2023年度　群馬県

数学

kmkm

1.

(1)

① 与式 $= 2+4$

$= 6$

② 与式 $= 2a^3$

③ 与式 $= -6x+2y+2x$

$= -4x+2y$

(2)

① $6x-1 = 4x-9$

$\Leftrightarrow 2x = -8 \quad \therefore x=-4$

② 解の公式より

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2-4\times1\times3}}{2}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

(3)

ア：絶対値 3

イ：絶対値 5

ウ：絶対値 $\frac{5}{2} = 2.5$

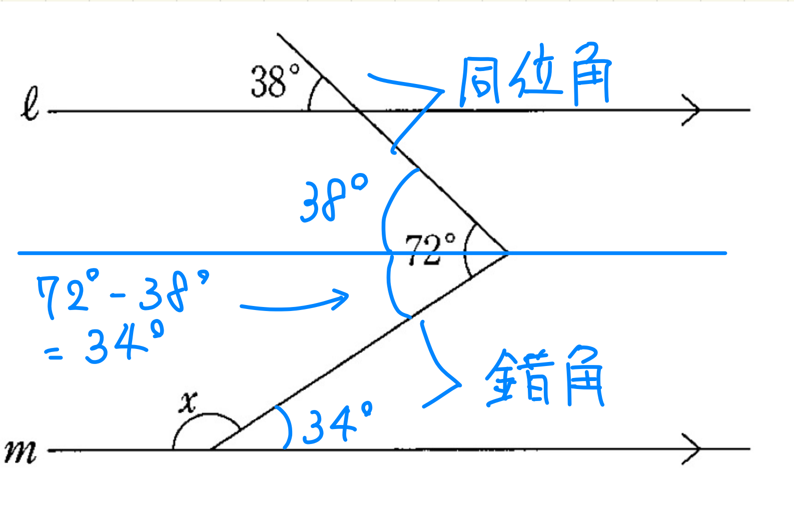
エ：絶対値 2.1 よって エ

(4) $y=ax^2$ に $x=-2,\ y=-12$ を代入して

$$-12=a\times(-2)^2$$

$$4a=-12 \quad \therefore\ a=-3$$

(5)



$$\angle x = 180^\circ - 34^\circ$$

$$= 146^\circ$$

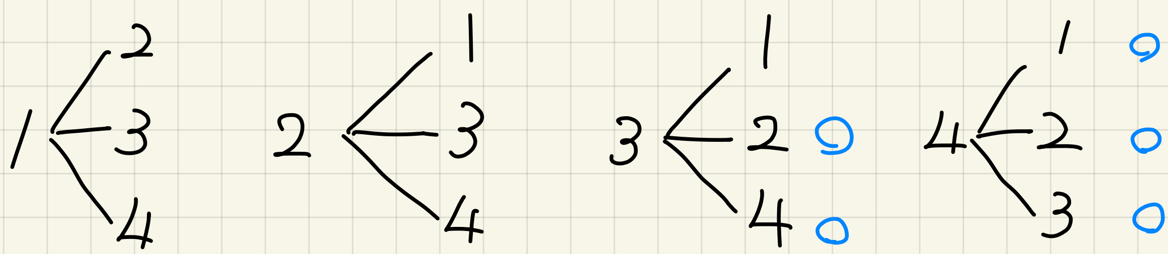
(6) $a^2-4a+4=(a-2)^2$ より $a=2+\sqrt{5}$ を代入して

$$(a-2)^2=(2+\sqrt{5}-2)^2$$

$$=\sqrt{5}^2$$

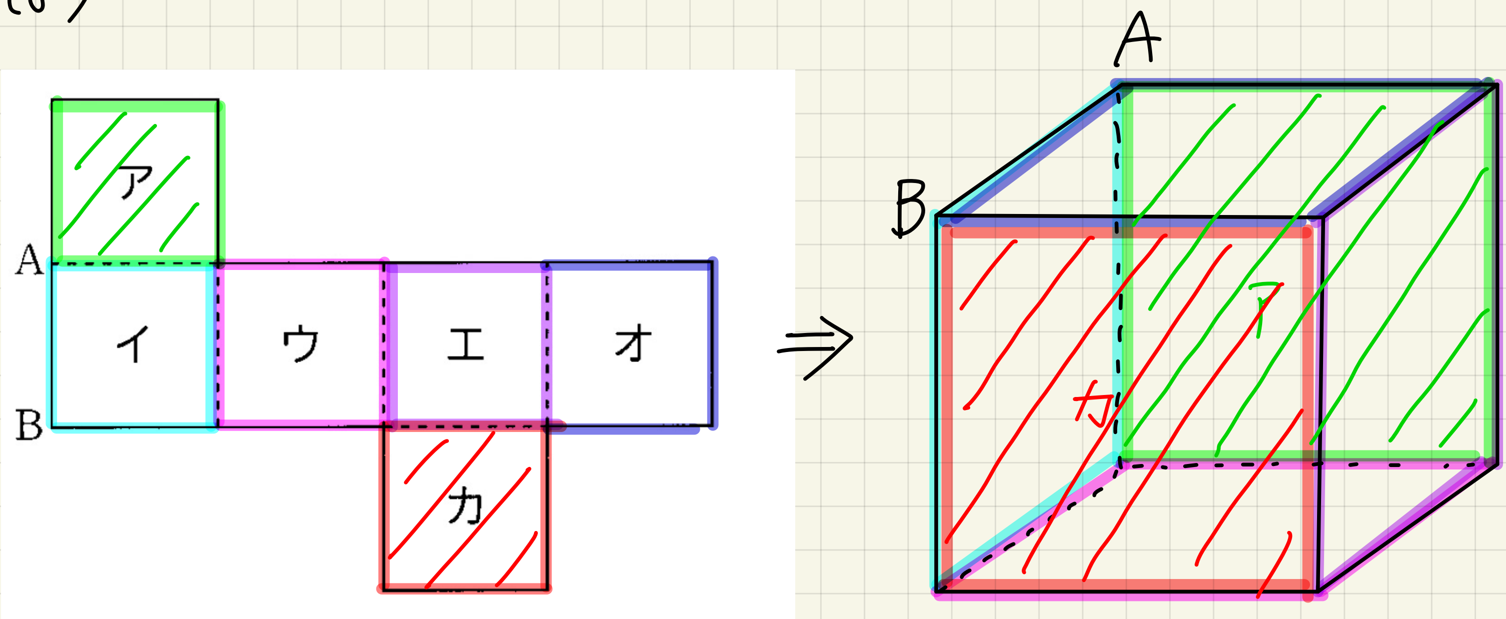
$$=5$$

(7) 樹形図は以下の通り



よって、求める確率は $\dfrac{5}{12}$

(8)



辺ABと垂直になる面は、ア、カ

(9)

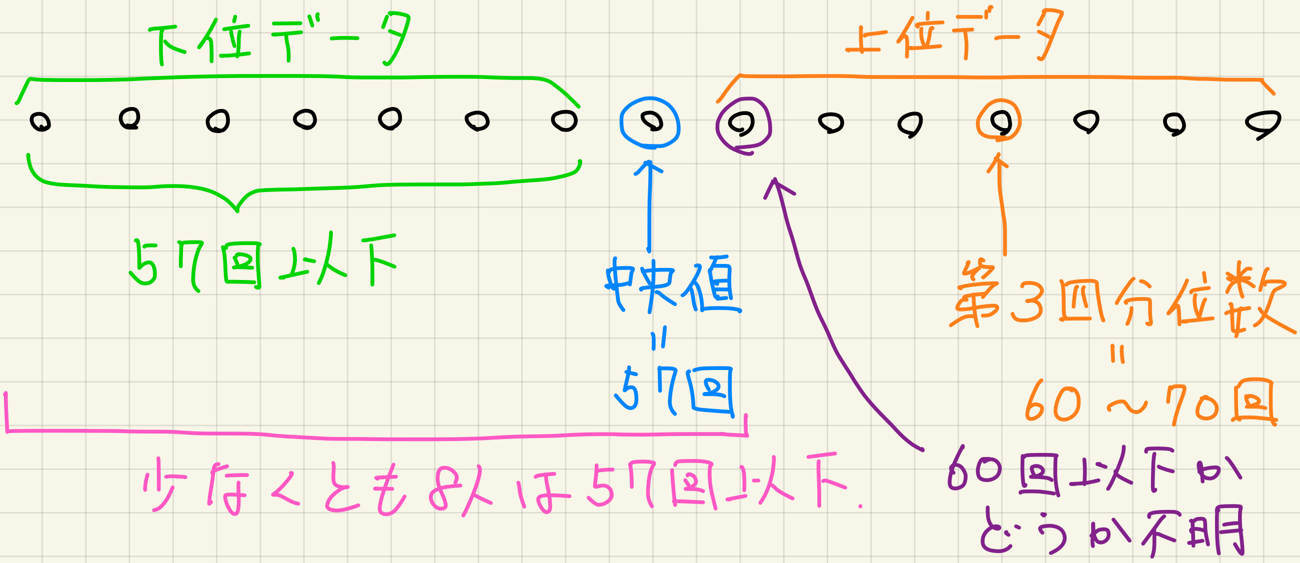
ア：35回は最小値であるが、最小値が1人とは限らないため誤り

イ：95回は最大値なので、正しい

ウ：箱ひげ図では、平均値は△などで記載されるが、記載がないため、平均値は不明。よって誤り

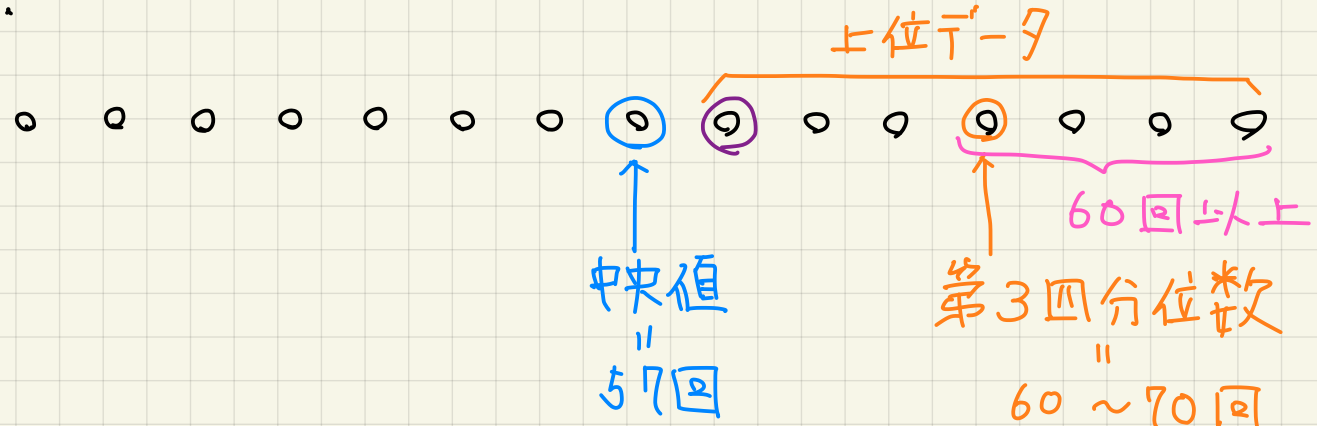
注 57回は、中央値である。

エ：



57回以下は少なくとも8人いるが、9番目の生徒が60回以下かどうか分からないため、60回以下が少なくとも9人いるかどうか分からない。よって 誤り

オ：



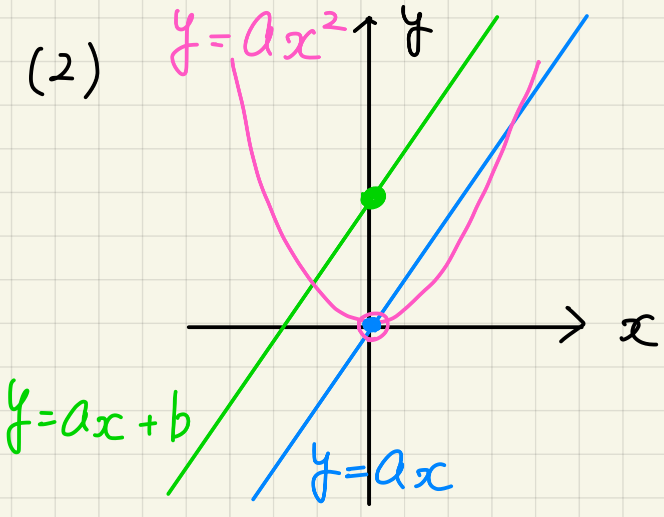
第3四分位数が60〜70回なので、60回以上は少なくとも4人いる。よって正しい

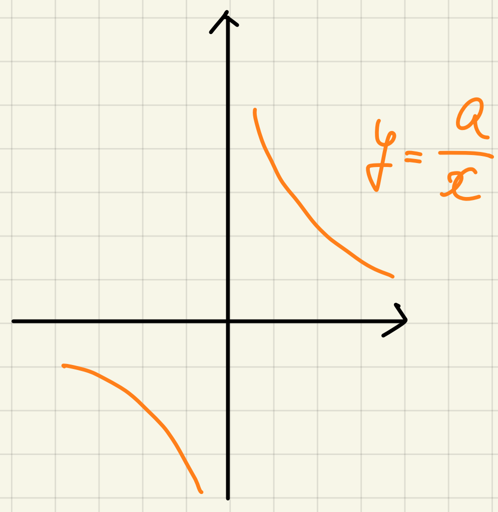
以上より答えは、イ, オ

2.

(1) 1次関数では、傾き = 変化の割合であるが、$y=ax^2$ では、x の変域によって異なる。
よって
① ○ ② ×

(2)





ア：$y=ax$，$y=ax+b$ は y 軸について
対称ではない ⇒ 当てはまらない

イ：$y=ax$，$y=ax+b$，$y=ax^2$ いずれも
y 軸と交点をもつ． ⇒ 当てはまる

一方，$y=\frac{a}{x}$ は y 軸と交点をもたない。

⇒ 当てはまらない

ウ：$y=ax+b$ で $x=1$ のとき $y=a+b$ なので
当てはまらない

エ：$y=ax$，$y=ax+b$，$y=ax^2$ において，
$a>0$，$x>0$ のとき，x が増加すると，
y も増加する ⇒ 当てはまる．

一方，$y=\frac{a}{x}$ において，$a>0$，$x>0$ のとき，

x が増加すると，y は減少する

⇒ 当てはまらない

よって答えは，イ，エ

3.

(1)

$$\underbrace{\overset{1}{a},\overset{2}{5},\overset{3}{b}}_{①},\underbrace{\overset{4}{a},\overset{5}{5},\overset{6}{b}}_{②},\underbrace{\overset{7}{a},\overset{8}{5},\overset{9}{b}}_{③},\cdots$$

a, 5, b を1つのまとまりとして，これがくり返されている。

$20 = 3\times 6 + 2$ なので，20番目は 5

$$\underbrace{\cdots}, \underbrace{\overset{16}{a},\overset{17}{5},\overset{18}{b}}_{⑥}, \overset{19}{a}, \overset{20}{5}, b$$

(2) 1番目から7番目の和が18なので

$$\underbrace{(\overset{1}{a}+\overset{2}{5}+\overset{3}{b})}_{①}+\underbrace{(\overset{4}{a}+\overset{5}{5}+\overset{6}{b})}_{②}+\overset{7}{a}=18$$

よって

$$3a+2b=8 \quad —— ①$$

$50 = 3\times 16 + 2$ より

$$\underbrace{(\overset{1}{a}+\overset{2}{5}+\overset{3}{b})}_{①}+\underbrace{\cdots}+\underbrace{(\overset{46}{a}+\overset{47}{5}+\overset{48}{b})}_{⑯}+\overset{49}{a}+\overset{50}{5}=121$$

$$\Leftrightarrow 16(a+5+b)+a+5=121$$

$$\Leftrightarrow 17a+16b=36 \quad —— ②$$

①×8 − ② より

$$
\begin{array}{rrcr}
 & 24a + 16b & = & 64 \\
-) & 17a + 16b & = & 36 \\
\hline
 & 7a & = & 28 \\
 & a & = & 4
\end{array}
$$

$a=4$ を①に代入して

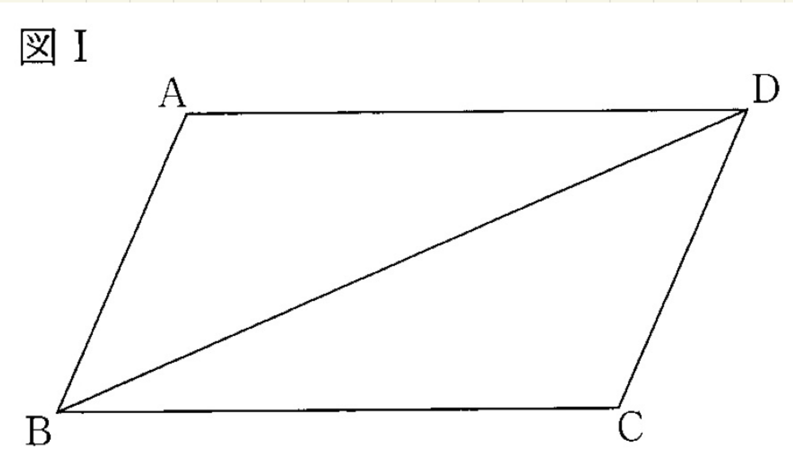
$3\times4+2b=8 \Rightarrow b=-2$

a, b は整数なので、問題に適している。

よって、$a=4,\ b=-2$

4.

(1)



△ABDと△CDBにおいて、

□ABCDは平行四辺形なので、

AB = CD —①

AD = CB —②

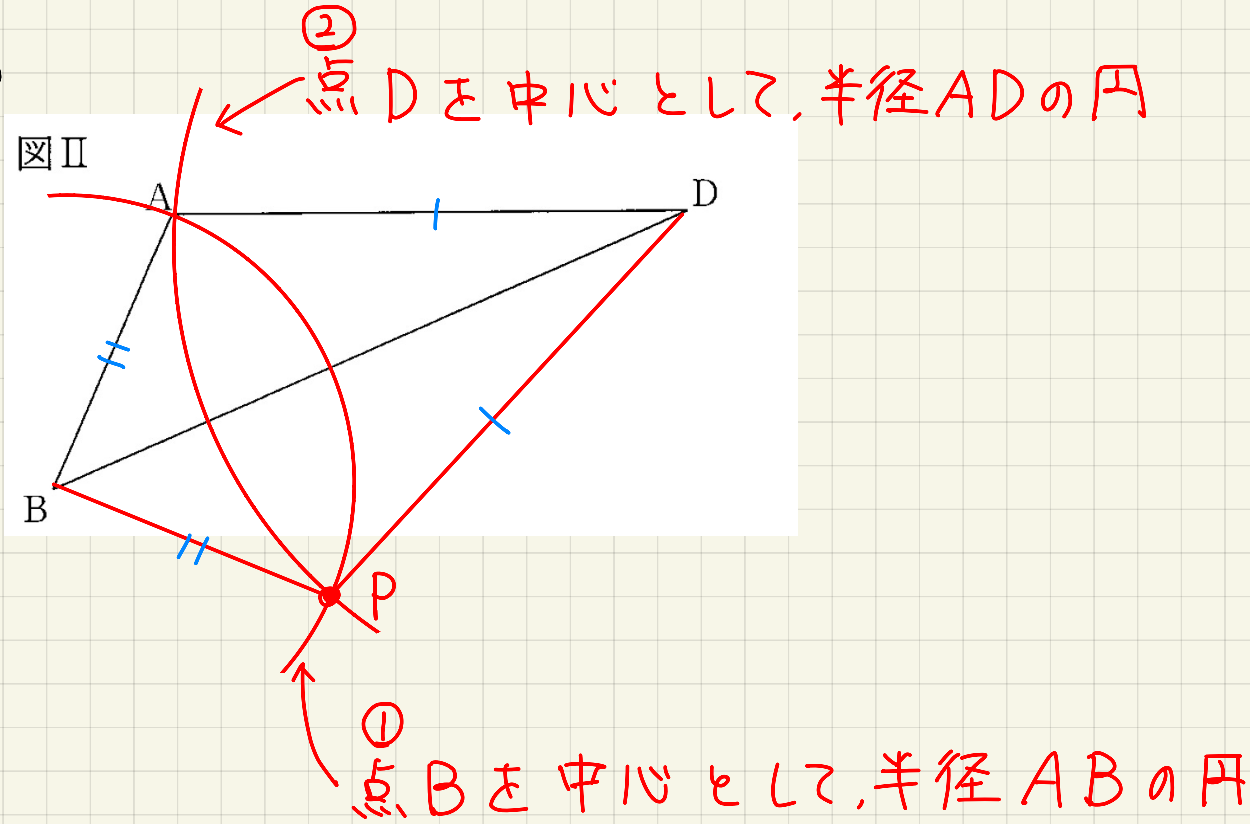
共通な辺は等しいので、

BD = DB —③

①, ②, ③より3組の辺がそれぞれ等しいので、

△ABD ≡ △CDB (証明終わり)

(2)



①、②の交点のうち、点Aと異なる点をPとする。
AB = PB、AD = PD、BD = DB より
△ABD ≡ △APB であるが、▱ABCDは
平行四辺形でない。

5.

(1) $0 \leqq x \leqq 20$ のとき、$y = \frac{1}{4}x^2$ である。

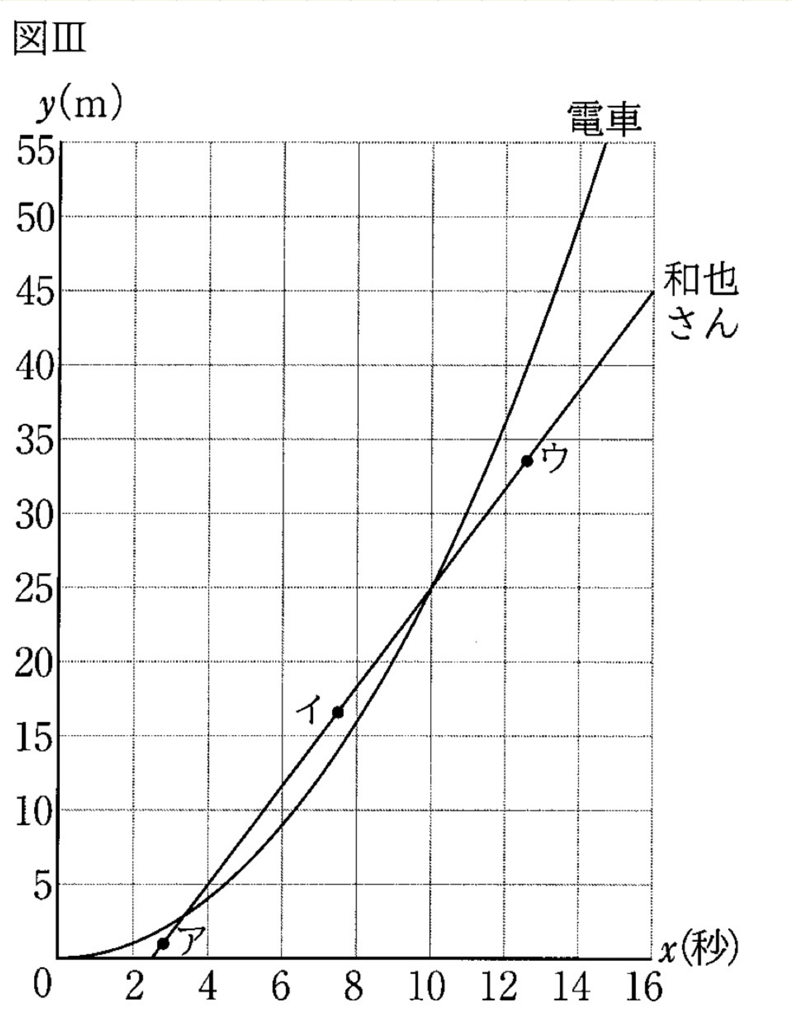
$x = 6$ を代入して、

$$y = \frac{1}{4} \times 6^2$$

$$= 9$$

(2)

①

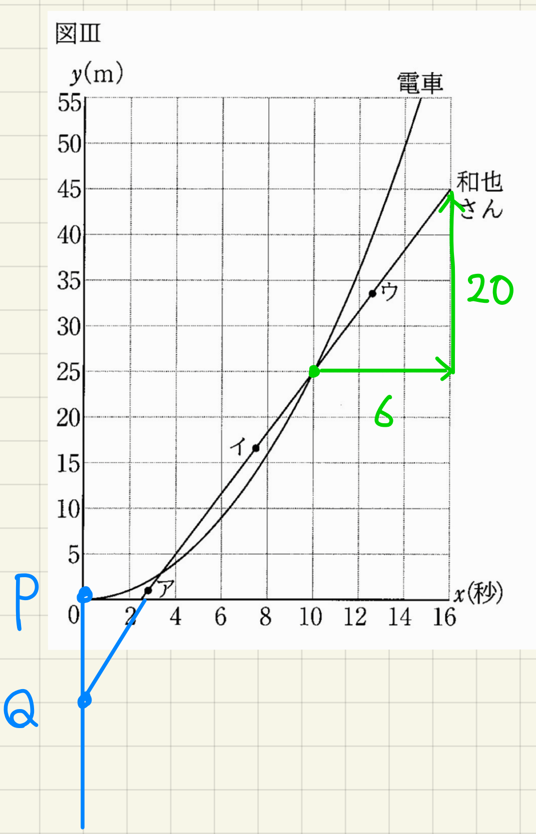


ア：電車のグラフの方が上にあるため，電車の方が前を走っている。

イ：和也さんのグラフの方が上にあるため，和也さんの方が前を走っている。

ウ：電車のグラフの方が上にあるため，電車の方が前を走っている。

②



電車がP地点にいるとき，すなわち$x=0$のとき，和也さんは点Qにいる。和也さんのグラフの式を$y=ax+b$とおくと，1次関数では，傾き＝変化の割合なので

$$a = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$= \frac{45-25}{16-10} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

※傾きは速さと等しい。和也さんは毎秒 $\frac{10}{3}$ m の速さで進んだので $a=\frac{10}{3}$ と求めても良い

よって, $y=\frac{10}{3}x+b$ で, $x=10$, $y=25$ を通るので,

$$25=\frac{10}{3}\times 10+b \Rightarrow b=-\frac{25}{3}$$

$\therefore y=\frac{10}{3}x-\frac{25}{3}$。$x=0$ のとき, $y=-\frac{25}{3}$ であり,

点Qは点Pの西側にあるので, PQ間は $\frac{25}{3}$ m

③ 点Pは $y=0$ の地点なので, $y=\frac{10}{3}x-\frac{25}{3}$ に

$y=0$ を代入して,

$$0=\frac{10}{3}x-\frac{25}{3} \Leftrightarrow 10x=25 \quad \therefore x=\frac{5}{2}$$

$x=\frac{5}{2}$ のとき, 電車のグラフは $y=\frac{1}{4}x^2$ なので,

$$y=\frac{1}{4}\times\left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$=\frac{25}{16}$$ ← 電車は点Pから $\frac{25}{16}$ m の地点にいる.

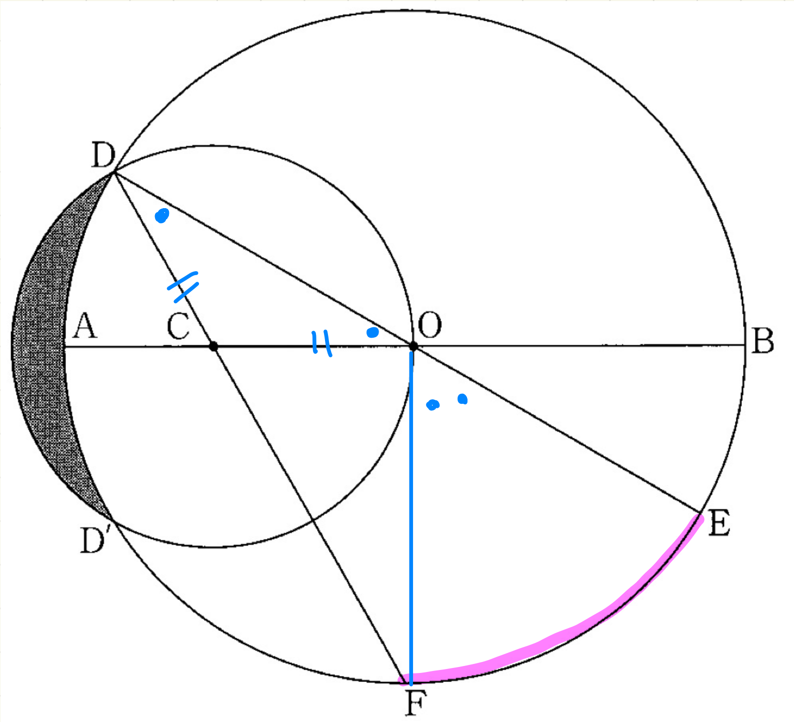
よって, 電車と和也さんの距離は

$$\frac{25}{16}-0=\frac{25}{16}\text{ m}$$

点Pは $y=0$ の地点

6.

(1)



円Cの半径より CO=CD だから△CODは二等辺三角形になるので、

∠EDF = ∠AOD ― ①

※底角が等しい

また、∠EDFは $\overset{\frown}{EF}$ の円周角であり、円周角は中心角の $\frac{1}{2}$ 倍になるので、

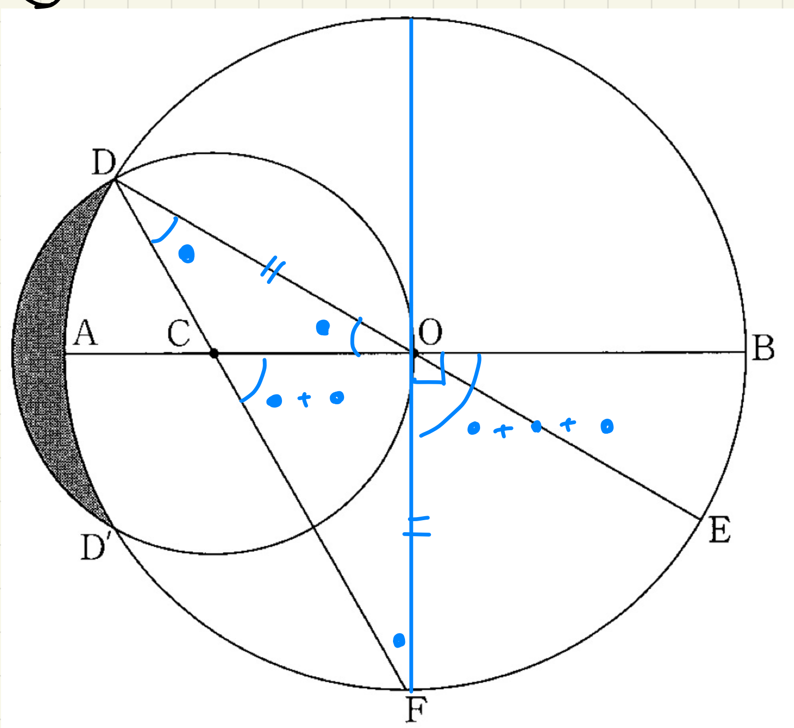
∠EDF = $\frac{1}{2}$∠EOF ― ②

したがって、①、②より

∠AOD = $\frac{1}{2}$∠EOF になる（証明終わり）

(2)

①

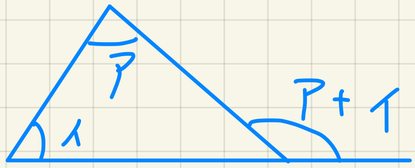


∠EDF = ● とおく。

△CODは二等辺三角形なので、

∠COD = ∠EDF
= ●

△CODで外角の定理より



$\angle OCF = \angle COD + \angle EDF$

$= \bullet + \bullet$

また、OD, OF は円Oの半径なので、$OD = OF$

∴ △ODFは二等辺三角形なので、

$\angle OFC = \angle EDF$

$= \bullet$

△CFOで外角の定理より

$\angle FOB = \angle OCF + \angle OFC$

$= \bullet + \bullet + \bullet$

$\angle FOB = 90°$ より

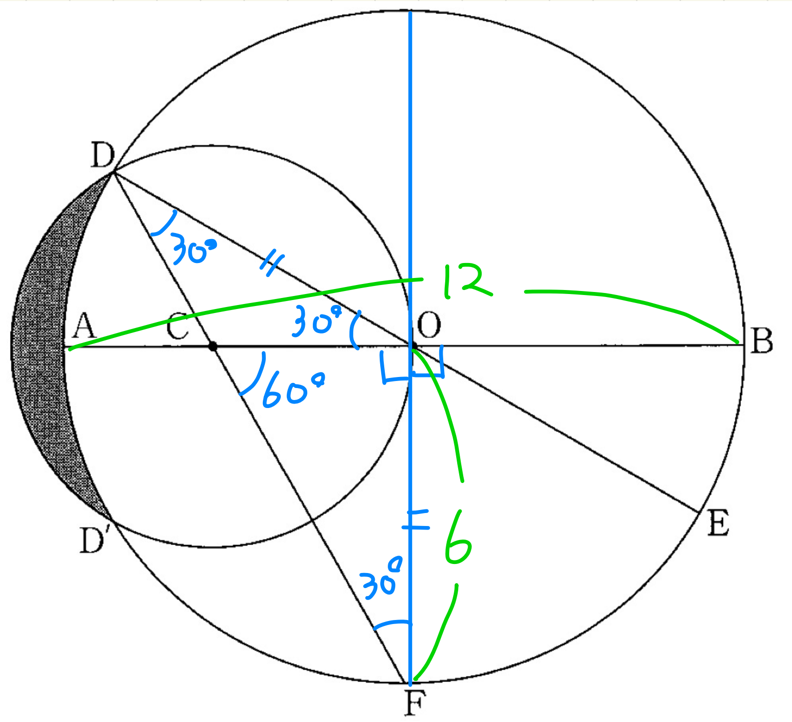
$90 = \bullet + \bullet + \bullet$

$\therefore \bullet = 90° \div 3$

$= 30°$

よって $\angle EDF = 30°$

②



①より

$\angle OCF = 60°$

$\angle CFO = 30°$

また、OFは円Oの半径であり、直径が12cmなので、$OF = 6$ cm

△CFOは30°-60°-90°の直角三角形なので、

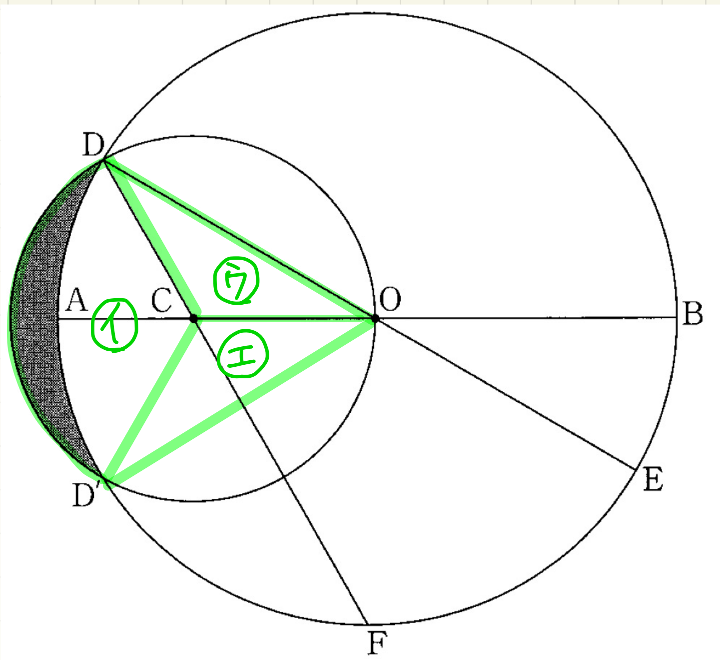
$$\underline{OC} : CF : \underbrace{OF}_{6} = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

よって、

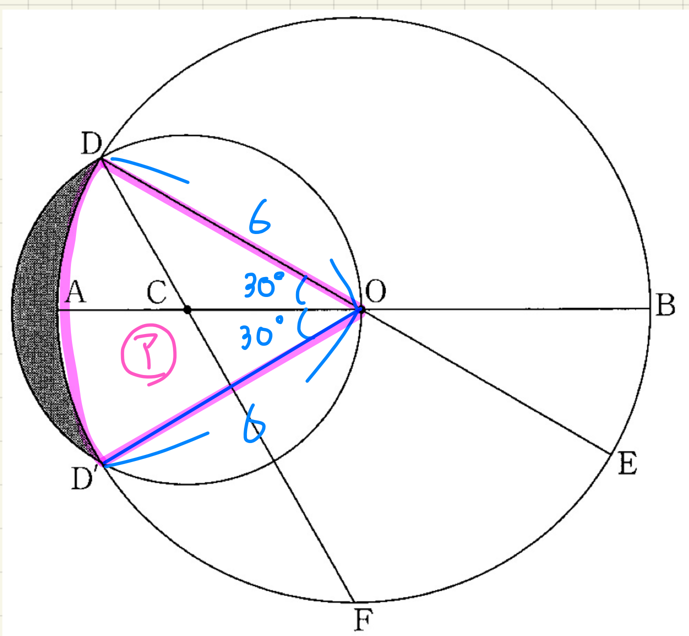
$$OC : \underbrace{OF}_{6} = 1 : \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}\,OC = 6 \Rightarrow OC = \frac{6}{\sqrt{3}} = \underline{2\sqrt{3}\text{ cm}}$$

③



−



求める面積は

㋑ + ㋒ + ㋓ − ㋐

で求めることができる。

㋐について

①より

$\angle COD = 30^\circ$

DとD′はOAに対して対称なので

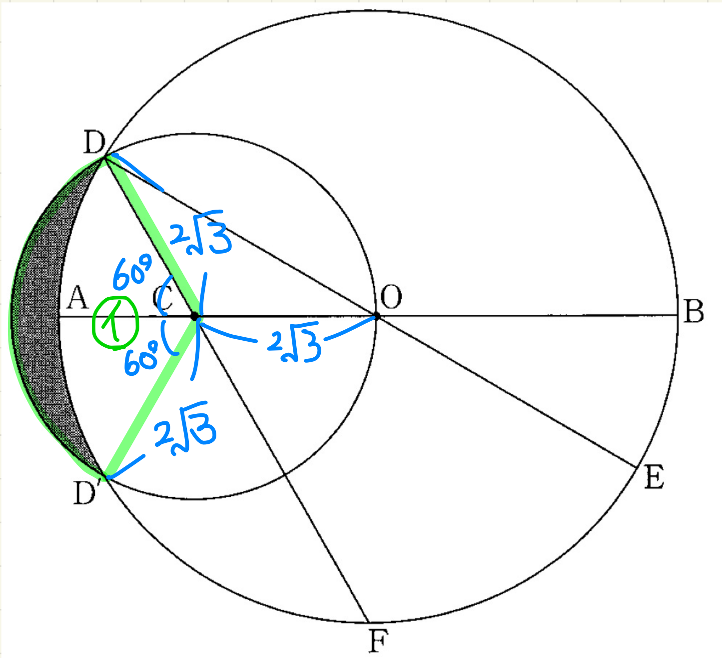
$\angle COD' = 30^\circ$

よって $\angle DOD' = 60^\circ$

ゆえに、扇形ODD′(㋐)の面積は

$$6 \times 6 \times \pi \times \frac{60}{360} = 6\pi \text{ cm}^2$$

㋑について



①より

$\angle DCA = 60^\circ$

DとD′はOAに対して対称なので

$\angle D'CA = 60^\circ$

よって $\angle DCD' = 120^\circ$

②より $OC = 2\sqrt{3}$ であり、

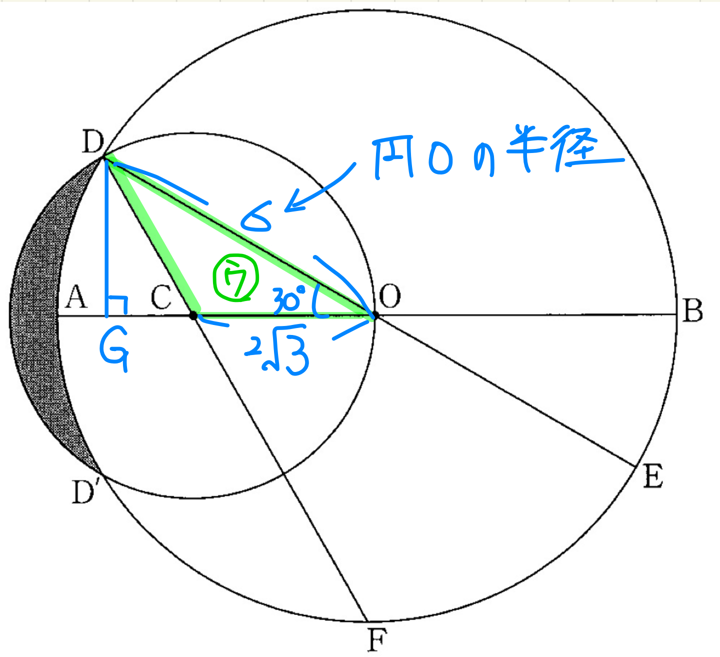
CD, CD′は円Cの半径なので、

$CD = CD' = OC = 2\sqrt{3}$ cm

よって扇形CDD′(④)の面積は

$$2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times\pi\times\frac{120}{360}=4\pi\ \text{cm}^2$$

⑦について



左図のように点DからOAに垂線を下ろした足をGとする。

△ODGは、30°−60°−90°の直角三角形なので、

DG : DO : OG = 1 : 2 : $\sqrt{3}$

よって、DG : $\underbrace{DO}_{6}$ = 1 : 2

∴ 2DG = 6 ⇒ DG = 3 cm

よって、△DCO(⑦)の面積は、

$$\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times3=3\sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

㊁について、

⑦ = ㊁ より △D′CO(㊁)の面積は $3\sqrt{3}$ cm²

以上より、求める面積は、

$$\underbrace{4\pi}_{④}+\underbrace{3\sqrt{3}}_{⑦}+\underbrace{3\sqrt{3}}_{㊁}-\underbrace{6\pi}_{⑦}=6\sqrt{3}-2\pi\ \text{cm}^2$$