2023年度　和歌山県

数学

km km

1. [問1]

(1) 与式 $= -4$

(2) 与式 $= \dfrac{8}{5} - \dfrac{7}{5}$

$= \dfrac{1}{5}$

(3) 与式 $= 6a + 3b - a - 5b$

$= 5a - 2b$

(4) 与式 $= 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$

$= -2\sqrt{3}$

※ $\dfrac{9}{\sqrt{3}} = \dfrac{9}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{9\sqrt{3}}{3}$

$= 3\sqrt{3}$

(5) 与式 $= a^2 + 2a + a^2 - 2a - 3$

$= 2a^2 - 3$

[問2]

与式 $= (x-6)^2$

[問3]

絶対値が4以下の整数は

$-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$

の9個

[問4]

通学時間（分）	度数（人）	相対度数	累計度数
以上　未満			
0 〜 10	24	0.12	24
10 〜 20	56	0.28	80
20 〜 30	64	0.32	144
30 〜 40	40	0.20	184
40 〜 50	16	0.08 (ア)	200
計	200	1.00	

(ア)：$\frac{16}{200} = 0.08$

(イ)：$24 + 56 + 64 = 144$

[問5]

y は x の2乗に比例するので，$y = ax^2$ とおくと，

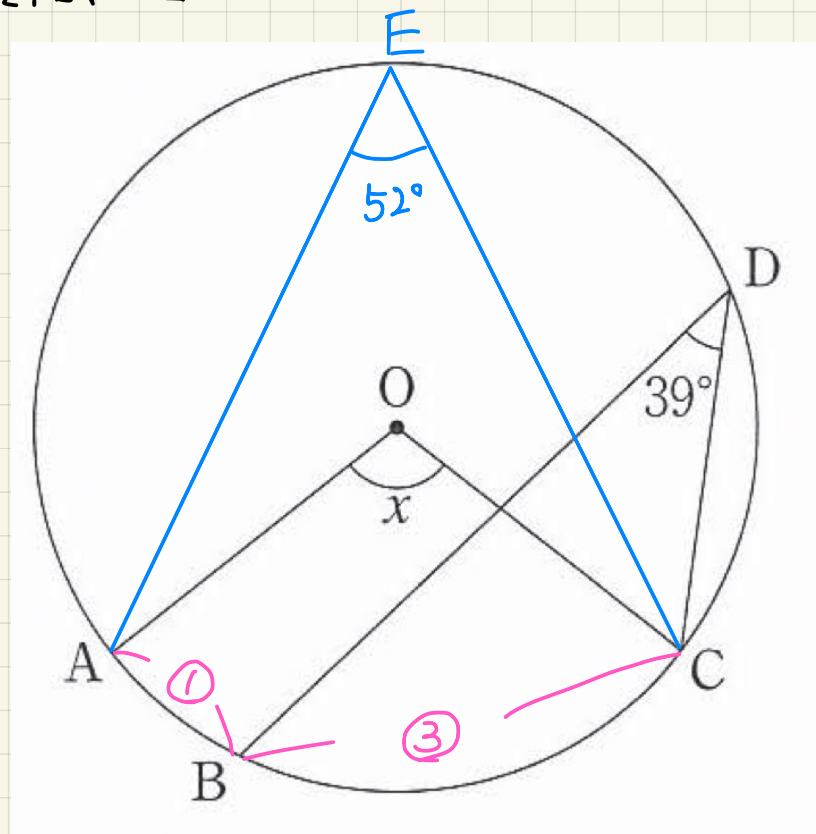
$x = 3$ のとき $y = -18$ なので，

$$-18 = a \times 3^2$$

$$9a = -18 \Rightarrow a = -2$$

よって，$y = -2x^2$

[問6]



$\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BC}$

$\overset{\frown}{BC} = 3\overset{\frown}{AB}$

$\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{BC} = 4 : 3$

よって、

$\angle AEC : \underbrace{\angle ADC}_{39^\circ} = 4 : 3$

$\therefore 3\angle AEC = 39 \times 4$

$\therefore \angle AEC = 52^\circ$

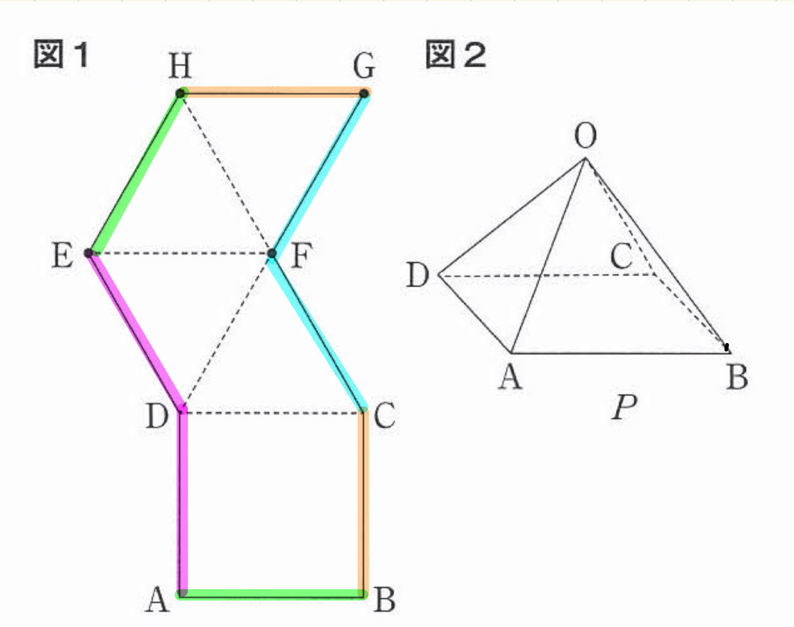
よって、

$\angle x = 52^\circ \times 2$ …円周角と中心角の関係より

$= 104^\circ$ 　$\angle AOC = 2\angle AEC$

$\boxed{2}$

[問1] (1)

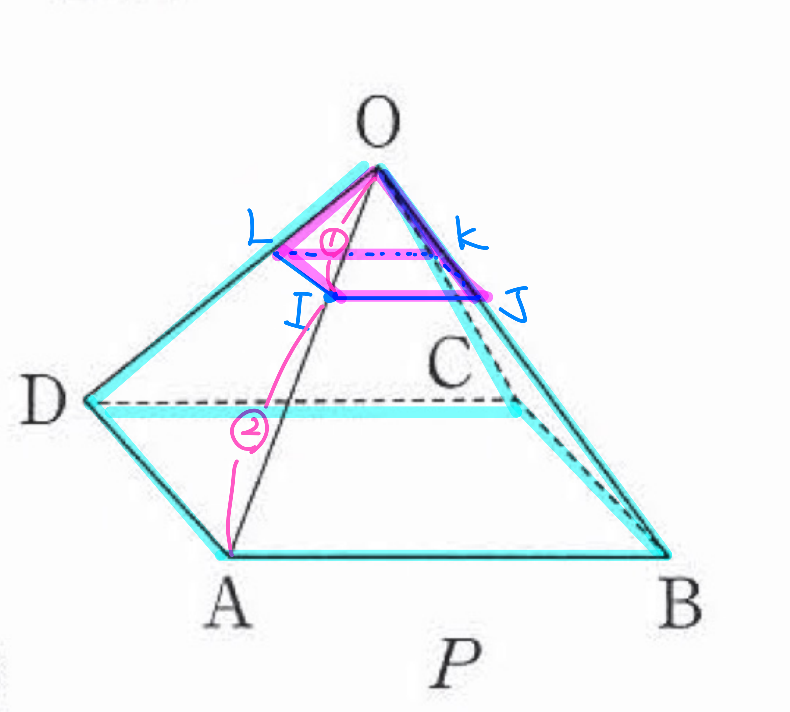


点Aと重なるのは、

点E

(2)

図2



Iを通り□ABCDに平行な平面で切ったときのOB, OC, ODの交点をJ, K, Lとする。

△OIJと△OABにおいて、IJ∥ABより同位角が等しいので

∠OIJ = ∠OAB —①

∠OJI = ∠OBA —②

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので、

△OIJ ∽ △OAB

対応する辺の比は等しいので

$\underbrace{OI}_{1} : \underbrace{OA}_{3} = IJ : AB$

∴ AB = 3IJ

同様に、BC = 3JK、CD = 3KL、DA = 3LI

また、立体O-IJKL ∽ 立体O-ABCDであり、相似比は1:3なので、体積比は

$\underbrace{1^3 : 3^3}$ = 1 : 27

立体の体積比は、相似比の3乗に等しい！

よって、立体O-IJKLと立体LIJK-ABCDの相似比は、1:26

「立体O-ABCD」−「立体O-LIJK」

= 27 − 1 = 26

[問2]

(1)

表

色紙の枚数（枚）	1	2	3	4	5	6	7	…	13	…
一番右の色紙の色	緑	赤	青	緑	赤	青	緑	…	□	…
横の長さ（cm）	7	9	11	＊	＊	＊	＊	…	＊	…

色紙3枚ごとに緑→赤→青と変化するので、
色紙が12枚目のときの色は青である。
よって、13枚目は緑.

※色紙の枚数が3の倍数のとき青である。
よって、12枚目は青で、その次の13枚目は緑.

(2) 色紙が1枚のとき、横の長さは7cmであり、
色紙が1枚増えるごとに2cm長くなる。
よって、色紙をn枚並べたときの横の長さは、

$$7+(n-1)\times 2 = 7+2n-2$$
$$= 2n+5$$

※2枚目のとき $7\text{cm}+2\text{cm} = 7+(2-1)\times 2\text{cm}$
3枚目のとき $7\text{cm}+4\text{cm} = 7+(3-1)\times 2\text{cm}$

⋮

n枚目のとき. $7\text{cm}+(n-1)\times 2\text{cm}$.

[問3]

2つのさいころを同時に投げたときの出る目の場合の数は、$6 \times 6 = 36$ 通り。

12の約数は、1, 2, 3, 4, 6, 12 である。

出る目の積が 1 のとき、

$(1,1) \Rightarrow 1$ 通り

出る目の積が 2 のとき、

$(1,2), (2,1) \Rightarrow 2$ 通り

出る目の積が 3 のとき

$(1,3), (3,1) \Rightarrow 2$ 通り

出る目の積が 4 のとき

$(1,4), (2,2), (4,1) \Rightarrow 3$ 通り

出る目の積が 6 のとき

$(1,6), (2,3), (3,2), (6,1) \Rightarrow 4$ 通り

出る目の積が 12 のとき

$(2,6), (3,4), (4,3), (6,2) \Rightarrow 4$ 通り。

よって、出る目の積が12の約数となるのは

$1 + 2 + 2 + 3 + 4 + 4 = 16$ 通り

以上より、求める確率は

$$\frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

[問4]

ドーナツをx個，カップケーキをy個作ったとする。

ドーナツとカップケーキを合わせて18個作ったので

$$x+y=18 \quad —— ①$$

また，ドーナツは1個あたり25g，カップケーキは1個あたり15gの小麦粉を使い，全部で400g使ったので

$$25x+15y=400$$

$$\Leftrightarrow \quad 5x+3y=80 \quad —— ②$$

①×3 − ② より

$$\begin{array}{rrl} & 3x+3y & =54 \\ -) & 5x+3y & =80 \\ \hline & -2x & =-26 \end{array}$$

$$x=13$$

$x=13$を①に代入して，

$$13+y=18 \quad \Rightarrow \quad y=5$$

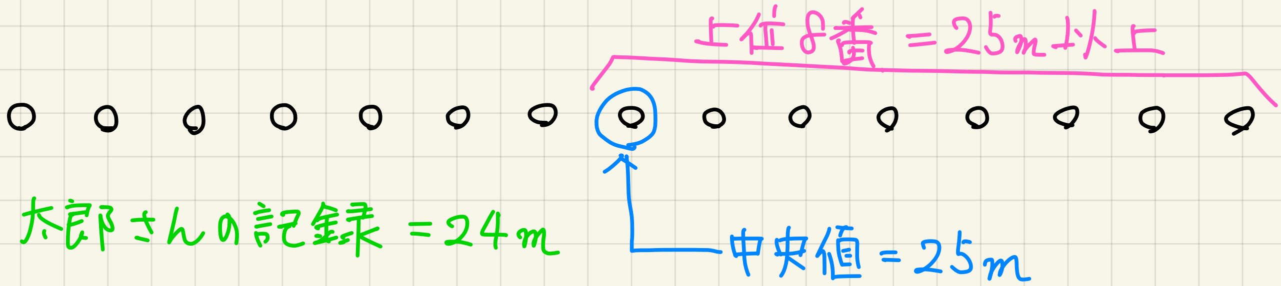
よって，ドーナツ13個，カップケーキ5個

[問5]

15人の記録の中央値は，大きい方から8番目である。

また，箱ひげ図より，中央値は25mである。

よって太郎さんの記録は中央値より小さいから上位8番以内に入ることはない



$\boxed{3}$

(1) 1次関数では、傾き＝変化の割合なので

$$\underbrace{\frac{1}{2}}_{傾き} = \frac{yの増加量}{xの増加量}$$

$$= \frac{yの増加量}{4}$$

よって、

$$yの増加量 = \frac{1}{2} \times 4$$

$$= 2$$

(2) 点Pの座標は(6, 0)である。直線APの式を $y = ax + b$ とおくと、

$$a = \frac{yの増加量}{xの増加量}$$ …点A→点Pの増加量

$$= \frac{0-4}{6-2}$$

$$= -1$$

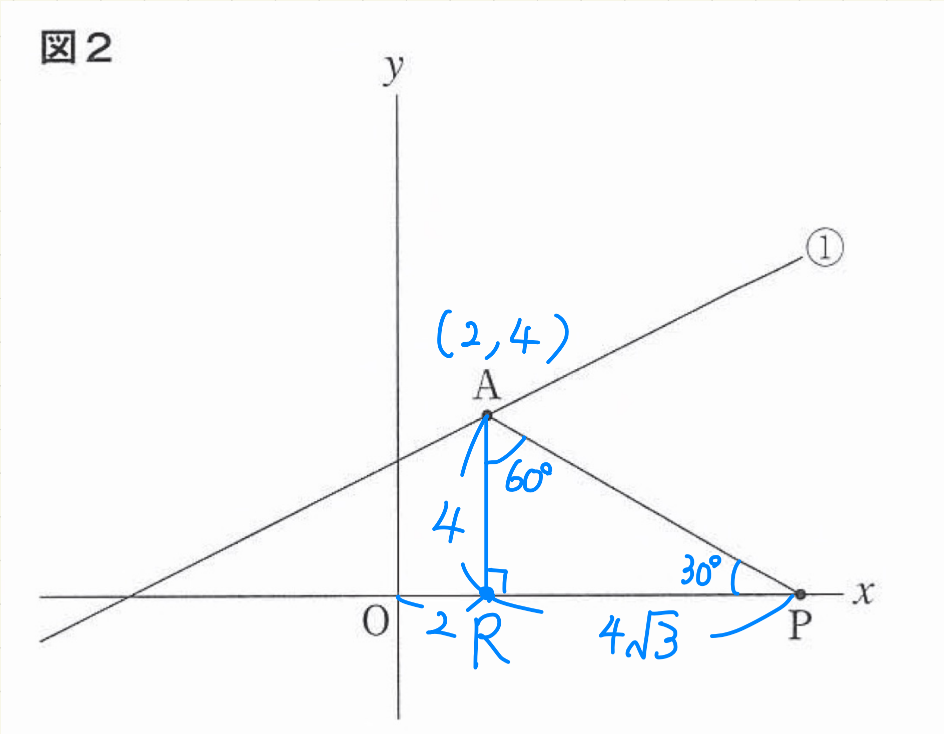
よって、$y = -x + b$ で点P(6, 0)を通るので、

$$0 = -6 + b \Rightarrow b = 6$$

したがって、直線APの式は、

$$y = -x + 6$$

［問3］



左図のように点Rをとる。

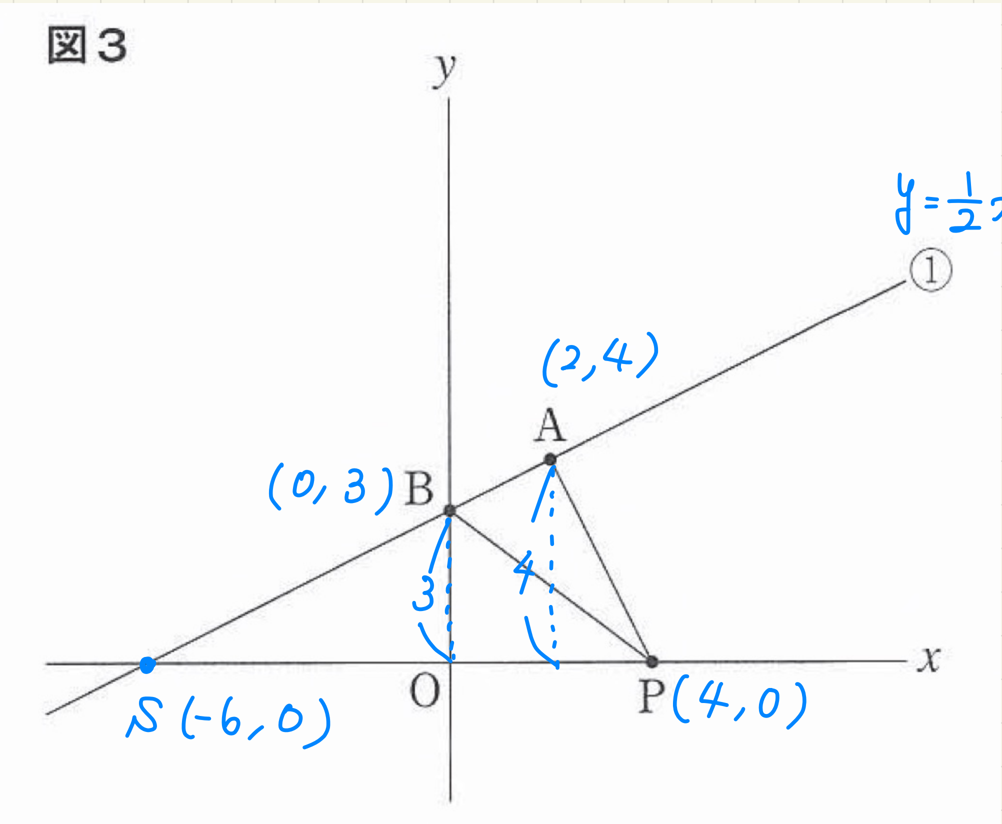
△APRは
30° - 60° - 90°
の直角三角形なので
AR : AP : RP = 1 : 2 : $\sqrt{3}$

よって、

$\underbrace{AR}_{4} : RP = 1 : \sqrt{3} \quad \Rightarrow RP = 4\sqrt{3}$

したがって、点Pのx座標は、$2+4\sqrt{3}$

［問4］



点Bは $y=\frac{1}{2}x+3$
のy切片なので、
座標は (0,3)

$y=\frac{1}{2}x+3$ とx軸との
交点をSとする。
Sのy座標は0なので

$0=\frac{1}{2}x+3$

$\therefore x=-6$

$\therefore S(-6,0)$

よって、△ABPの面積は

$$\triangle ABP = \triangle ASP - \triangle BSP$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 4 - \frac{1}{2} \times 10 \times 3$$

$$= 20 - 15$$

$$= 5$$

①点Qが点Bより上にあるとき.

点Qの座標を$(0, t)$とおく.

$QB = t - 3$ より △ABQの面積は

$$\frac{1}{2} \times (t - 3) \times 2 = t - 3$$

これが5となれば良いので.

$$t - 3 = 5 \Rightarrow t = 8$$

②点Qが点Bより下にあるとき.

点Qの座標を$(0, s)$とおく.

$QB = 3 - s$ より △ABQの面積は.

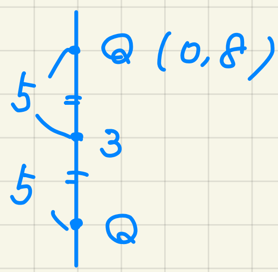
$$\frac{1}{2} \times (3 - s) \times 2 = 3 - s$$

これが5となれば良いので.

$$3 - s = 5 \Rightarrow s = -2$$

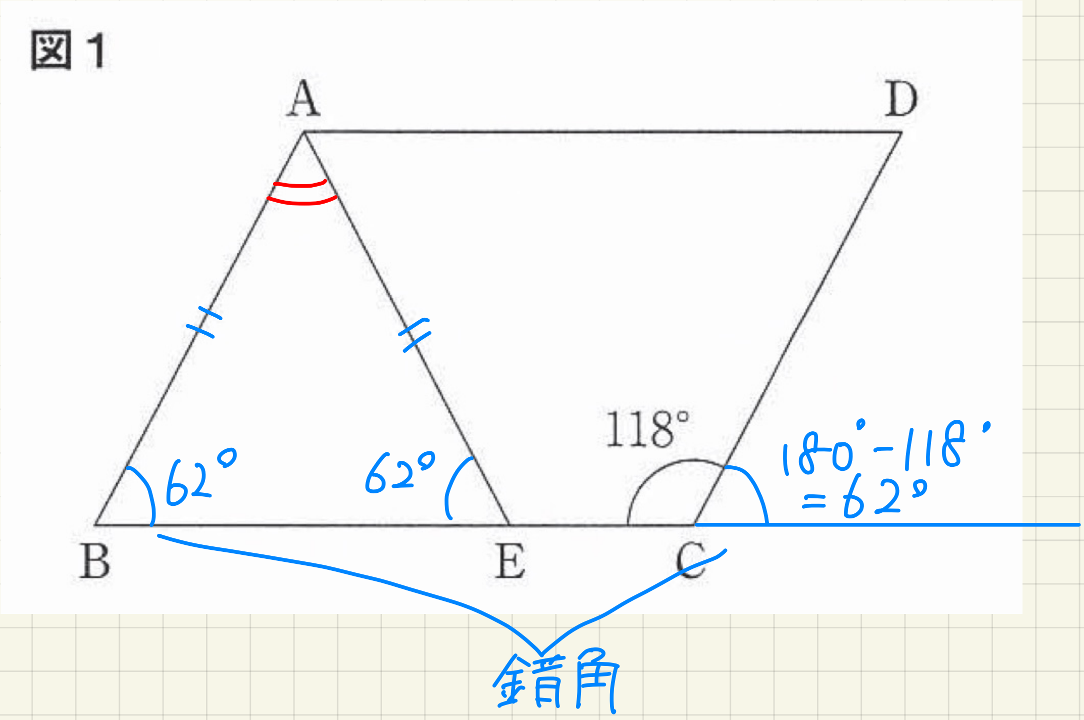
よって、点Qの座標は. $(0, 8)$, $(0, -2)$

注 点Qが点Bより上にあるときと、
点Qが点Bより下にあるときでは、点Bについて、
対称の位置にあることを利用して、
点Qが点Bより下にあるときの
座標を求めても良い.



4

［問1］



図より ∠ABE = 62°

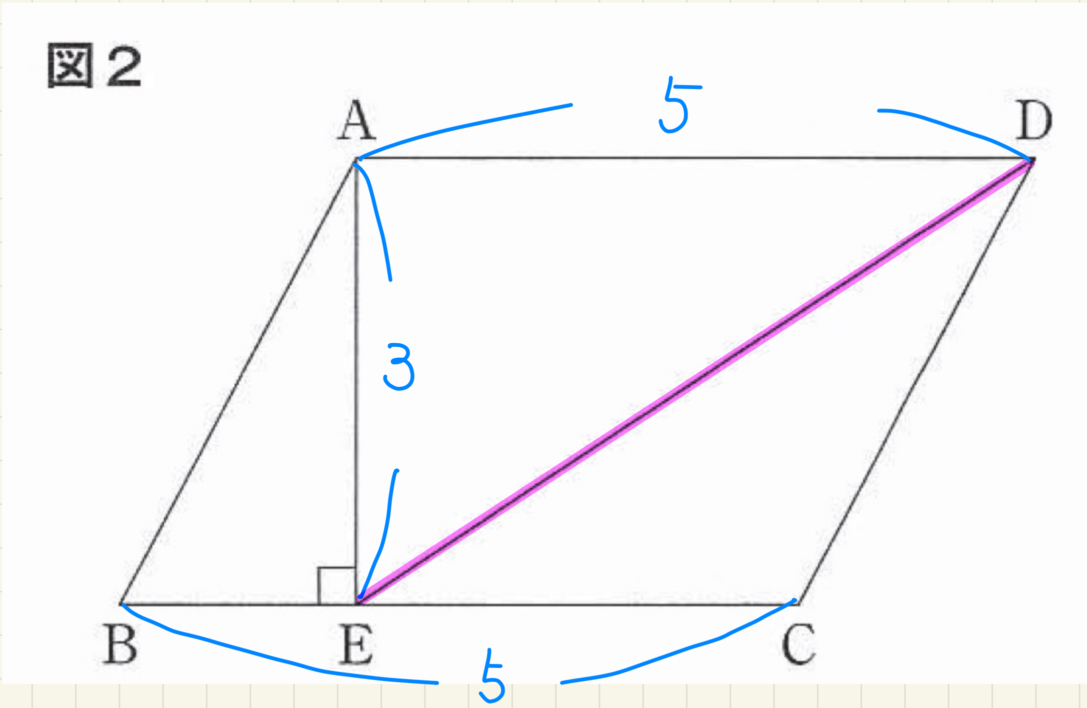
△ABE は二等辺三角形なので、

∠AEB = ∠ABE = 62°

∴ ∠BAE = 180° − 62° − 62°

= 56°

［問2］



□ABCDは平行四辺形なので、

$AD = BC = 5\,\text{cm}$

$AD \parallel BC$より錯角が等しいから

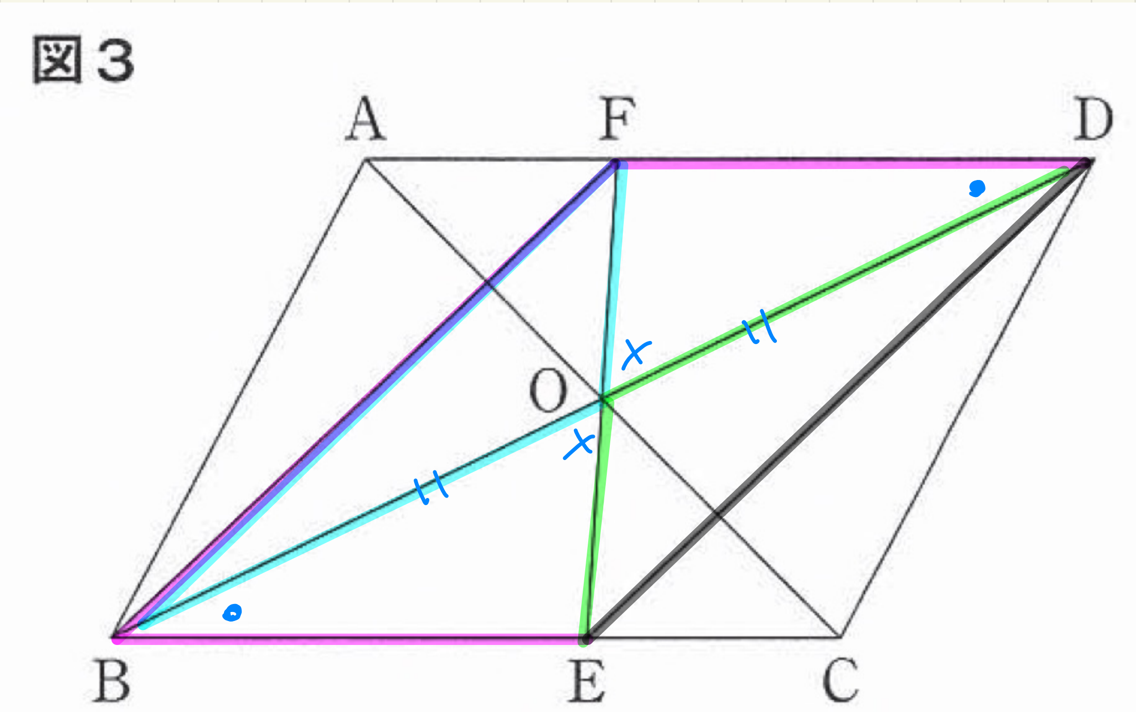
$\angle EAD = \angle AEB = 90^\circ$

よって、△AEDは直角三角形なので、三平方の定理より

$$DE = \sqrt{3^2 + 5^2}$$

$$= \sqrt{34}\ \text{cm}$$

[問3]



△OBEと△ODFで、

Oは平行四辺形の対角線の交点なので、

$OB = OD$ —①

$BE \parallel FD$より錯角は等しいので、

$\angle OBE = \angle ODF$ —②

対頂角は等しいので、

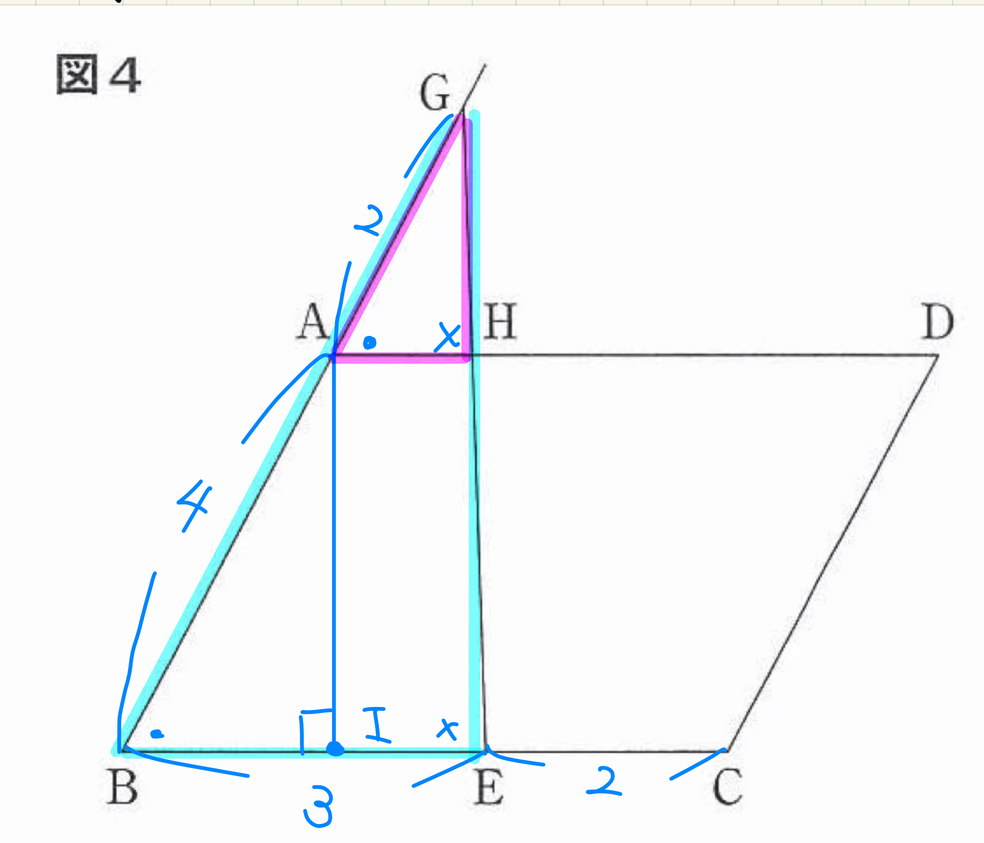
$\angle BOE = \angle DOF$ —③

①,②,③より1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、△OBE ≡ △ODF
対応する辺の長さは等しいので.

OE = OF ―― ④

①,④より四角形BEDFの対角線が.それぞれの中点で交わるので、四角形BEDFは平行四辺形である.(証明終わり)

[問4]



左図のように点Iをとる.

△GAH と△GBE において、

AH // BE より

同位角が等しいので:

∠GAH = ∠GBE ―①

∠GHA = ∠GEB ―②

①,②より2組の角がそれぞれ等しいので.

△GAH ∽ △GBE

対応する辺の比は等しいから

$\underbrace{GA}_{2} : \underbrace{GB}_{6} = AH : \underbrace{BE}_{3}$

∴ 6AH = 6 ⇒ AH = 1cm

また，AH＝IE より IE＝1cm．よって，

$$BI = BE - IE$$
$$= 3 - 1$$
$$= 2 \text{ cm}$$

△ABI で 三平方の定理より

$$AI = \sqrt{4^2 - 2^2} \quad = \sqrt{16-4} \quad = \sqrt{12}$$
$$= 2\sqrt{3} \qquad\qquad = 2\sqrt{3}$$

よって

$$台形ABEHの面積 = \frac{(1+3)\times 2\sqrt{3}}{2}$$
$$= 4\sqrt{3}$$

$$平行四辺形ABCDの面積 = 5 \times 2\sqrt{3}$$
$$= 10\sqrt{3}$$

以上より

台形ABEHの面積：平行四辺形ABCDの面積

$$= 4\sqrt{3} : 10\sqrt{3}$$
$$= 2 : 5$$

ゆえに，

$$▱ABEH : ▱ABCD = 2:5$$

$$5 \times ▱ABEH = 2 \times ▱ABCD$$

$$\therefore ▱ABEH = \frac{2}{5} \times ▱ABCD$$

よって，台形ABEHの面積は，平行四辺形ABCDの面積の $\frac{2}{5}$ 倍である．