2023年度　滋賀県
数学

Km Km

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= 13 - 6$

$= 7$

(2) 与式 $= \dfrac{4a - 15a}{12}$

$= -\dfrac{11}{12}a$

(3) 与式 $\Leftrightarrow 3x = -7y + 21$

$\therefore x = \dfrac{-7y + 21}{3}$

(4) $\begin{cases} 2x + y = -1 & \text{—— ①} \\ 5x + 3y = -1 & \text{—— ②} \end{cases}$

① × 3 − ② より

$$\begin{array}{rrrl} & 6x & +3y & = -3 \\ -) & 5x & +3y & = -1 \\ \hline & x & & = -2 \end{array}$$

$x = -2$ を①に代入して,

$2 \times (-2) + y = -1$

$y = 4 - 1$

$= 3$

$\therefore x = -2,\ y = 3$

(5) 与式 $= 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

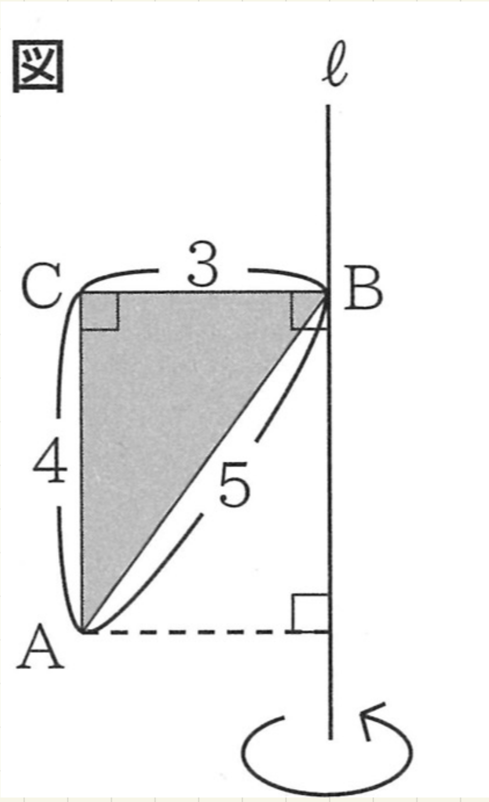
$= \sqrt{3}$

※ $\dfrac{9}{\sqrt{3}} = \dfrac{9}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{9\sqrt{3}}{3}$

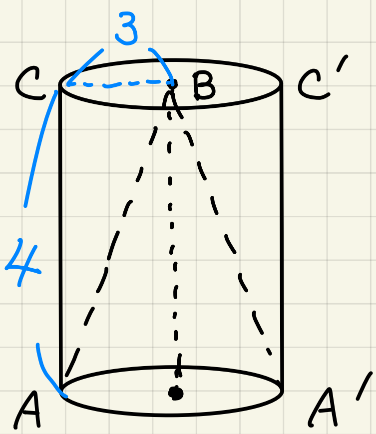
$= 3\sqrt{3}$

(6) 与式 $= (x+4)(x-6)$

(7)



⇒



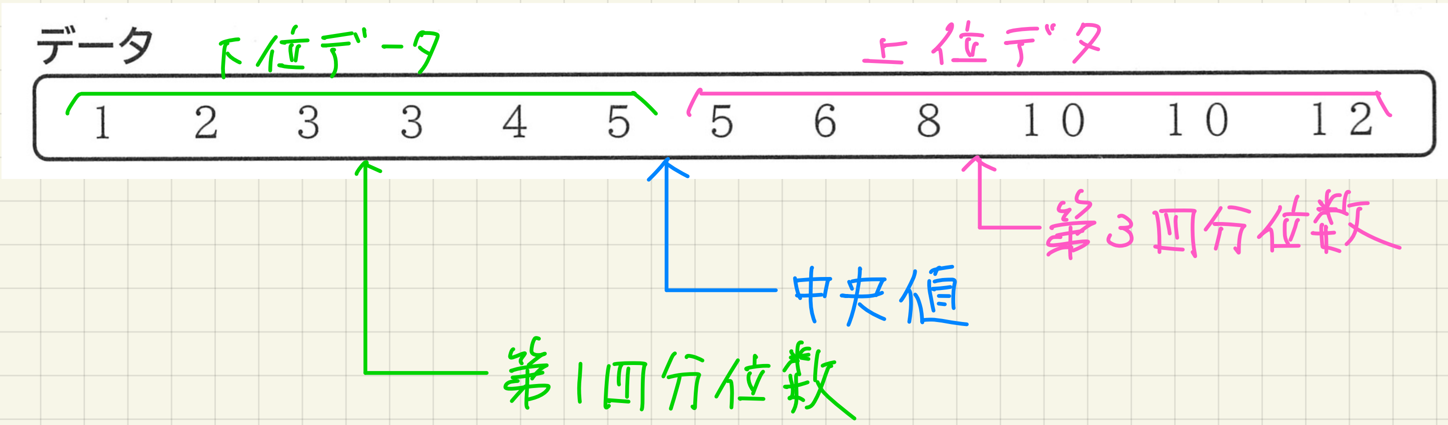
求める体積は円柱－円すいである。よって、

$$\underbrace{3 \times 3 \times \pi \times 4}_{\text{円柱}} - \underbrace{3 \times 3 \times \pi \times 4 \times \frac{1}{3}}_{\text{円すい}}$$

$= 36\pi - 12\pi$

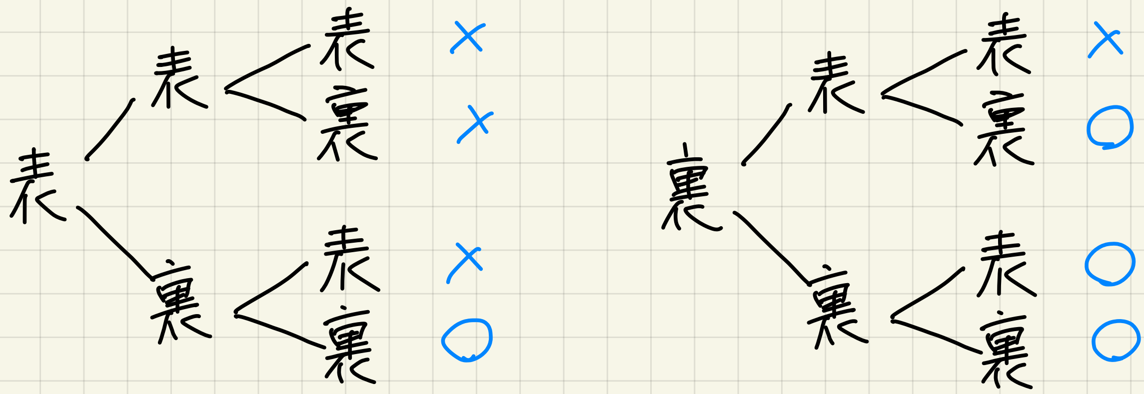
$= 24\pi \text{ cm}^3$

(8)



$$第3四分位数 = \frac{8+10}{2} = 9冊$$

(9) 樹形図は、以下の通り

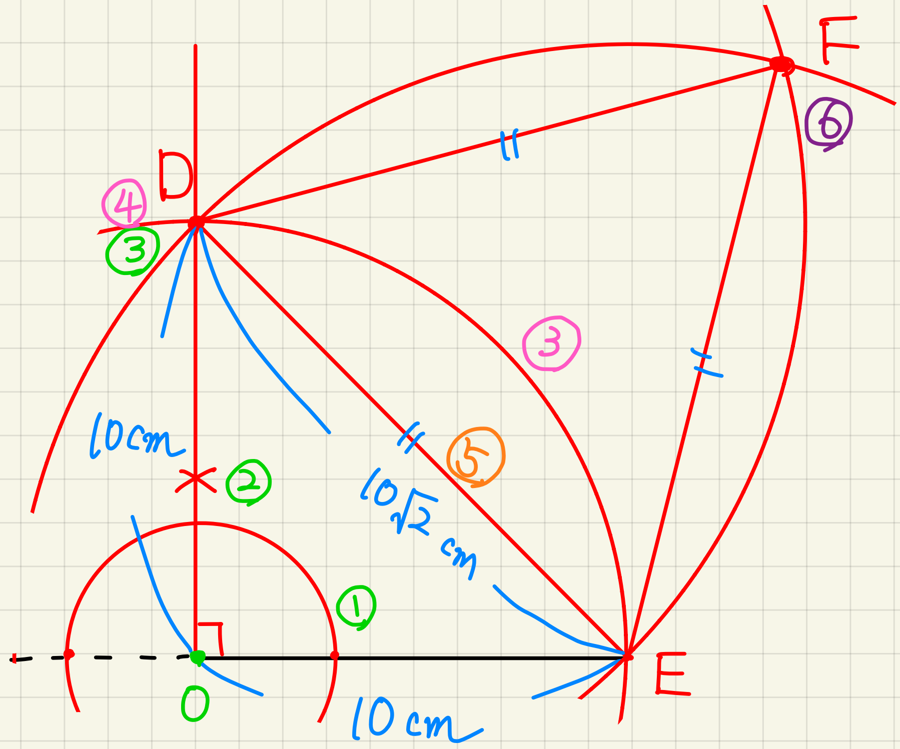


3枚の硬貨を同時に投げるとき、表裏の出方は全部で8通り。そのうち、裏が2枚以上でるのは4通り。よって求める確率は

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

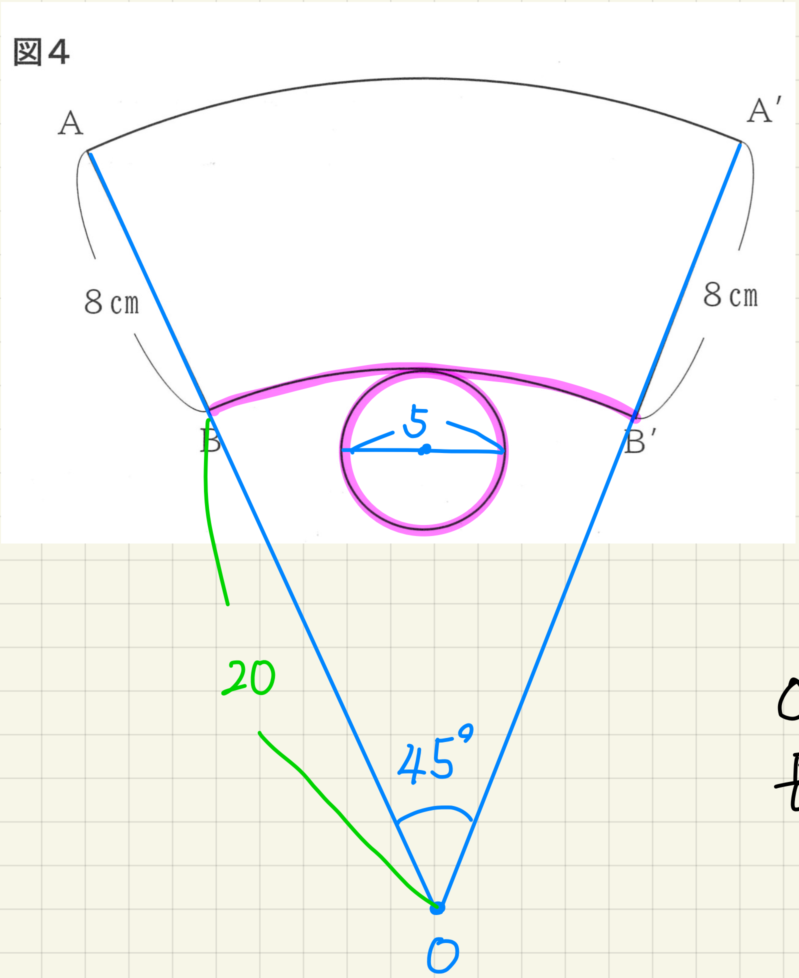
$\boxed{2}$

(1) 10cm をベースに $10\sqrt{2}$ cm を作る
⇒ 45°−45°−90° の直角二等辺三角形の辺の比が、$1:1:\sqrt{2}$ を利用する。



① O を中心とした円を書く
② ① と OE の交点を中心とした円を書く。
⇒ ② の2つの円と O を結ぶ ⇒ 90° の作図
③ O を中心として、半径が OE の円を書く。
④ ③ と ② の交点を結び、点 D とする ⇒ DO = 10cm
⑤ D と 10cm の線分の右端（点Eとする）を結ぶ。
$1:1:\sqrt{2}$ より DE = $10\sqrt{2}$ cm
⑥ 点 D、点 E から半径 DE の円を書く。
⇒ 交点を点 F とする。
⑦. D, E, F を結ぶと、一辺 $10\sqrt{2}$ cm の正三角形となる。

(2)



展開図より底面の円周の長さと弧BB′の長さは等しい。

底面の円周の長さ
$= 5\pi$ cm

$\therefore \overset{\frown}{BB'} = 5\pi\,\text{cm}$ —— ①

OB = x cm とすると、$\overset{\frown}{BB'}$の長さは

$$\underbrace{2x}_{\text{直径}} \times \pi \times \frac{45}{360} = \frac{1}{4}\pi x$$ —— ②

①, ②より

$$\frac{1}{4}\pi x = 5\pi \quad \Rightarrow \quad x = 20\ \text{cm}$$

よって、$\overset{\frown}{AA'}$ の長さは

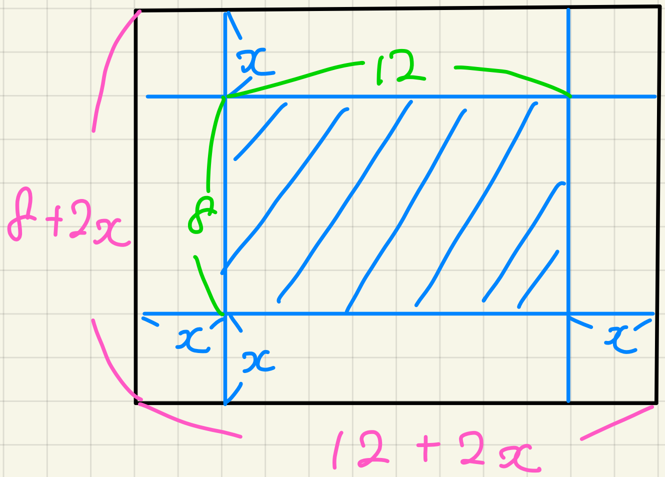
$$2 \times 28 \times \pi \times \frac{45}{360} = 7\pi\ \text{cm}$$

(別解) おうぎ形OBB′とOAA′は相似なので、

$$\underbrace{OB}_{20} : \underbrace{OA}_{28} = \underbrace{\overset{\frown}{BB'}}_{5\pi} : \overset{\frown}{AA'}$$

$$\therefore 5 : 7 = 5\pi : \overset{\frown}{AA'} \quad \Rightarrow \quad \overset{\frown}{AA'} = 7\pi\ \text{cm}$$

(3)



もとの長方形の面積は

$(8+2x)(12+2x)$

斜線部の長方形の面積は

$8\times12=96$

長方形の面積比が $2:1$ より

$(8+2x)(12+2x):96=2:1$

式を整理すると

$4(4+x)(6+x):96=2:1$

$(8+2x)(12+2x)=2(4+x)\times2(6+x)$

$=4(4+x)(6+x)$

$(4+x)(6+x):24=2:1$

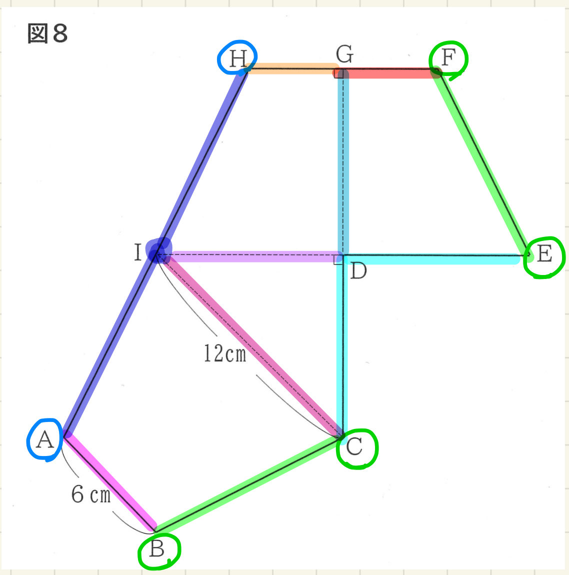
$24+10x+x^2=48$

$x^2+10x-24=0$

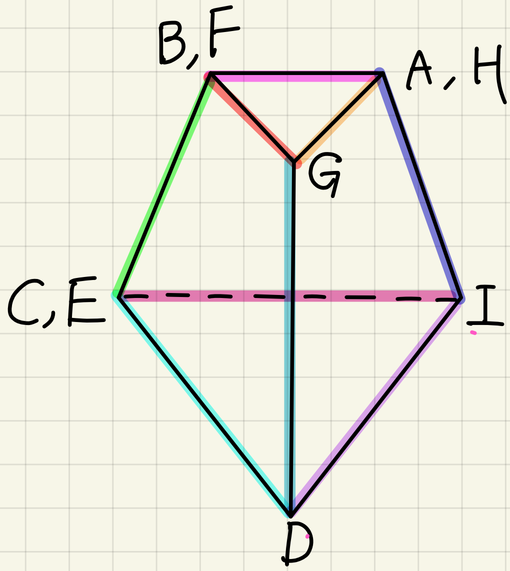
$(x-2)(x+12)=0$

$x>0$ より $x=2\text{cm}$

(4)



⇒



ねじれの位置
・交わっていない
・平行でない。
よって，辺ABとねじれの位置なのは，
辺DI，辺DG，辺CD（辺ED）

$\boxed{3}$

(1) $y=ax^2$ において，x が p から q まで変化するときの変化の割合は $a(p+q)$ で表される。

$a=-1,\ p=1,\ q=3$ より

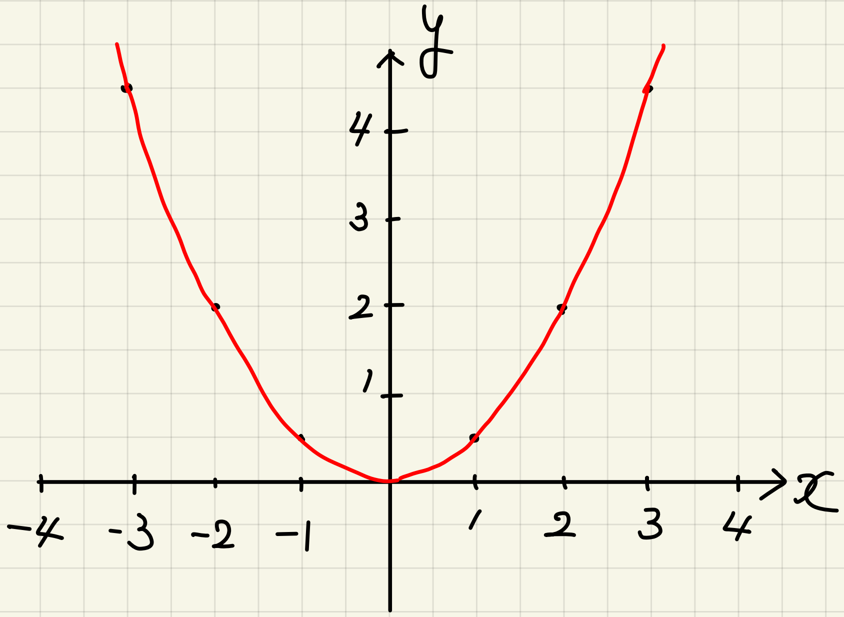
変化の割合 $=-1\times(1+3)$

$=-4$

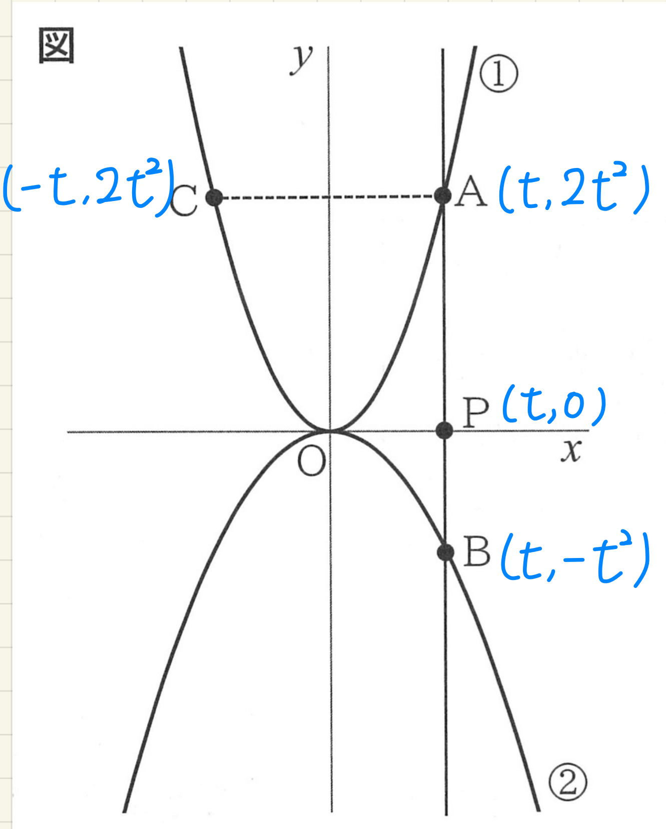
(2) $y=ax^2$ において，$x=2,\ y=2$ より

$2=a\times2^2$

$\therefore\ 4a=2 \Rightarrow a=\dfrac{1}{2}$



(3)



点Aは $y=2x^2$ のグラフ上にあり、$x=t$ なので、

$y=2t^2$ $\therefore$ $A(t, 2t^2)$

点Bは $y=-x^2$ のグラフ上にあり、$x=t$ なので、

$y=-t^2$ $\therefore$ $B(t, -t^2)$

点Cは、点Aと y 軸について対称なので、

$C(-t, 2t^2)$

よって、

$$AB = 2t^2-(-t^2) = 3t^2$$

$$AC = t-(-t) = 2t$$

$AB+AC=1$ より

$$3t^2+2t=1 \iff 3t^2+2t-1=0$$

解の公式より

$$t = \frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}$$

$$= \frac{-2\pm4}{6}$$

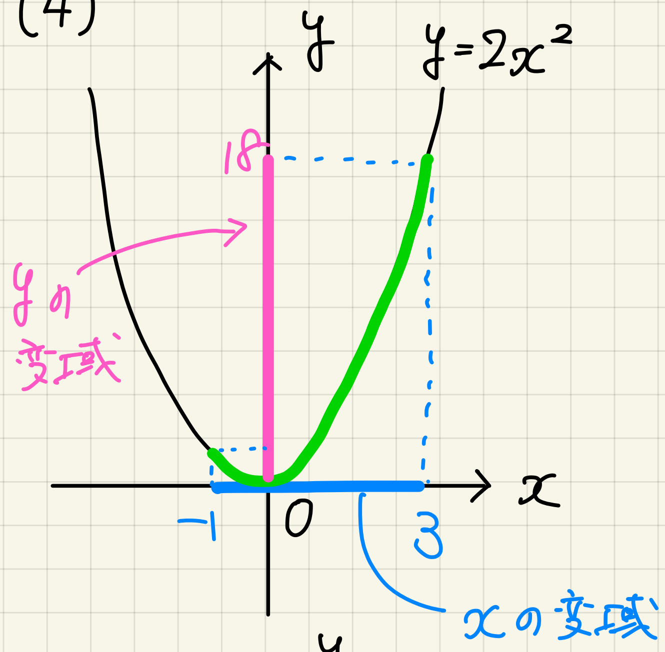
$$= \frac{-1\pm2}{3}$$

$$= \frac{1}{3}, -1$$

$t>0$ より

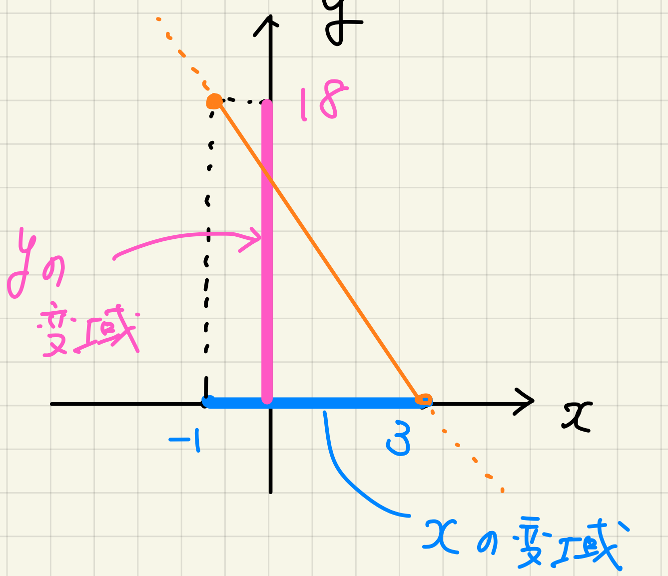
$$t=\frac{1}{3}$$

(4)



$y=2x^2$ において，$-1 \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域は

$0 \leqq y \leqq 18$



$y=bx+c$ $(b<0)$ において，$-1 \leqq x \leqq 3$ のとき，$0 \leqq y \leqq 18$ となるので，グラフは左図の通りとなる。

したがって，$(-1, 18)$，$(3, 0)$ を通る直線である。

1次関数では，傾き ＝ 変化の割合なので，

$$b = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{0-18}{3-(-1)} = -\frac{18}{4} = -\frac{9}{2}$$

よって，$y = -\frac{9}{2}x + c$ で，$(3, 0)$ を通るので，

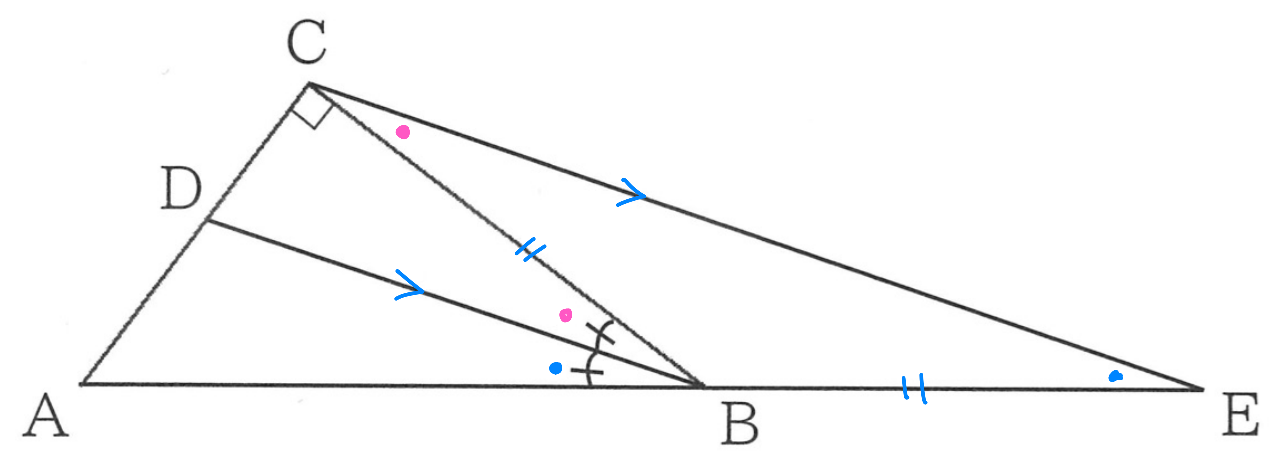
$$0 = -\frac{9}{2} \times 3 + c \quad \Rightarrow \quad c = \frac{27}{2}$$

$$\therefore\ b = -\frac{9}{2},\ c = \frac{27}{2}$$

□4

(1)

図2



DB∥CE より同位角が等しいので、

$\angle ABD = \angle BEC$ ―― ①

また、錯角が等しいので、

$\angle DBC = \angle BCE$ ―― ②

仮定より

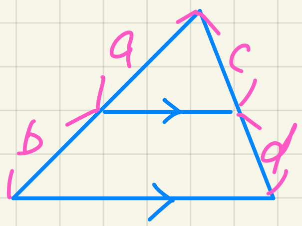
$\angle ABD = \angle DBC$ ―― ③

①, ②, ③ より

$\angle BEC = \angle BCE$

△BCE は、2つの角が等しいので、二等辺三角形である。よって、

$BE = BC$ ―― ④



⇒ $a:b = c:d$

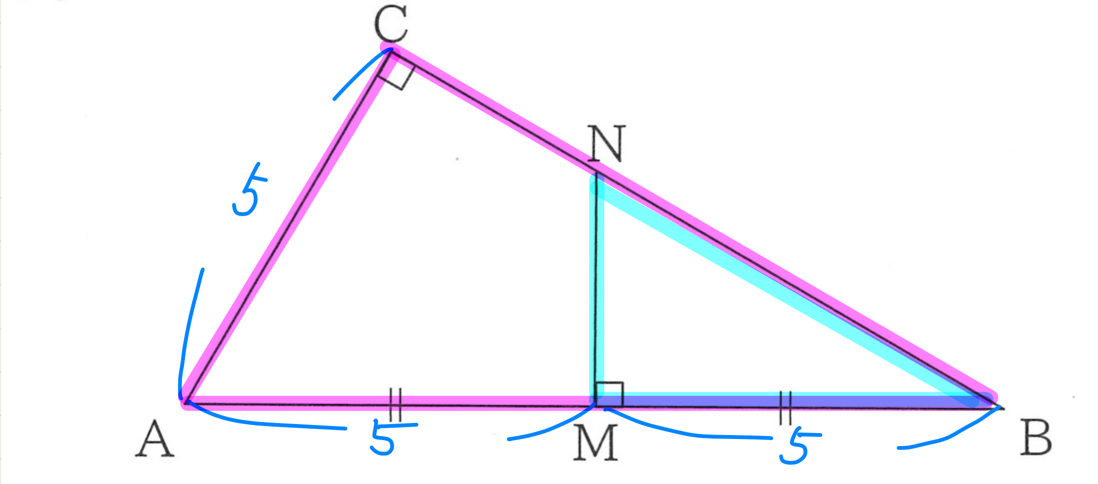
△AEC で DB∥CE より

$AB:BE = AD:DC$ ―― ⑤

④, ⑤ より $BA:BC = AD:DC$ (証明終わり)

(2)

① 図3



$\triangle ABC$ と $\triangle NBM$ において、
共通な角は等しいので、

$\angle ABC = \angle NBM$ ―①

仮定より

$\angle ACB = \angle NMB = 90^\circ$ ―②

①, ② より2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABC \backsim \triangle NBM$.

ここで、$\triangle ABC$ において、三平方の定理より

$BC = \sqrt{10^2 - 5^2}$ $= \sqrt{100-25}$ $= \sqrt{75}$

$= 5\sqrt{3}$ cm $= 5\sqrt{3}$

よって、$\triangle ABC$ と $\triangle NBM$ の相似比は.

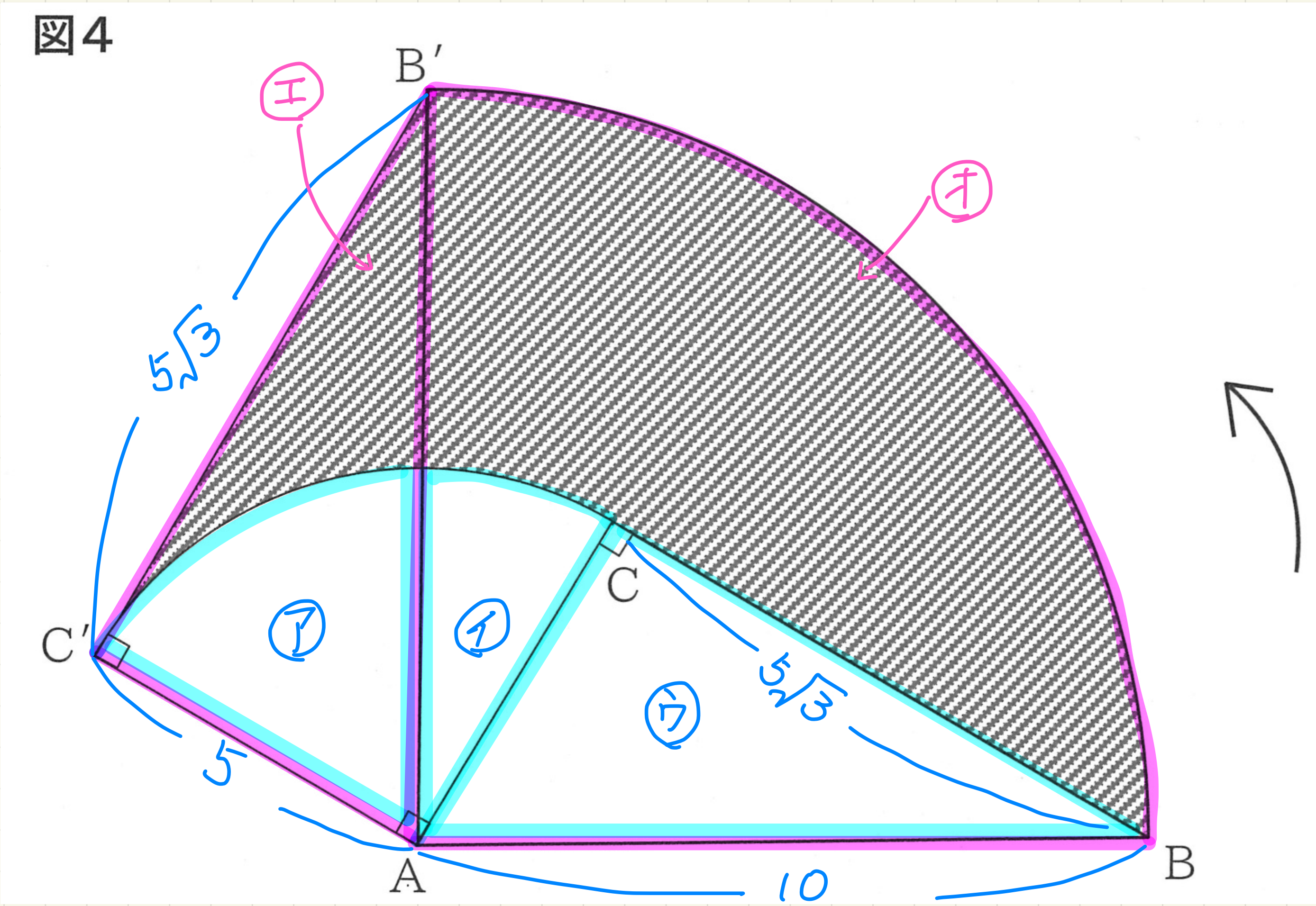
$BC : BM = 5\sqrt{3} : 5$

$= \sqrt{3} : 1$

相似な三角形の面積比は、相似比の2乗に等しいので、

$\triangle ABC$ の面積 : $\triangle NBM$ の面積 $= \sqrt{3}^2 : 1 = 3 : 1$

②



斜線部の面積

$= \underbrace{\triangle AB'C' - ㋐}_{㋓} + \underbrace{\text{おうぎ形}ABB' - (㋑ + ㋒)}_{㋔}$

$= \triangle AB'C' + \text{おうぎ形}ABB' - ㋐ - ㋑ - ㋒$

ここで、$\triangle AB'C'$ と ㋒ は合同なので面積が等しい。

よって、

斜線部の面積 $= \text{おうぎ形}ABB' - (㋐ + ㋑)$

$= 10 \times \overset{5}{\cancel{10}} \times \pi \times \frac{1}{\cancel{4}} - 5 \times 5 \times \pi \times \frac{1}{4}$

$= 25\pi - \frac{25\pi}{4}$

$= \frac{75\pi}{4}\ cm^2$