2022年度　愛媛県
数学

Km Km

(一)

1. 与式 $= -9$

2. 与式 $= \dfrac{2(2x-5y)+3(x+3y)}{6}$

$= \dfrac{4x-10y+3x+9y}{6}$

$= \dfrac{7x-y}{6}$

3. 与式 $= 3x^2y \div xy - 2xy^2 \div xy$

$= 3x - 2y$

4. 与式 $= \sqrt{5} - (5 - 4\sqrt{5} + 4)$

$= \sqrt{5} - (9 - 4\sqrt{5})$

$= \sqrt{5} - 9 + 4\sqrt{5}$

$= 5\sqrt{5} - 9$

5. 与式 $= a^2 - 9 + a^2 + 10a + 24$

$= 2a^2 + 10a + 15$

(二)

1. 解の公式より

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 5 \times (-1)}}{2 \times 5}$$

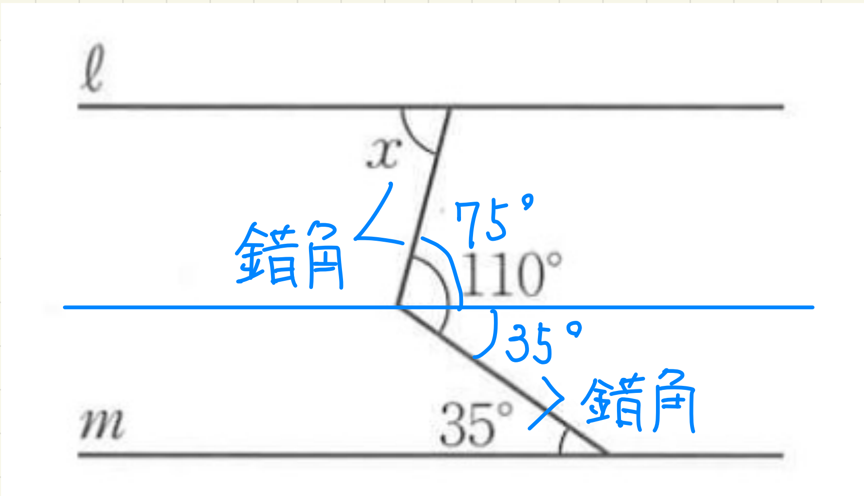
$$= \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{10}$$

$$= \frac{-4 \pm 6}{10}$$

$$= \frac{1}{5}, -1$$

$$\begin{cases} \dfrac{-4+6}{10} = \dfrac{2}{10} = \dfrac{1}{5} \\ \dfrac{-4-6}{10} = -\dfrac{10}{10} = -1 \end{cases}$$

2.



$\angle x = 75°$

3.

ア：

A中学校の最頻値：6〜7 ⇒ $\frac{6+7}{2} = 6.5$

B中学校の最頻値：7〜8 ⇒ $\frac{7+8}{2} = 7.5$

よって誤り

イ.

A中学校の相対度数：$\frac{7}{30}$

B中学校の相対度数：$\frac{21}{90} = \frac{7}{30}$

等しい。よって正しい

ウ.

A中学校で7時間未満の生徒は

$0+3+10=13$人

よって割合は

$$\frac{13}{30}\times 100=43.3\cdots\%$$

よって40%より大きいので誤り

エ：

B中学校は90人なので、データを小さい順に並べたときの中央値は45番目と46番目の生徒がいる階級。

表より45番目と46番目の生徒がいる階級は7時間以上8時間未満なので誤り.

※累積度数より

6～7 ： $1+8+27=36$

7～8 ： $1+8+27+29=65$

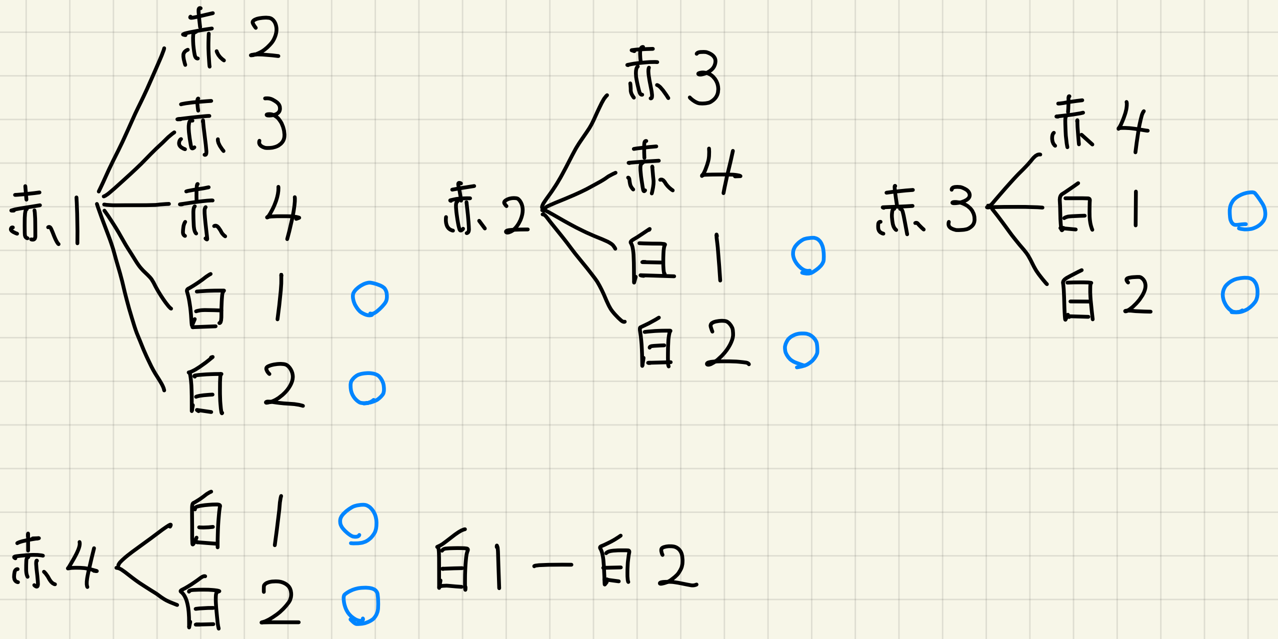
よって、データを小さい順に並べたとき、7～8には37番目～65番目の生徒がいる.

4. 赤玉を赤1, 赤2, 赤3, 赤4,

白玉を白1, 白2

と区別する。

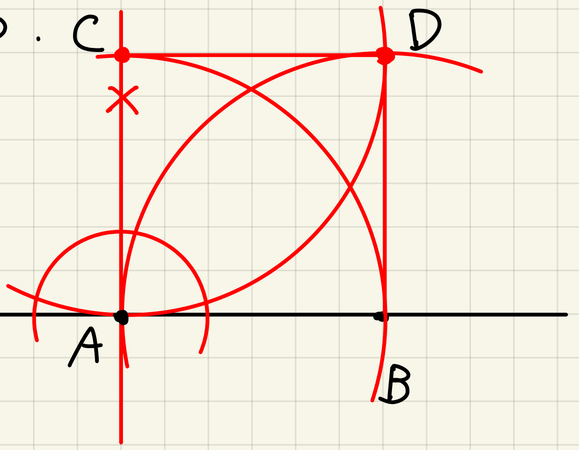
樹形図は以下の通り



玉の取り出し方は全部で15通り。そのうち、赤が1個，白が1個取り出す方法は8通り。
よって求める確率は

$$\frac{8}{15}$$

5.
底面の半径は3cm，円柱の高さは10cmより
体積は $3\times3\times\pi\times10=90\pi\ cm^3$

6.


① 点Aを通りABに垂直な線を描く
② 点Aを中心として，半径ABの円を描き，①との交点をCとする。
③ 点B，点Cを中心として，半径AB，ACの円を描き，交点をDとする。

④. A, B, C, D を結ぶと, AB を1辺とする正方形となる.

7.

9月に図書館を利用した男子をx人, 女子をy人とする.
10月に図書館を利用した人数は253人であり,
9月より33人増加したので,

$$\underbrace{x + y}_{\text{9月の利用者}} + \underbrace{33}_{\text{33人増}} = \underbrace{253}_{\text{10月の利用者}}$$

$$\therefore\ x + y = 220 \quad — ①$$

また, 10月の利用者は, 9月と比べて, 男子は21%増, 女子は10%増で, 合わせて33人増となったので,

$$\frac{21}{100}x + \frac{10}{100}y = 33$$

$$\therefore\ 21x + 10y = 3300 \quad — ②$$

よって, ①×10 − ② より

$$\begin{array}{rrrl} & 10x & +\ 10y & = 2200 \\ -) & 21x & +\ 10y & = 3300 \\ \hline & -11x & & = -1100 \end{array}$$

$$x = 100$$

$x = 100$ を①に代入して,

$$100 + y = 220 \Rightarrow y = 120$$

よって, 9月に図書館を利用した男子は100人, 女子は120人

(三)

1. 選んだ3つの数が2, 6, 7なので、並べてできる3つの整数のうち

最大：762

最小：267

よって、$Q = 762 - 267 = 495$

2.

イ：選んだ3つの数が a, b, c であり、$a > b > c$ より最も小さい数は c、最も大きい数は a である。
よって、3けたの最も小さい整数は

$$100c + 10b + a$$

ウ：

$$\begin{aligned} Q &= 100a + 10b + c - (100c + 10b + a) \\ &= 100a + 10b + c - 100c - 10b - a \\ &= 99a - 99c \\ &= 99(a - c) \end{aligned}$$

3.

(1) $Q = 396$ であるから、2.ウより

$$396 = 99(a - c)$$

$$\therefore a - c = 4$$

よって、$a - c = 4$ となる a, c の組み合わせを考える。
ただし、$a > c$ である。

$(a, c) = (5, 1), (6, 2), (7, 3), (8, 4), (9, 5)$

また，$a>b>c$であるから，

$$
\begin{aligned}
(a,c)&=(5,1) \Rightarrow b=2,3,4\\
&=(6,2) \Rightarrow b=3,4,5\\
&=(7,3) \Rightarrow b=4,5,6\\
&=(8,4) \Rightarrow b=5,6,7\\
&=(9,5) \Rightarrow b=6,7,8.
\end{aligned}
$$

各々の(a,c)に対して，bが3通りあるので，

$$\underbrace{5}_{(a,c)\text{の組み合わせ}} \times \underbrace{3}_{b\text{の組み合わせ}} = 15\text{通り}$$

(2) $a>b>c$のとき，Qはbの値に無関係である。

- $(1,3,8)$のとき　$Q=831-138=693$
- $(2,3,8)$のとき　$Q=832-238=594$
- $(3,4,8)$ $(3,5,8)$ $(3,6,8)$, $(3,7,8)$のとき
  $Q=99(8-3)=495$
  ※ $Q=99(a-c)$で，$a=8$, $c=3$とすると，これらの組み合わせは全て$a>b>c$を満たすので，同じ値
- $(3,8,9)$のとき　$Q=983-389=594$

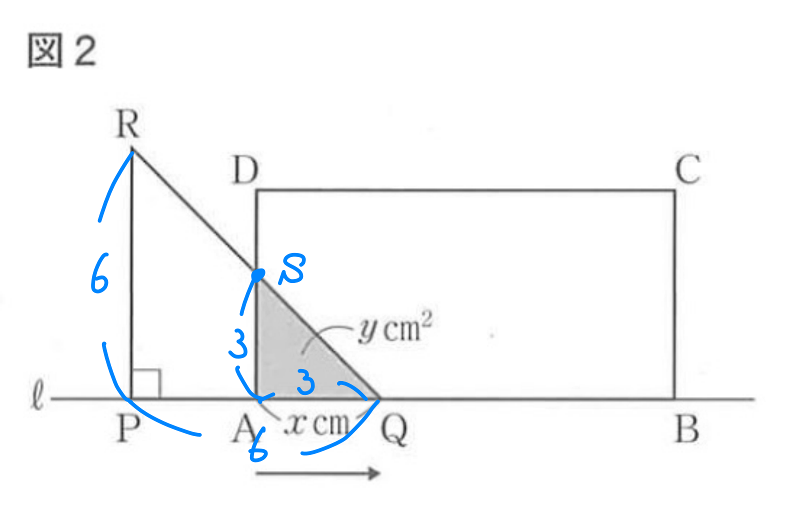
同じ

よって，

$495,\ 594,\ 693$

(四)

1



PQとDAの交点をSとする。

△QSAと△QRPにおいて、SA∥RPより同位角が等しいので、

$\angle QSA = \angle QRP$ — ①

$\angle QAS = \angle QPR$ — ②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので

△QSA ∽ △QRP

△QRPはPQ＝RPの二等辺三角形なので、△QSAも二等辺三角形である。よって、AQ＝ASより、

AS＝3cm。したがって

$$y = \frac{1}{2} \times 3 \times 3$$

$$= \frac{9}{2}$$

2.

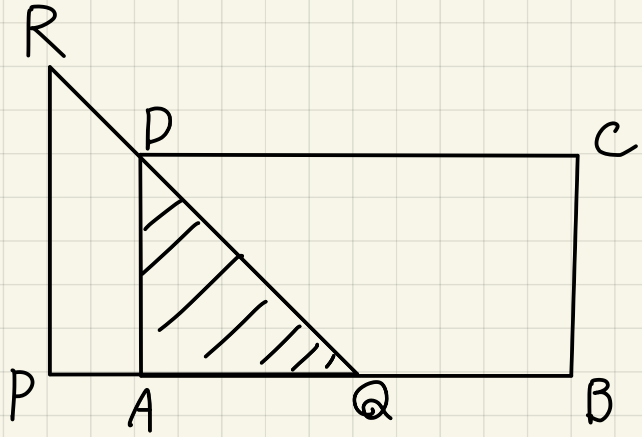
(1) $0 \leqq x \leqq 4$では放物線なので、$y = ax^2$とおくと、
$(4, 8)$を通るので

$$8 = a \times 4^2 \quad \therefore 16a = 8 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

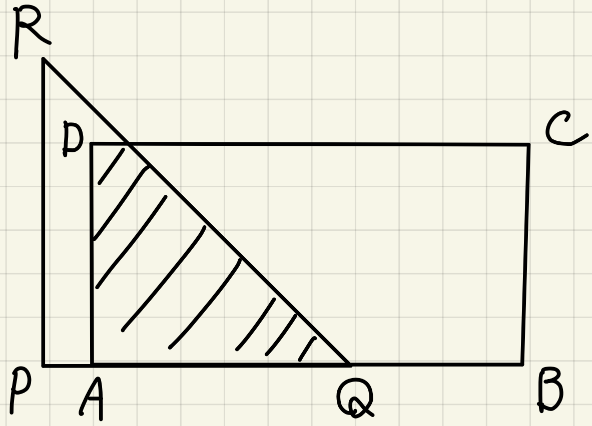
よって、$y = \frac{1}{2}x^2$

(2)

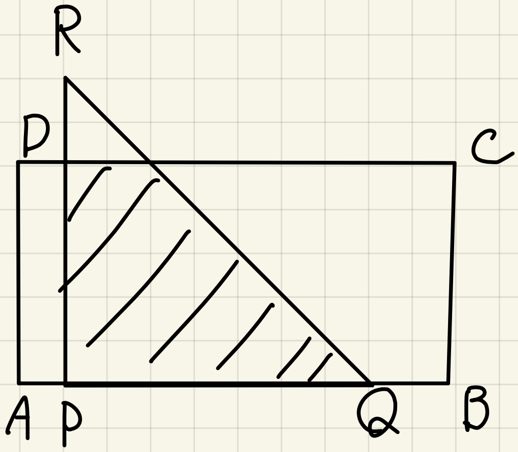
・$0 \leqq x \leqq 4$ のとき、$y=\frac{1}{2}x^2$ であるから、重なっている部分は三角形である。⇒ 点DがRQ上か、それより右側にあるとき。($x=4$ で、点DがRQ上にある)

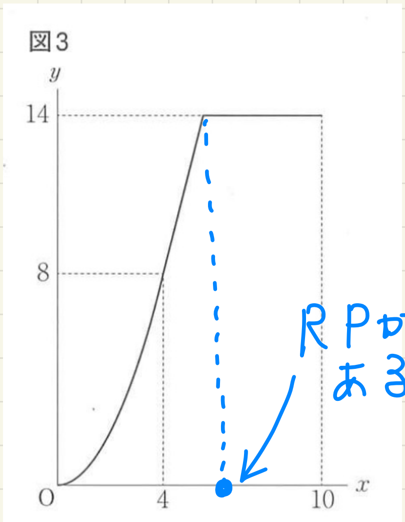


・$4 \leqq x$ では、重なっている部分は台形となる。



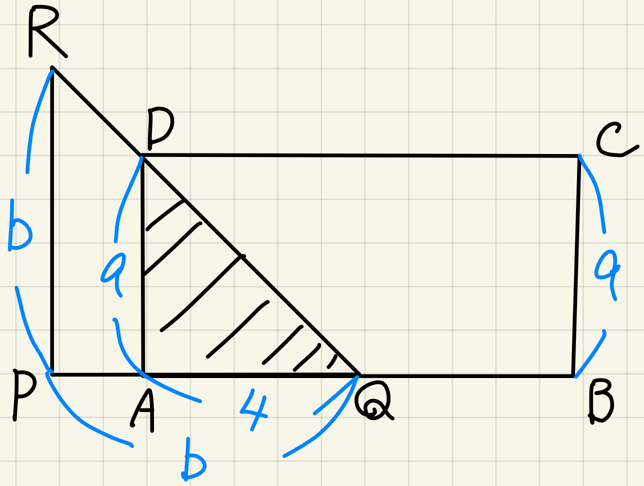
・面積が一定となるのは、RPがDA上かそれより右側にきたときである。





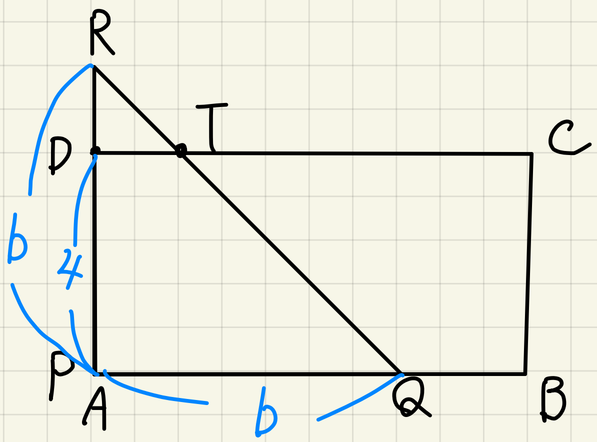
RPがDA上にあるとき.

以上をふまえて，まず，QRの辺上に点Dがあるときを考える



1. より△AQDは二等辺三角形であり，AQ＝4cmなので．
DA＝4cm．　よって．$a=4$

次に，RPがDA上にあるときを考える．



RQとCDの交点をTとする．
△RDTと△RAQにおいて，
DT∥AQより同位角が等しいので．
∠RDT＝∠RAQ ―― ①
∠RTD＝∠RQA ―― ②

①，②より2組の角がそれぞれ等しいので．
△RDT∽△RAQ
対応する辺の比は等しいから

$$\underbrace{RD}_{(b-4)} : \underbrace{RA}_{b} = DT : \underbrace{AQ}_{b}$$

$$\therefore b \times DT = b(b-4)$$

bは0でないので、両辺をbで割って、

$$DT = b - 4.$$

よって、重なっている部分の面積(台形)は、

$$y = \frac{\{(b-4)+b\} \times 4}{2}$$

$$= \frac{(2b-4) \times 4}{2}$$

$$= 4b - 8$$

グラフよりこの台形の面積が14なので、

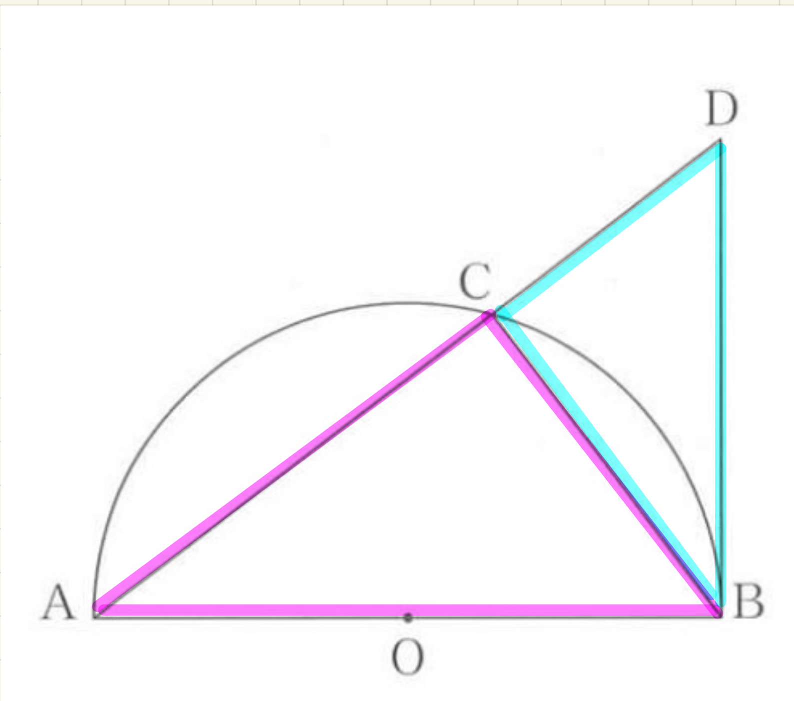
$$4b - 8 = 14$$

$$4b = 22 \qquad \therefore b = \frac{11}{2}$$

よって、$a = 4,\ b = \frac{11}{2}$

(五)

1.



△ABCと△BDCにおいて,
線分ABは直径だから

$\angle ACB = \angle BCD = 90^\circ$ ── ①

△ABCで $\angle ACB = 90^\circ$ だから

$\angle BAC = 90^\circ - \angle ABC$ ── ②

仮定より $\angle ABD = 90^\circ$ だから

$\angle DBC = 90^\circ - \angle ACB$ ── ③

②,③より

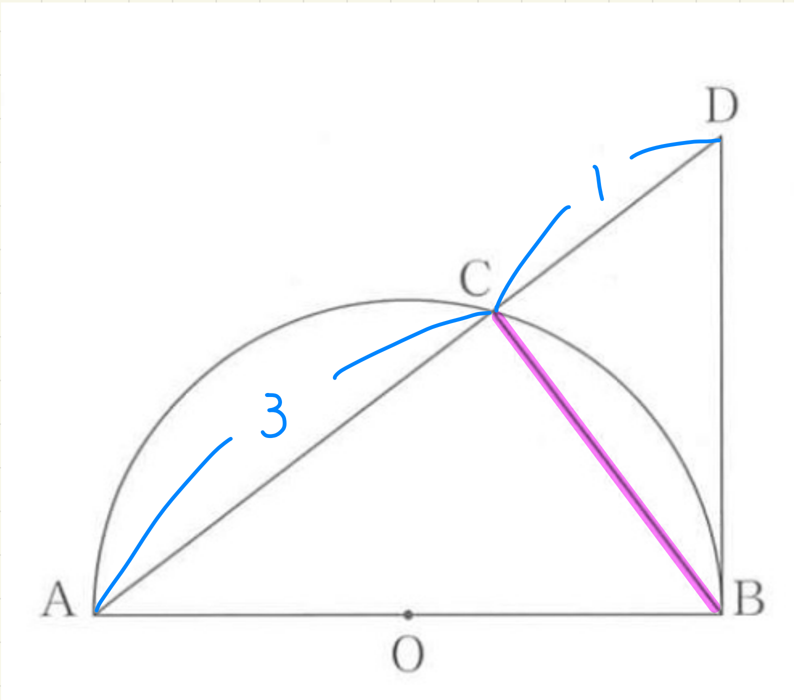
$\angle BAC = \angle DBC$ ── ④

①,④より2組の角がそれぞれ等しいので

△ABC ∽ △BDC (証明終わり)

2.

(1)



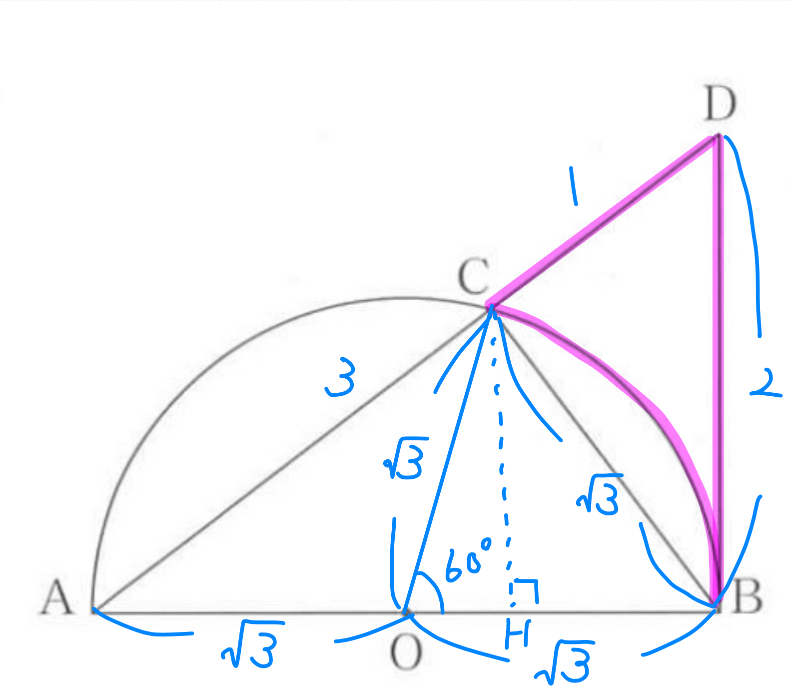
1.より △ABC ∽ △BDC
なので、対応する辺の比は等しいから

$BC : \underbrace{DC}_{1} = \underbrace{AC}_{3} : BC$

$\therefore BC^2 = 3$

$BC > 0$ より $BC = \sqrt{3}$ cm

(2)



AB, DB, DH

点Cから OBに垂線を下ろした足をHとする。

求める面積

$=\triangle ABD-(\triangle AOC+$ おうぎ形OBC$)$

なので、まず AB, BD, CH の長さを求める。

AB について

$\triangle ABC$ と $\triangle ADB$ において、

$\angle ACB=\angle ABD=90°$ —— ①

共通な角は等しいから

$\angle BAC=\angle DAB$ —— ②

①,② より 2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABC \backsim \triangle ADB$

対応する辺の比は等しいから

$AB:\underbrace{AD}_{4}=\underbrace{AC}_{3}:AB$

$\therefore AB^2=12$　$AB>0$ より $AB=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ cm

BD について

$\triangle ABD$ で三平方の定理より

$BD=\sqrt{4^2-(2\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{4}$

$= 2$

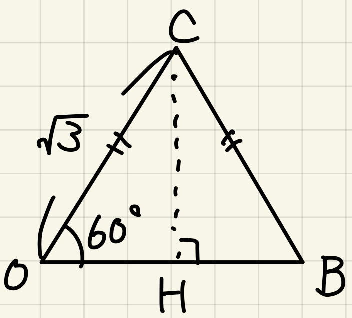
CHについて

OBは点Oの半径で、$AB = 2\sqrt{3}$ より $OB = \sqrt{3}$ cm.

OCも点Oの半径より $OC = \sqrt{3}$ cm

(1)より $BC = \sqrt{3}$ cm

よって、$\triangle OBC$ は正三角形である。$\Rightarrow \angle COH = 60°$



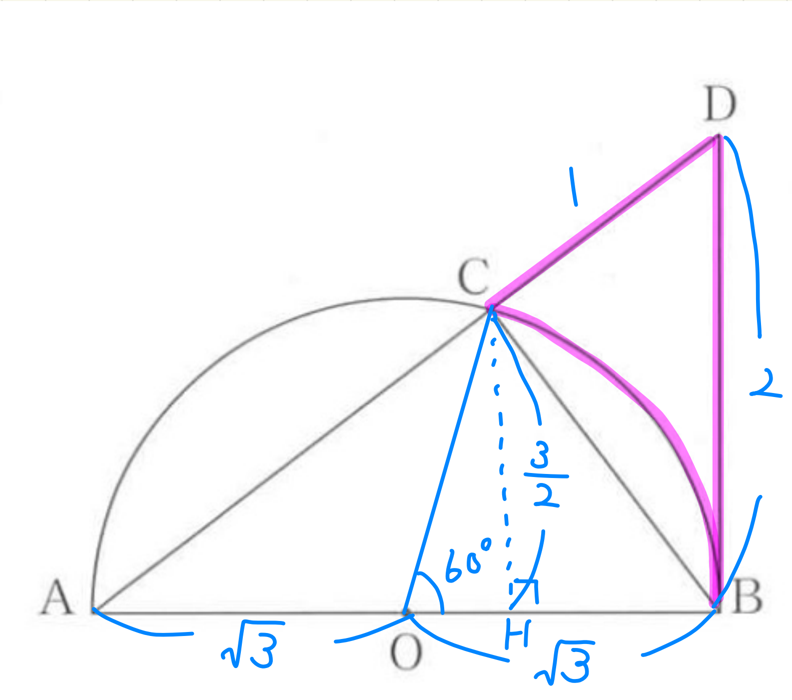
また、$\triangle COH$ は $30° - 60° - 90°$ の直角三角形より

$OH : \underbrace{OC}_{\sqrt{3}} : CH = 1 : 2 : \sqrt{3}$

よって、

$\underbrace{OC}_{\sqrt{3}} : CH = 2 : \sqrt{3}$

$2CH = 3 \Rightarrow CH = \frac{3}{2}$ cm



求める面積

$=\triangle ABD-(\triangle AOC+$

おうぎ形OBC)

$$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2=2\sqrt{3}$$

$$\triangle AOC=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\frac{3}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{おうぎ形OBC}=\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\pi\times\frac{60}{360}$$

$$=3\pi\times\frac{1}{6}$$

$$=\frac{\pi}{2}$$

よって，求める面積は

$$2\sqrt{3}-\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}+\frac{\pi}{2}\right)=\frac{8\sqrt{3}}{4}-\frac{3\sqrt{3}}{4}-\frac{\pi}{2}$$

$$=\frac{5\sqrt{3}}{4}-\frac{\pi}{2}\ \text{cm}^2$$