2023年度　山形県

数学

Km Km

$\boxed{1}$

1.

(1) 与式 $= 1-(-3)$

$= \underline{4}$

(2) 与式 $= \dfrac{3}{5} \times \left(-\dfrac{1}{6}\right)$

$= \underline{-\dfrac{1}{10}}$

(3) 与式 $= \dfrac{-12ab \times 9a^2}{6a^2b}$

$= \underline{-18a}$

(4) 与式 $= 7+3\sqrt{7}-2\sqrt{7}-6-2\sqrt{7}$

$= \underline{1-\sqrt{7}}$

2. 式を整理すると.

$x^2-5x-14=-9x-13$

$x^2+4x-1=0$

x^2+4x-1 は.因数分解できないので,解の公式より

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times1\times(-1)}}{2}$$

$$=\frac{-4\pm\sqrt{20}}{2}$$

$$= \frac{-4 \pm 2\sqrt{5}}{2}$$

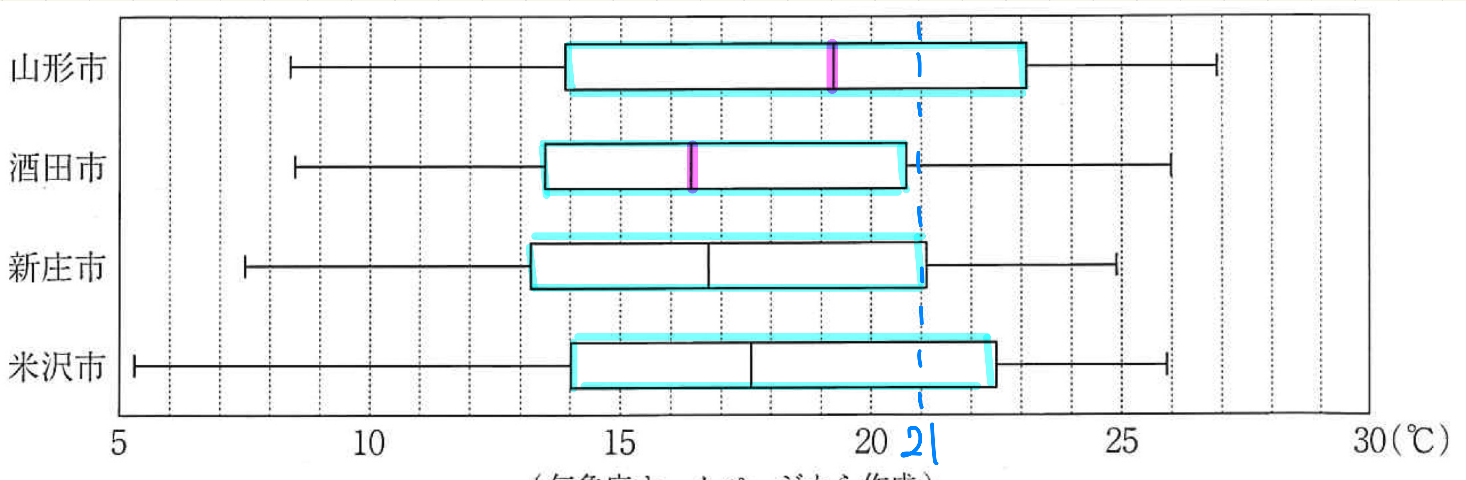
$$= -2 \pm \sqrt{5}$$

3. $x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2$

$x = 23,\ y = 18$ を代入して.

$$(23-18)^2 = 5^2$$
$$= 25$$

4.



（気象庁ホームページから作成）

① 山形市の中央値：19〜20°C

酒田市の中央値：16〜17°C

よって、山形市の中央値の方が大きい ⇒ 正しい

② 四分位範囲が最も大きいのは、山形市である。

よって誤り

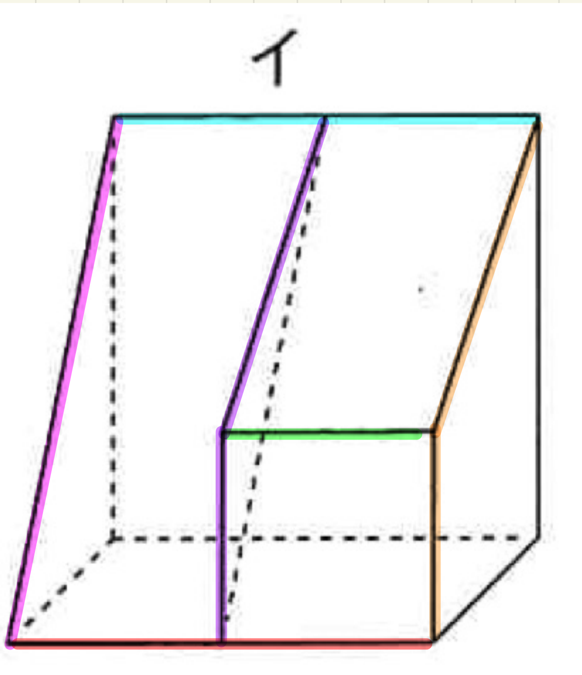
③ 酒田市の21°C以上は、箱ひげ図の「ひげ」部分である。「ひげ」部分の具体的なデータは分からない。

したがって，21°C以上の日数がもっとも少ない市は分からない ⇒ 誤り

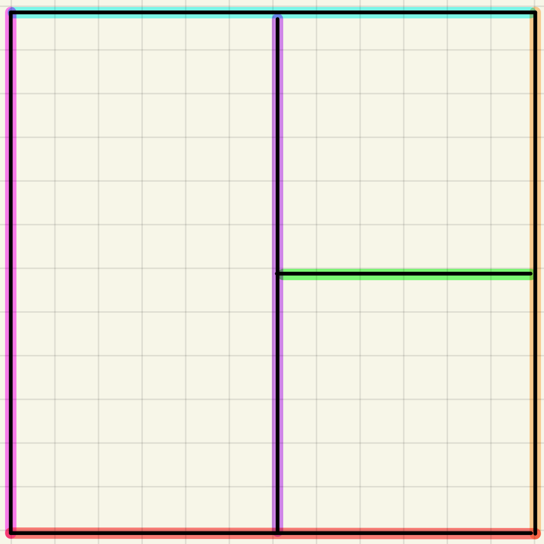
以上より ① ○，② ×，③ × ⇒ エ

5.

イの立面図は以下の通り



⇒

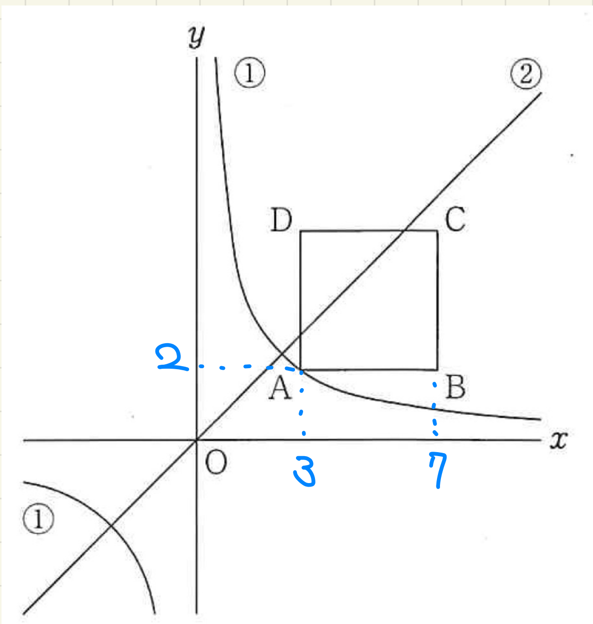


よって，イが誤り

$\boxed{2}$

1.

(1)



□ABCDは正方形なので，

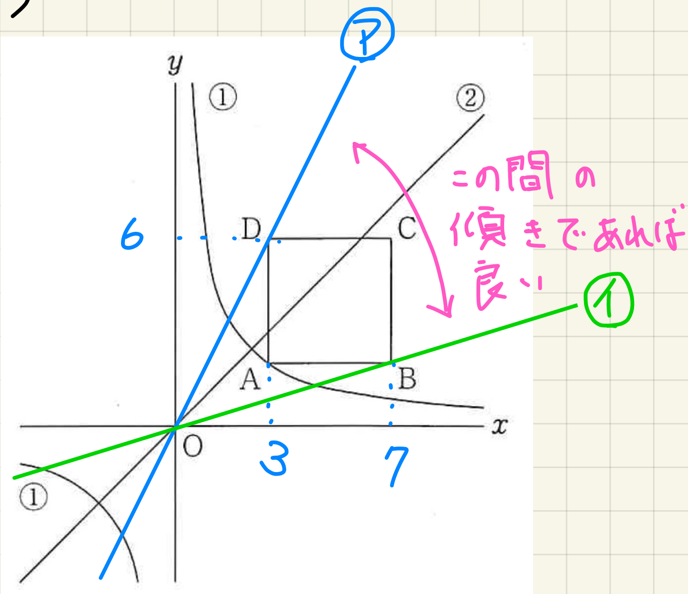
点Aのy座標 ＝ 点Bのy座標

よって，A(3, 2)

点Aは $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上にあるので，

$2 = \frac{a}{3}$ ⇒ $a = 6$

(2)



$y=bx$ のグラフが ▱ABCD の辺上の点を通る
⇒ $y=bx$ が点Dを通るとき，傾きが最大 ア

$y=bx$ が点Bを通るとき，傾きが最小 イ

となる。

・$y=bx$ が点Dを通るとき

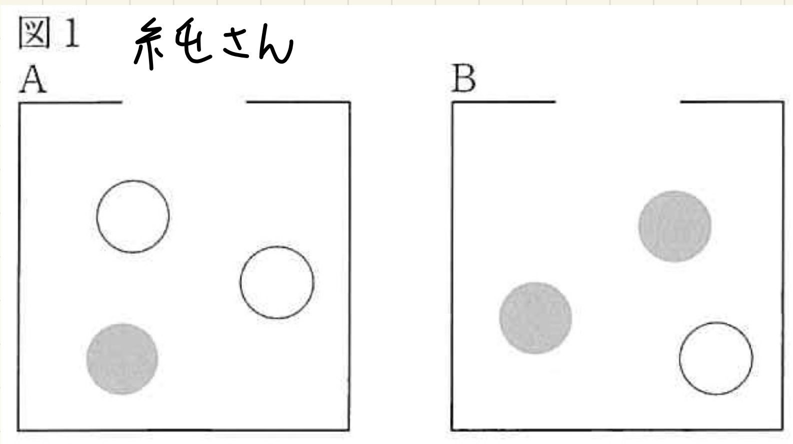
D(3, 6) より $6=3b$ ⇒ $b=2$

・$y=bx$ が点Bを通るとき

B(7, 2) より $2=7b$ ⇒ $b=\frac{2}{7}$

よって，b の範囲は，$\frac{2}{7} \leqq b \leqq 3$

2.

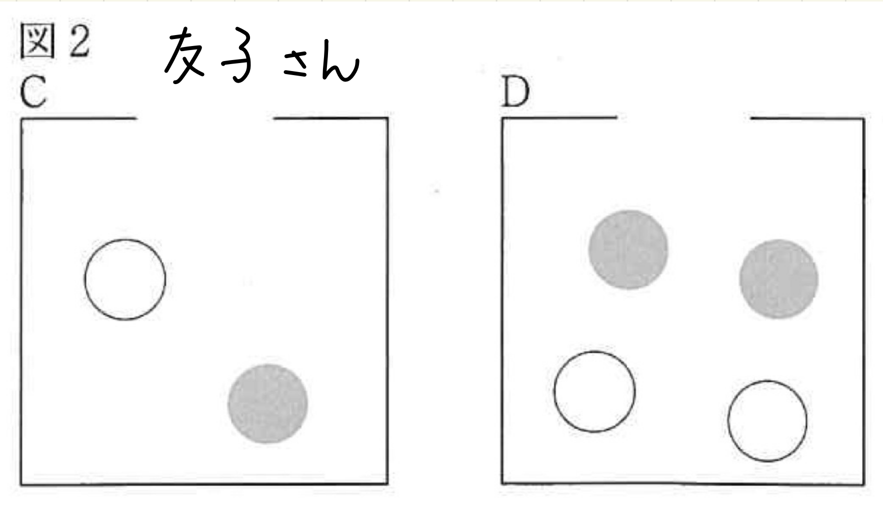


Aから玉を取り出す方法は，3通り

Bから玉を取り出す方法は，3通り

よって，玉の取り出し方は，全部で $3 \times 3 = 9$ 通り。

Aから白玉を取り出す方法は2通り
Bから白玉を取り出す方法は1通り.
よって，白玉の取り出し方は. $2 \times 1 = 2$ 通り.
以上より. 純さんが2個とも白玉を取り出す確率は.
$\frac{2}{9}$.



Aから玉を取り出す方法は. 2通り
Bから玉を取り出す方法は. 4通り

よって，玉の取り出し方は. 全部で $2 \times 4 = 8$ 通り.
Aから白玉を取り出す方法は1通り
Bから白玉を取り出す方法は2通り.
よって，白玉の取り出し方は. $1 \times 2 = 2$ 通り.
以上より. 友子さんが2個とも白玉を取り出す確率は.
$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$\frac{2}{9} = \frac{8}{36}$，$\frac{1}{4} = \frac{9}{36}$ より $\frac{8}{36} < \frac{9}{36}$ なので，
$\frac{2}{9} < \frac{1}{4}$。したがって，友子さんの方が純さんより
白玉を取り出す確率が大きい. ⇒ イ

3.

(1) 1次方程式の場合

商品Aをx箱作ったとする。

商品A, B, Cを合わせて40箱作り, 商品Aがx箱, 商品Cが10箱なので, 商品Bは

$$40-x-10 \text{ 箱}$$

となる.

また, 表よりドーナツの使った個数は

$$8x+0\times(40-x-10)+12\times10$$
$$=8x+120 \text{ 個}$$

クッキーの使った個数は

$$0x+12\times(40-x-10)+15\times10$$
$$=12\times(40-x-10)+15\times10$$

ドーナツの方が, クッキーより50個少ないので

$$8x+120=12(40-x-10)+15\times10-50$$

連立方程式の場合

商品Aをx個, 商品Bをy個とする.

商品A, B, Cを合わせて40個作り, 商品Cは10箱なので

$$x+y+10=40$$

また, 表よりドーナツの使った個数は

$$8x+0y+12\times10$$
$$=8x+12\times10$$

クッキーの使った個数は

$$0x + 12y + 15\times10$$
$$= 12y + 15\times10$$

ドーナツの方がクッキーより50個少ないので.

$$8x + 12\times10 = 12y + 15\times10 - 50$$

よって,

$$\begin{cases} x + y + 10 = 40 \\ 8x + 12\times10 = 12y + 15\times10 - 50 \end{cases}$$

(2)

1次方程式を解くと.

$$8x + 120 = 480 - 12x - 120 + 150 - 50$$
$$20x = 340$$
$$x = 17$$

よって, ドーナツは.

$$8\times17 + 12\times10 = 136 + 120$$
$$= 256\text{ 個}$$

連立方程式を解くと

$$\begin{cases} x + y = 30 & \text{—— ①} \\ 8x - 12y = -20 & \text{—— ②} \end{cases}$$

② ÷ 4 より

$$2x - 3y = -5 \quad \text{—— ③}$$

① × 3 + ③ より

$$\begin{array}{rrl} & 3x + 3y & = 90 \\ +) & 2x - 3y & = -5 \\ \hline & 5x & = 85 \\ & x & = 17 \end{array}$$

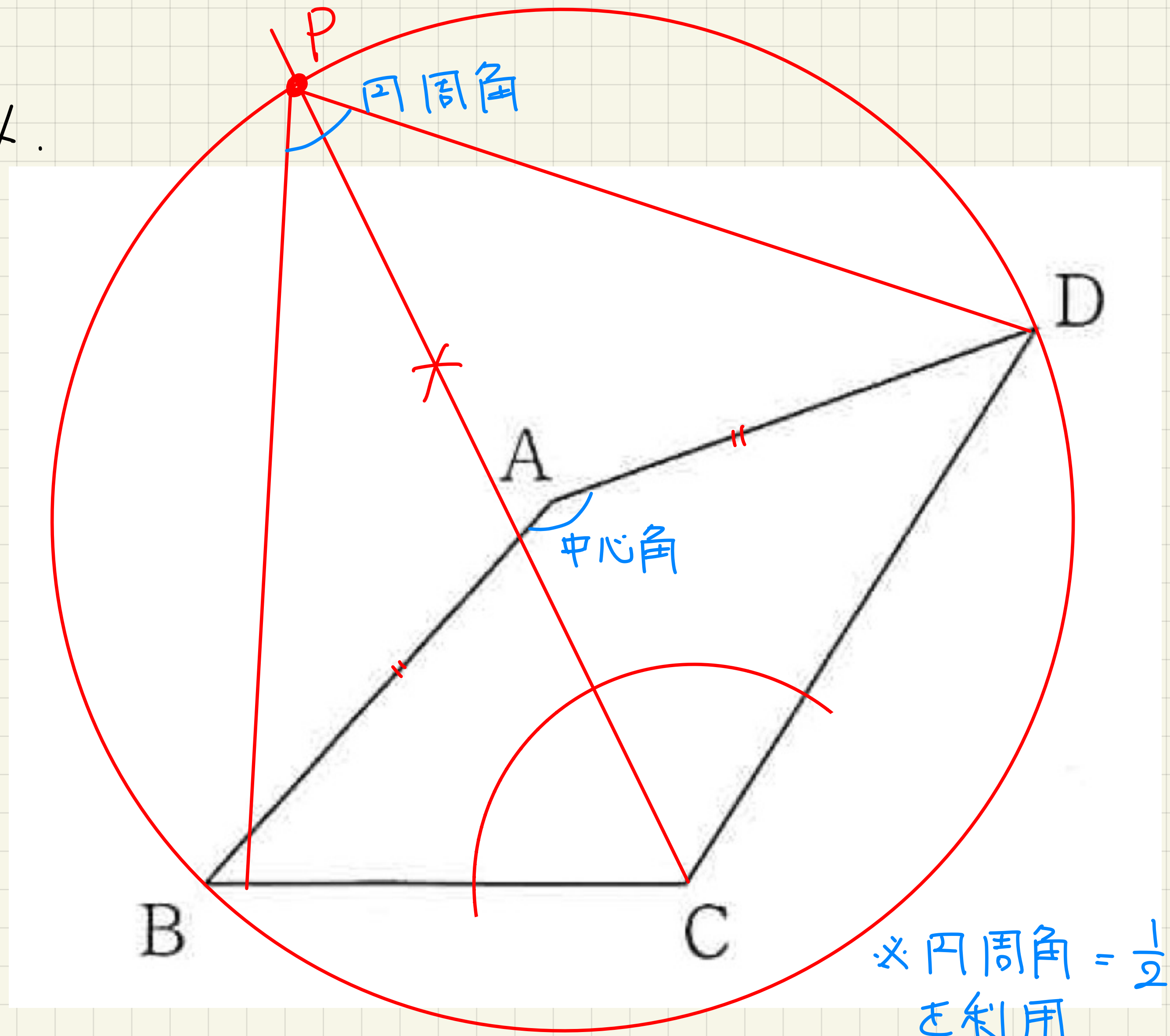
㊟ 商品Bにはドーナツが使用されていないので、商品Bの箱数(y)は求めなくて良い。

よって、ドーナツは

$8 \times 17 + 12 \times 10 = 136 + 120$

$= 256$個

4.



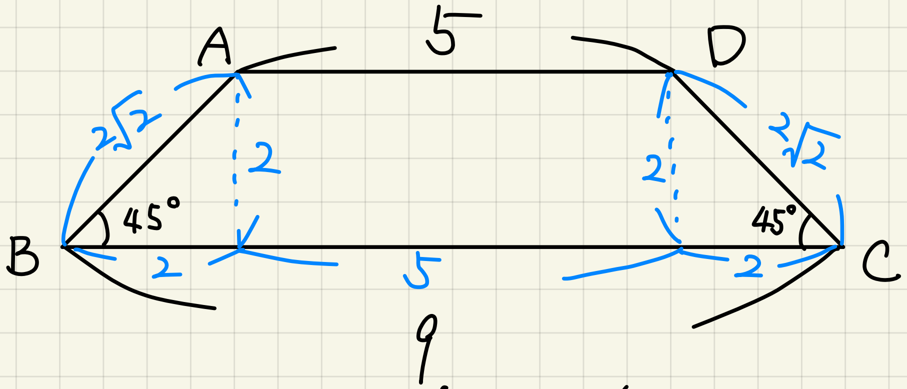
※円周角 $= \frac{1}{2}$ 中心角 を利用

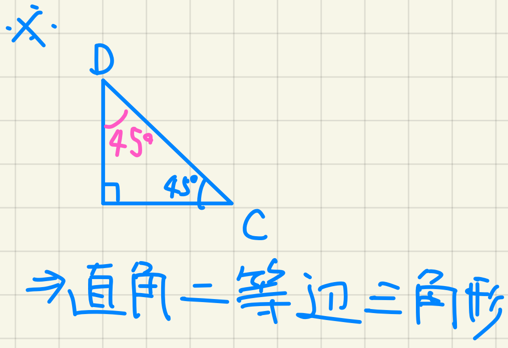
① ∠BCDの二等分線を作図

② 点Aを中心として、AB, ADが半径となる円を作図

③ ①, ②の交点が点P

3

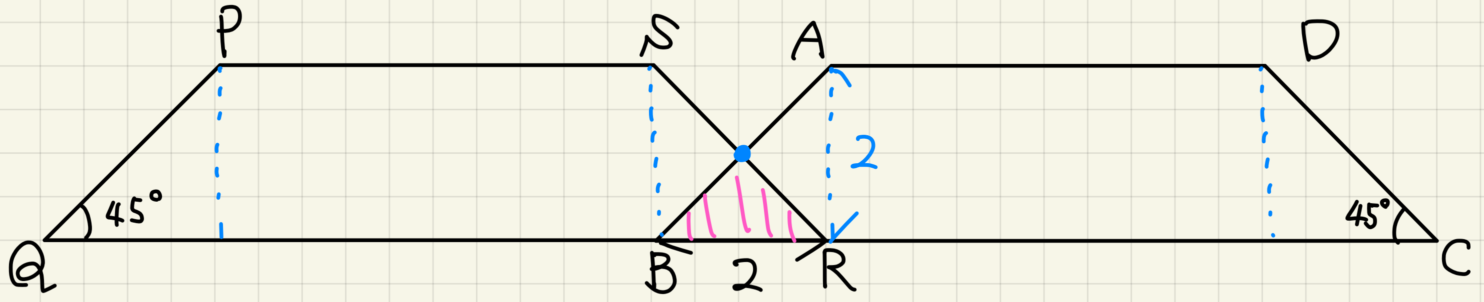




□ABCDは等脚台形のため、各辺は上図のようになる。

1.

(1)



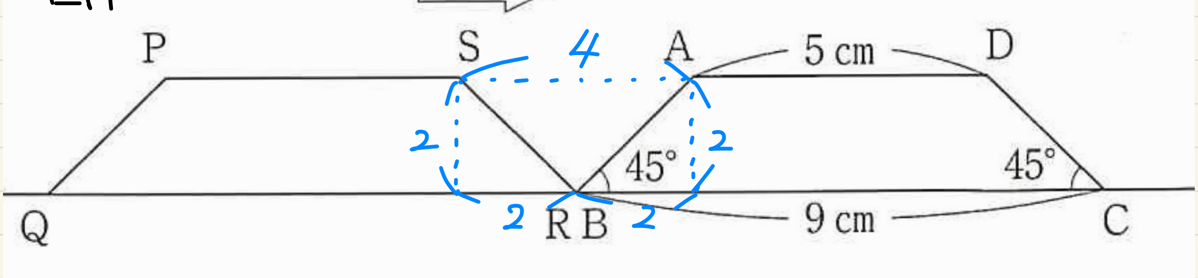
□SBRAは正方形で、SR, ABは対角線
⇒交点は対角線の中点
よって、重なっている部分の面積yは

$$y = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$$

(2)

$0 \leqq x \leqq 4$ のとき、

図1



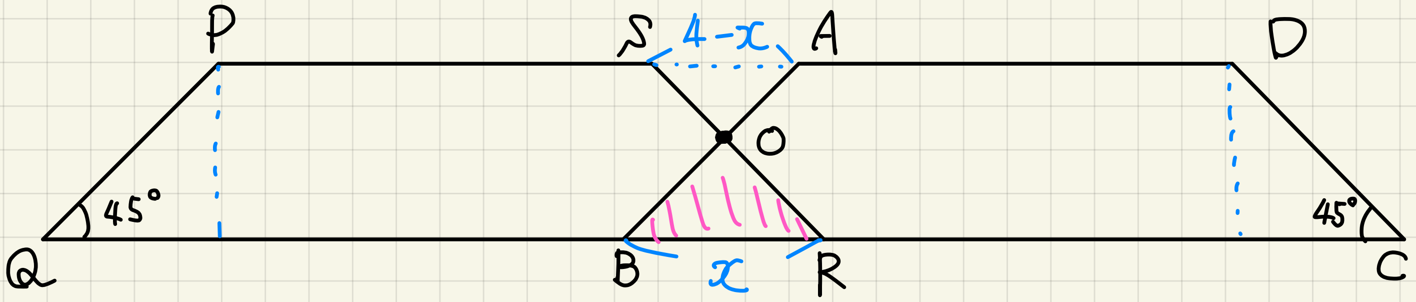
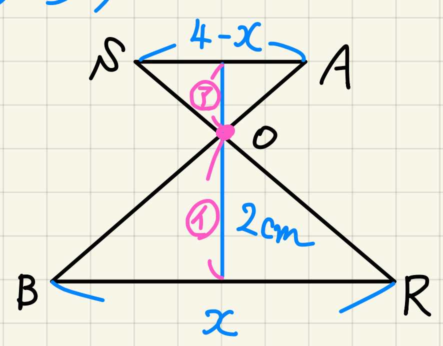


図1よりSとAの間の長さは4cmである。
□PQRSが右方向にx cm進んだとき、
SとAの間の長さは $4-x$ cmとなる。
ABとSRの交点をOとする。
△OASと△OBRについて、
SA//BRより錯角が等しいので、
∠OAS = ∠OBR —①
∠OSA = ∠ORB —②
①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、
△OAS ∽ △OBR
相似比は、SA : BR = $4-x$: x
よって、底辺をBRとしたときの△OBRの高さは、

$$2\times\frac{x}{x+4-x}=\frac{1}{2}x$$

(参考)



⇒ ア : イ = $4-x$: x

△OBRの高さは、

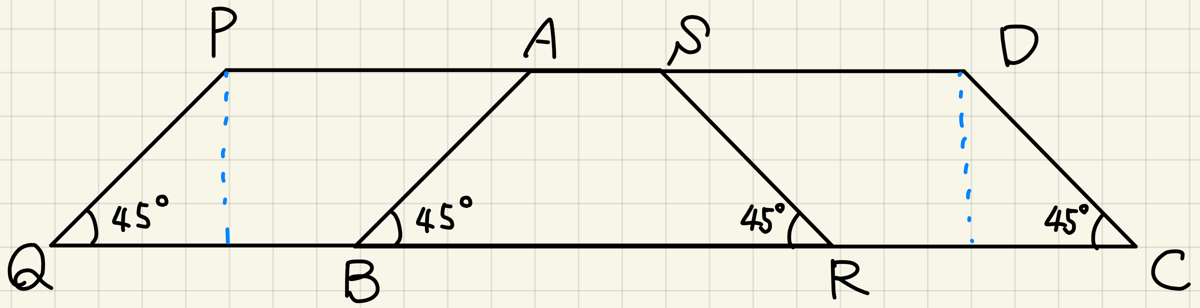
$$2\times\frac{イ}{ア+イ}=2\times\frac{x}{4-x+x}$$

よって、△OBR（重なっている部分）の面積 y は、

$$y = \frac{1}{2} \times x \times \frac{1}{2}x$$

$$= \underbrace{\frac{1}{4}x^2}_{}\ (ア)$$

$4 \leqq x \leqq イ$ のとき



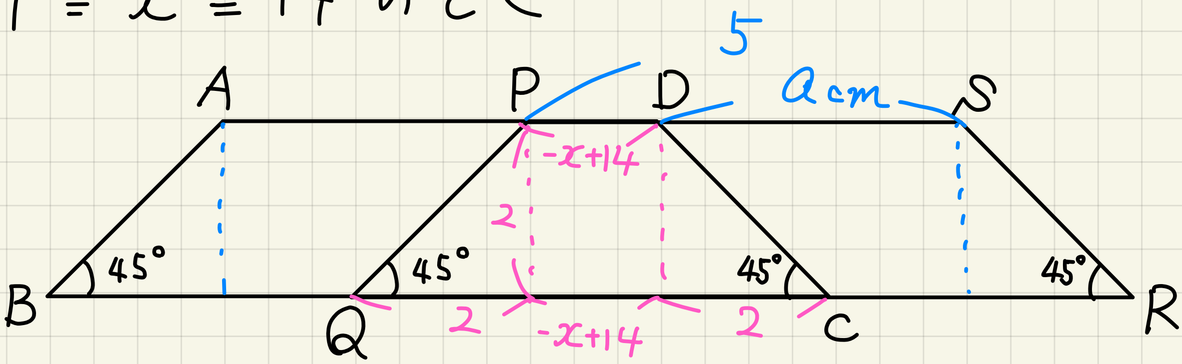
重なっている部分は、台形ABRSとなる。
この状態は、2つの台形PQRSと台形ABCDが完全に重なるまで続く。
点Aと点Sが重なった状態は図1の状態から4cm動いている。2つの台形PQRSと台形ABCDが完全に重なるには、点Sが点Dまで動けば良く、AD＝5cmなので、図1の状態から

$$4 + 5 = 9\text{cm}$$

動けば良い。
したがって、求める x の変域は、

$$4 \leqq x \leqq \underbrace{9}_{}\ (イ)$$

$9 \leqq x \leqq 14$ のとき



重なっている部分は、台形PQCDとなる。

$x=9$ のとき、点Dと点Sが重なっている。

この状態から、更に a cm だけ進んだとすると、

(DS $= a$ cm)，図1の状態からでは、$a+9$ cm

進んだことになる。 $\Rightarrow$ x cm 進む.

したがって、

$$x = a + 9 \quad \Rightarrow \quad a = x - 9 \text{ cm}$$

PS $=5$ cm なので、

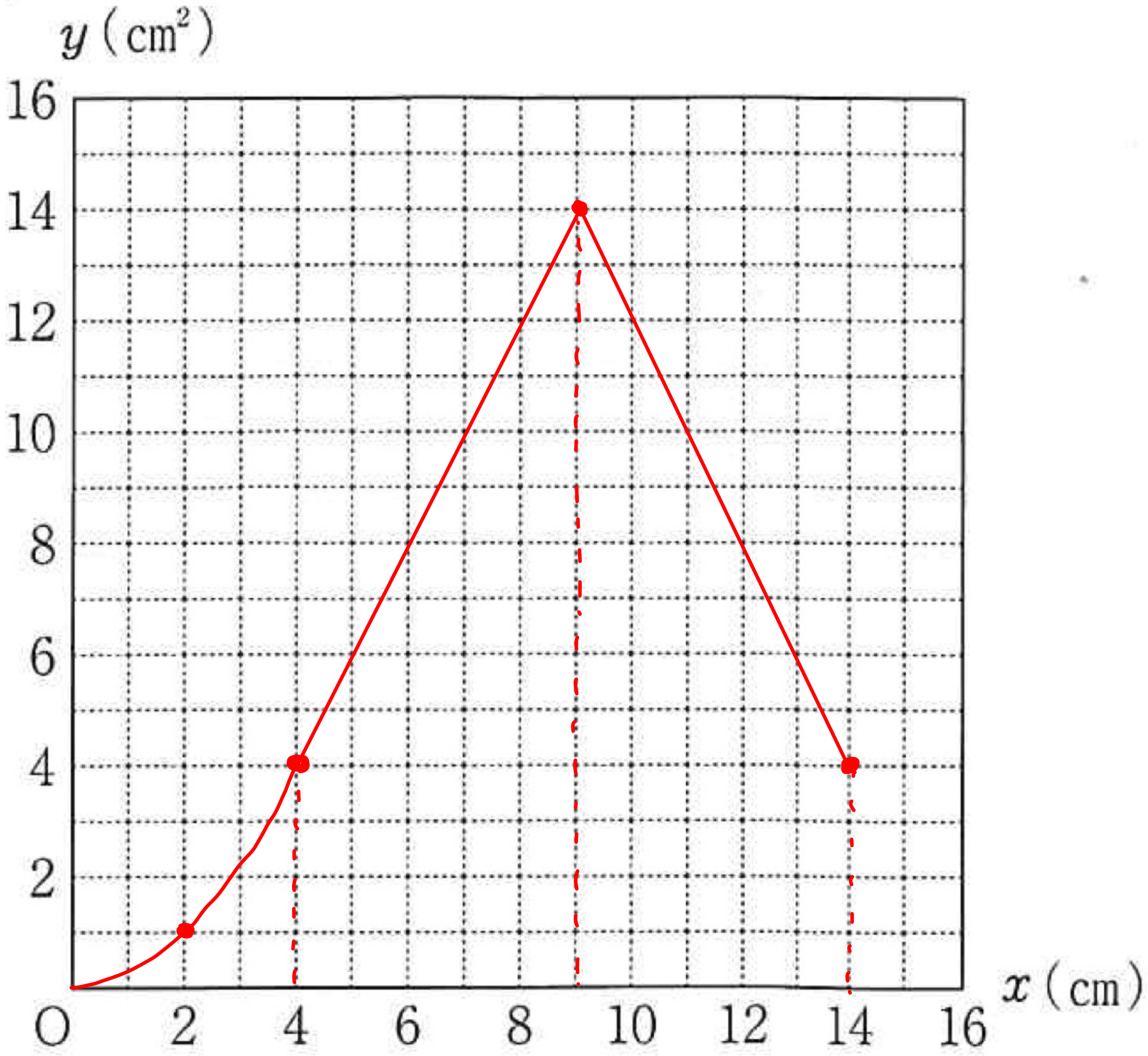
$$PD = 5 - (x-9)$$
$$= -x + 14 \text{ cm}$$

よって、台形PQCDの面積 y は、

$$y = \{(-x+14) + (2 + (-x+14) + 2)\} \times 2 \times \frac{1}{2}$$

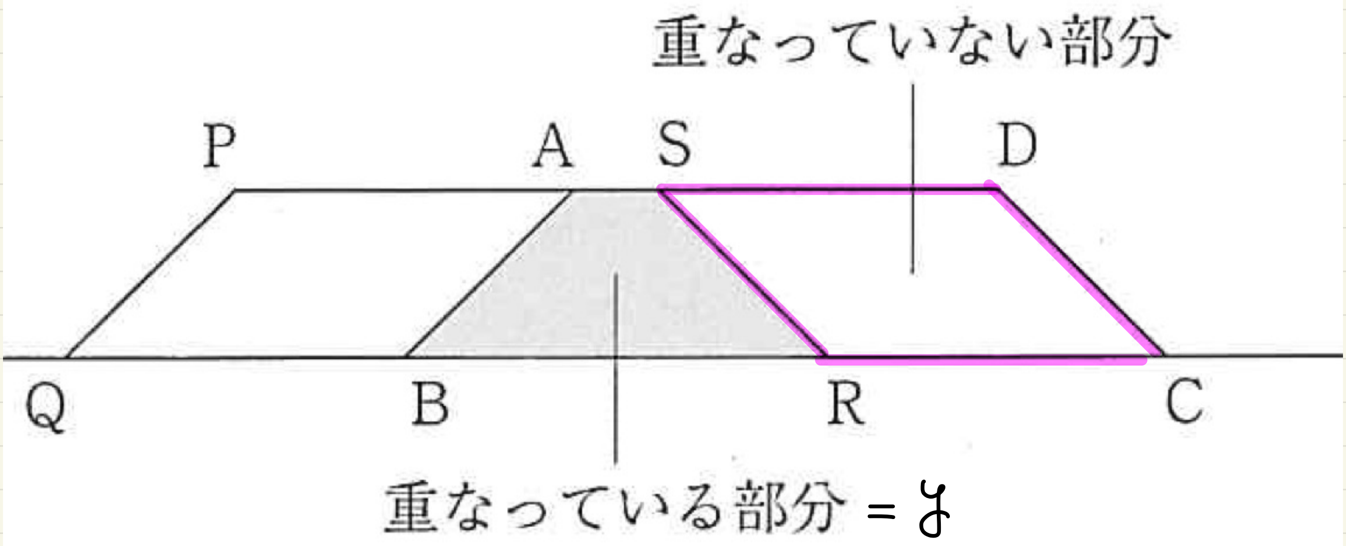
$$= -2x + 32$$

図 3



y (cm²)
16
14
12
10
8
6
4
2
O
2
4
6
8
10
12
14
16
x (cm)

2.



重なっていない部分
P
A
S
D
Q
B
R
C
重なっている部分 = y

重なっていない部分(□SRCD)の面積は、

台形ABCD − y

$= (5+9) \times 2 \times \frac{1}{2} - y$

$= 14 - y$

よって、重なっている部分の面積が、重なっていない部分の2倍となるのは、

$y = 2(14-y)$

$3y = 28 \qquad y = \frac{28}{3} \ (\fallingdotseq 9.33\cdots)$

図3

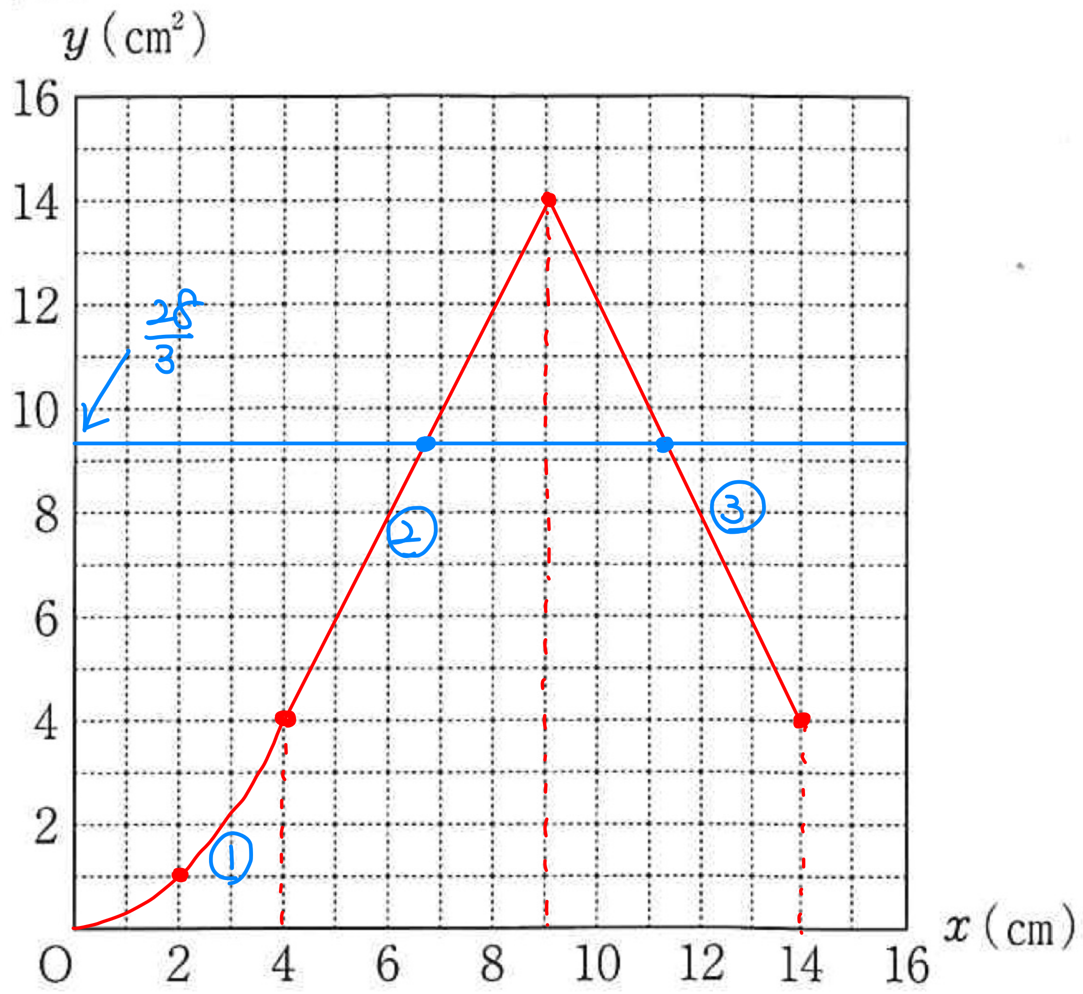


図3に $y=\frac{28}{3}$ の直線を引くと，交点は②のグラフと③のグラフに生じる。
最も小さい x を求めるので，②のグラフに
$y=\frac{28}{3}$ を代入すれば良い。よって，

$$\frac{28}{3}=2x-4$$

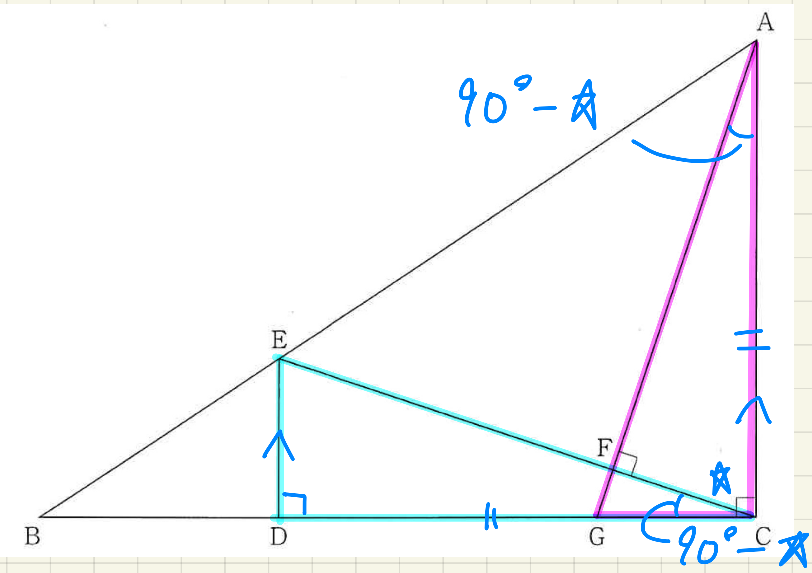
$$28=6x-12$$

$$6x=40$$

$$\therefore x=\frac{20}{3}$$

4.

1.



△AGCと△CEDにおいて，
仮定より
$AC=CD$ ― ①
$AC/\!/ED$ で同位角は等しいから

$\angle ACG=\angle EDB=90^\circ$ ― ②
②より
$\angle CDE=90^\circ$

よって

$\angle ACG = \angle CDE$ ― ③

$\triangle AFC$ は $\angle AFC = 90^\circ$ の直角三角形なので、

$\angle CAG = 90^\circ - \angle ACF$ ― ④

また、

$\angle DCE = \angle ACG - \angle ACF$

$= 90^\circ - \angle ACF$ ― ⑤

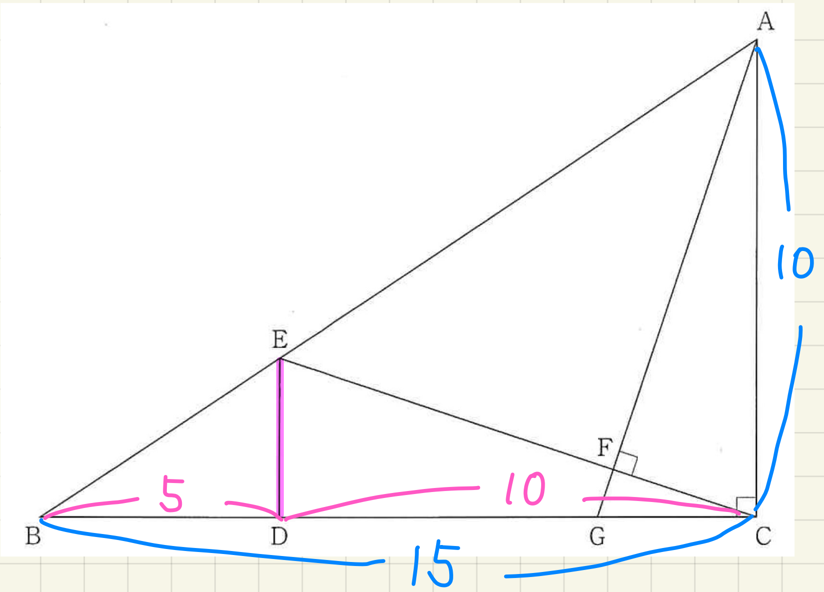
④、⑤より

$\angle CAG = \angle DCE$ ― ⑥

①、③、⑥より1組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$\triangle AGC \equiv \triangle CED$（証明終わり）

2.(1)



1.より $\triangle AGC \equiv \triangle CED$ なので、対応する辺の長さは等しいから

$CA = DC = 10$ cm

よって

$BD = BC - DC$

$= 15 - 10$

$= 5$ cm

△BDEと△BCAにおいて,

ED//ACより同位角が等しいので

$\angle BDE = \angle BCA$ —①

$\angle BED = \angle BAC$ —②

①,②より2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle BDE \sim \triangle BCA$

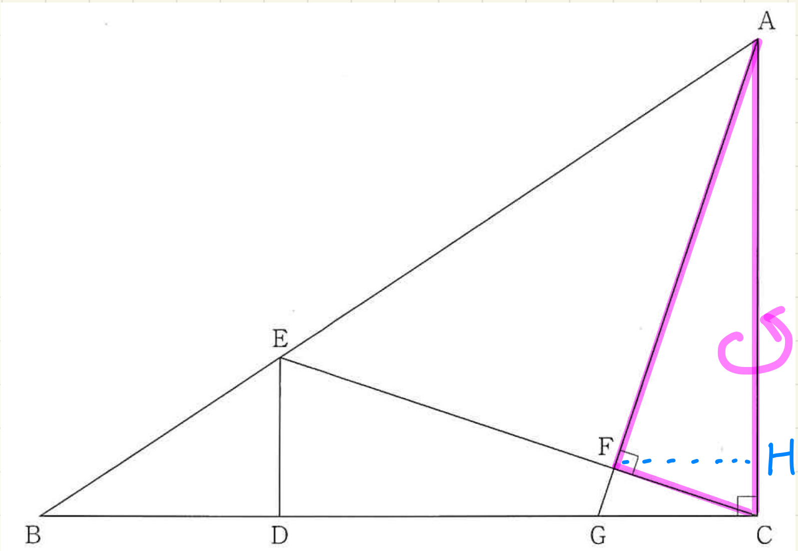
対応する辺の比は等しいから

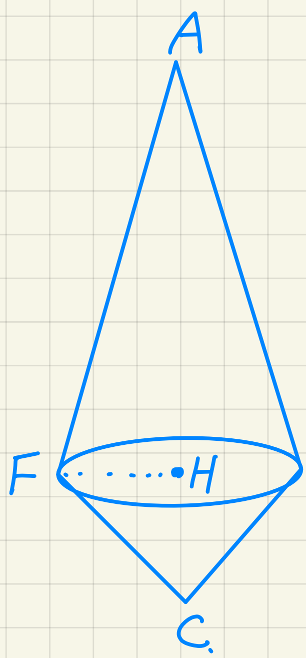
$$ED : \underbrace{AC}_{10} = \underbrace{BD}_{5} : \underbrace{BC}_{15}$$

$$= 1 : 3$$

$\therefore 3ED = 10 \Rightarrow ED = \frac{10}{3}$ cm

(2)



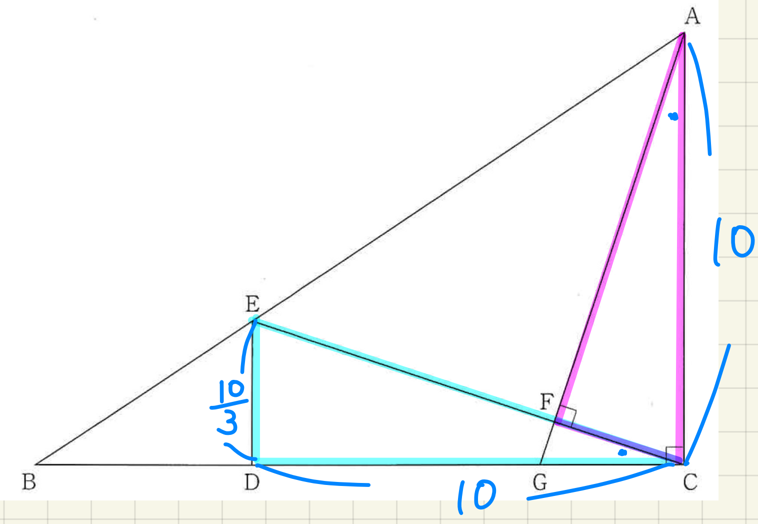


△AFCを,直線ACを軸として回転させると、

図のように円すいが2つ合わさった立体となる。

FからACに垂線を下ろした点をHとする。

⇒底面の円の半径はFHとなる。



△AFCと△CDEにおいて,
1. ⑥より

$\angle CAF = \angle ECD$ —①

また

$\angle AFC = \angle CDE = 90°$ —②

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle AFC \sim \triangle CDE$

ここで, △CDEで三平方の定理より

$$EC = \sqrt{\left(\frac{10}{3}\right)^2 + 10^2}$$

$$\sqrt{\frac{100}{9} + 100} = \sqrt{\frac{1000}{9}}$$

$$= \frac{10\sqrt{10}}{3} \text{ cm}$$

よって, 相似比は.

$$EC : AC = \frac{10\sqrt{10}}{3} : 10$$

$$= 10\sqrt{10} : 30$$

$$= \sqrt{10} : 3$$

△CDEの面積は.

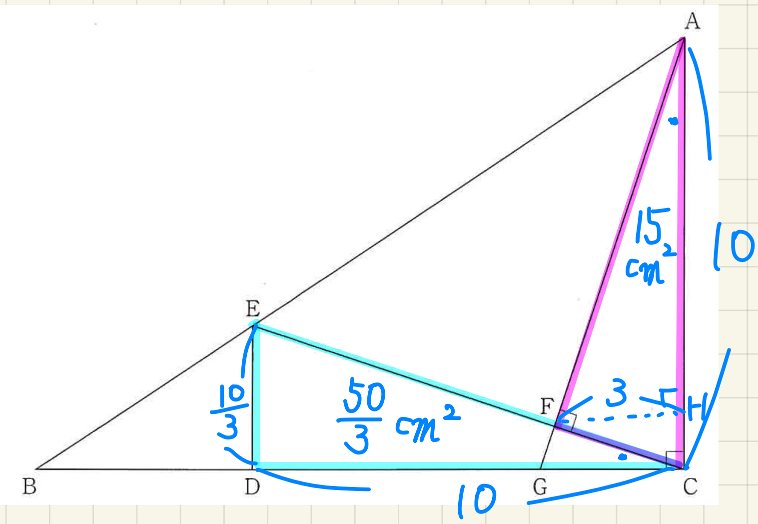
$$\frac{1}{2} \times 10 \times \frac{10}{3} = \frac{50}{3} \text{ cm}^2$$

であり. 相似な三角形の面積比は. 相似比の2乗に等しいので.

$$\underbrace{\triangle CDE}_{\frac{50}{3}} : \triangle AFC = (\sqrt{10})^2 : 3^2$$

$$\therefore\ 10\triangle AFC = 150$$

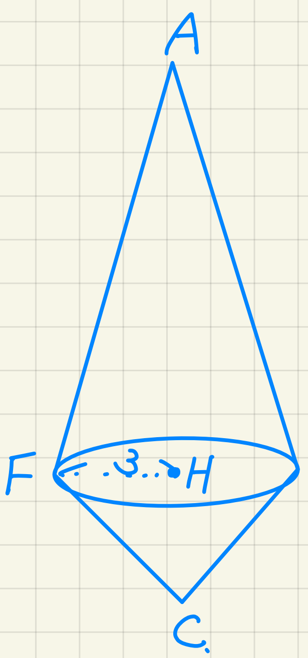
$$\triangle AFC = 15\ \text{cm}^2$$



△AFCにおいて，底辺をACとすると，高さはFHなので，

$$\frac{1}{2} \times 10 \times FH = 15$$

$$FH = 3\ \text{cm}$$



よって，求める体積は

$$3 \times 3 \times \pi \times AH \times \frac{1}{3} + 3 \times 3 \times \pi \times CH \times \frac{1}{3}$$

$$= 3\pi AH + 3\pi CH$$

$$= 3\pi \underbrace{(AH + CH)}_{=AC}$$

$$= 3\pi \times 10$$

$$= 30\pi\ \text{cm}^3$$