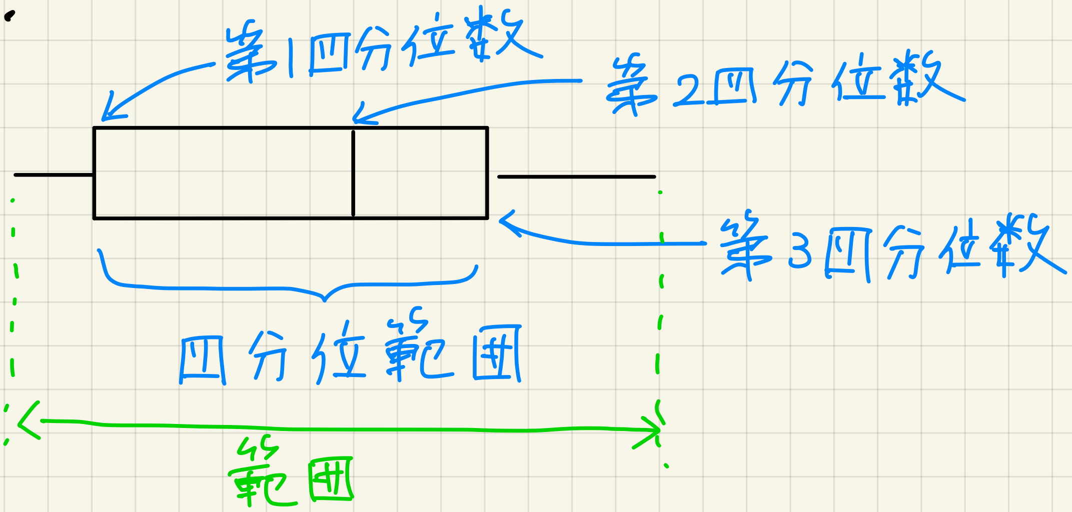
$\therefore$ $2BC = 8\sqrt{3}$ ⇒ $BC = 4\sqrt{3}$ cm

(8)

ア ： 第2四分位数 = 中央値 なので、正しい

イ ： 四分位範囲 = 第3四分位数 − 第1四分位数。
極端な値があっても、第3四分位数，
第1四分位数の変化はわずかであるため、
四分位範囲の影響を受けにくい。
よって正しい

ウ ：



箱の横の長さは、四分位範囲を表すので、誤り

エ ： 第1四分位数 = データの下位の中央値
⇒ 小さい方から25%目のデータ

第3四分位数 = データの上位の中央値
⇒ 大きい方から25%目のデータ
⇒ 小さい方から75%目のデータ.

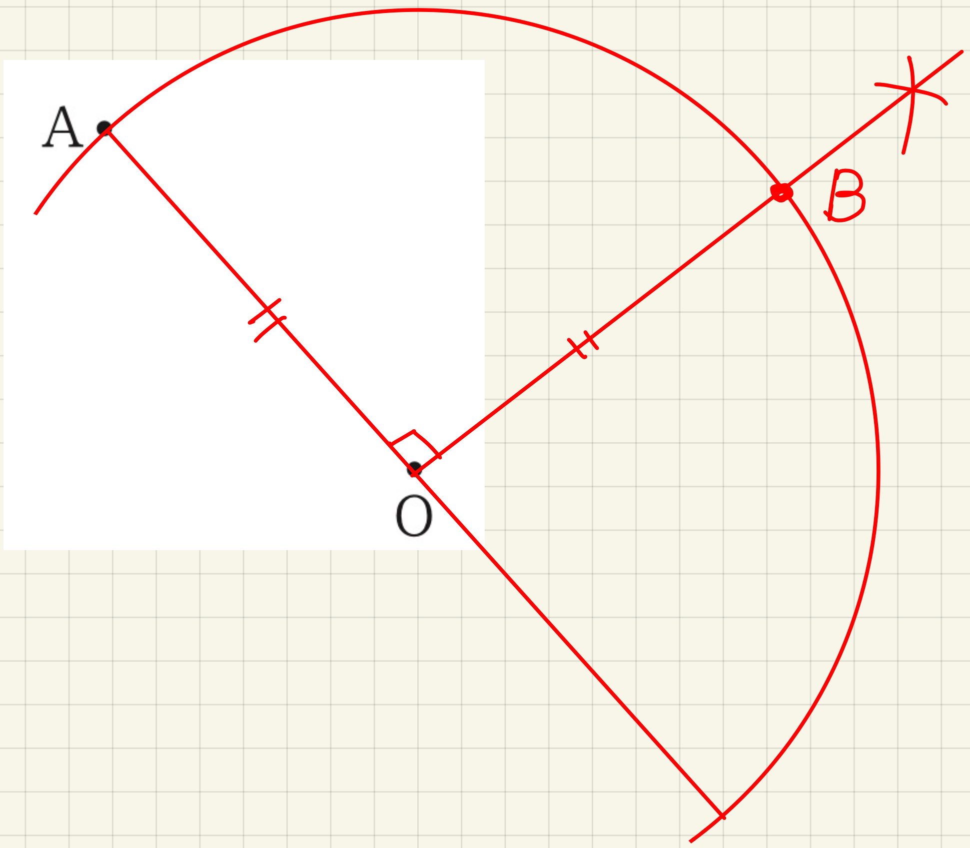
箱ひげ図の箱の大きさ = 四分位範囲
= 第3四分位数 − 第1四分位数
= 小さい方から75%目のデータ − 小さい方から25%目のデータ

よって, 箱で示された区間には, 全体の約50%のデータが含まれる。正しい

以上より, 答えはウ

$\boxed{2}$

(1)



①「点Oを中心として」 ⇒ 半径OAの円を描く.
②「時計回りに90°」 ⇒ ∠AOB = 90°となれば良い。

⇒点Oを通り、OAに垂直な線を描く。

①、②の交点が点Bである。

(2) ア

㋐ 1回目に取り出すカードは、5通り
2回目に取り出すカードは、1回目で1枚引いているので、4通り
3回目に取り出すカードは、2回目までに2枚引いているので、3通り
よって、5×4×3＝60通り

㋑ 百の位に着目すると、
百の位が3 → 350以上となる整数がいくつかできる。
百の位が4 → 十の位、一の位がどのカードでも350以上
百の位が5 → 十の位、一の位がどのカードでも350以上

したがって、3けたの整数が350以上になるには、百の位に着目すれば良い

㋑ 百の位が3のとき、
350以上となる場合は、
351, 352, 354
の3通り

(注) 353は、1回目と3回目に3を引くことになる。3のカードは1枚しかないので、不適

㋒ 百の位が4であれば、十の位、一の位がどのカードでも350以上。
よって、百の位が4のときも考える。

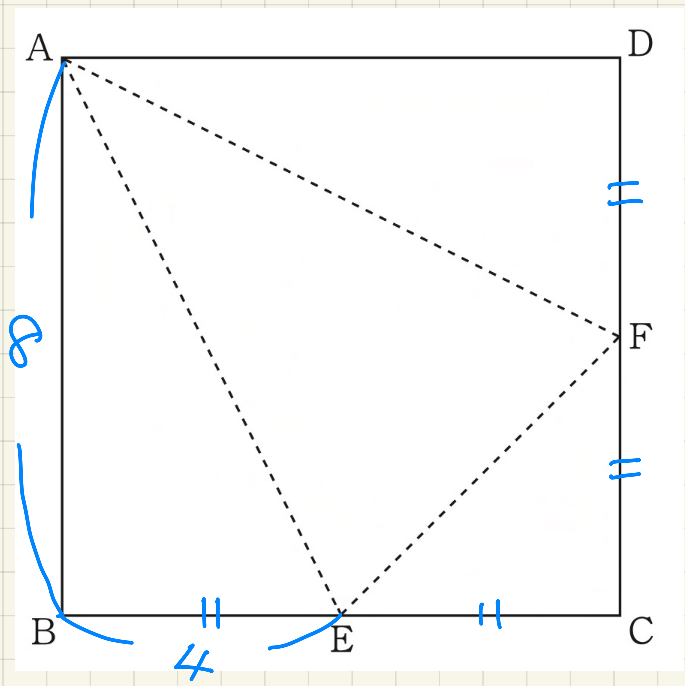
㋓ 百の位が5であれば、十の位、一の位がどのカードでも350以上。
よって、百の位が5のときも考える。

イ. 百の位が4のとき、
十の位 → 4通り
一の位 → 3通り
∴ $4 \times 3 = 12$通り
百の位が5のときも同様に12通り
百の位が3のときは、㋑より3通り
よって、350以上となるのは、
$12 + 12 + 3 = 27$通り
したがって、求める確率は、$\frac{27}{60} = \frac{9}{20}$

$\boxed{3}$

(1)

ア



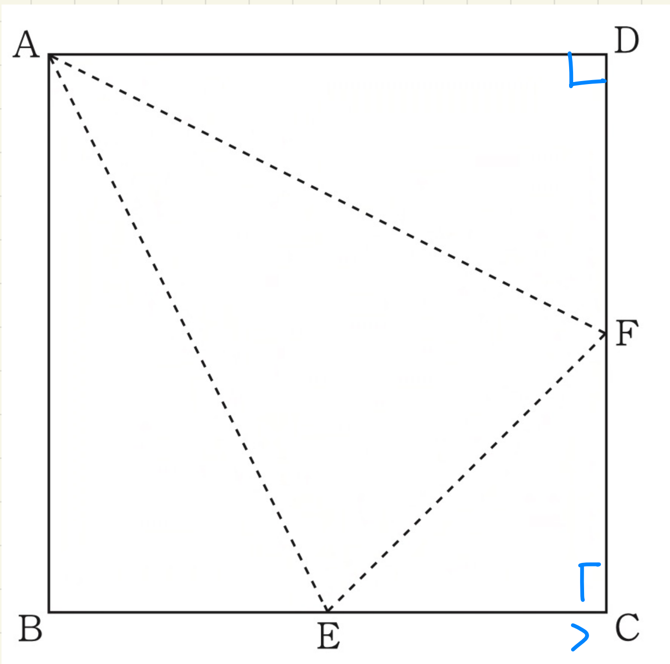
△ABEで三平方の定理より

$$AE = \sqrt{8^2+4^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

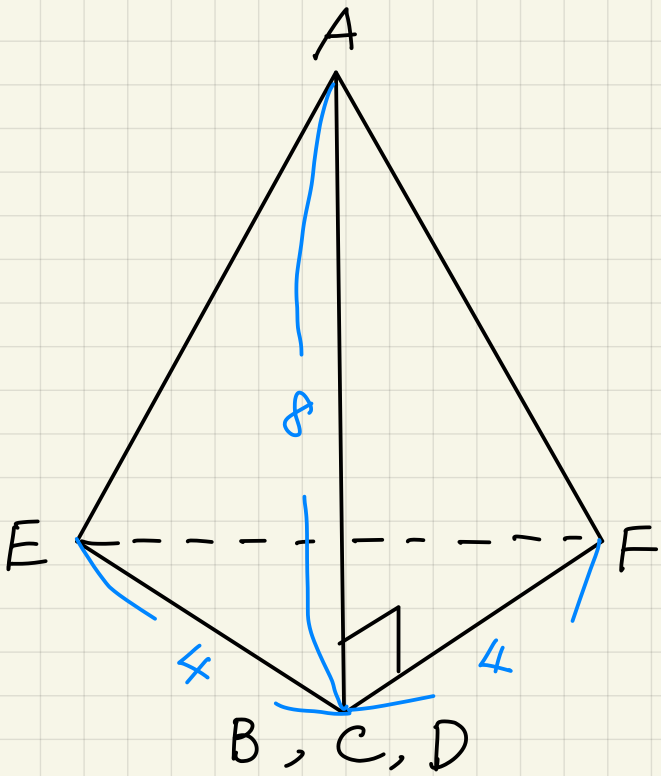
$= 4\sqrt{5}$ cm

イ

(i)



⇒

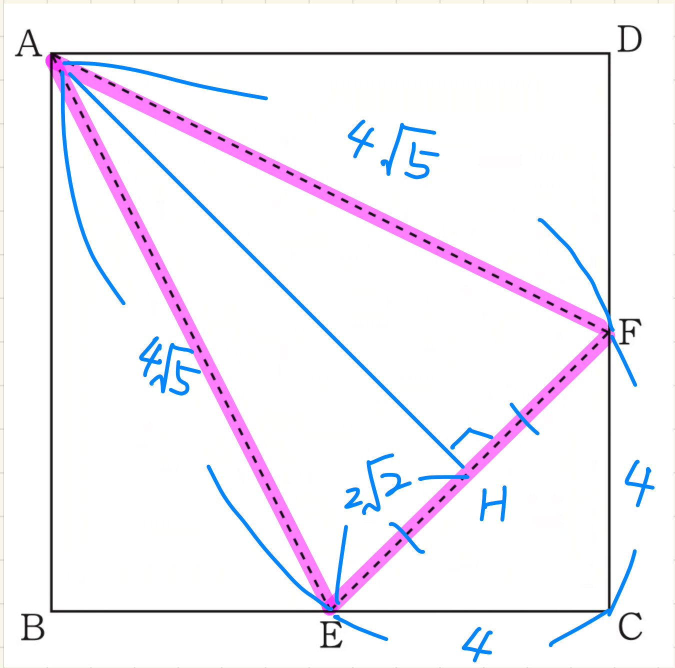


AE, EF, FAで折ったとき, B, DはCと重なる

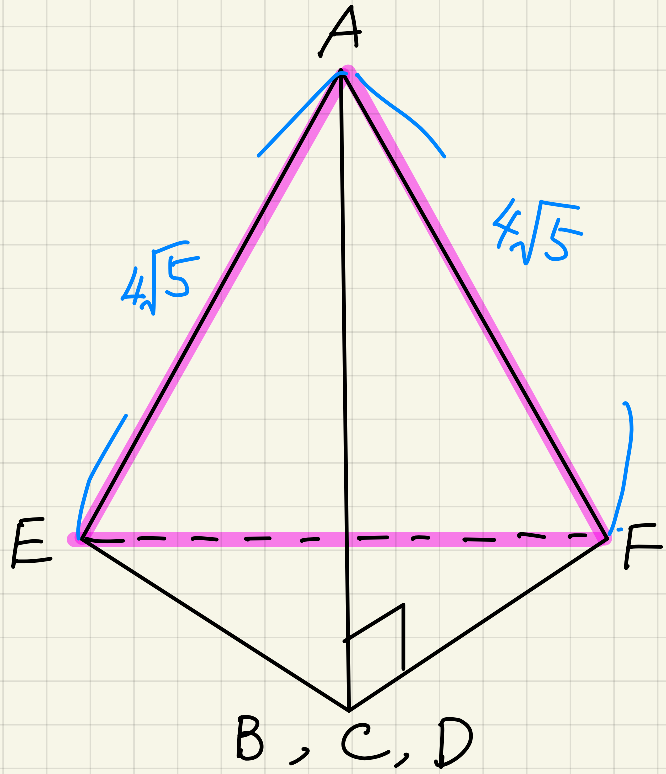
⇒ AD⊥DF より △ECFを底面とすると, 高さはADである。よって求める体積は

$$\underbrace{\frac{1}{2}\times 4\times 4}_{\triangle ECF}\times \underbrace{8}_{AD}\times\frac{1}{3} = \frac{64}{3}\ \text{cm}^3$$

(イ)



⇒



△AEFにおいて、辺EFを底辺としたときの高さをAHとする。(AH⊥EF)

△AEFはAE=AF=$4\sqrt{5}$より二等辺三角形であるから、EH=FH

△ECFで三平方の定理より

$$EF=\sqrt{4^2+4^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$= 4\sqrt{2}$$

$4\times2\times11$

$$\therefore EH=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}\ \text{cm}$$

36×2

△AEHで三平方の定理より

$$AH=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-(2\sqrt{2})^2} = \sqrt{80-8} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

$$=6\sqrt{2}\ \text{cm}$$

よって、△AEFを底面としたときの、三角錐の高さをh cmとすると、

$$\underbrace{\frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}}_{\triangle AEF} \times h \times \frac{1}{3} = \frac{64}{3}$$

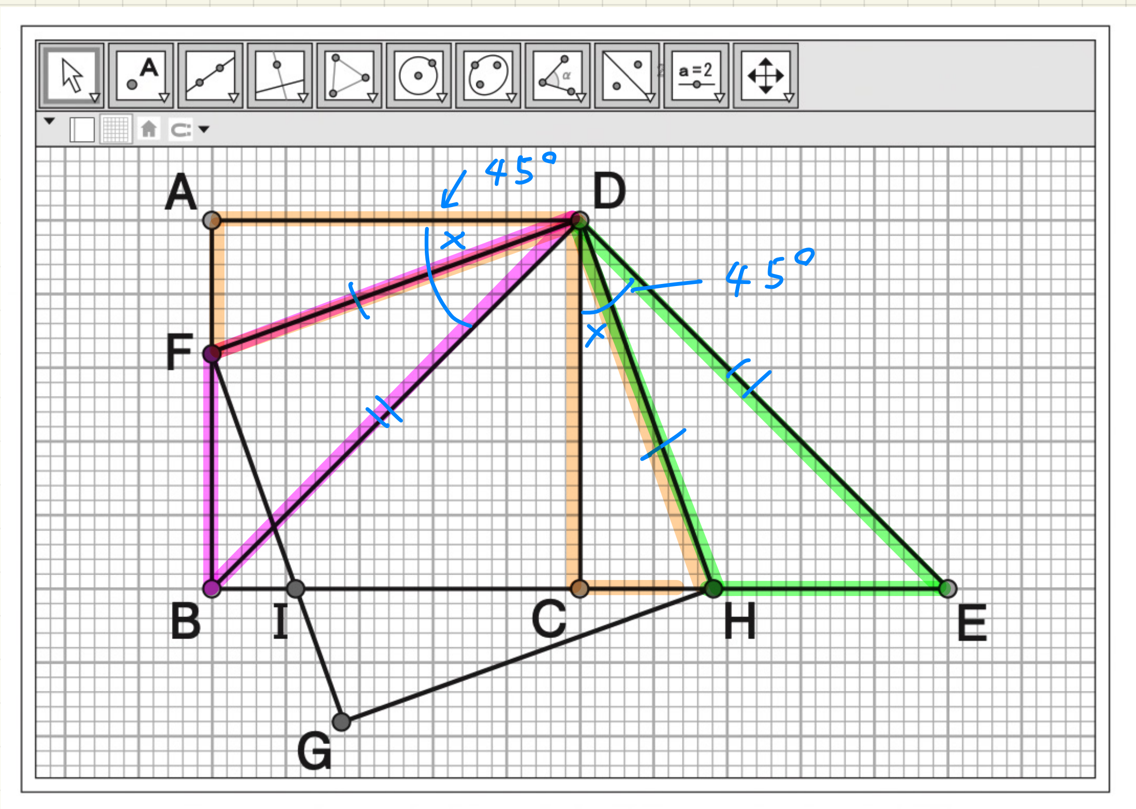
$$2\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} \times h = 64$$

$$24h = 64$$

$$h = \frac{64}{24} = \frac{8}{3} \text{ cm}$$

(2)

ア



[証明]

△DFBと△DHEにおいて、

△DBEは二等辺三角形だから、

$DB = DE$ ―― ①

四角形DFGHは正方形だから

あ $DF = DH$ ―― ②

また、2つの直角三角形DAFとDCHにおいて、

$\angle DAF = \angle DCH = 90°$

$DF = DH$

$DA = DC$

であるから、$\triangle DAF \equiv \triangle DCH$

したがって $\angle ADF = \angle CDH$ であり

$\angle BDF = 45° - \angle ADF$

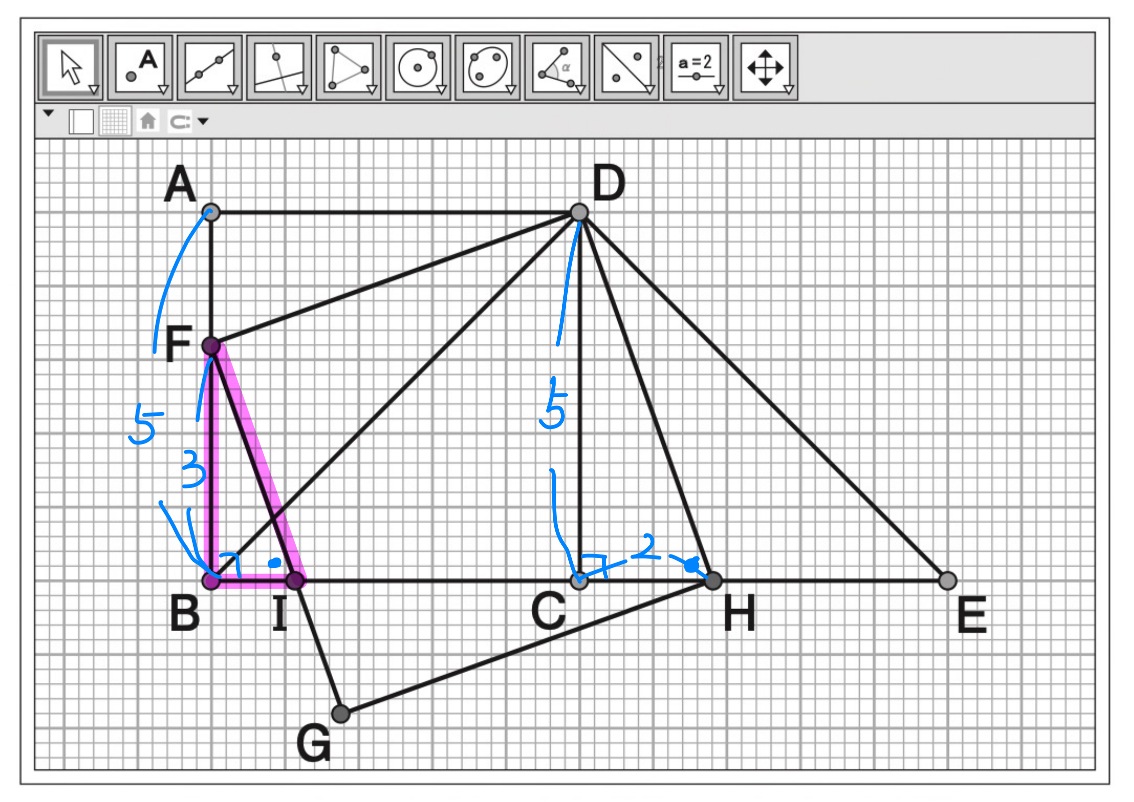
$\angle EDH = 45° - \angle CDH$ であるから

い $\angle BDF = \angle EDH$ ―― ③

①、②、③から

う 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、$\triangle DFB \equiv \triangle DHE$

イ.



アより △DAF ≡ △DCH。対応する辺の長さは等しいので,

$AF = CH = 2$ cm

$AB = 5$ cm より

$FB = 5 - 2 = 3$ cm

また, △FBI と △DCH において,

$\angle FBI = \angle DCH = 90^\circ$ —— ①

□FGHD は正方形なので, DI // DH.

平行線の同位角は等しいから

$\angle BIF = \angle CHD$ —— ②

①, ② より 2組の角がそれぞれ等しいので.

$\triangle FBI \backsim \triangle DCH$

対応する辺の比は等しいから

$\underbrace{FB}_{3} : \underbrace{DC}_{5} = BI : \underbrace{CH}_{2}$

$\therefore\ 5BI = 6 \Rightarrow BI = \frac{6}{5}$ cm

よって、求める面積は

$$\frac{1}{2} \times 3 \times \frac{6}{5} = \frac{9}{5}\ \text{cm}^2$$

$\boxed{4}$

(1)

ア. 点Aは $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあり $x = 2$

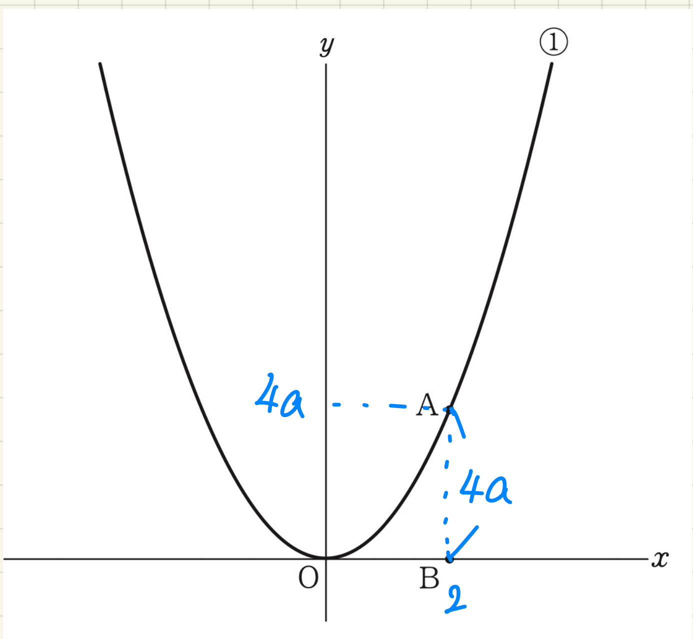
なので

$$y = \frac{1}{2} \times 2^2 = 2$$

イ. 点Aは $y = ax^2$ のグラフ上にあり $x = 2$

なので

$$y = a \times 2^2 = 4a$$



よって、AB = 4a cm ―☆

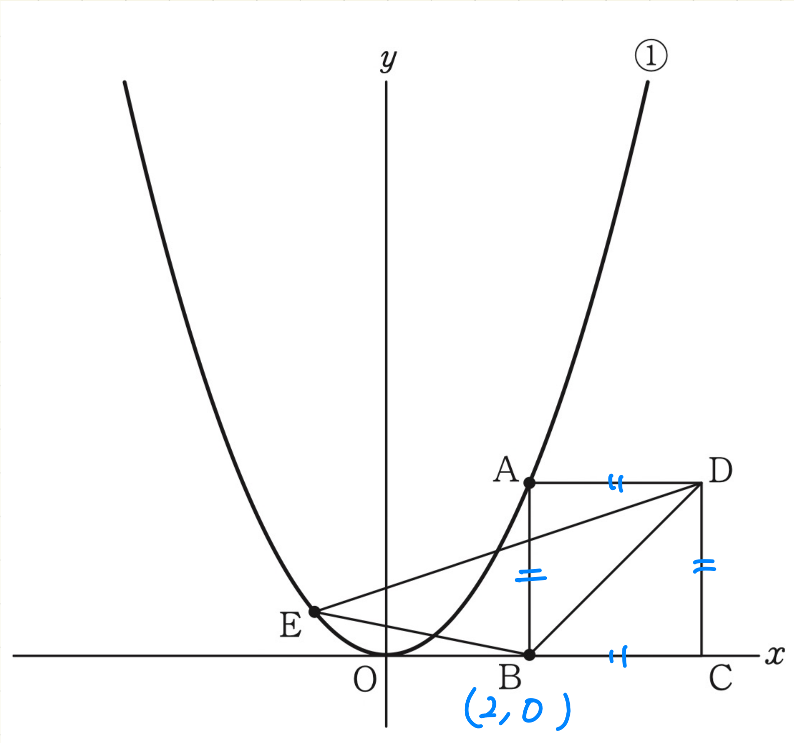
これが 6cm となるので

$$4a = 6$$

$$a = \frac{3}{2}$$

(2)

ア



□ABCDは正方形なので, BC = DC.

1次関数では, 傾き = 変化の割合なので.

$$傾き = 変化の割合 = \frac{yの増加量}{xの増加量}$$

$$= \frac{DC}{BC}$$

BC = DCより

$$= 1$$

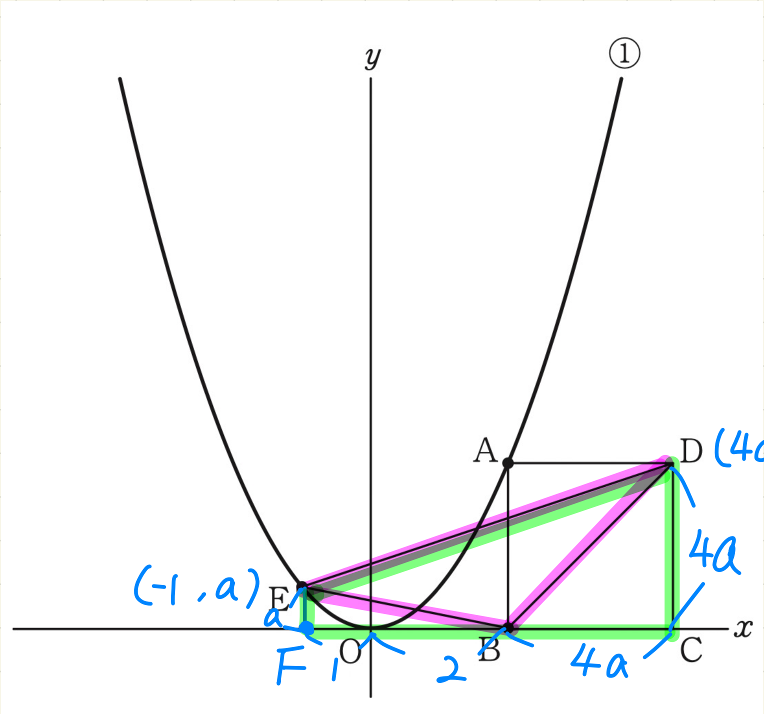
求める直線の式を $y = x + b$ とおくと. B(2, 0) を通るので.

$$0 = 2 + b \Rightarrow b = -2$$

よって.

$y = x - 2$

イ.



点Eのx座標をFとする.

$\triangle EBD =$ 台形EFCD
$- \triangle EFB$
$- \triangle BCD$

点Eは $y = ax^2$ のグラフ上にあり $x = -1$ なので.

$y = a \times (-1)^2$
$= a$　　∴ $FE = a$ cm.

(1) イ ☆ より $AB = 4a$ cm で □ABCDは正方形なので,

$BC = CD = 4a$

よって, 台形EFCDの面積は.

$$\frac{(a + 4a) \times (4a + 3)}{2} = \frac{5a(4a+3)}{2}$$

△EFBの面積は.

$$\frac{1}{2} \times 3 \times a = \frac{3}{2}a$$

$\triangle$BCDの面積は

$$\frac{1}{2} \times 4a \times 4a = 8a^2$$

したがって、$\triangle$BDEの面積は、

$$\triangle BDE = \frac{5a(4a+3)}{2} - \frac{3}{2}a - 8a^2$$

$$= \frac{20a^2 + 15a - 3a - 16a^2}{2}$$

$$= 2a^2 + 6a$$

これが $80\,cm^2$ となれば良いので、

$$2a^2 + 6a = 80$$

$$a^2 + 3a - 40 = 0$$

$$(a-5)(a+8) = 0$$

$$\therefore\ a = 5,\ -8$$

$a > 0$ より $a = 5$

問題文より $y = ax^2\ (a > 0)$

$\boxed{5}$

(1)

あ　りんごとなしを合わせて50個，りんごをa個とすると，なしは

$50-a$ 個

い　$\begin{cases} a+b=50 \\ 120a+150b+\underbrace{40}_{\text{箱代}}=6700 \end{cases}$

(2)

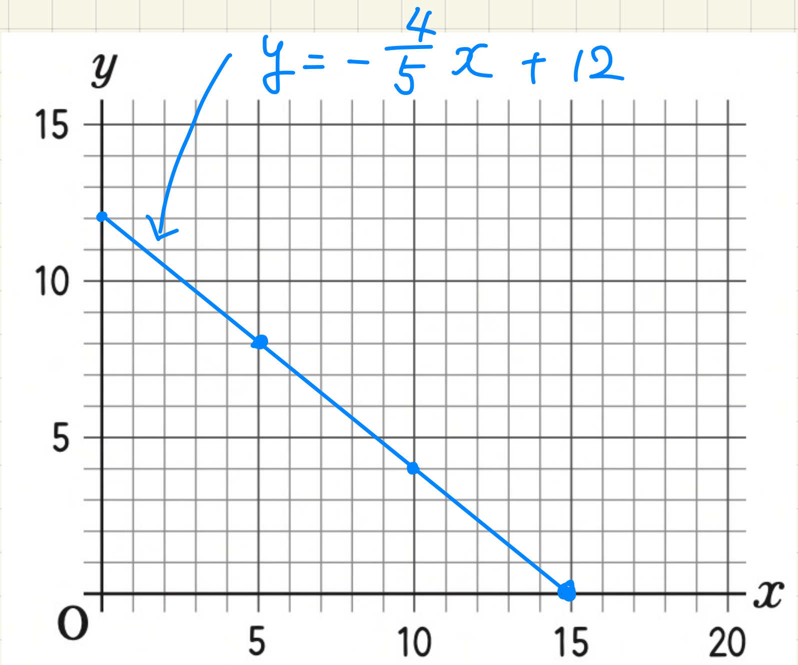
ア

う　$120(x+18)+150(y+18)+40=6700$

イ

え　$4x+5y=60$ を y について整理すると，

$5y=-4x+60 \Rightarrow y=-\frac{4}{5}x+12$



りんごとなしをそれぞれ$(x+18)$個，$(y+18)$個としているので，x, yは0以上の整数となれば良い。
グラフより
$(x, y) = (0, 12), (5, 8), (10, 4), (15, 0)$

㋔ 50個より多い ⇒ 50個は含まない
(i) $x=0, y=12$のとき
りんご → $0+18=18$個，なし → $12+18=30$個
合計48個で不適

(ii) $x=5, y=8$のとき
りんご → $5+18=23$個，なし → $8+18=26$個
合計49個で不適

(iii) $x=10, y=4$のとき
りんご → $10+18=28$個，なし → $4+18=22$個
合計50個で不適

(iv) $x=15, y=0$のとき
りんご → $15+18=33$個，なし → $0+18=18$個
合計51個で条件を満たす。

以上より，条件Bを満たすのは$(x, y)=(15, 0)$だけだから，りんご33個，なし18個