2023年度　高知県
数学

Km Km

1

(1)

① 与式 $= -5+1+12$

$= 8$

② 与式 $= \dfrac{3(3x+y)-2(x+y)}{6}$

$= \dfrac{9x+3y-2x-2y}{6}$

$= \dfrac{7x+y}{6}$

③ 与式 $= \dfrac{-ab^2 \times 3 \times (-4b)}{2a^2b}$

$= \dfrac{6b^2}{a}$

④ $\dfrac{8}{\sqrt{12}} = \dfrac{8}{2\sqrt{3}} = \dfrac{8}{2\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{8\sqrt{3}}{2\times 3} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

$\sqrt{50} \div \sqrt{6} = \dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{3}} = \dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}$

$\therefore$ 与式 $= \dfrac{4\sqrt{3}}{3} + \dfrac{5\sqrt{3}}{3}$

$= \dfrac{9\sqrt{3}}{3}$

$= 3\sqrt{3}$

(2) 23人の通学時間の合計は $23a$ 分

7人の通学時間の合計は $7b$ 分

30人の生徒の通学時間の平均が14分なので、

$$\frac{23a+7b}{30}=14$$

$$\therefore\ 23a+7b=420$$

$$7b=-23a+420$$

$$b=\frac{-23a+420}{7}$$

$$=-\frac{23a}{7}+60$$

(3) 平行四辺形は、次のいずれかを満たせば良い。

① 2組の対辺がそれぞれ平行

② 2組の対辺がそれぞれ等しい

③ 2組の対角がそれぞれ等しい

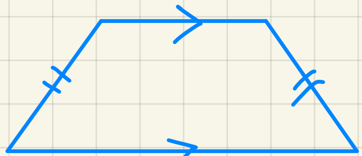
④ 対角線がそれぞれの中点で交わる

⑤ 1組の対辺が平行で、その長さが等しい

ア：4つの角がすべて直角 ⇒ 対角は直角。

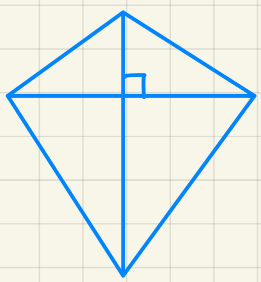
よって、③より平行四辺形である。

イ：①〜⑤に当てはまらないので、平行四辺形でない。



⇒ 台形

ウ：①〜⑤に当てはまらないので，平行四辺形でない。



⇒ 平行四辺形でない

エ：④より平行四辺形である。

よって答えは ア，エ

$4a^2=(2a)^2,\ 9=3^2$
より
$4a^2-9=(2a)^2-3^2$
$=(2a+3)(2a-3)$

(4) $8a^2b-18b=2b(4a^2-9)$

$=2b(2a+3)(2a-3)$

(5) $3x+2y+16=0$ —①

$2x-y+6=0$ —②

①,②を連立して x,y の値を求める。①＋②×2より

$$\begin{array}{rrrrl} & 3x & +2y & +16 & =0 \\ +) & 4x & -2y & +12 & =0 \\ \hline & 7x & & +28 & =0 \end{array}$$

$\therefore 7x=-28 \Rightarrow x=-4$

$x=-4$ を②に代入して

$2\times(-4)-y+6=0$

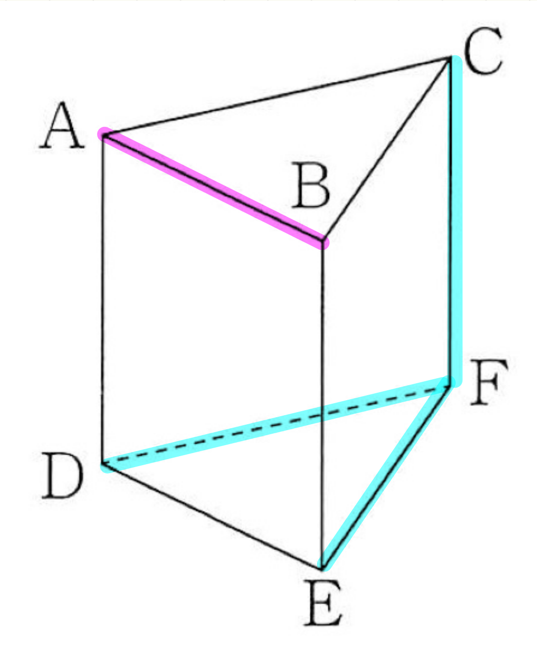
$\therefore y=-8+6=-2$

よって，①，②の交点の座標は $(-4,-2)$ である。

$ax + y + 10 = 0$ のグラフが $(-4, -2)$ を通るので、

$$-4a - 2 + 10 = 0$$
$$-4a = 2 - 10$$
$$= -8 \quad \Rightarrow \quad a = 2$$

(6)



ねじれの位置
① 並行でない
② 交わらない.

よって、辺ABとねじれの位置は、
辺CF、辺DF、辺EF

(7) B中学校のデータを小さい順に並べる.

$$\underbrace{2,\ 2,\ 3,\ 4,\ 4}_{\text{下位データ}},\ \underbrace{6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10}_{\text{上位データ}}$$

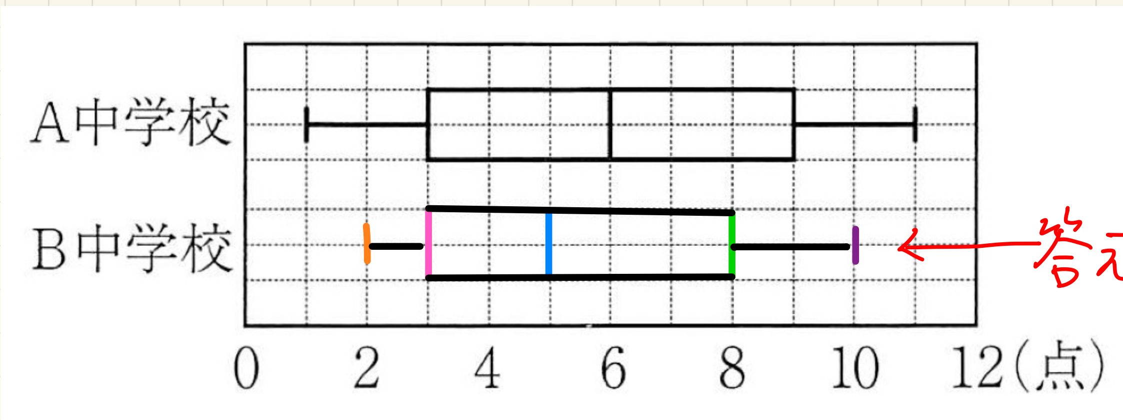
最小値

最大値

第3四分位数

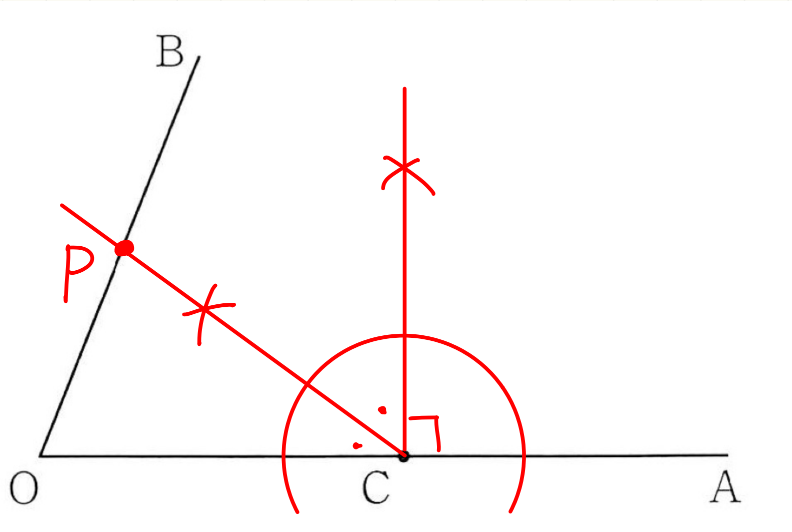
中央値 $= \dfrac{4+6}{2} = 5$

第1四分位数



← 答え.

(8)

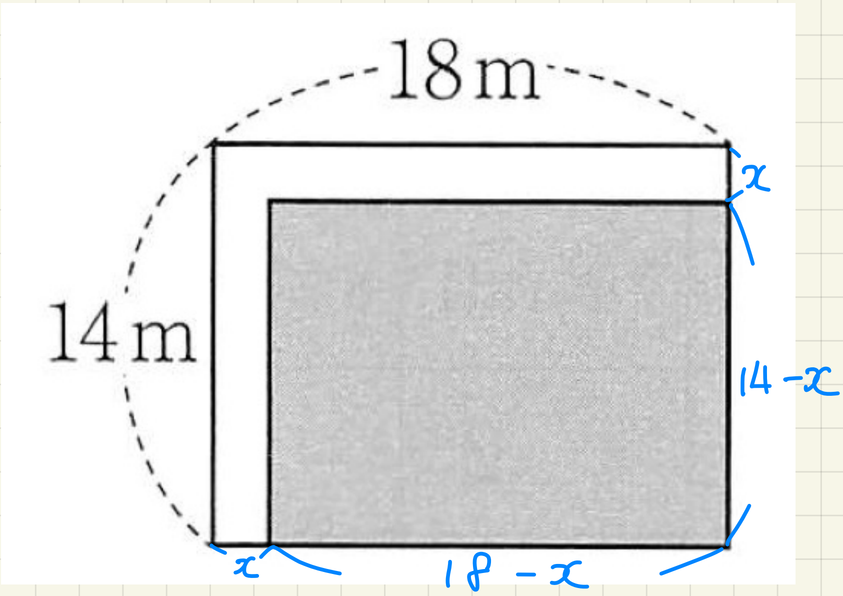


① 点Cを通りOAに垂線な線分を作図

② 90°の二等分線を作図し、OBとの交点が点P.

$\boxed{2}$

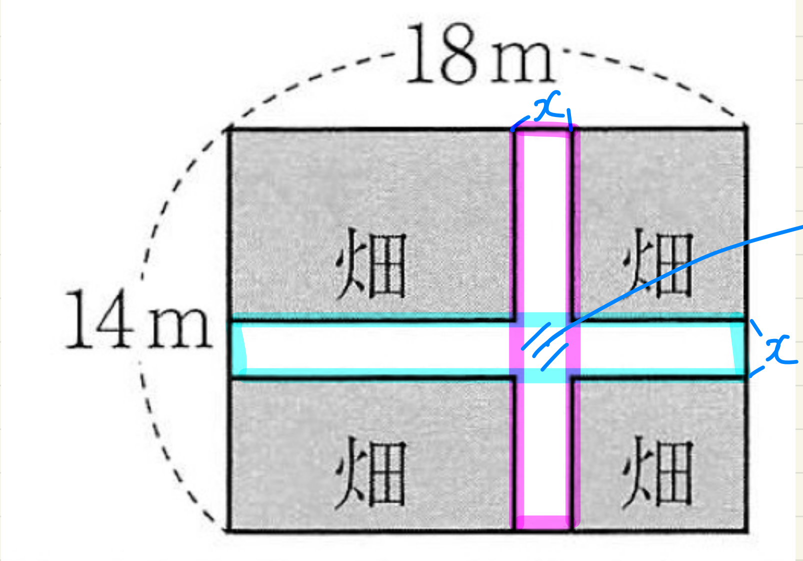
(1)



ア：縦の長さは $14-x$ m

イ：横の長さは $18-x$ m

(2)



道が重なる部分は、

$x \times x = x^2$ m^2

ウ：縦方向の道の面積は $14x$ m^2

エ：横方向の道の面積は $18x$ m^2

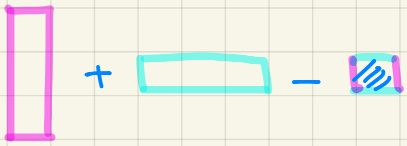
(3)

X：ゆうさんのノートから、

$$(14-x)(18-x)=192$$

$$\therefore x^2 - 32x + 252 = 192$$

$$\therefore x^2 - 32x + 60 = 0$$



$14x + 18x - x^2$

(別解) りくさんのノートから

$$14 \times 18 - (14x + 18x - x^2) = 192$$

$$\therefore x^2 - 32x + 252 = 192$$

$$\therefore x^2 - 32x + 60 = 0$$

Y：$x^2 - 32x + 60 = 0$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x-30) = 0$$

$$x = 2,\ 30$$

x は 0m より大きく、縦の長さ(14m)より短いので、$x=2$。よって道幅は 2m にすれば良い。

3

2つのさいころを2回投げたときの，さいころの出る目の場合の数は，$6 \times 6 = 36$ 通り

(1)

1回目のさいころの目を x，2回目のさいころの目を y とする．ただし，$1 \leqq x \leqq 6$，$1 \leqq y \leqq 6$

2回目のあとの箱Aの玉の数は，

$$6 - x + y \text{ 個}$$

であり，これが5個になれば良いので，

$$6 - x + y = 5$$

$$\therefore x - y = 1$$

$-x + y = -6 + 5$

$= -1$

$\therefore x - y = 1$

これをみたす (x, y) は

$(x, y) = (2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5)$

の5通りである．※ $1 \leqq x \leqq 6$，$1 \leqq y \leqq 6$ に注意

よって，求める確率は，

$$\frac{5}{36}$$

(2)

1回目のさいころの目を x，2回目のさいころの目を y とする．ただし，$1 \leqq x \leqq 6$，$1 \leqq y \leqq 6$

2回目のあとの箱Aの玉の数は，

$$6 - x + y \text{ 個} \quad —— ①$$

2回目のあとの箱Bの玉の数は.

$5+x-y$ 個 —— ②

① > ② となれば良いので,

$$6-x+y > 5+x-y$$
$$1 > 2x-2y$$

したがって, $2x-2y$ が 1より小さくなれば良い.

㋐ $x=1$ のとき

$$2x-2y = 2-2y < 1$$

これをみたす y は, 1, 2, 3, 4, 5, 6

∴ 6通り

㋑ $x=2$ のとき

$$2x-2y = 4-2y < 1$$

これをみたす y は, 2, 3, 4, 5, 6

∴ 5通り

㋒ $x=3$ のとき

$$2x-2y = 6-2y < 1$$

これをみたす y は, 3, 4, 5, 6

∴ 4通り

㋓ $x=4$ のとき

$$2x-2y = 8-2y < 1$$

これをみたす y は, 4, 5, 6

∴ 3通り

㋔ $x=5$ のとき

$$2x-2y=10-2y<1$$

これをみたす y は，5, 6

∴ 2通り

㋕ $x=6$ のとき

$$2x-2y=12-2y<1$$

これをみたす y は，6

∴ 1通り

よって，箱Aに入っている玉の個数が，箱Bに入っている玉の個数より多くなる場合の数は

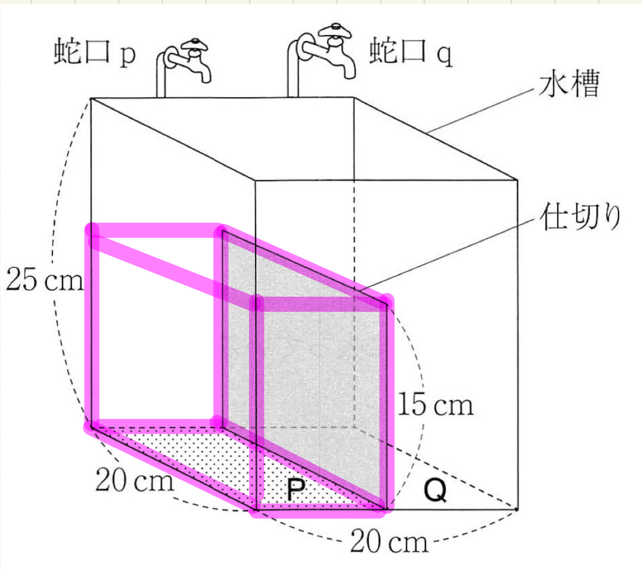
$$6+5+4+3+2+1=21 \text{ 通り}$$

したがって，求める確率は

$$\frac{21}{36}=\frac{7}{12}$$

$\boxed{4}$

(1)



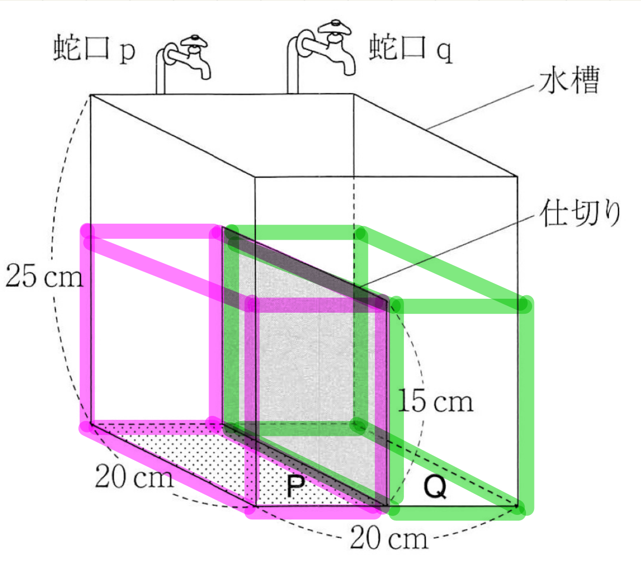
ピンクの部分の直方体の体積は

$$20\times10\times15=3000 \text{ cm}^3$$

毎秒 100 cm^3 ずつ水が入るので，ピンクの部分の直方体に水がたまる時間は

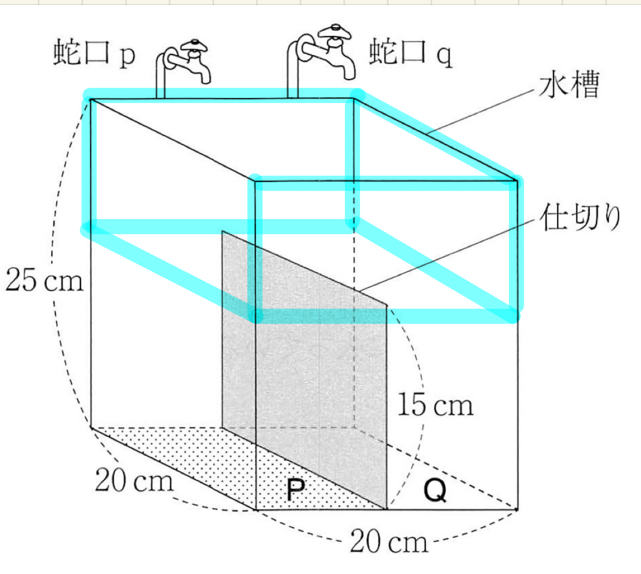
$3000 \div 100 = 30$ (秒)

すなわち、$0 \leqq x \leqq 30$ では、水面の高さは一定の割合で高くなる。



$30 \leqq x \leqq 60$ では、水は緑の直方体部分へ流れる。
すなわち、ピンクの直方体に水が満タンに満たされており(水面は15cmをキープ)、緑の直方体の水面が高くなる。

よって、$30 \leqq x \leqq 60$ では、水面の高さは15cmのままである。



$60 \leqq x$ では、青の直方体部分に水が入る。
この直方体の体積は、

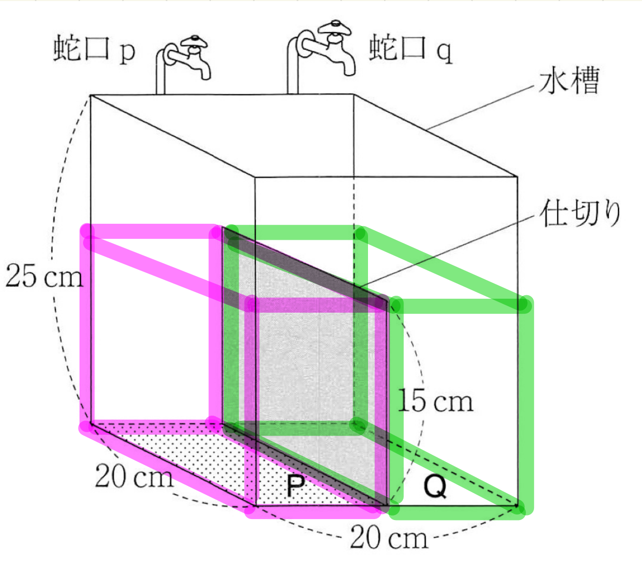
$20 \times 20 \times 10 = 4000 \text{ cm}^3$

毎秒 100 cm^3 ずつ水が入るので、
$4000 \div 100 = 40$ 秒で満タンとなる。

よって、$60 \leqq x \leqq 60+40$、すなわち、$60 \leqq x \leqq 100$ では、水面の高さが一定の割合で増加する。

以上より、x と y の関係を表したグラフは、イ

(2). ①



蛇口pだけを開けたとき、ピンクの直方体に水が満タンとなる時間は、

$(20\times10\times15)\div100=30$ 秒

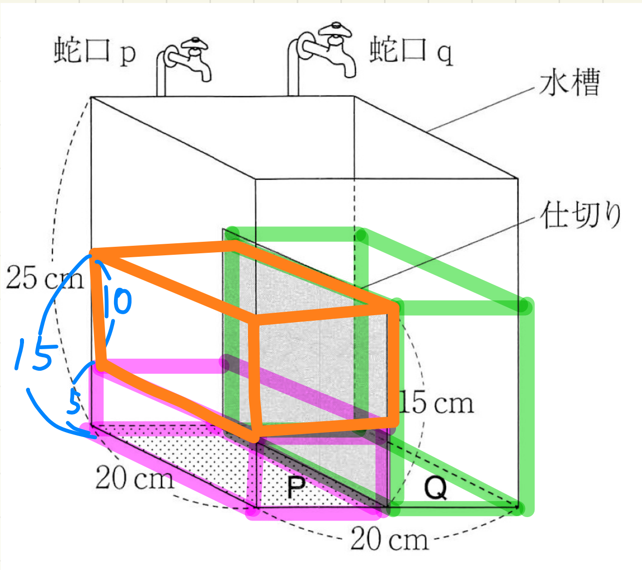
ピンクの直方体の体積　　毎秒 $100\,cm^3$

同様に、蛇口qだけを開いたとき、緑の直方体に水が満タンとなる時間は、

$(20\times10\times15)\div300=10$ 秒

したがって、10秒を超えると、ピンクの直方体へ水が流れ出す。

$x=10$ のときの水面の高さは以下の通り。



蛇口pの水が入る割合は、蛇口qの水が入る割合の $\frac{1}{3}$ なので、緑の直方体に水が満タンとなったとき、蛇口p側の水面の高さは $\frac{1}{3}$ である。

$\Rightarrow 15\times\frac{1}{3}=5\,cm$ ―― ☆

よって、オレンジの直方体の部分は、毎秒 $400\,cm^3$ の水が入り、水面が高くなる

蛇口p、qの合わせた水の量

オレンジの直方体に水が満タンとなる時間は、

$\underbrace{(20\times10\times10)}_{\text{オレンジの直方体の体積}}\div400=5$秒

すなわち、

$0\leqq x\leqq10$ → 蛇口p側、蛇口q側、それぞれ独立して水面が高くなる。

$10\leqq x\leqq15$ → 蛇口p側に、蛇口p、q両方の水が入る。

オレンジの直方体の高さは10cmであり、5秒で満タンとなるので、1秒当たり2cmずつ水面が高くなる。

よって、$x=12$のとき、$x=10$から2秒経過しているので、面P側の水面の高さyは、

$y=\underbrace{5}_{\text{10秒のとき水面は5cm}}+\underbrace{2\times2}_{\text{1秒あたり2cmずつ高くなる.}}=9$

②

$0\leqq x\leqq10$のとき

面P側の水面の高さyは、$\underbrace{0\text{cm から }5\text{cm}}_{\text{① ☆より}}$まで変化する。

したがって、

$$a=\frac{5-0}{10-0}\quad\cdots\quad\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

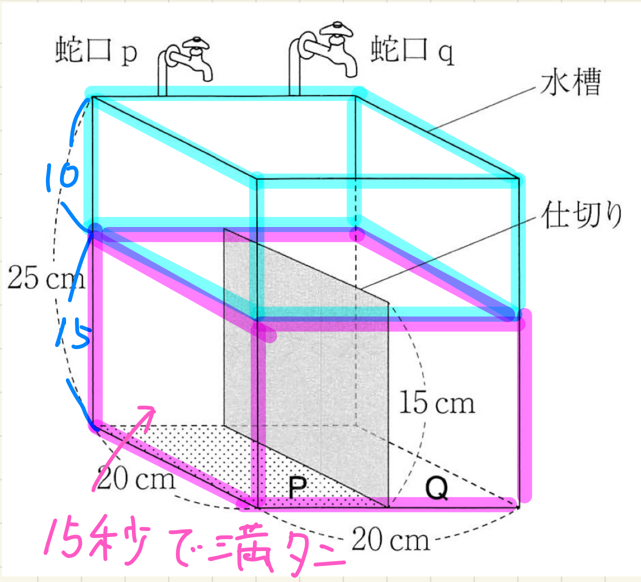
$$=\frac{1}{2}$$

$10 \leqq x \leqq 15$ のとき、
面P側の水面の高さyは、5cmから15cmまで変化する。
①より

よって、

$$b = \frac{15-5}{15-10} = 2$$

$15 \leqq x \leqq 25$ のとき、
面P側の水面の高さyは、15cmから25cmまで変化する。



$(20 \times 20 \times 10) \div 400$
$= 10$秒
すなわち、25秒で水槽が満タンとなる。

よって、

$$c = \frac{25-15}{25-15} = 1$$

以上より、

$$a < c < b$$

$\boxed{5}$

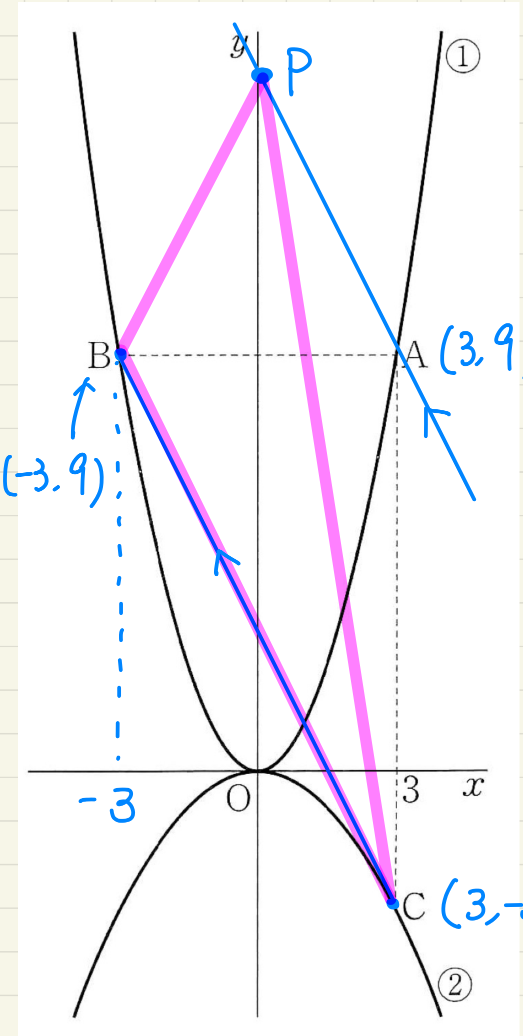
(1) 点Cは $y=-\frac{1}{3}x^2$ 上にあり、$x=3$ なので、

$$y=-\frac{1}{3}\times 3^2$$

$$=-3.$$

よって、Cの座標は $(3, -3)$

(2)



点Bは、点Aとy軸について対称なので、x座標は -3.
また、$y=x^2$ 上にあるので、

$$y=(-3)^2=9$$

$\therefore B(-3, 9)$

直線BCの傾きは、変化の割合と等しいので、

$$傾き=\frac{yの増加量}{xの増加量}$$

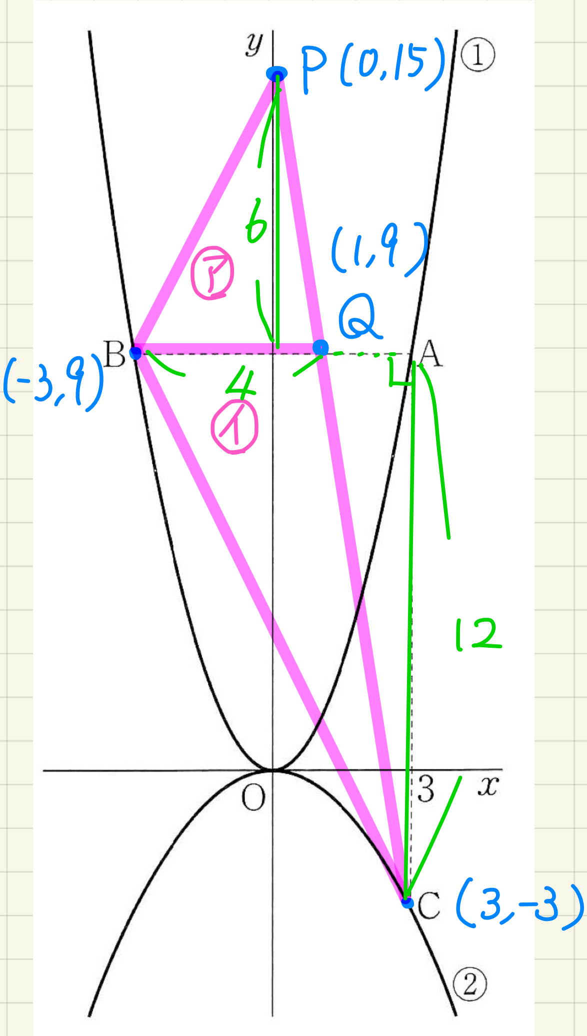
$$=\frac{-3-9}{3-(-3)}$$

$$=-2$$

平行な直線は、傾きが等しいので、直線APの傾きも -2 である。よって、直線APの式を $y=-2x+b$ とおくと、$A(3, 9)$ を通るので、

$9 = -2 \times 3 + b \quad \Rightarrow b = 15$ …切片

よって、Pの座標は $(0, 15)$ である。



△PBCを左図のように分け、底辺をBQとして考える。

点Qは、BA上にあるので、y座標は9である。

直線PCについて、$y = ax + 15$ とおくと、

$$a = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$= \frac{-3 - 15}{3 - 0} = -6$$

よって、直線PCは $y = -6x + 15$.

点Qは $y = -6x + 15$ のグラフ上にあり、$y = 9$ なので、

$$9 = -6x + 15$$

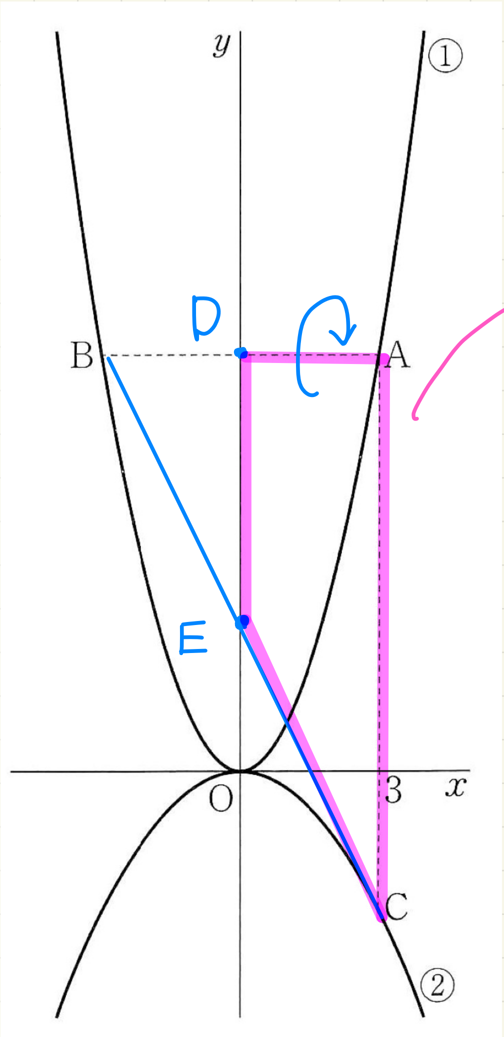
$$6x = 6 \quad \Rightarrow \quad x = 1 \qquad \therefore Q(1, 9)$$

以上より △PBCの面積は

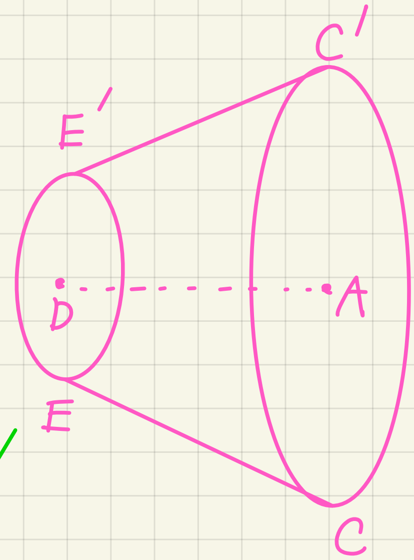
$$\underbrace{4 \times 6 \times \frac{1}{2}}_{㋐} + \underbrace{4 \times 12 \times \frac{1}{2}}_{㋑} = 12 + 24$$

$$= 36$$

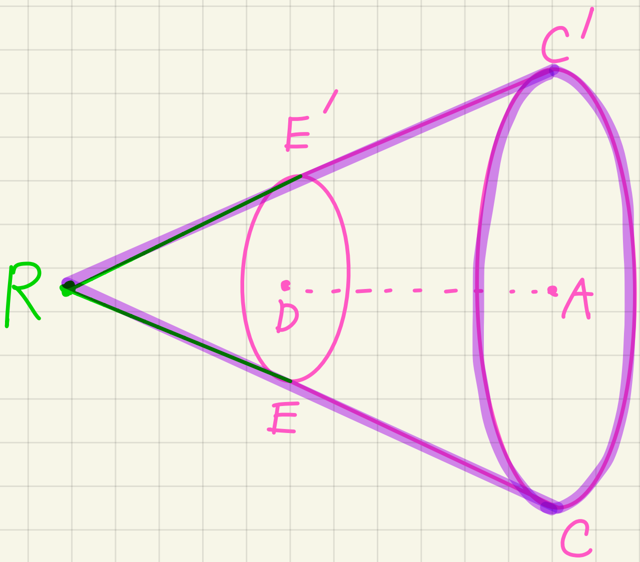
(3)



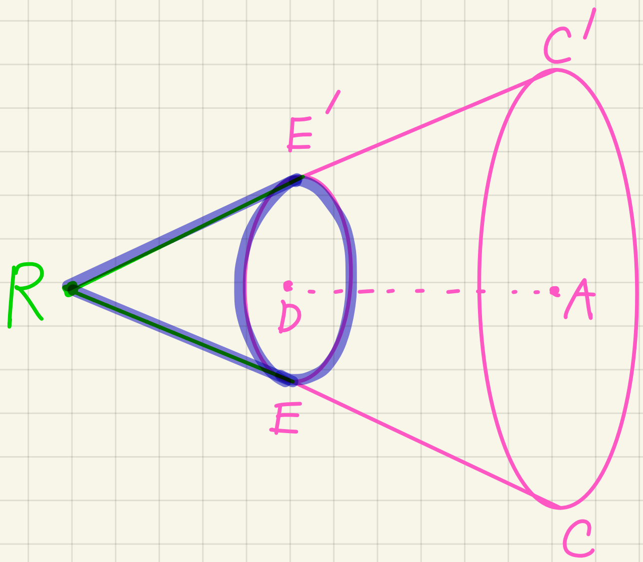
台形DECAを
DAを軸として
回転



CE, C'E'を延長した
交点をRとする。



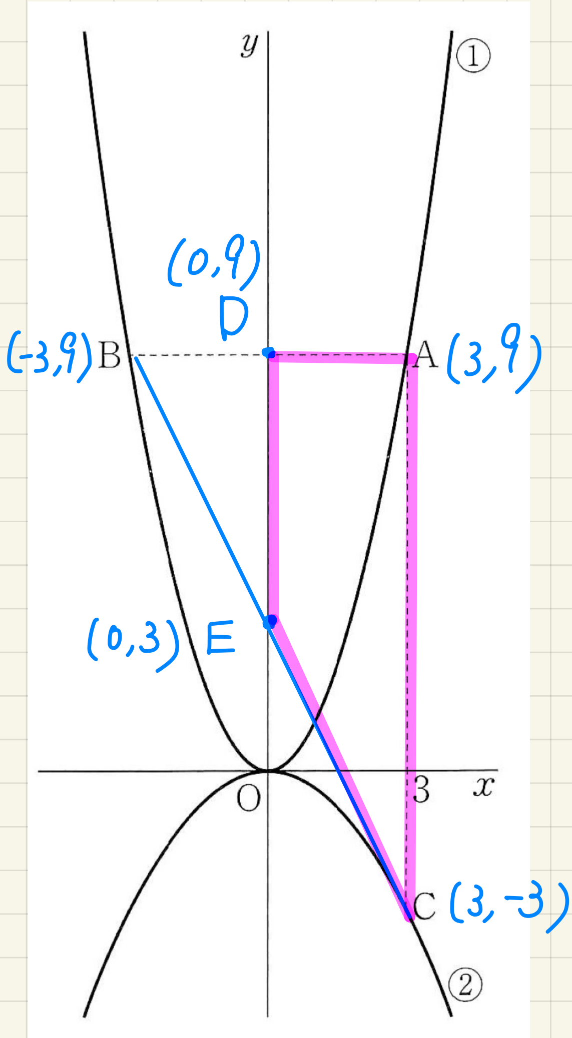
−



求める立体の体積は

(円すいP - CC') − (円すいP - EE')

である。



点D

y軸上にあり，点A，Bとy座標が等しいので，D(0, 9)

点E

直線BCの切片である。
直線BCの式を$y=ax+b$とおくと，

$$a=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$=\frac{-3-9}{3-(-3)}=-2$$

よって$y=-2x+b$で，C(3, −3)を通るので

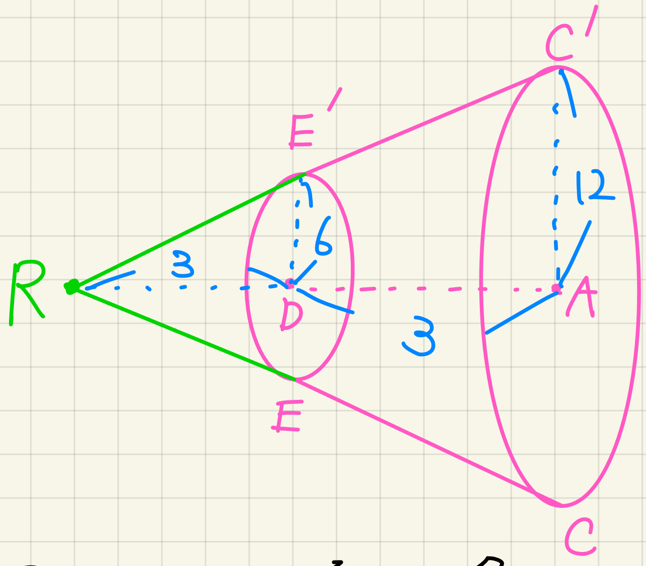
$$-3=-2\times3+b \Rightarrow b=3$$

よって，E(0, 3)

以上より

$$DE=9-3=6$$
$$AC=9-(-3)=12$$
$$DA=3-0=3$$

である。



$\triangle RDE'$と$\triangle RAC'$において，$E'D \parallel C'A$なので同位角が等しいから

$\angle RDE' = \angle RAC'$ —①

$\angle RE'D = \angle RC'A$ —②

①，②より2組の角がそれぞれ等しいので．

$\triangle RDE' \backsim \triangle RAC'$

$RD = x$とすると，対応する辺の比は等しいので，

$$\underbrace{RD}_{x} : \underbrace{RA}_{x+3} = \underbrace{E'D}_{6} : \underbrace{C'A}_{12}$$

よって，

$$x : x+3 = 1 : 2$$

$$2x = x + 3 \Rightarrow x = 3$$

よって，求める体積は

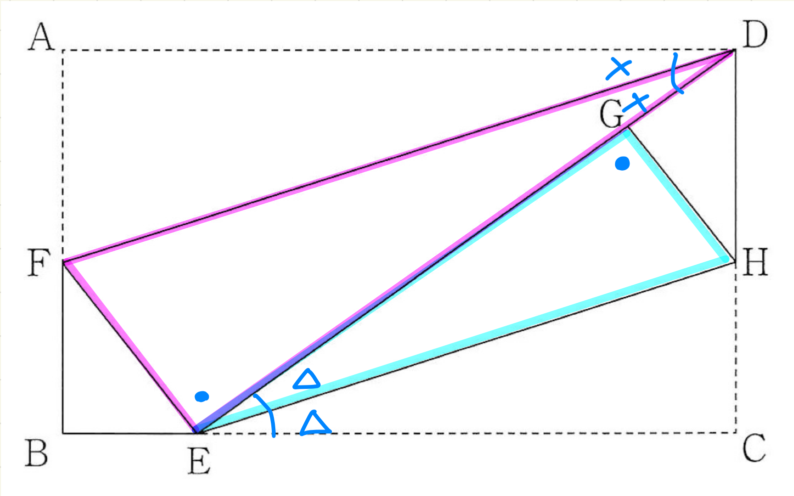
$$\underbrace{12 \times 12 \times \pi \times 6 \times \frac{1}{3}}_{\text{円すい}R-CC'} - \underbrace{6 \times 6 \times \pi \times 3 \times \frac{1}{3}}_{\text{円すい}R-EE'}$$

$= 288\pi - 36\pi$

$= 252\pi\ cm^3$

6

(1)



△DFEと△EHGにおいて,

□ABCDは長方形なので,

$\angle DEF = \angle EGH$ —— ①

AD//BCより,錯角が等しいので,

$\angle ADE = \angle CED$ —— ②

DFで折り返しているので,

$\angle FDE = \frac{1}{2}\angle ADE$ —— ③

EHで折り返しているので,

$\angle HEG = \frac{1}{2}\angle CED$ —— ④

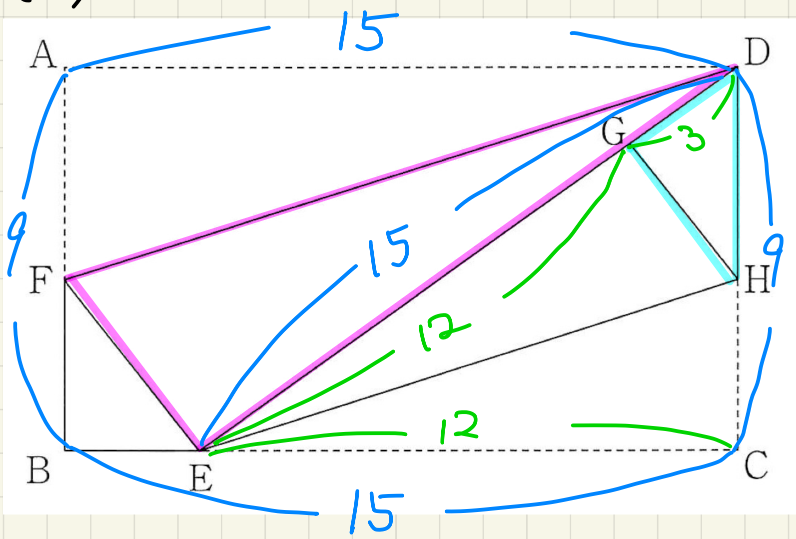
②,③,④より

$\angle FDE = \angle HEG$ —— ⑤

①,⑤より2組の角がそれぞれ等しいので.

$\triangle DFE \sim \triangle EHG$ (証明終わり)

(2)



DFで折り返しているので、

$AD = ED = 15$ cm

よって、△DECで三平方の定理より

$$EC = \sqrt{15^2 - 9^2}$$

$$= 12 \text{ cm}$$

HEで折り返しているので、

$EC = EG \quad \therefore EG = 12$ cm

$DG = ED - EG$ より、$DG = 3$ cm

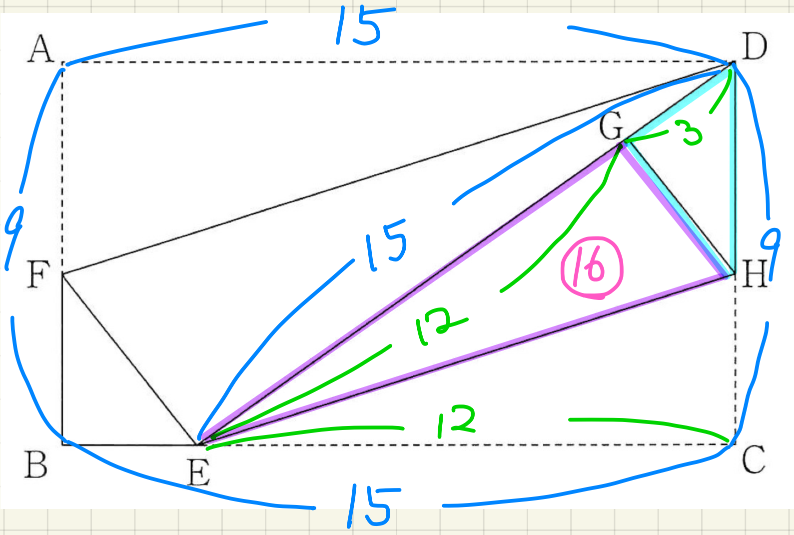
(1)より △DFE ∽ △EHG であり、相似比は

$$DE : EG = 15 : 12$$
$$= 5 : 4$$

相似な三角形の面積比は、相似比の2乗に等しいので、

$$\triangle DFE : \triangle EHG = 5^2 : 4^2$$
$$= 25 : 16$$

△DFE の面積を 25 とすると、△EHG の面積は 16 である。



△EGH と △DGH において，底辺をそれぞれ EG，DG とすると，高さは GH で等しい。よって，面積比は底辺比となる。

$\therefore \triangle EGH : \triangle DGH = 12 : 3$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad = 4 : 1$

(16)

よって，

$4 \times \triangle DGH = 16 \Rightarrow \triangle DGH = 4$

したがって，

$\triangle DFE : \triangle DGH = 25 : 4$

(25) (4)

$4 \times \triangle DFE = 25 \times \triangle DGH$

$\triangle DFE = \frac{25}{4} \times \triangle DGH$

よって，△DFE の面積は △DHG の面積の $\frac{25}{4}$ 倍である．