2023年度　静岡県
数学

kmkm

1.

(1)

ア　与式 $= -8-3$

$= -11$

イ　与式 $= \dfrac{36a^2 \times 9b}{12ab}$

$= 27a$

ウ　与式 $= \dfrac{7(2x+y)-3(x+5y)}{21}$

$= \dfrac{14x+7y-3x-15y}{21}$

$= \dfrac{11x-8y}{21}$

エ　与式 $= 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$

$= 5\sqrt{5}$

※ $\dfrac{10}{\sqrt{5}} = \dfrac{10}{\sqrt{5}} \times \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

$= \dfrac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$

(2) $a^2 - 25b^2 = (a+5b)(a-5b)$

$a = 41,\ b = 8$ を代入して

$(a+5b)(a-5b) = (41+5\times 8)(41-5\times 8)$

$= (41+40) \times (41-40)$

$= 81 \times 1$

$= 81$

(3) $x^2+7x=2x+24$

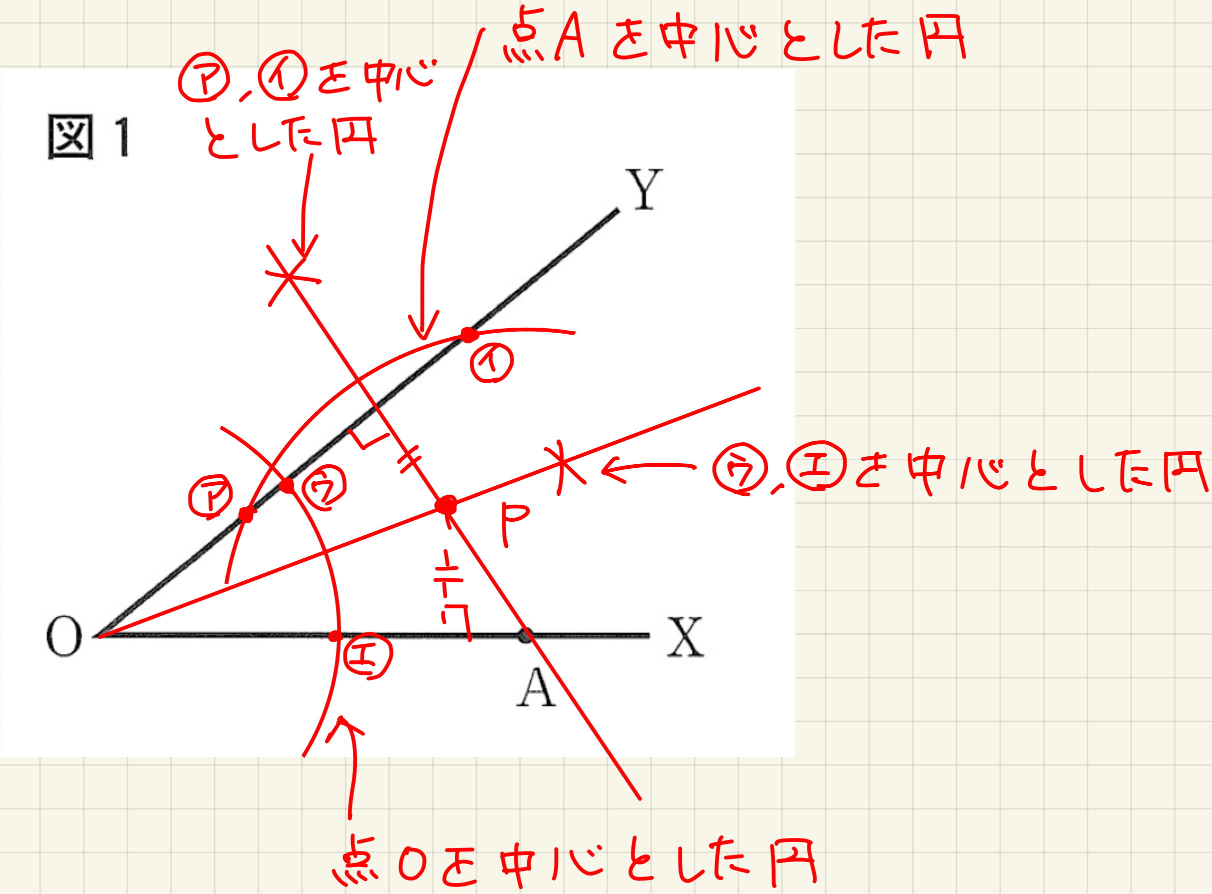
$\Leftrightarrow\ x^2+5x-24=0$

$(x+8)(x-3)=0$

$\therefore\ x=-8,\ 3$

2

(1)



(2) 逆：仮定と結論を入れ替える。

aもbも正の数ならば a+bは正の数である

仮定　　結論

の逆は、

a+bは正の数ならば、aもbも正の数である。

反例：$a=-1,\ b=5$ のとき、$a+b=4$ で正の数であるが、aは負の数である。

(3) 樹形図は以下の通り

Ⅰ	Ⅱ	Ⅰの倍数
2	6	○
	7	×
	8	○
	9	×
	10	○

Ⅰ	Ⅱ	Ⅰの倍数
3	6	○
	7	×
	8	×
	9	○
	10	×

Ⅰ	Ⅱ	Ⅰの倍数
4	6	×
	7	×
	8	○
	9	×
	10	×

Ⅰ	Ⅱ	Ⅰの倍数
5	6	×
	7	×
	8	×
	9	×
	10	○

カードの取り出し方は全部で20通り。そのうちⅡのカードがⅠの倍数となるのは7通り

よって，求める確率は

$$\frac{7}{20}$$

3.

(1) 表1のデータを小さい順に並べると

$\underbrace{7,\ 10,\ 12,\ 16,\ 23}_{\text{下位データ}},\ \underbrace{25,\ 26,\ 29,\ 32,\ 34}_{\text{上位データ}}$

第3四分位数

中央値 $=\dfrac{23+25}{2}=24$

第1四分位数

あは中央値なので 24

また、四分位範囲 = 第3四分位数 − 第1四分位数
より

$$\text{四分位範囲} = 29-12$$
$$= 17$$

(2) 生徒Kが加わることで、データの個数は11個となる。最小値、第1四分位範囲は変化がなく、中央値が 24 → 25 と変化しているため、a は 25m 以上である。
また、第3四分位数が 29 → 32 と変化しており、最大値は変化がないため、a のとりうる範囲は 32以上34以下である。
a は整数なので、求める値は 32, 33, 34

7, 10, 12, 16, 23, 25, 26, 29, 32, a, 34

第1四分位数　中央値　第3四分位数

4.

鉛筆の本数をx本，ボールペンの本数をy本とする。
鉛筆はボールペンの2倍の本数を集めることができたので.

$$x = 2y \quad —— ①$$

また，鉛筆は団体Sに80%送ったので，団体Tへは20%送ったことになる。よって

団体S ： $0.8x$
団体T ： $0.2x$

一方，ボールペンは団体Tのみに送るが，4%はインクがでなかったので，残り96%を送ったことになる．よって，

団体T ： $0.96y$

団体Tへ送った鉛筆とボールペンの本数の合計は、団体Sへ送った鉛筆の本数より18本少なかったので，

$$0.2x + 0.96y = 0.8x - 18$$
$$\Leftrightarrow \quad -0.6x + 0.96y = -18$$
$$\Leftrightarrow \quad 5x - 8y = 150 \quad —— ②$$

①，②を連立させると.

$$\begin{cases} x = 2y & —— ① \\ 5x - 8y = 150 & —— ② \end{cases}$$

①を②に代入して

$$5 \times 2y - 8y = 150$$

$$2y = 150 \Rightarrow y = 75$$

$y = 75$ を①に代入して

$$x = 2 \times 75$$
$$= 150$$

よって，鉛筆150本，ボールペン75本

5.

(1)

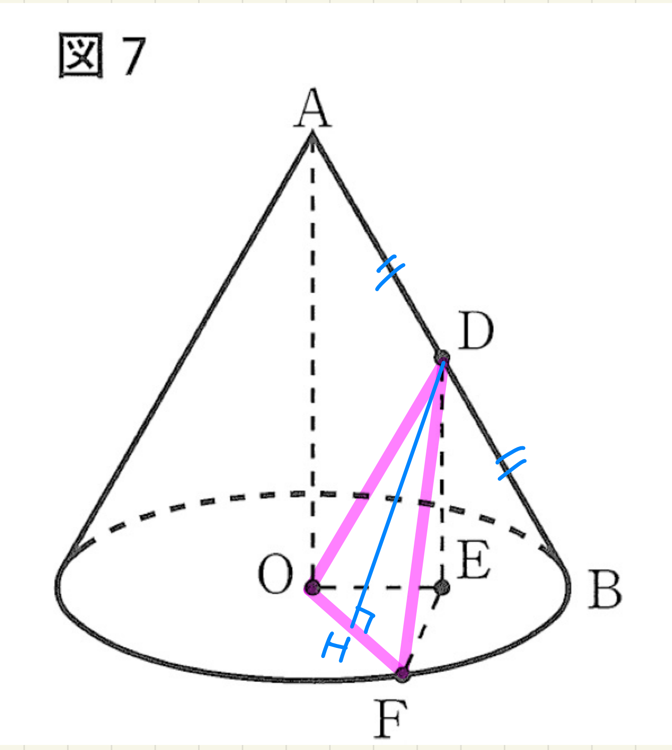
ア：円柱　イ：四角すい　ウ：円すい

エ：球　オ：三角すい

(2) $\overset{\frown}{BC} = \underbrace{3 \times 2}_{直径} \times \pi \times \dfrac{110}{360}$

$$= \frac{11}{6}\pi \text{ cm}$$

(3) 難問



〈方針〉

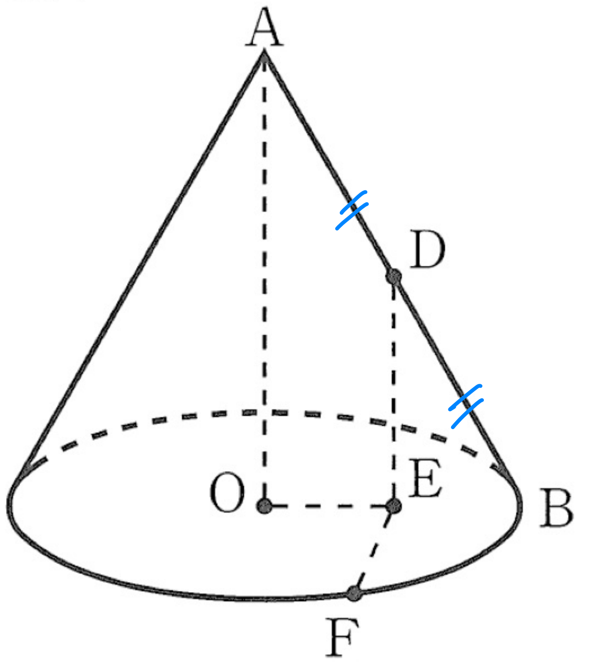
△ODFにおいて，OFは円Oの半径なので，

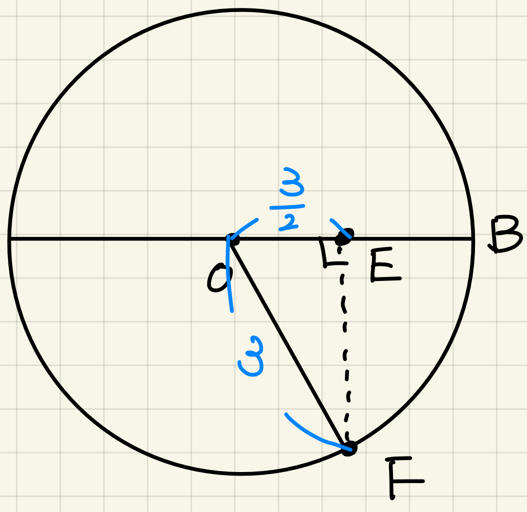
$$OF = 3\text{cm}$$

⇒点DからOFに垂線を下ろした足をHとし，DHの長さを求める．

〈解答〉

図 7





点Dは AB の中点なので、点Dから底面に引いた垂線と底面との交点Eは、OBの中点である。

したがって、OE $= \frac{3}{2}$ cm

また、OFは、円Oの半径なので OF $= 3$ cm

△OEFにおいて、三平方の定理より

$$EF = \sqrt{3^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{9 - \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{27}{4}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

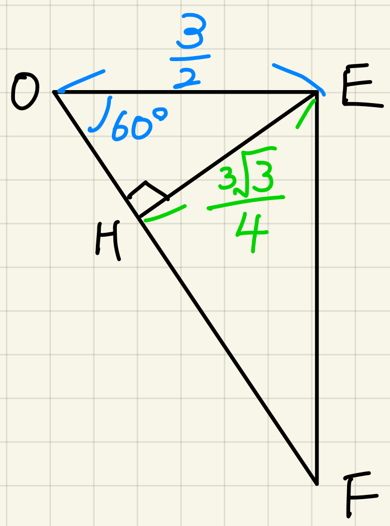
よって、

$$OE : OF : EF = \frac{3}{2} : 3 : \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$= 3 : 6 : 3\sqrt{3}$$

$$= 1 : 2 : \sqrt{3}$$

したがって、$\triangle OEF$は、$1:2:\sqrt{3}$の直角三角形なので、$\angle EOF = 60°$



点EからOFに垂線を下ろした点をHとする。

$\triangle EOH$は、
$\angle OEH = 30°$、$\angle EOH = 60°$
$\angle EHO = 90°$より

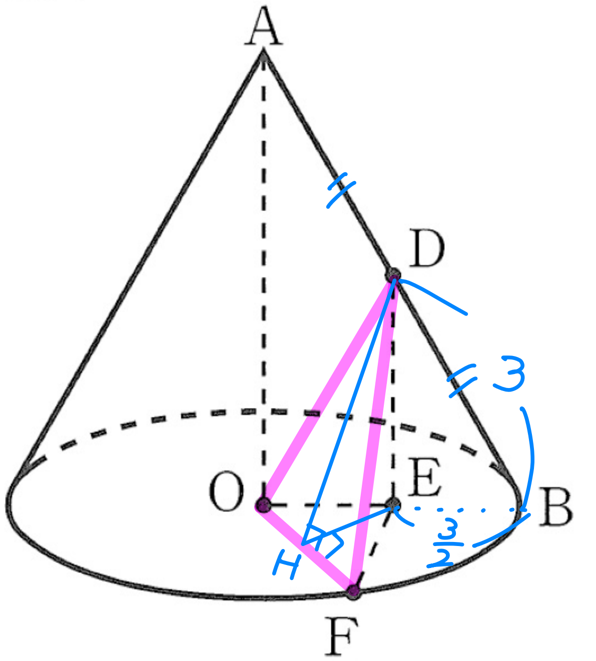
$1:2:\sqrt{3}$の直角三角形である。よって、

$$OH : OE : EH = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \underbrace{OE}_{\frac{3}{2}} : EH = 2 : \sqrt{3}$$

$$\therefore\ 2EH = \frac{3\sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow \quad EH = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

図 7



ここで、

$OF \perp EH$

であり、EHは面DHEに含まれる。

$\Rightarrow OF \perp$ 面DHE

DHは、面DHEに含まれる

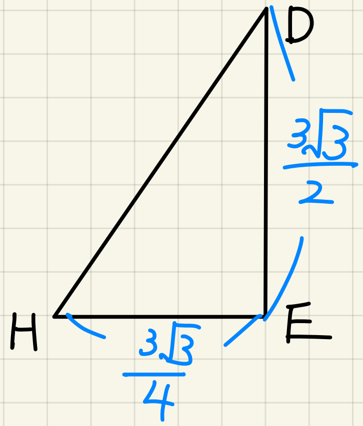
$\Rightarrow OF \perp DH$

よって、点EからOFに垂線を下ろした足Hは、点DからOFに垂線を下ろした足と一致する。

ここで、△DEBにおいて、三平方の定理より

$$DE=\sqrt{3^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2}$$

$$=\frac{3\sqrt{3}}{2}$$



△DHEで三平方の定理より

$$DH=\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)^2+\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$=\sqrt{\frac{27}{16}+\frac{27}{4}}$$

$$=\sqrt{\frac{135}{16}}=\frac{3\sqrt{15}}{4}$$

以上より△ODFの面積は

$$\frac{1}{2}\times 3\times\frac{3\sqrt{15}}{4}=\frac{9\sqrt{15}}{8}\ cm^2$$

6.

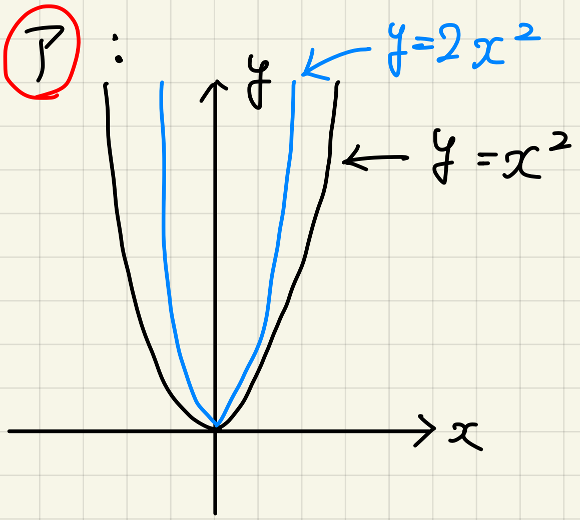
(1) 点Cは(4, −4)なので、$y=bx^2$に代入すると

$$-4=b\times 4^2$$

$$-4=16b \Rightarrow b=-\frac{1}{4}$$

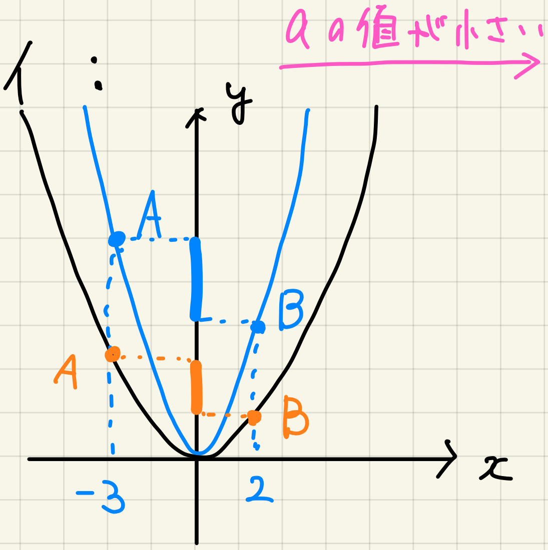
(2)

ア：



a の値が大きくなると、
グラフの開き方は小さくなる。
よって正しい.

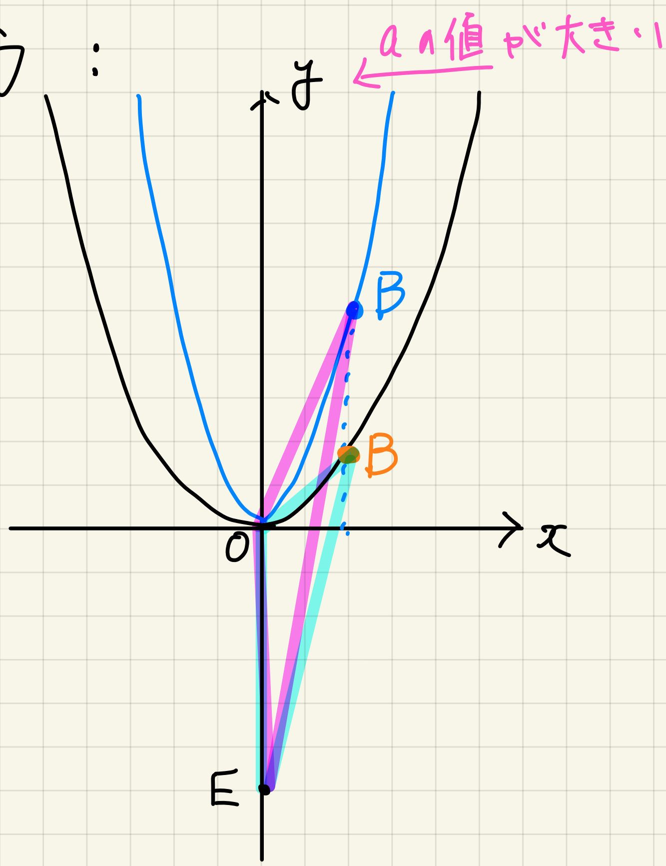
イ：



a の値を小さくすると、グラフの
開き具合は大きくなる.
したがって、A, B の y 座標
の差は小さくなる

よって誤り

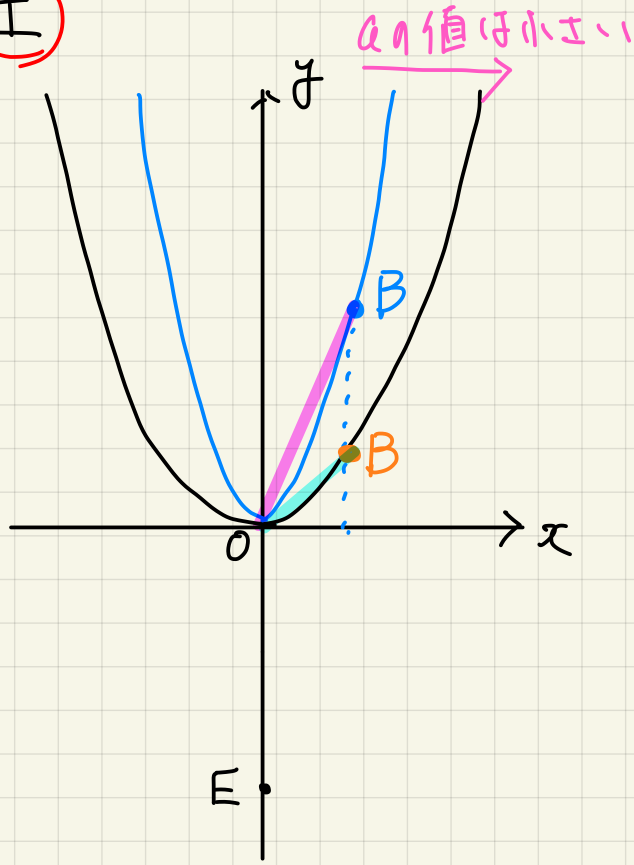
ウ：



△OEB の面積は、
底辺を OE とすると
高さは、B の x 座標

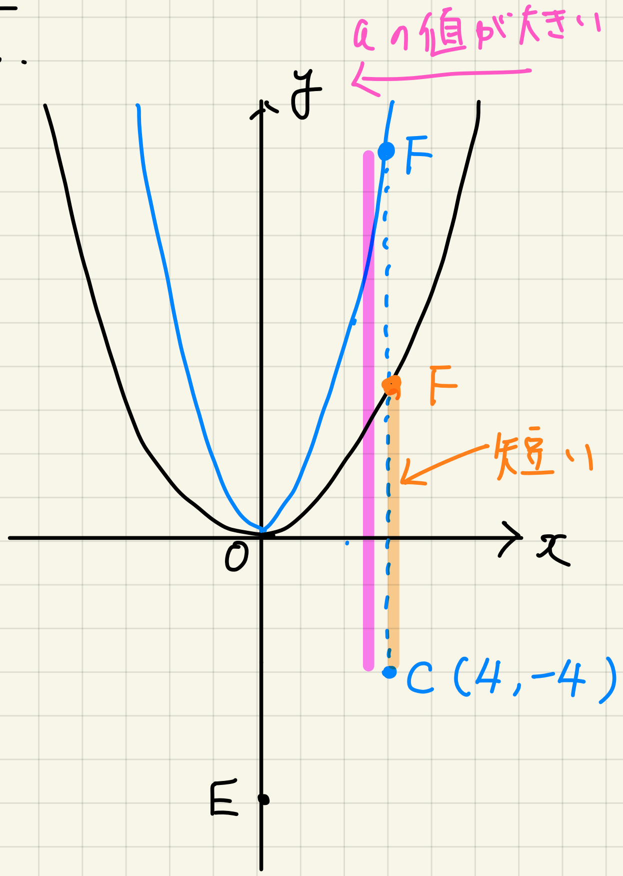
点 E は a の値によらず
また、B の x 座標も a の
値によらず 2 なので、
a が変化しても、△OEB の
面積は変わらない.
よって誤り

エ



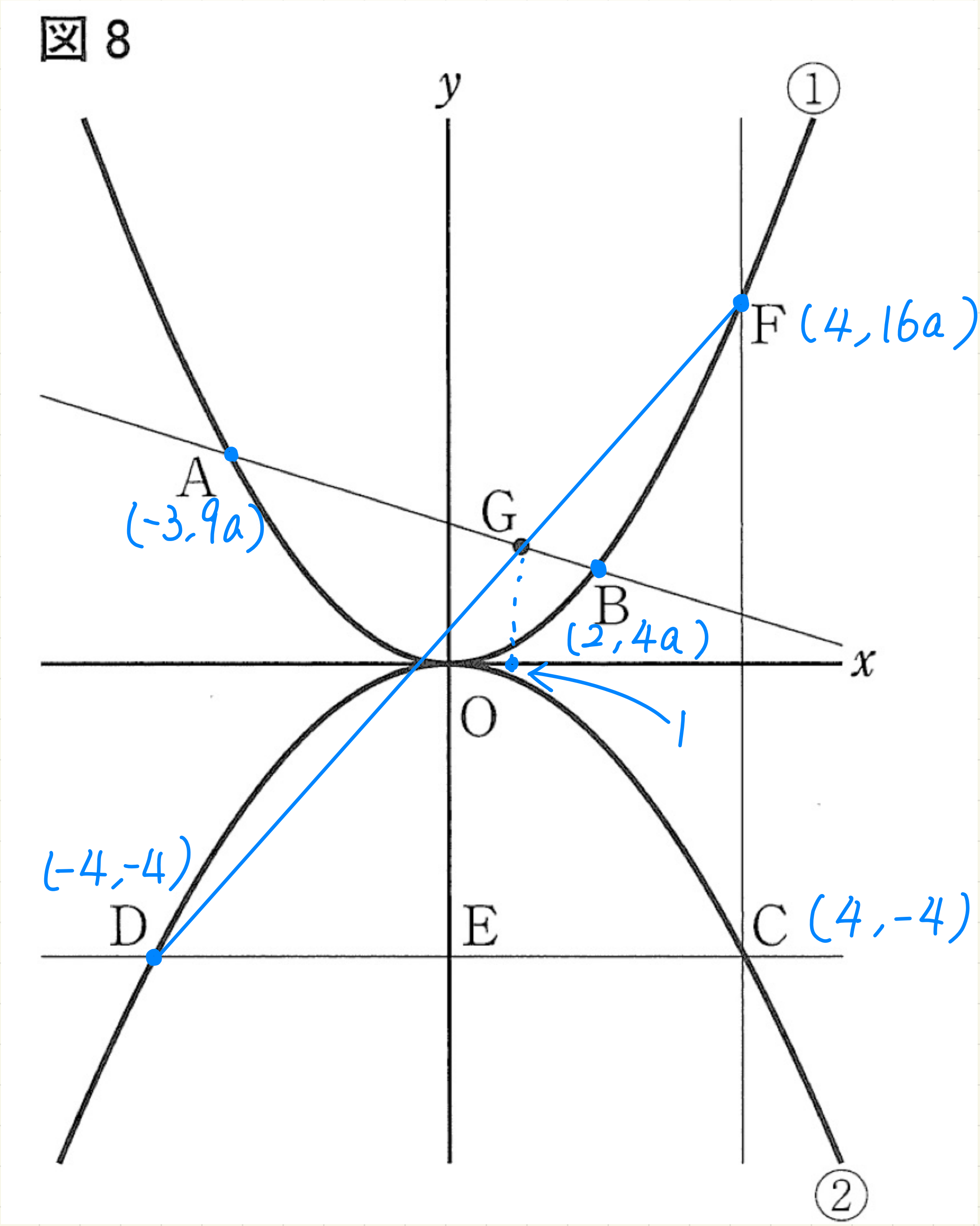
aの値を小さくすると、
グラフの開き具合は
大きくなる。
よって、OBの傾きは
小さくなる。

オ.



aの値を大きくすると、
CFの長さは長くなる。
よって誤り

(3)



点 A ： $x=-3$ で $y=ax^2$ 上にあるので、$y=9a$

$\therefore$ A$(-3, 9a)$

点 B ： $x=2$ で $y=ax^2$ 上にあるので、$y=4a$

$\therefore$ B$(2, 4a)$

点 C ： 問題文より $(4, -4)$

点 D ： ②のグラフは y 軸対称なので、D$(-4, -4)$

点 F ： $x=4$ で $y=ax^2$ 上にあるので、$y=16a$

$\therefore$ F$(4, 16a)$

直線ABの式を $y=mx+n$ とおく。1次関数では、
傾き＝変化の割合なので、

$$m=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$=\frac{4a-9a}{2-(-3)} \quad = \frac{-5a}{5}$$

$$=-a$$

よって、$y=-ax+n$ で、B$(2, 4a)$ を通るので、

$$4a=-2a+n \quad \Rightarrow \quad n=6a$$

よって、直線ABの式は、$y=-ax+6a$

点Gは $y=-ax+6a$ のグラフ上にあり、$x=1$ なので、

$$y=-a+6a$$
$$=5a \qquad \therefore \ G(1, 5a) \ \text{——} \ ①$$

同様に、直線DFの式を $y=px+q$ とおく。

$$p=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$=\frac{16a-(-4)}{4-(-4)} \quad = \frac{16a+4}{8}$$

$$=\frac{4a+1}{2} \quad = \frac{4a+1}{2}$$

よって，$y=\dfrac{4a+1}{2}x+b$ で，D(−4, −4)を通るので，

$$-4=\frac{4a+1}{2}\times(-4)+b$$

$$-4=-2(4a+1)+b$$

$$b=-4+2(4a+1)$$

$$=-4+8a+2$$

$$=8a-2$$

$$=8a-2$$

よって，直線DFの式は，$y=\dfrac{4a+1}{2}x+8a-2$.

点Gは，$y=\dfrac{4a+1}{2}x+8a-2$ のグラフ上にあり

$x=1$ なので，

$$y=\frac{4a+1}{2}+8a-2$$

$$=\frac{4a+1+16a-4}{2}$$

$$=\frac{20a-3}{2} \qquad \therefore G\left(1,\ \frac{20a-3}{2}\right) \text{ — ②}$$

①,② はともに点Gの座標を表している。よって，
y座標は等しいので

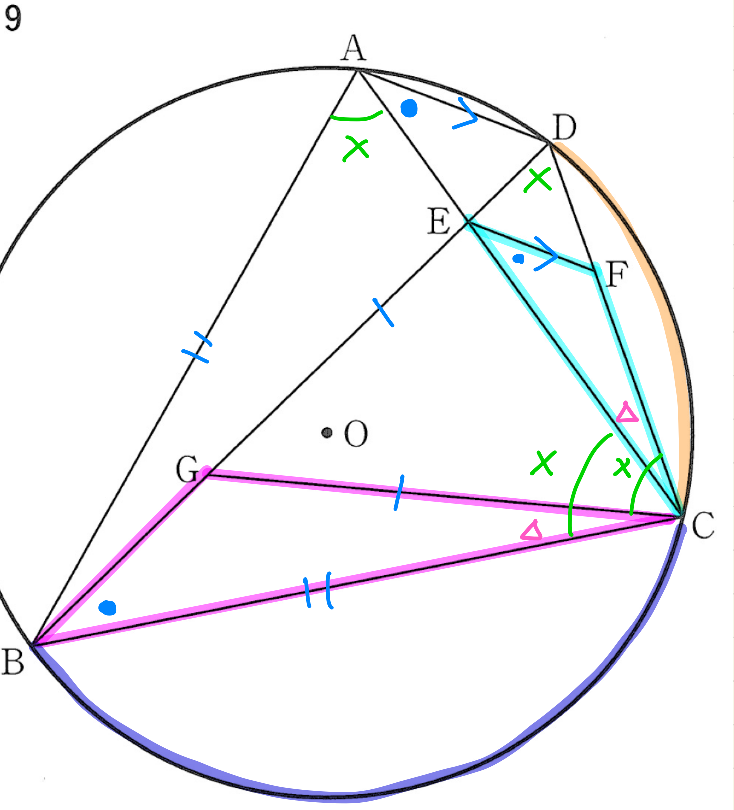
$$5a=\frac{20a-3}{2} \Rightarrow 10a=20a-3$$

$$\therefore -10a=-3 \Rightarrow a=\frac{3}{10}$$

7.

(1)

図 9



△BCG と△ECF において，

AD // EF より同位角が等しいので，

∠CEF = ∠CAD ―①

$\overset{\frown}{DC}$ に対する円周角は等しいので，

∠CAD = ∠CBG ―②

①，② より

∠CBG = ∠CEF ―③

$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角は等しいので，

∠BAC = ∠BDC ―④

△BAC は，BA = BC の二等辺三角形なので，底角が等しいから，

∠BAC = ∠BCA ―⑤

△GDC は，GD = GC の二等辺三角形なので，底角が等しいから，

∠GDC = ∠GCD ―⑥

④，⑤，⑥ より

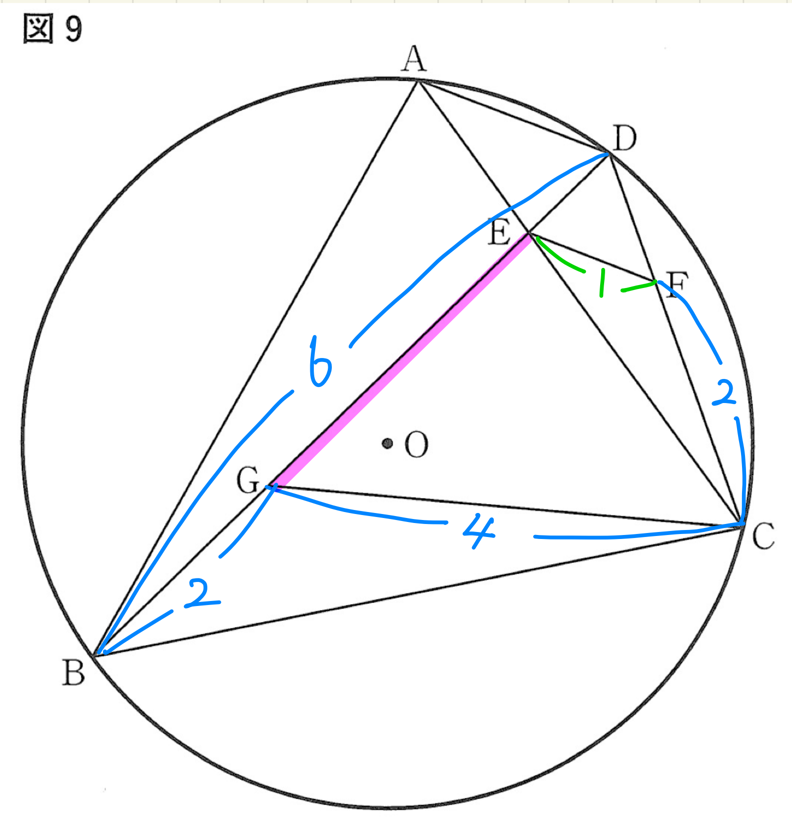
∠BCA = ∠GCD ―⑦

$\angle BCG = \angle BCA - \angle GCE$ —⑧
$\angle ECF = \angle GCD - \angle GCE$ —⑨

⑧、⑨より
$\angle BCG = \angle ECF$ —⑩

④、⑩より 2組の角がそれぞれ等しいので、
$\triangle BCG \sim \triangle ECF$ (証明終わり)

(2)



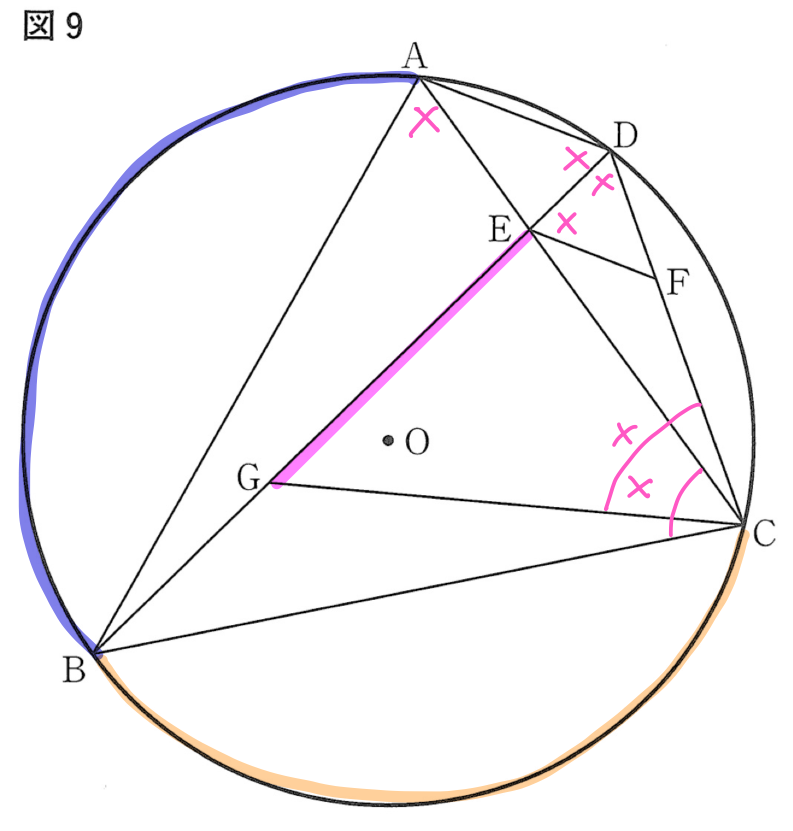
GC＝GD なので
$GD = 4\,cm$
よって、
$BG = BD - GD$
$= 6 - 4$
$= 2\,cm$

(1)より $\triangle BCG \sim \triangle ECF$ なので、対応する辺の比は等しいから

$$\underbrace{BG}_{2} : EF = \underbrace{CG}_{4} : \underbrace{CF}_{2}$$

$\Rightarrow 4EF = 4 \quad \therefore\ EF = 1\,cm$

ここで、$\angle DEF = x$ とおく。



AD // EFより錯角が等しいので、

$\angle DEF = \angle EDA$

$\therefore \angle EDA = x$

$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角は等しいので

$\angle BDA = \angle BCA$

$\therefore \angle BCA = x$

$\triangle ABC$は$BA = BC$の二等辺三角形なので、底角が等しいから

$\angle BCA = \angle BAC$

$\therefore \angle BAC = x$

$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しいので、

$\angle BAC = \angle BDC$

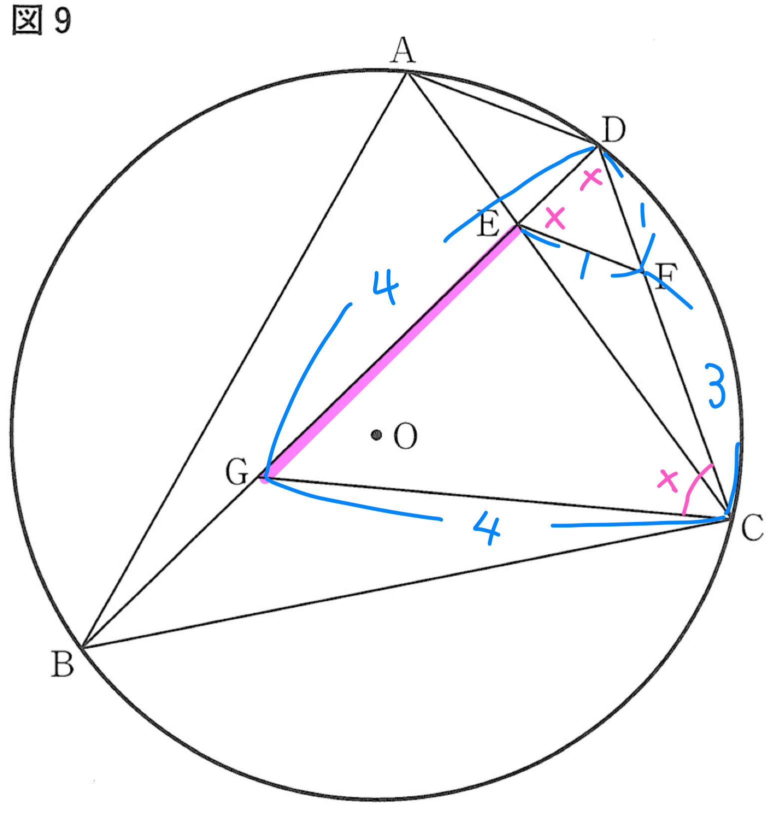
$\therefore \angle BDC = x$

$\triangle GCD$は$GC = GD$の二等辺三角形なので、底角が等しいから.

$\angle GDC = \angle GCD$

$\therefore \angle GCD = x$

図 9



以上より△FEDは底角が等しいので、FE = FD の二等辺三角形である。よって、

$$FE = FD = 1\,\text{cm}$$

また、△GDCと△FEDは2組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle GDC \sim \triangle FED$$

対応する辺の比は等しいから

$$\underbrace{GD}_{4} : \underbrace{FE}_{1} = \underbrace{CD}_{3} : DE$$

$$\therefore\ 4DE = 3 \Rightarrow DE = \frac{3}{4}\,\text{cm}$$

したがって、

$$GE = GD - DE$$

$$= 4 - \frac{3}{4}$$

$$= \frac{13}{4}\,\text{cm}$$