2023年度　山梨県

数学

kmkm

$\boxed{1}$

1. 与式 $= 6 + 7$
$= 13$

2. 与式 $= 14 \times \left(-\frac{2}{7}\right)$
$= -4$

3. 与式 $= -4 + 25$
$= 21$

4. 与式 $= 2\sqrt{2} - 3\sqrt{18}$
$= 2\sqrt{2} - 9\sqrt{2}$
$= -7\sqrt{2}$

※ $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ より
$3\sqrt{18} = 3 \times 3\sqrt{2}$
$= 9\sqrt{2}$

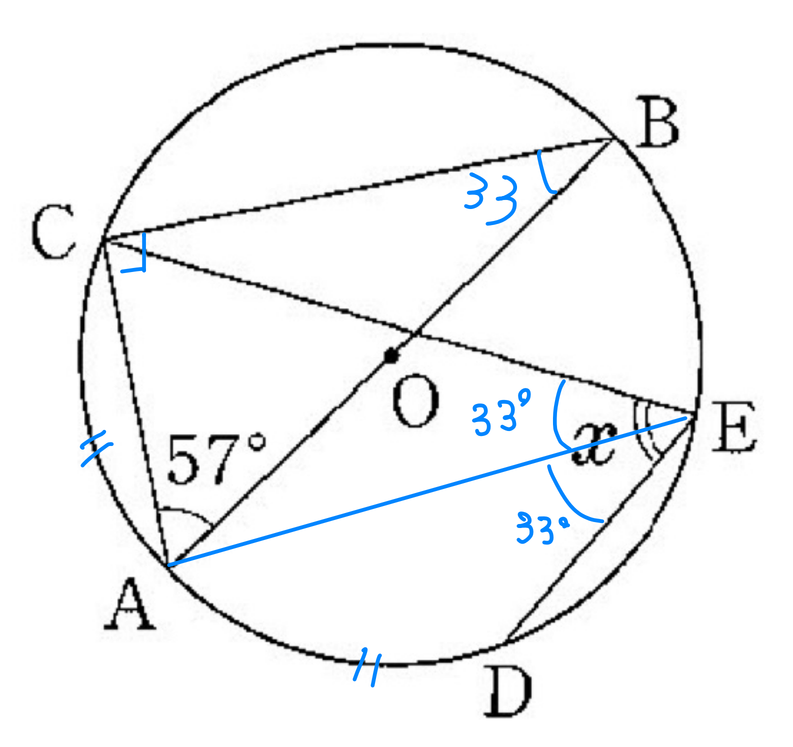
5. 与式 $= \dfrac{9x^2y \times 4x}{-8xy}$
$= -\frac{9}{2}x^2$

6 与式 $= 3x^2 + 4x - 3x^2 - 27$
$= 4x - 27$

$\boxed{2}$

1. $x^2 - 9x - 36 = 0 \iff (x+3)(x-12) = 0$
$\therefore x = -3, 12$

2.



∠ACBは直径に対する円周角なので、
∠ACB = 90°
△ACBについて、三角形の内角の和は180°なので、
∠ABC = 180° − (90° + 53°)
= 33°

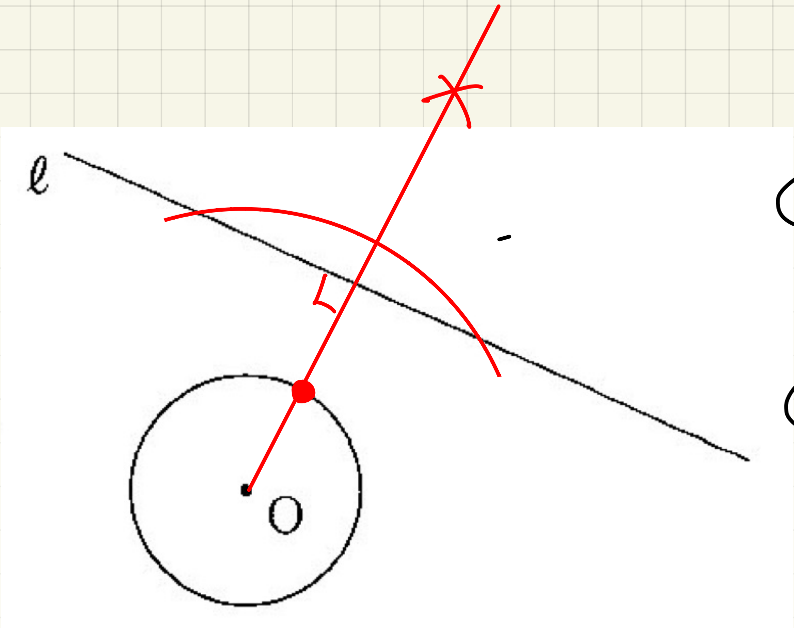
$\overset{\frown}{AC}$に対する円周角は等しいので、
∠ABC = ∠AEC = 33°
$\overset{\frown}{AC}$ = $\overset{\frown}{AD}$より円周角が等しいので、
∠ABC = ∠AED = 33°
よって、
$\angle x = 33° + 33°$
= 66°

3. yはxに反比例するので、$y = \frac{a}{x}$とおく。

$x = 4$のとき$y = -5$なので、

$-5 = \frac{a}{4} \Rightarrow a = -20$

4.

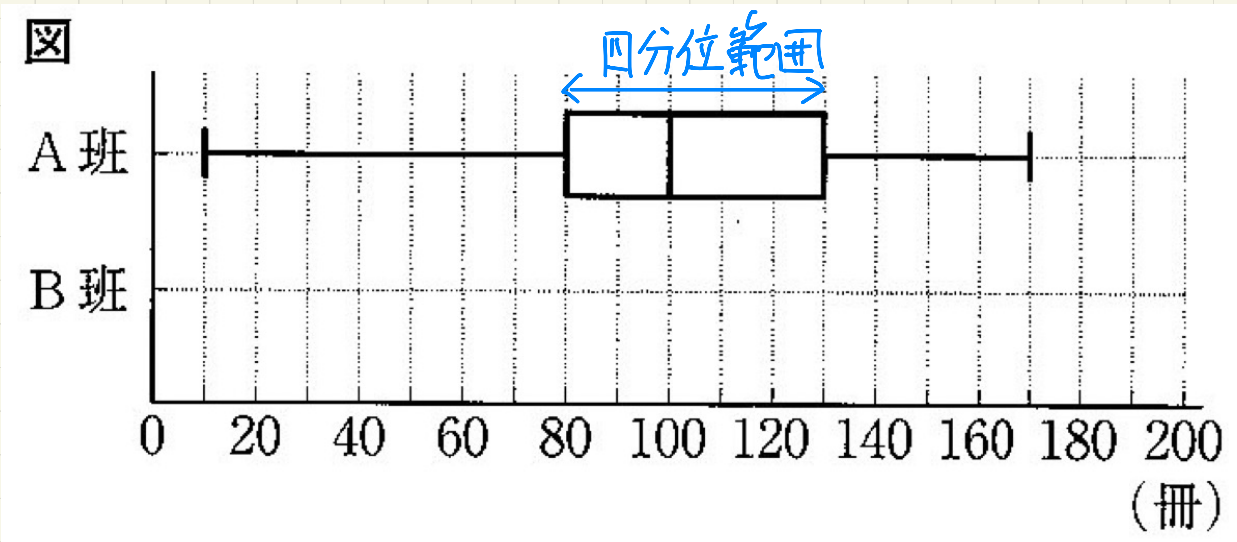


①点Oを通り直線ℓに垂線を描く

②①と円Oの交点が求める点である.

5.

(1)



四分位範囲 = 第3四分位数 − 第1四分位数

= 130 − 80

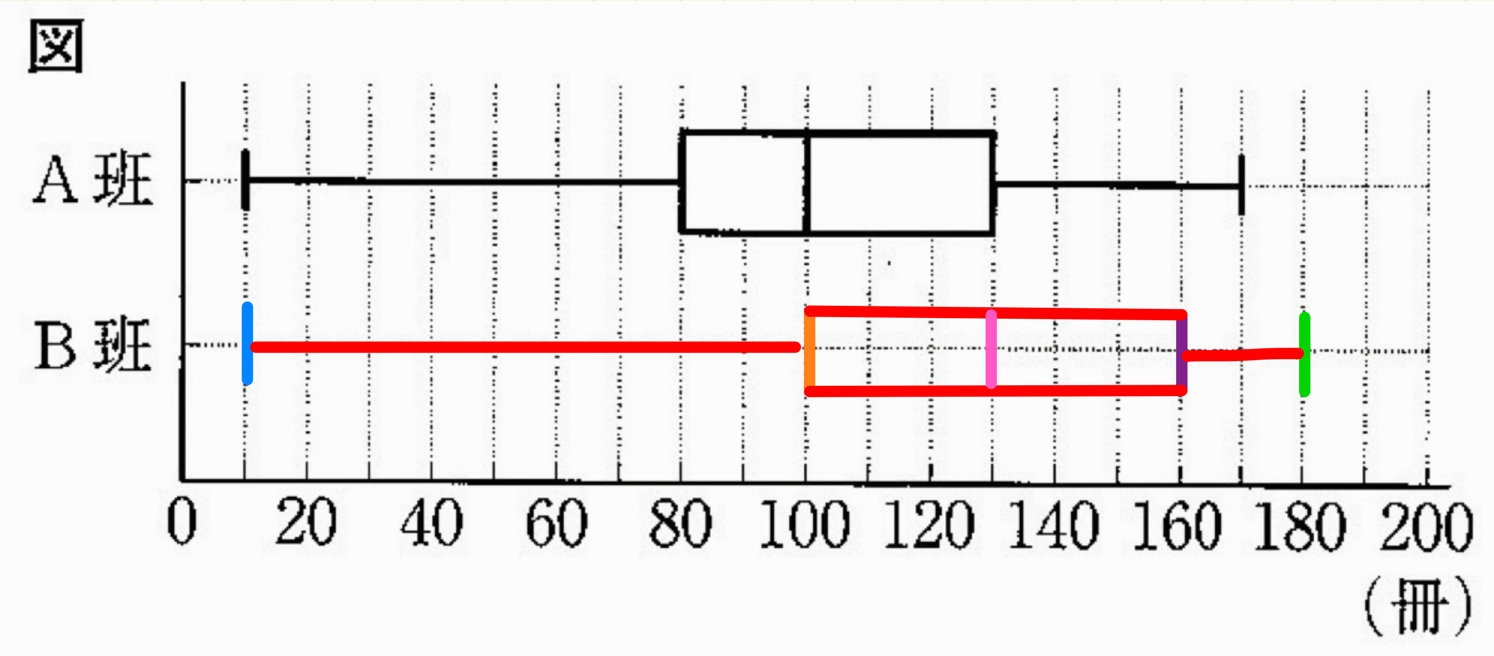
= 50冊

(2)

下位データ　　　　上位データ

20　35　80　100　110　120　120　130　140　145　155　160　170　170　180(冊)

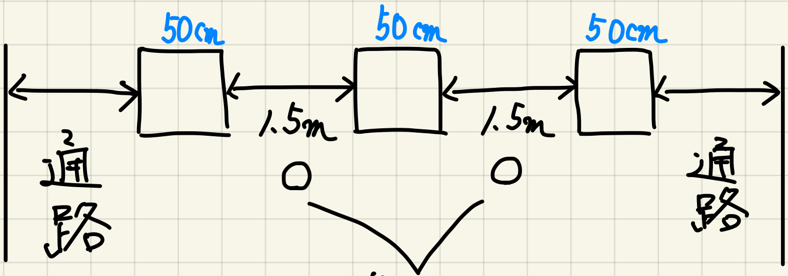
最小値　第1四分位数　中央値　第3四分位数　最大値



$\boxed{3}$

(1)

例 : $x = 3$ のとき



椅子の数 −1

$$\underbrace{0.5x}_{} + \underbrace{1.5(x-1)}_{} + \underbrace{2y}_{} = 29$$

50cm = 0.5m
0.5m の椅子が
x 個

椅子と椅子の
間 (1.5m) が
$x-1$ 個

y m の通路
が 2 つ

よって, $(x-1)$ は. 椅子と椅子の間の数を表している.

㋒

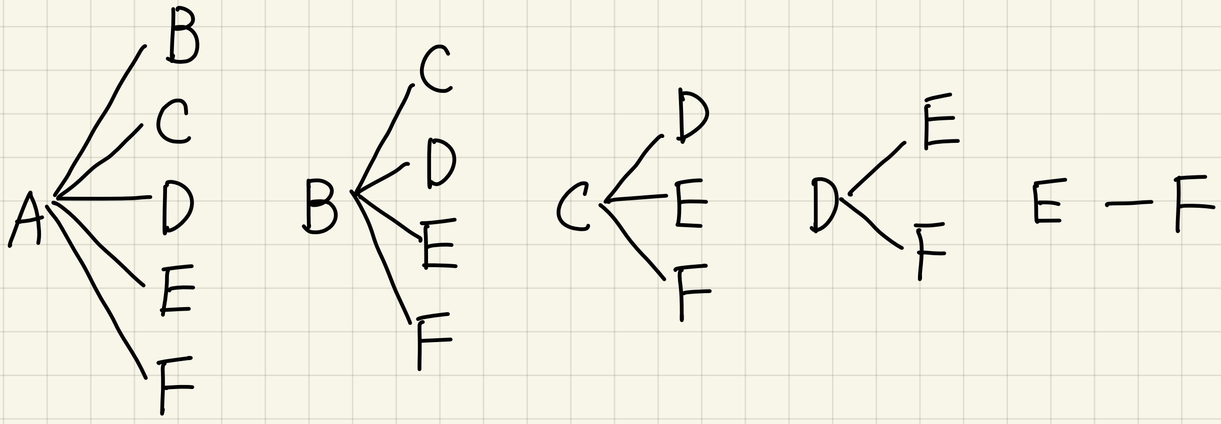
(2) $0.5x + 1.5(x-1) + 2y = 29$ に $x = 12$ を
代入すると、

$$0.5 \times 12 + 1.5 \times (12-1) + 2y = 29$$
$$6 + 16.5 + 2y = 29$$
$$2y = 6.5 \Rightarrow y = 3.25$$

よって、椅子を12個並べたとき、1つの通路の幅は
3.25mとなるので、3.5mの通路の幅は
確保できない $\Rightarrow$ イ

2

(1) 樹形図は以下の通り



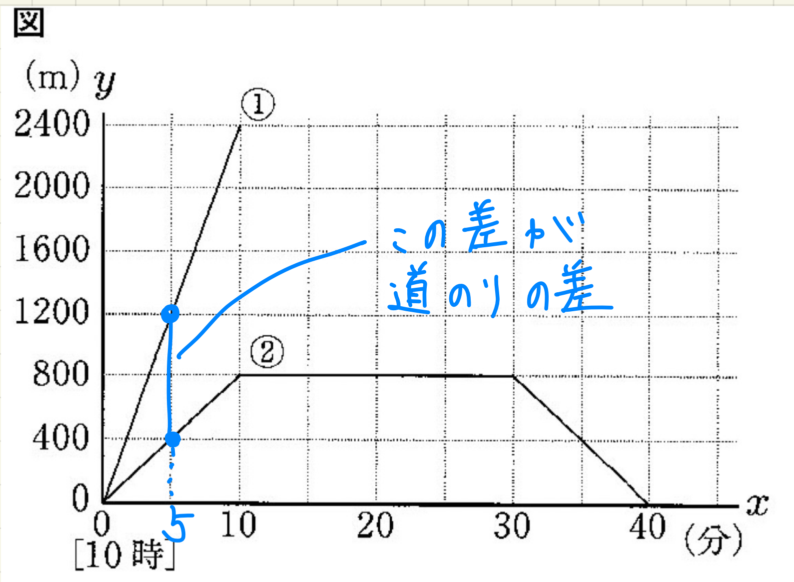
よって 15通り

(2) 樹形図より、Aさん、Bさんのどちらも選ばれないのは、6通り
よって、求める確率は

$$\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

4

1.



①のグラフと②のグラフの
xの値が5のときの
yの値の差を求める.

2. $0 \leqq x \leqq 10$ のとき，②の直線は，原点を通るので，$y = ax$ とおける。 $x = 10$ のとき，$y = 800$ なので，

$$800 = 10a \Rightarrow a = 80$$

よって，$y = 80x$

3.

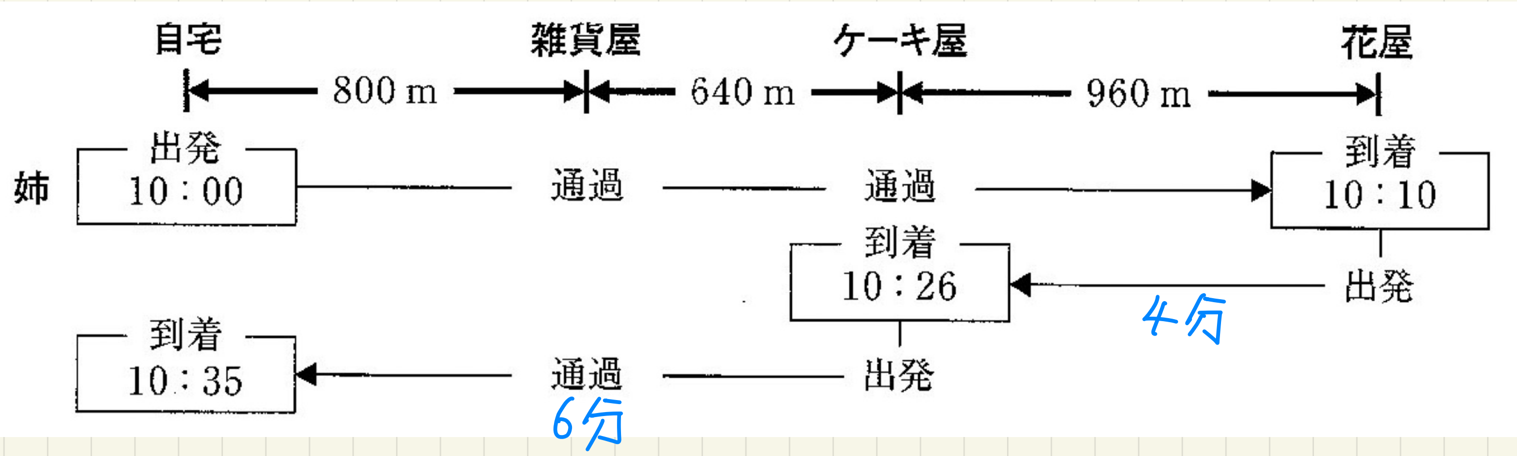
①のグラフより，姉は10分間で2400m進んだので，

$$\text{姉の速さ} = 2400 \div 10$$
$$= 240 \quad \therefore \text{毎分}240\text{m}$$

花屋からケーキ屋まで960mあり，毎分240mの速さで進むので，移動にかかった時間は.

$$960 \div 240 = 4\text{分}$$

よって，花屋を出発したのは，10:22である。
花屋に10:10に着いたので，花屋にいた時間は12分

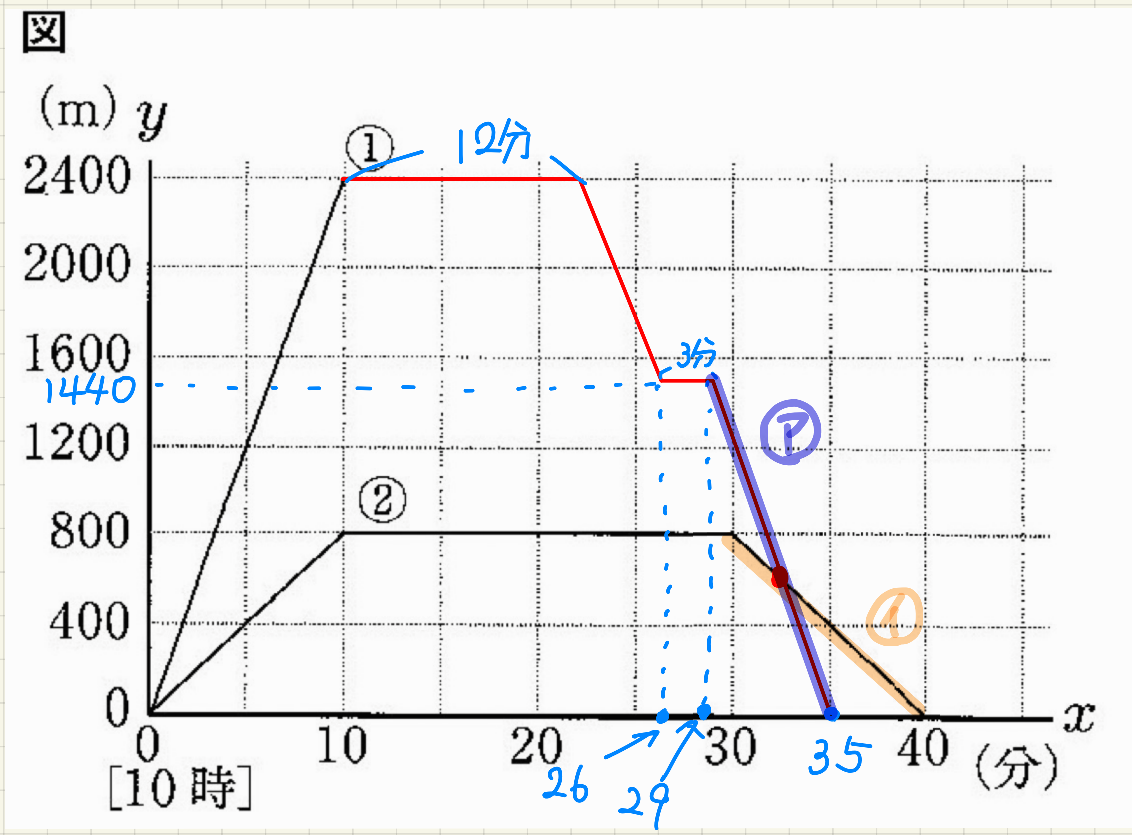


ケーキ屋から自宅まで、800＋640＝1440mであり、毎分240mの速さで進むので、移動にかかった時間は

$$1440 \div 240 = 6\text{分}$$

よって、ケーキ屋を出発したのは10：29である。
ケーキ屋に10：26に着いたので、ケーキ屋にいた時間は3分

4. 姉のグラフは以下の通り



姉のグラフについて、$29 \leqq x \leqq 35$ のときの直線㋐と、
弟のグラフについて、$30 \leqq x \leqq 40$ のときの直線㋑の
交点を求める。
なお、1次関数では、傾き＝変化の割合を用いて、
傾きを求める。

㋐について

$y = ax + b$ とおくと、

$$a = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{0 - 1440}{35 - 29}$$

$$= -240$$

よって、$y = -240x + b$ で、$x = 35$ のとき、$y = 0$ より

$$0 = -240 \times 35 + b \Rightarrow b = 8400$$

$\therefore$ $y = -240x + 8400$ ―― ①

㋑について

$y = ax + b$ とおくと、

$$a = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{0 - 800}{40 - 30}$$

$$= -80$$

よって、$y = -80x + b$ で、$x = 40$ のとき $y = 0$ より

$$0 = -80 \times 40 + b \Rightarrow b = 3200$$

$\therefore$ $y = -80x + 3200$ ―― ②

追い越される時間は、㋐と㋑の交点なので、
①と②を連立させて、

$$\begin{cases} y = -240x + 8400 & \text{——①} \\ y = -80x + 3200 & \text{——②} \end{cases}$$

①を②に代入して

$$-240x + 8400 = -80x + 3200$$
$$-160x = -5200$$
$$x = \frac{65}{2}$$

$x = \frac{65}{2}$ を②に代入して、

$$y = -80 \times \frac{65}{2} + 3200$$
$$= 600$$

よって、姉が弟を追い越す地点から自宅までの道のりは、600m

$\boxed{5}$ 1.

(1) 点Aは$y=\frac{1}{4}x^2$のグラフ上にあり，$x=-6$なので，

$$y=\frac{1}{4}\times(-6)^2$$
$$=9 \qquad \therefore A(-6,9)$$

点Bは，$y=\frac{1}{4}x^2$のグラフ上にあり，$x=4$なので，

$$y=\frac{1}{4}\times 4^2$$
$$=4 \qquad \therefore B(4,4)$$

求める直線の式を$y=ax+b$とおくと，1次関数では，傾き＝変化の割合なので，

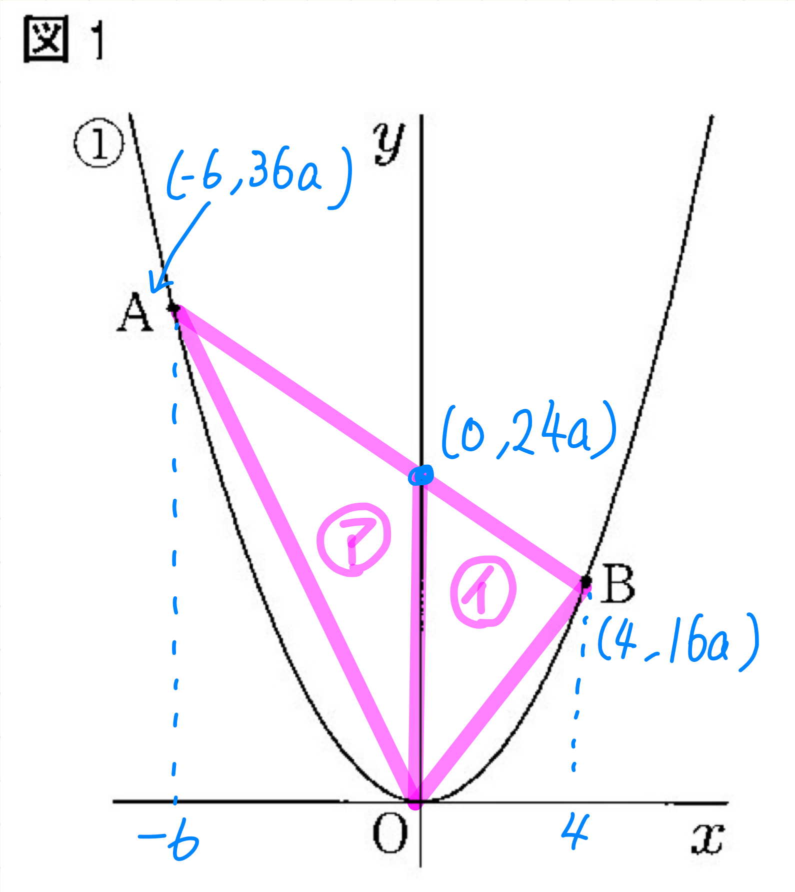
$$a=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$
$$=\frac{4-9}{4-(-6)}$$
$$=-\frac{5}{10}=-\frac{1}{2}$$

よって，$y=-\frac{1}{2}x+b$で，$B(4,4)$を通るので，

$$4=-\frac{1}{2}\times4+b \Rightarrow b=6$$

ゆえに，求める直線の式は，$y=-\frac{1}{2}x+6$

(2)



△AOBを㋐と㋑に分ける。

(1)と同様に，点A，点Bは$y=ax^2$のグラフ上にある。

点A

$x=-6$より$y=36a$

$\therefore A(-6,36a)$

点B

$x=4$より$y=16a$　$\therefore B(4,16a)$

直線ABの式を$y=mx+n$とおくと，

$$m=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$=\frac{16a-36a}{4-(-6)}$$

$$=-2a$$

よって，$y=-2ax+n$で，$B(4,16a)$を通るので，

$$16a=-2a\times4+n \Rightarrow n=24a$$

$\therefore$ 直線ABのy切片は$24a$である。

よって、△AOBの面積は

$$\underbrace{\frac{1}{2}\times 24a\times 6}_{ア} + \underbrace{\frac{1}{2}\times 24a\times 4}_{イ}$$

$$=\frac{1}{2}\times 24a\times(6+4)$$

$$=120a$$

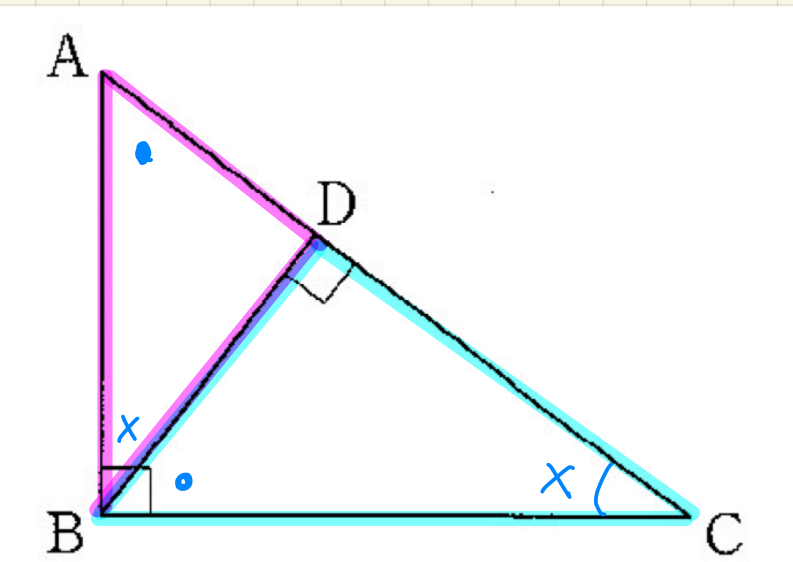
△AOBの面積は20より

$$120a=20$$

$$a=\frac{1}{6}$$

2.

(1)



△ABDと△BCDにおいて、

仮定より

$\angle ADB=\angle BDC=90^\circ$ —— ①

$\angle ABC=90^\circ$ だから

$$\underbrace{\angle ABD}_{\bullet}+\underbrace{\angle DBC}_{x}=90^\circ$$

$$\bullet + x = 90^\circ$$

$\therefore \angle ABD=90^\circ-\angle DBC$ —— ②

三角形の内角の和は180°だから

$\angle BCD + \angle DBC + 90^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle BCD = 90^\circ - \angle DBC$ ―― ③

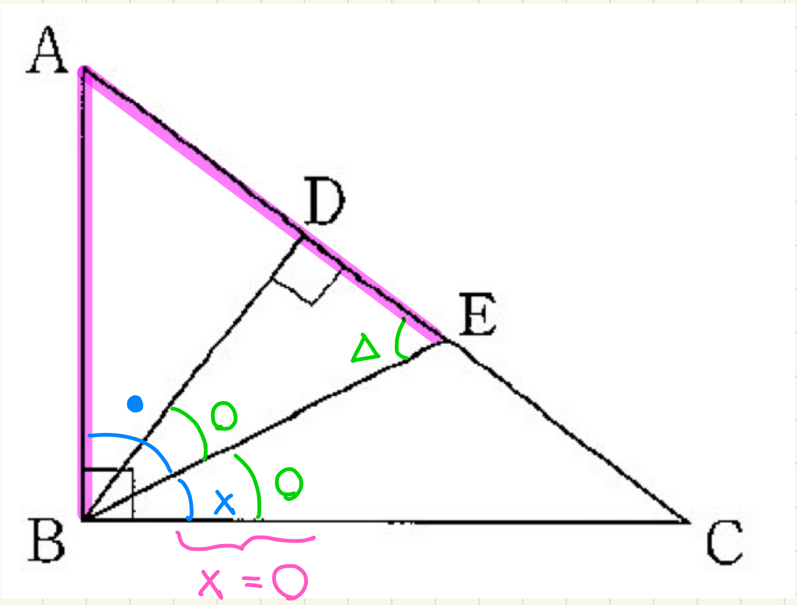
②,③より

$\angle ABD = \angle BCD$ ― ④

①,④より2組の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle ABD \backsim \triangle BCD$ (証明終わり)

(2)



∠ABCは直角であるから,

$\underbrace{\angle ABE}_{\bullet} + \underbrace{\angle EBC}_{\times} = 90^\circ$ ―― ①

△DBEは直角三角形であるから

$\underbrace{\angle DEB}_{\triangle} + \underbrace{\angle DBE}_{\bigcirc} = 90^\circ$ エ

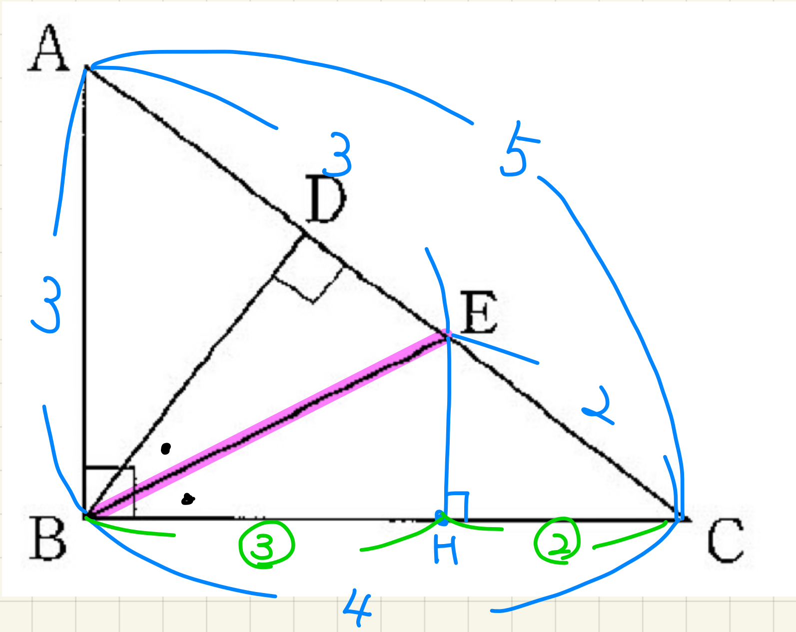
また,仮定より $\underbrace{\angle EBC}_{\times} = \underbrace{\angle DBE}_{\bigcirc}$ であるから

①,②より $\underbrace{\angle ABE}_{\bullet} = \underbrace{\angle AEB}_{\triangle}$

したがって,△ABEにおいて,2つの角が等しい三角形は,二等辺三角形になるから

$AB = AE$

(3)



△ABCにおいて，三平方の定理より

$$AC = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25}$$
$$= 5$$

(2)よりAB = AEなので，

AE = 3，EC = 2

点Eから辺BCに下ろした垂線の足をHとする。

△CEHと△CABにおいて，

$\angle CHE = \angle CBA = 90^\circ$ —— ①

共通な角は等しいので，

$\angle ECH = \angle ACB$ —— ②

①，②より2組の角がそれぞれ等しいので，

$\triangle CEH \sim \triangle CAB$ —— ③

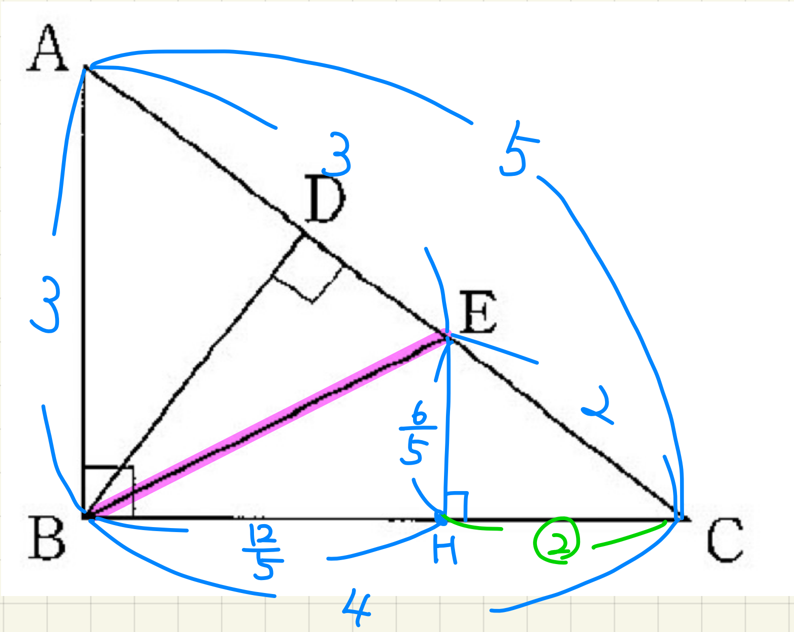
対応する辺の比は等しいので，

$CE : CA = CH : CB$

$\therefore CH : CB = 2 : 5 \Rightarrow CH : HB = 2 : 3$

よって，

$$BH = 4 \times \frac{3}{5} = \frac{12}{5}\text{cm}$$



また、③より

$$EH : \underbrace{AB}_{3} = 2 : 5$$

$$\Rightarrow 5EH = 6$$

$$\therefore EH = \frac{6}{5}\ \text{cm}$$

△EBHで三平方の定理より

$$BE = \sqrt{\left(\frac{12}{5}\right)^2 + \left(\frac{6}{5}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{144+36}{25}}$$

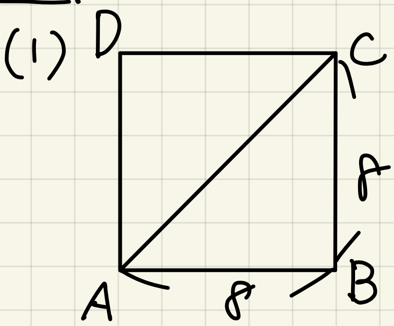
$$= \frac{\sqrt{180}}{5}$$

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
より $\sqrt{180} = 6\sqrt{5}$

$$= \frac{6\sqrt{5}}{5}\ \text{cm}$$

$\boxed{6}$ 1.

(1)



△ABCで三平方の定理より

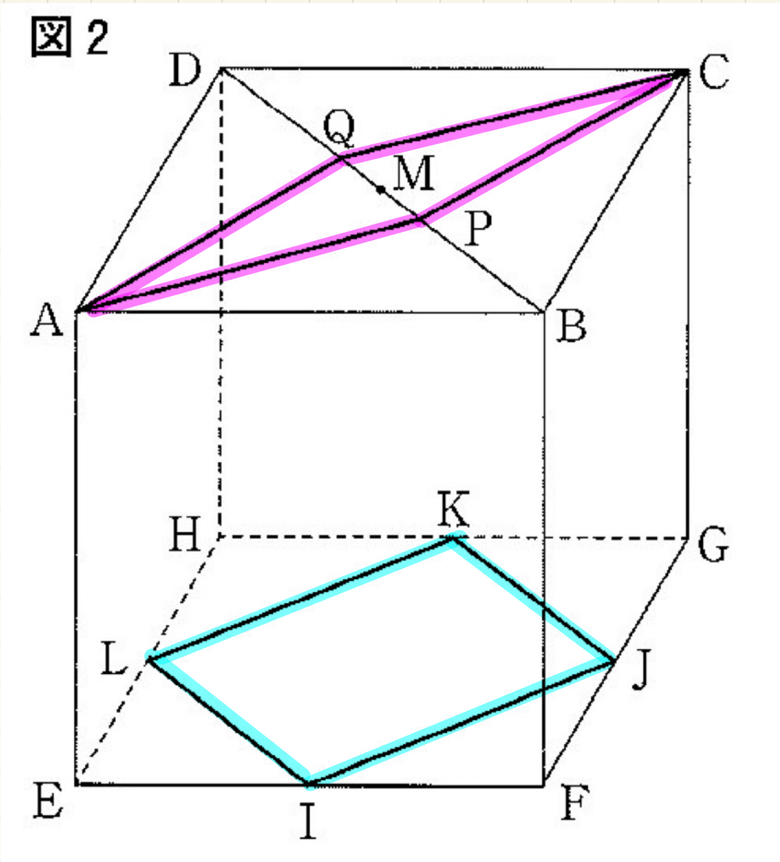
$$\text{対角線} = \sqrt{8^2 + 8^2}$$

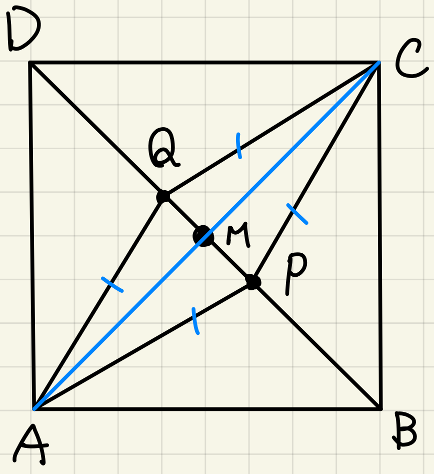
$$= 8\sqrt{2}\ \text{cm}$$

2.

(1)

図 2





点Bと点D，点Pと点Qは，線分ACについて対称であるから，□APCQはひし形である。

(1)より

$$AC = BD = 8\sqrt{2}\ \text{cm}$$

点Mは，線分BDの中点なので，

$$BM = \frac{1}{2}BD = 4\sqrt{2}\ \text{cm}$$

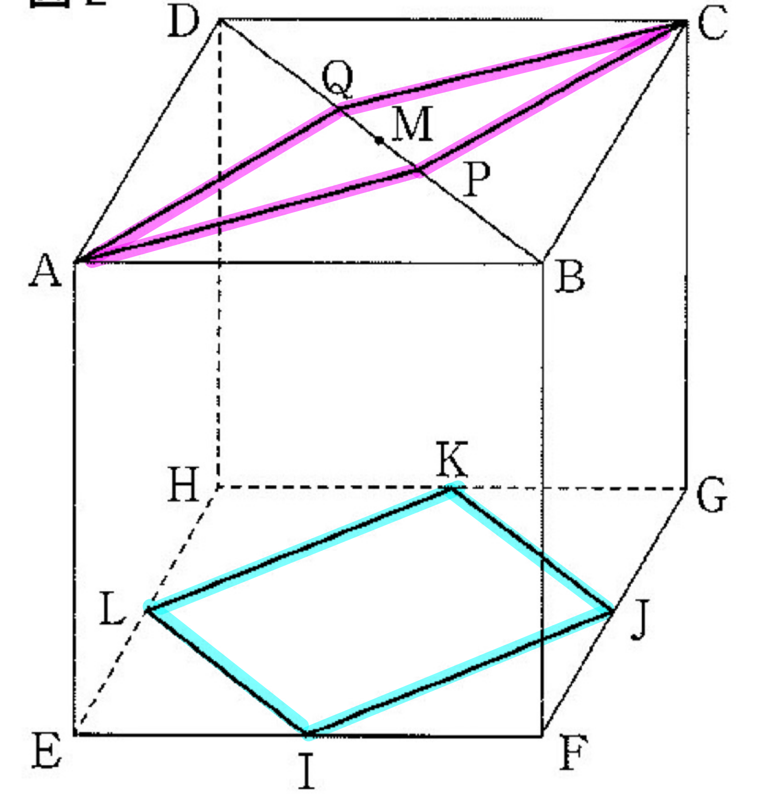
$BP : PM = 1 : 3$ より

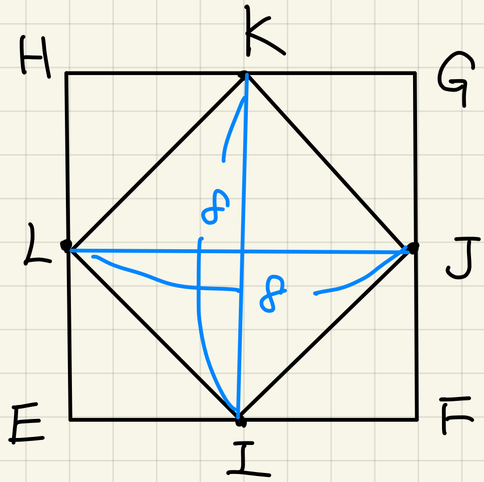
$$PM = 4\sqrt{2} \times \frac{1}{4} = \sqrt{2}\ \text{cm}$$ $\therefore PQ = 2\sqrt{2}\ \text{cm}$

よって，ひし形APCQの面積は，

$$8\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 16\ \text{cm}^2$$

図 2





点L, I, J, Kはそれぞれ辺EF, FG, GH, HEの中点なので、□LIJKはひし形である.

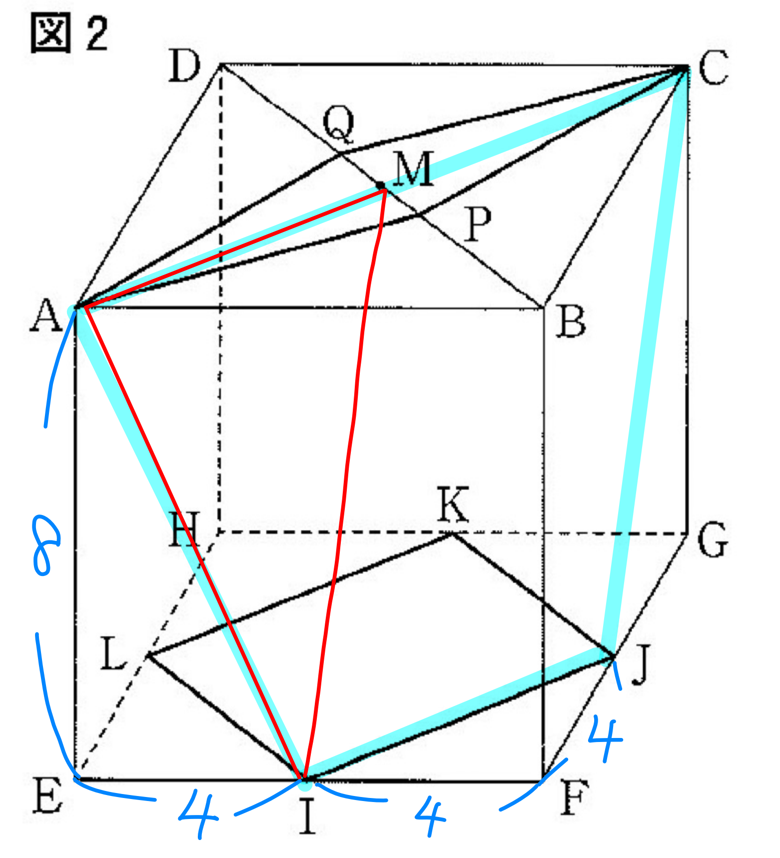
よって、ひし形LIJKの面積は

$$\frac{1}{2}\times 8\times 8 = 32\ cm^2$$

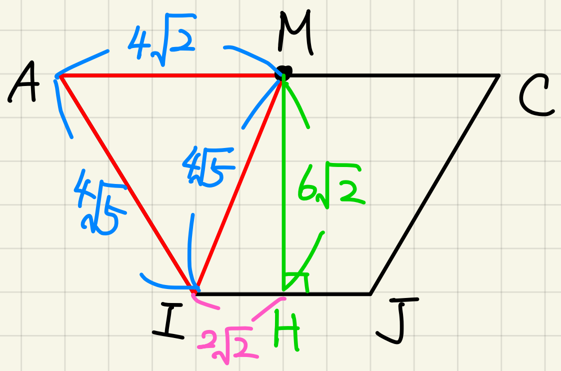
よって、□APCQと□LIJKの面積比は.

$$16 : 32 = 1 : 2$$

(2)



点A, M, I を含む平面で考える。



△AEIで 三平方の定理より

$$AI = \sqrt{8^2+4^2} = \sqrt{64+16}$$

$$= \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$= 4\sqrt{5}\ \text{cm}$$

対称性から、$MI = AI = 4\sqrt{5}$ cm.

△IFJ で 三平方の定理より

$$IJ = \sqrt{4^2+4^2}$$

$$= 4\sqrt{2}\ \text{cm}$$

点MからIJに下ろした垂線の足をHとすると、

$$IH = \frac{1}{2}IJ = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\ \text{cm}$$

△MIHで三平方の定理より

$$MH = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{2})^2}$$

$= \sqrt{80-8}$

$= \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

$= 6\sqrt{2}$ cm

よって、△AIMの面積は

$$\frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} = 24 \text{ cm}^2$$

(3) 難問

<方針>

切頭三角柱の体積公式を用いる.

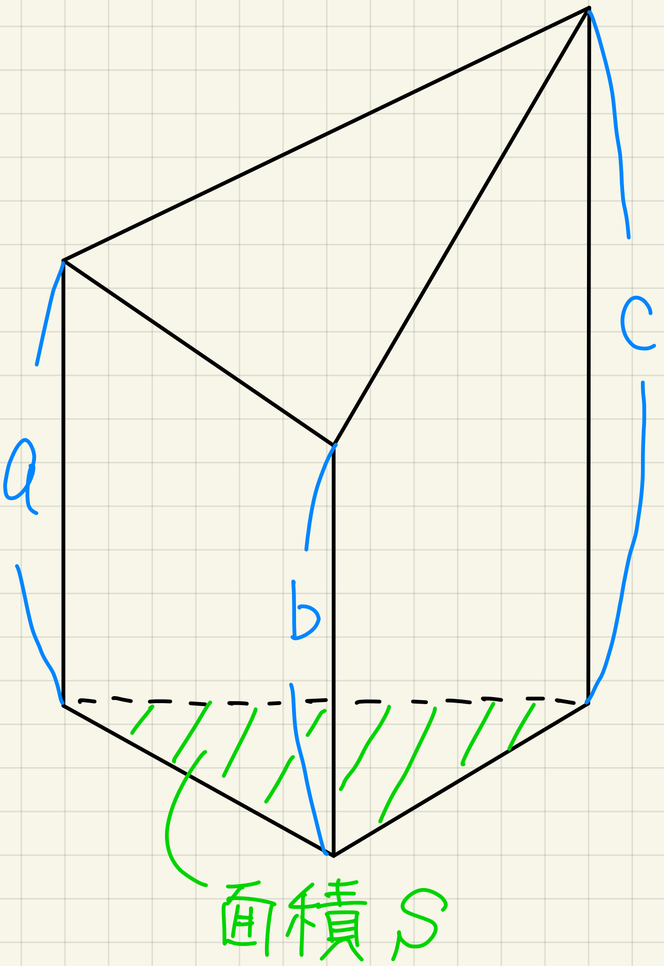


図1 切頭三角柱①

図1に示した切頭三角柱①の体積は

$$S \times \frac{a+b+c}{3}$$

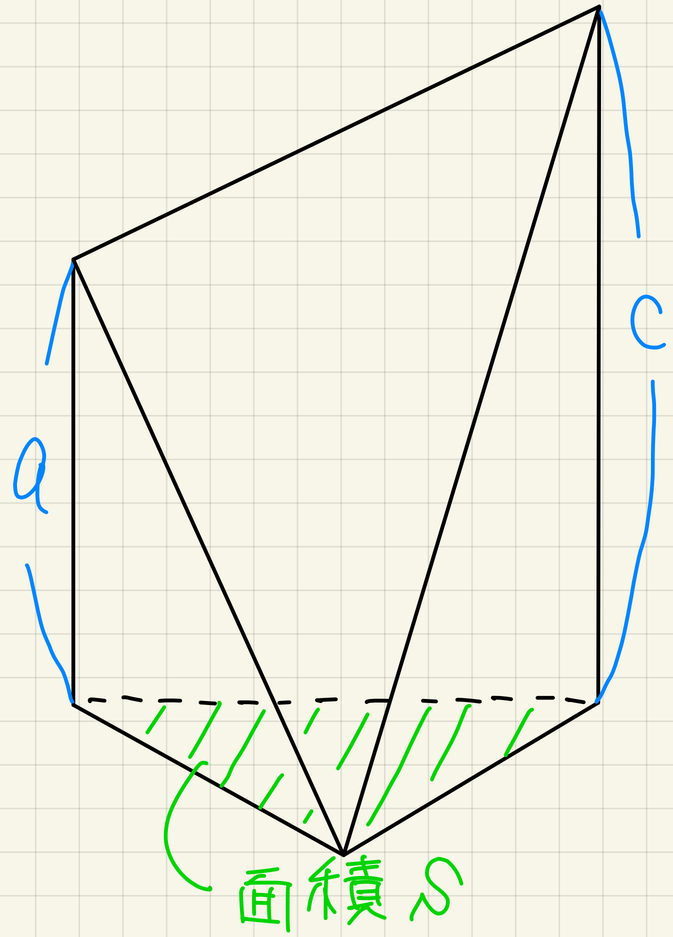


図2 切頭三角柱②

図2に示した切頭三角柱②の体積は

$$S \times \frac{a+c}{3}$$

※図1の切頭三角柱①において、b=0と考える。

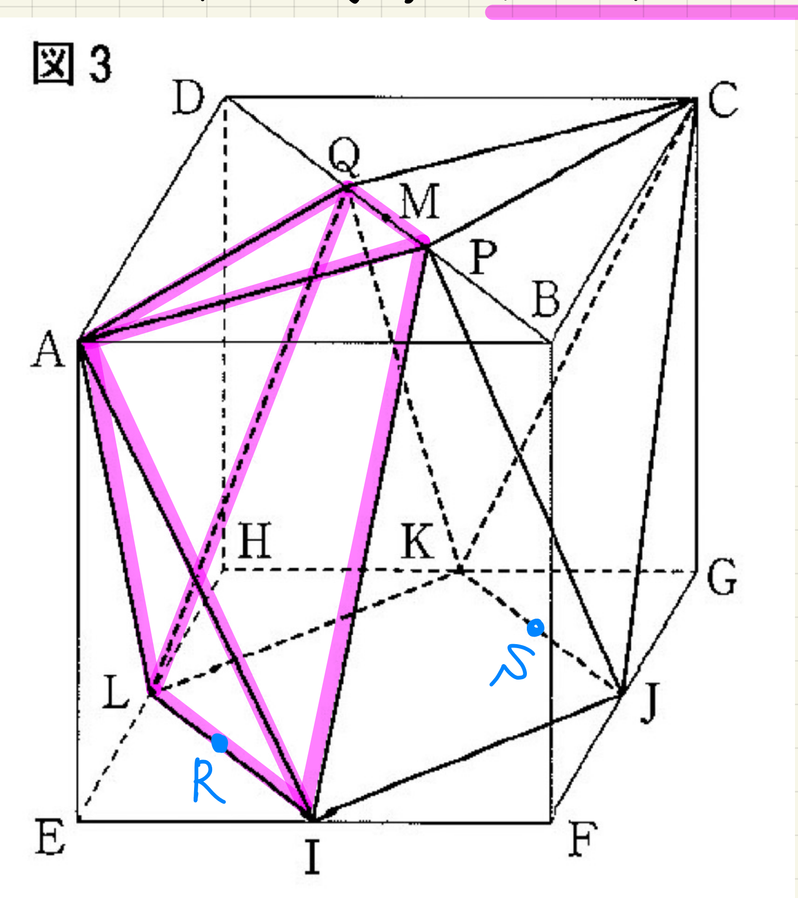
$$S \times \frac{a+0+c}{3}$$

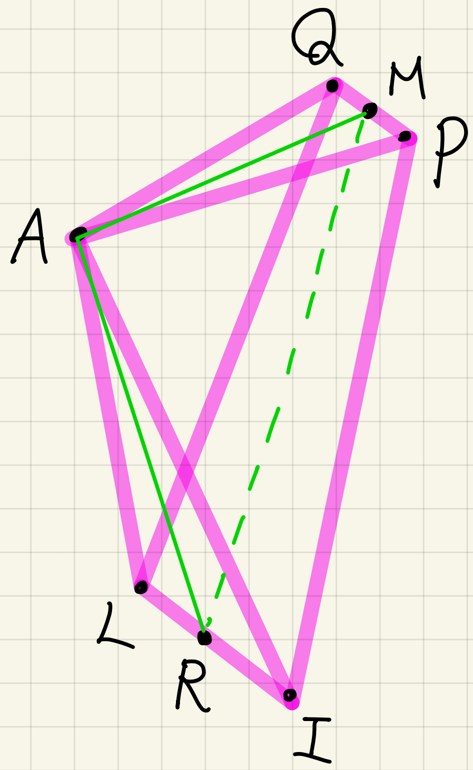
$$= S \times \frac{a+c}{3}$$

〈解答〉

求める体積を、A-PQLI, C-PQKJ, PQ-LIJK に分ける。まず、A-PQLIの体積を求める

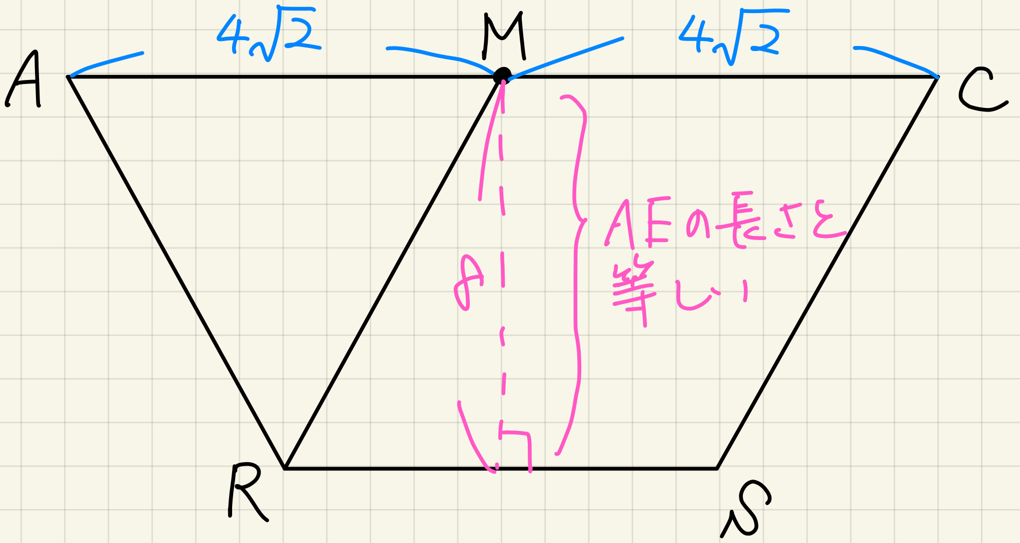
図3





辺LIの中点をR，辺KJの中点をSとする。
立体A-PQLIは
　　底面積　：△AMR
　　高さ　　：A，LI，PQ
として，切頭三角柱と考える.

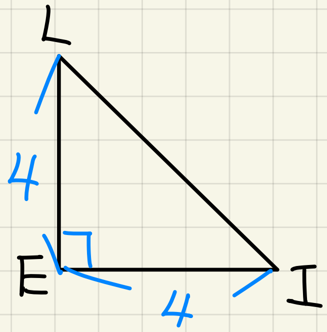
△AMRについて
　A，R，S，Cを含む平面を考える.



図より △AMRの面積は.

$$\frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 8 = 16\sqrt{2}\ \mathrm{cm}^2$$

LIについて



△LEIで三平方の定理より

$$LI = \sqrt{4^2+4^2}$$
$$= 4\sqrt{2}\ \mathrm{cm}$$

PQについて
(1)☆より $2\sqrt{2}$ cm

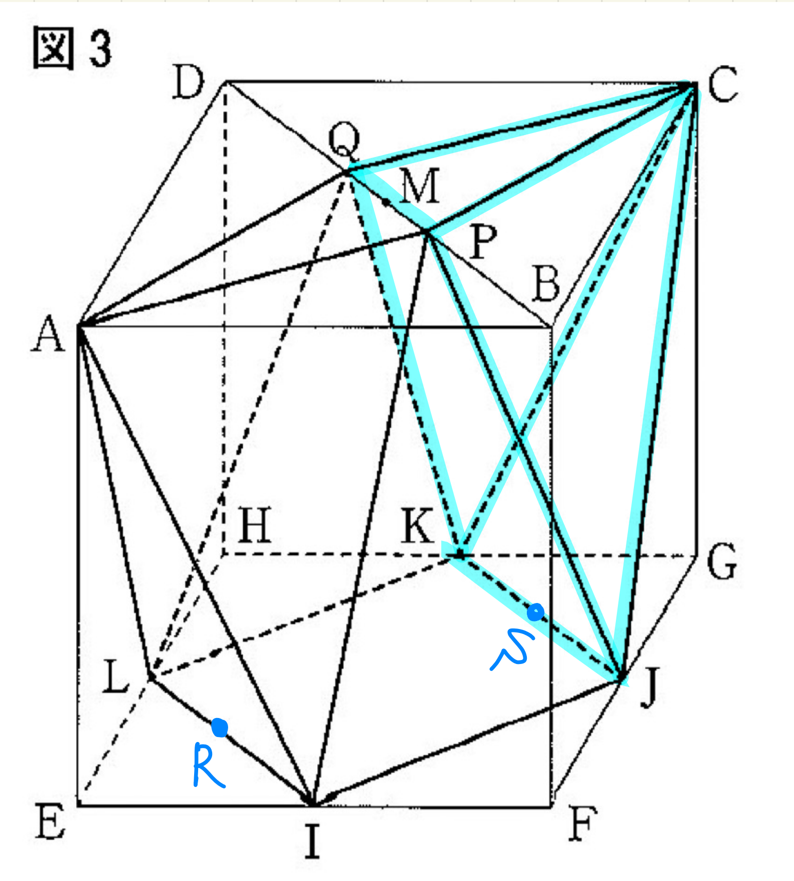
よって, 立体 A - PQLI の体積は.

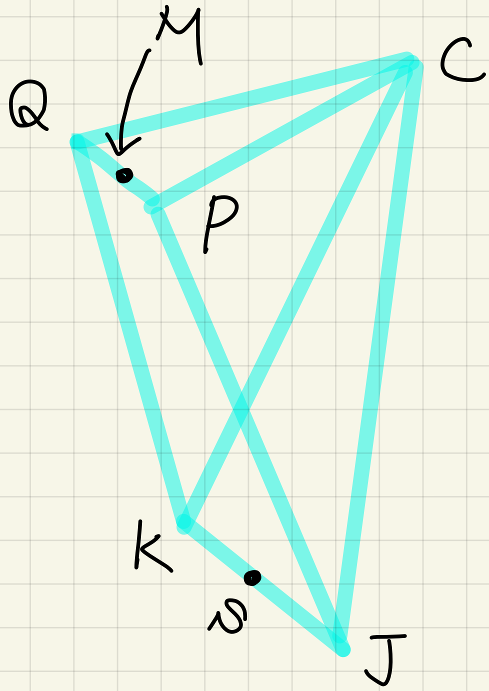
$$16\sqrt{2} \times \frac{0 + 4\sqrt{2} + 2\sqrt{2}}{3}$$

$$= 16\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}$$

$$= 64 \text{ cm}^3$$

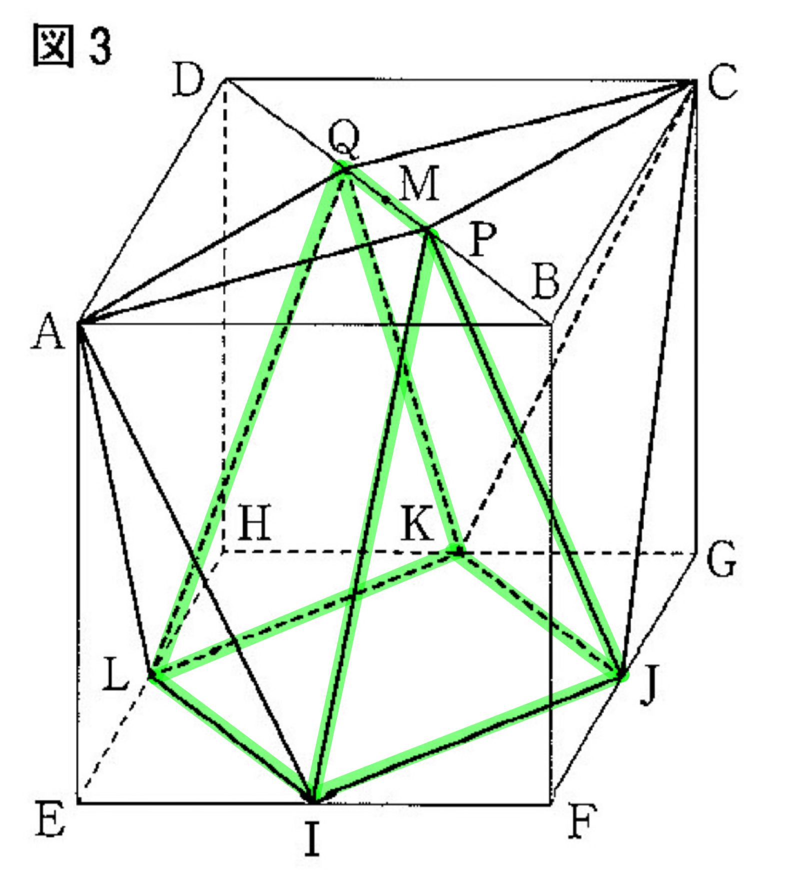
立体 C - PQKJ の体積

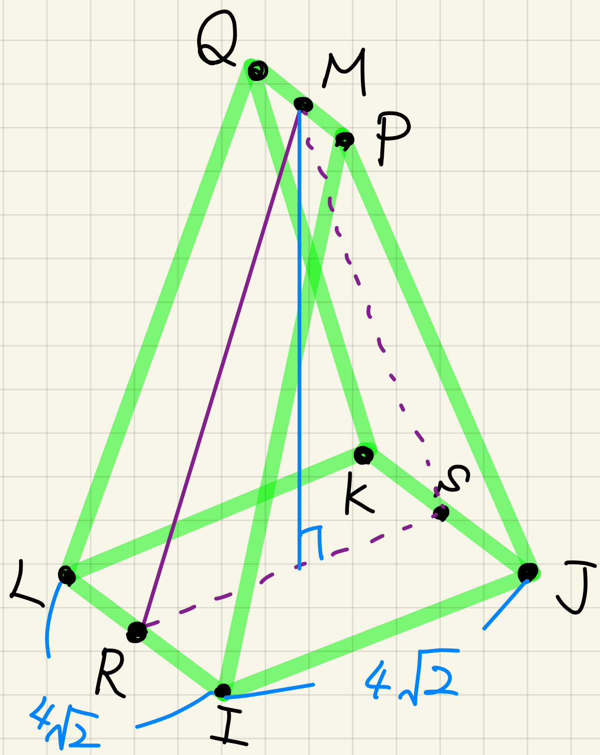




左右の対称性から, 立体 A - PQLI の体積と等しい。よって, 64 cm^3

立体PQ－LIJKの体積





底面積　：　△MRJ

高さ　　：　PQ，LI，KJ

として，切頭三角柱と考える．よって，体積は，

$$\underbrace{\frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 8}_{\triangle MRJ} \qquad \frac{2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}}{3}$$

$$= 16\sqrt{2} \times \frac{10\sqrt{2}}{3} = \frac{320}{3} \text{ cm}^3$$

以上より求める体積は，

$$64 + 64 + \frac{320}{3} = \frac{704}{3} \text{ cm}^3$$