2022年度　香川県

数学

Km Km

問題1

(1) 与式 $= -15 + 9$

$= -6$

(2) 与式 $= 5x - 10y - 4x - y$

$= x - 11y$

(3) 与式 $= 6a^2 \div 2a - 4ab \div 2a$

$= 3a - 2b$

(4) 与式 $= \sqrt{16} - \sqrt{8} + \sqrt{2} - 1$

$= 4 - 2\sqrt{2} + \sqrt{2} - 1$

$= 3 - \sqrt{2}$

(5) 与式 $= 3(x^2 - 4)$

$= 3(x+2)(x-2)$

(6) $x - 2 = A$ とおくと

$A^2 = 5 \quad \therefore A = \pm\sqrt{5}$

$A = x - 2$ より

$x - 2 = \pm\sqrt{5}$

$\therefore x = 2 \pm \sqrt{5}$

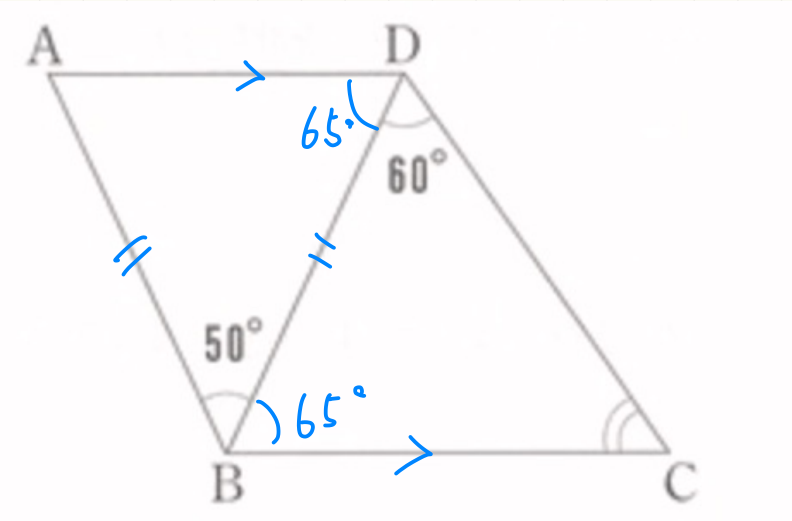
(7) n がどんな整数であっても $2n$ は偶数である。よって、$2n+1$, $2n+3$ は必ず必数となる。

注 偶数+奇数=奇数

よって エ

問題 2

(1)



△ABDはAB=BDの二等辺三角形なので、

$\angle BDA = (180° - 50°) \div 2$

$= 65°$

AD // BCより錯角が等しいので、

$\angle BDA = \angle DBC \Rightarrow \angle DBC = 65°$

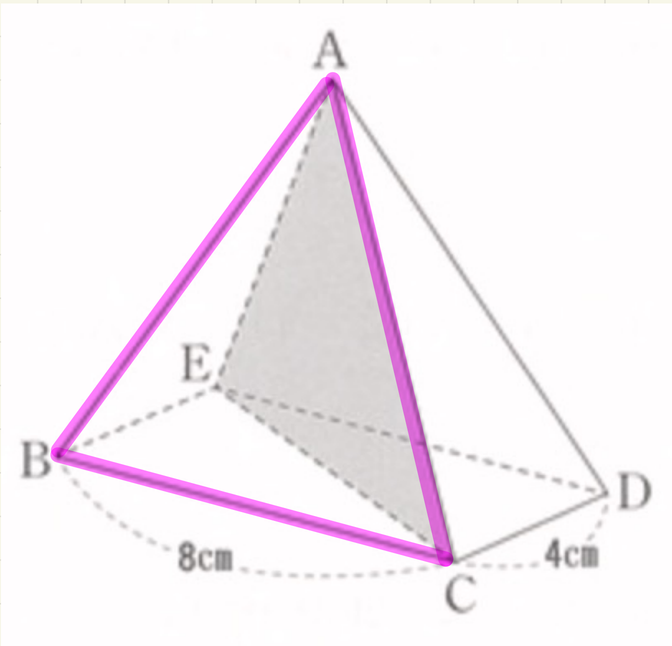
△BCDで、三角形の内角の和は180°なので、

$\angle BCD = 180° - (60° + 65°)$

$= 55°$

(2)

ア.



㋐ 辺BE：垂直

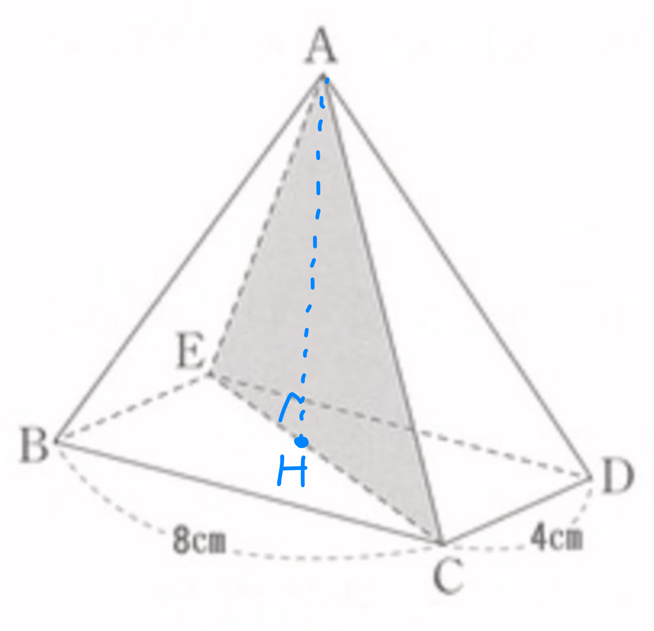
㋑ 辺DE：平行

㋒ 辺AD：交わる

㋓ 辺AE：交わる.

よって ㋑

イ.



△CDEで三平方の定理より

$$CE = \sqrt{8^2+4^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

点Aから辺ECに下ろした垂線の足をHとする。

△ACE = 30 cm² より

$$\underbrace{\triangle ACE}_{30} = \frac{1}{2} \times \underbrace{EC}_{4\sqrt{5}} \times AH$$

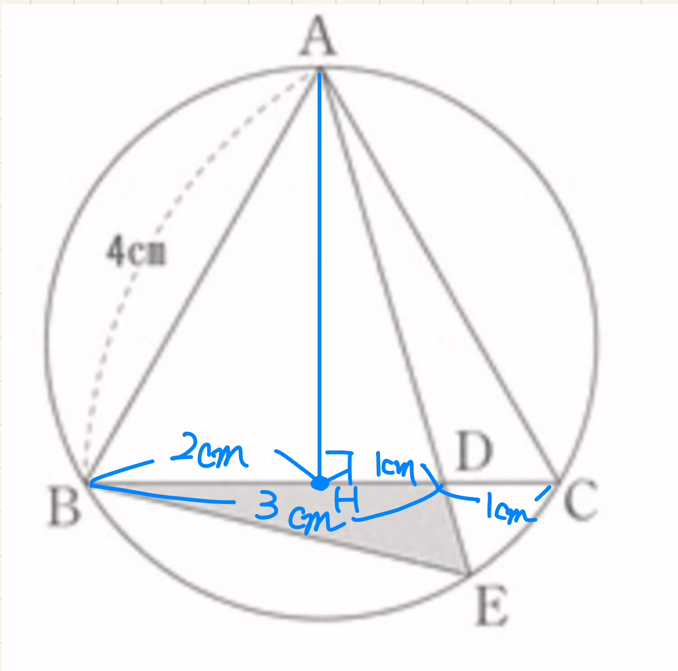
$$\frac{30}{2\sqrt{5}} = \frac{15}{\sqrt{5}} = \frac{15}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{5}}{5} = 3\sqrt{5}$$

$\therefore\ 2\sqrt{5}\,AH = 30 \qquad AH = \dfrac{30}{2\sqrt{5}} = 3\sqrt{5}$

よって、求める体積は

$$4 \times 8 \times 3\sqrt{5} \times \frac{1}{3} = 32\sqrt{5}\ \text{cm}^3$$

(3)



△ABCは正三角形なので、

$AB = BC \quad \therefore\ BC = 4\text{cm}$

$BD : DC = 3 : 1$ より

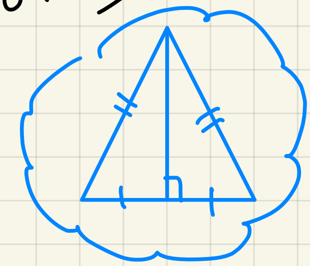
$$BD = \frac{3}{3+1} \times 4 = 3\text{cm}$$

$$DC = 4 - 3 = 1\text{cm}$$

点AからBCに下ろした垂線の足をHとする。

△ABCは二等辺三角形でもあるから

$BH = CH$



よって、$BH = 2cm$, $DH = 1cm$

△ABHで三平方の定理より

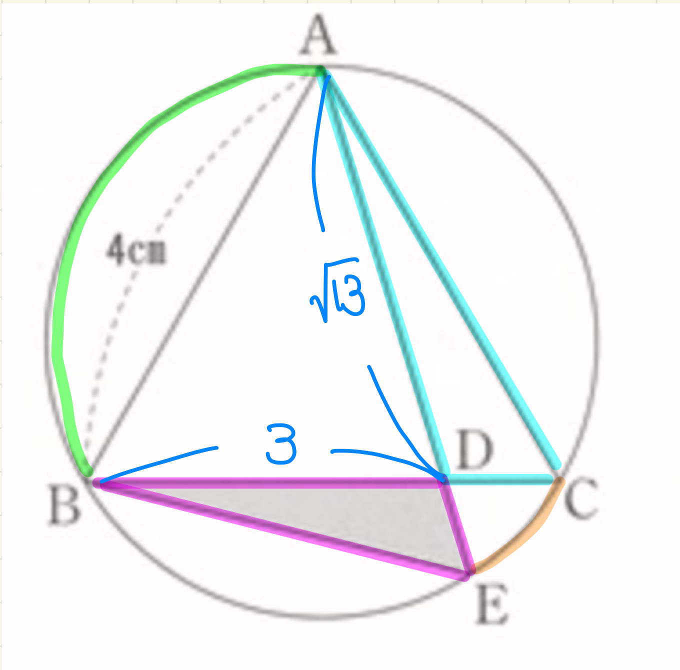
$AH = \sqrt{4^2 - 2^2}$ $= \sqrt{16-4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3}$ cm

△AHDで三平方の定理より

$AD = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 1^2}$ $= \sqrt{12+1}$ $= \sqrt{13}$

$= \sqrt{13}$ cm.



ここで、△BEDと△ACDで、

$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角より

$\angle BED = \angle ACD$ ―①

$\overset{\frown}{CE}$に対する円周角より

$\angle DBE = \angle DAC$ ―②

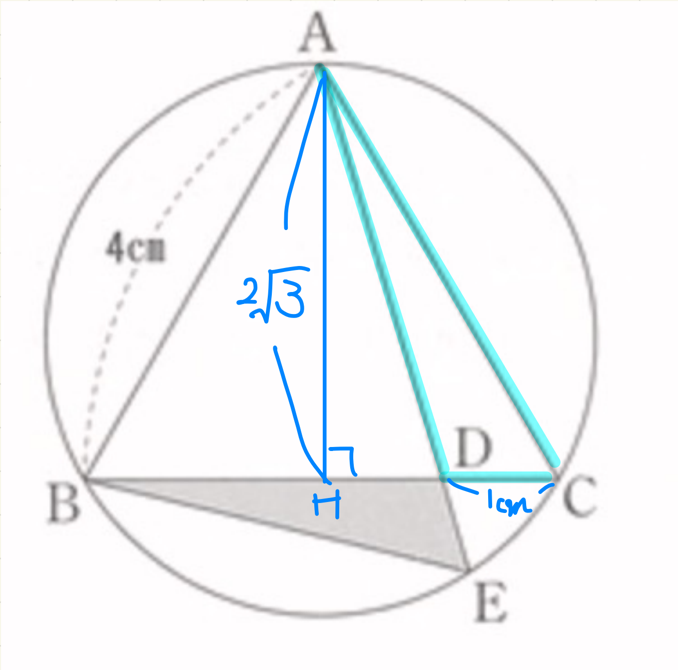
①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle BED \sim \triangle ACD$

相似比は、$BD : AC = 3 : \sqrt{13}$

相似な三角形の面積比は、相似比の2乗に等しいので、

$$\triangle BED : \triangle ACD = 3^2 : \sqrt{13}^2$$
$$= 9 : 13$$



$$\triangle ACD = \frac{1}{2} \times 1 \times 2\sqrt{3}$$
$$= \sqrt{3}\ \text{cm}$$

より

$$\triangle BED : \sqrt{3} = 9 : 13$$
$$13 \times \triangle BED = 9\sqrt{3}$$
$$\therefore \triangle BED = \frac{9\sqrt{3}}{13}\ \text{cm}^2$$

問題3.

(1) さいころを2回投げたときの出る目は36通り

$10a+b$ が最小となるのは、$a=1$, $b=1$ のときで、$10a+b = 10+1 = 11$

$10a+b$ が最大となるのは、$a=6$, $b=6$ のときで、$10a+b = 60+6 = 66$

よって、11〜66のうち、8の倍数は、

16, 24, 32, 40, 48, 56, 64

であるが、$1 \leqq b \leqq 6$ であるから、40, 48は満たさない。よって、8の倍数は5通りであるから、求める確率は

$$\frac{5}{36}$$

(2)

月	4	5	6	7	8	9	10
冊数(冊)	1	6	4	2	8	3	4

4〜9月の平均値は、

$$\frac{1+6+4+2+8+3}{6} = 4\text{冊}$$

4〜10月の平均値は、

$$\frac{1+6+4+2+8+3+4}{7} = 4\text{冊}$$

よって、平均値は変わらない ㋑

また、4〜9月のデータを小さい順に並べると、

1, 2, 3, 4, 6, 8

中央値

$$\text{中央値} = \frac{3+4}{2} = 3.5\text{冊}$$

同様に、4〜10月のデータを小さい順に並べると、

1, 2, 3, 4, 4, 6, 8

中央値

中央値 ＝ 4冊

よって、中央値は大きい ㋓

答えは、㋑と㋓

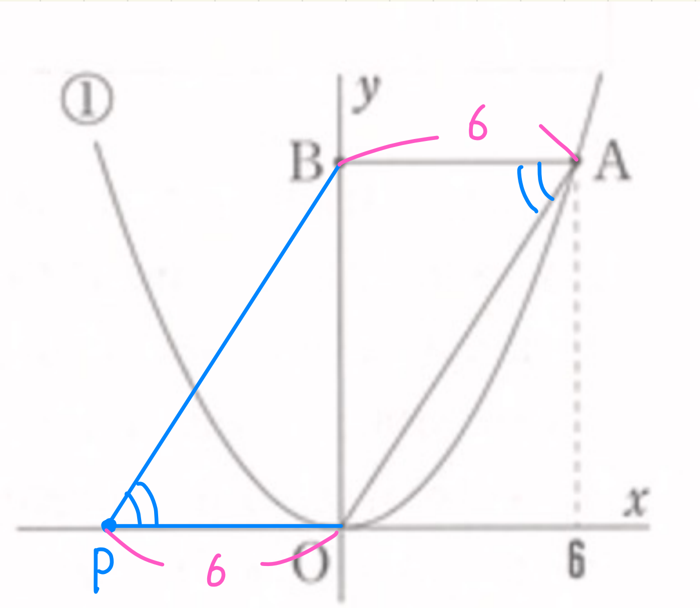
(3)

ア. $y=ax^2$ において、x が p から q まで変化するときの変化の割合は $a(p+q)$ で表される。

よって、$y=\frac{1}{4}x^2$ において、x が -3 から -1 まで変化するときの変化の割合は

$$\frac{1}{4}\{(-1)+(-3)\}=\frac{1}{4}\times(-4)=\underline{-1}$$

イ.



□ABPD において、
$\angle OAB=\angle BPO$
であるから、向かい合う角が等しい。よって、□ABPD は平行四辺形である。
$AB=6$ より $PO=6$
となれば良い。

点 P は x 軸上にあり、x 座標が負なので、$\underline{P(-6,0)}$

また、点 A は $y=\frac{1}{4}x^2$ 上にあり、$x=6$ なので、

$$y=\frac{1}{4}\times6^2$$
$$=9$$

$\therefore \underline{A(6,9)}$

よって，直線APの式を $y=ax+b$ とおくと，1次関数では，傾き＝変化の割合なので，

$$a=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$=\frac{9-0}{6-(-6)}$$ …P→Aの増加量

$$=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$$

よって，$y=\frac{3}{4}x+b$ で P$(-6,0)$ を通るので，

$$0=\frac{3}{4}\times(-6)+b \Rightarrow b=\frac{9}{2}$$

したがって，直線APは $y=\frac{3}{4}x+\frac{9}{2}$

(3)

箱Cに入っているクッキーの枚数は，箱Aに入っているクッキーの枚数の2倍なので，$2a$ 枚である。

箱A，箱B，箱Cに入っているクッキーの枚数の合計は27枚だから

$$a+b+2a=27$$

$$\therefore\ 3a+b=27 \quad —①$$

箱A，箱B，箱Cを，それぞれ8箱，4箱，3箱買ったときのクッキーの枚数の合計は118枚だから

$$8 \times a + 4 \times b + 3 \times 2a = 118$$
$$14a + 4b = 118$$
$$\therefore 7a + 2b = 59 \quad \text{―― ②}$$

①, ② を連立して解く。 ① × 2 − ② より

$$\begin{array}{rrcl} & 6a + 2b & = & 54 \\ -) & 7a + 2b & = & 59 \\ \hline & -a & = & -5 \end{array}$$
$$\therefore a = 5$$

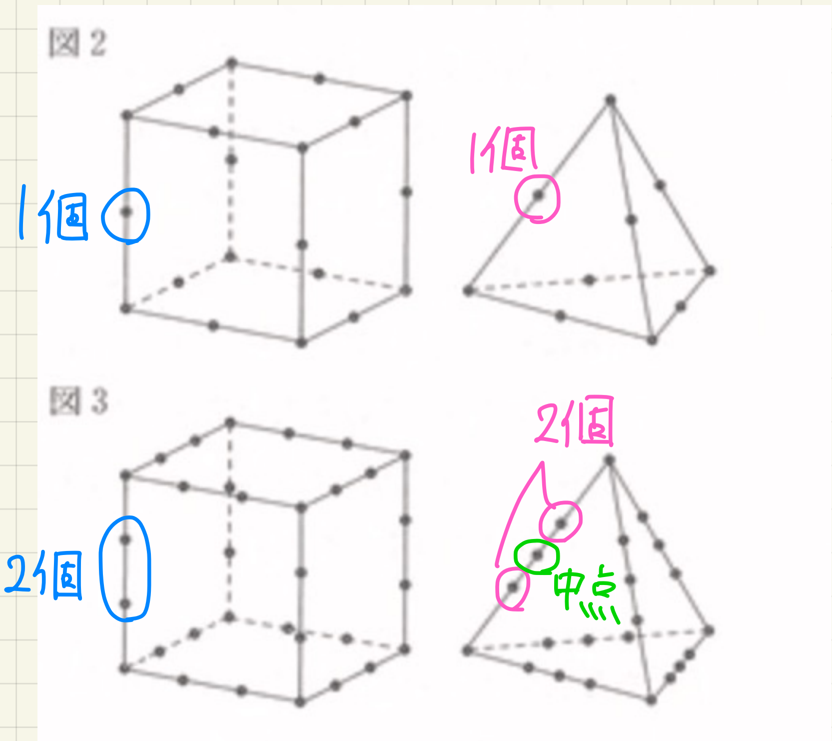
$a=5$ を①に代入して

$$3 \times 5 + b = 27$$
$$\therefore b = 27 - 15$$
$$= 12$$

よって, $a=5$, $b=12$

問題4.

(1)



立方体について

一辺につき, 頂点以外の •印は.

$n = 2 \Rightarrow$ • 1個

$2-1$ 個

$n = 3 \Rightarrow$ • 2個

$3-1$ 個

よって，n のとき　• $(n-1)$ 個

立方体は辺が12本あるので，頂点以外の • 印は

$12(n-1)$ 個

立方体の頂点は8個あるので，頂点の • 印は

8個。よって，立方体の • 印は

$$12(n-1)+8 = 12n-12+8$$
$$= 12n-4 \Leftarrow a$$

正四面体について

一辺につき頂点以外の • 印は

$n=2 \Rightarrow$ • 1個

$2-1$ 個

$n=3 \Rightarrow$ • 2個

$3-1$ 個

よって，n のとき　• $(n-1)$ 個

各辺に中点に • 印がないときは中点にも

• 印をつける。$\Rightarrow$ n が奇数のとき，n 等分では

中点に • がつけられないので，中点にも • 印を

つける。

また，正四面体の頂点は4個なので，頂点の

• 印は4個である。

また，正四面体の辺は，全部で6本ある。

以上より，

n が偶数のとき

$$6(n-1)+4 = 6n-6+4$$
$$= 6n-2 \quad \Leftarrow b\,(偶数)$$

n が奇数のとき

$$6(n-1)+6\times 1+4 = 6n-6+6+4$$
$$= 6n+4 \quad \Leftarrow b\,(奇数)$$

各辺の中点の●印

ア

$a = 12n-4$ で，$n=5$ なので

$$a = 60-4$$
$$= 56$$

イ．n が偶数のとき

$$a-b = 12n-4-(6n-2) \quad = 12n-4-6n+2$$
$$= 6n-2 \quad = 6n-2$$

$a-b=70$ より $6n-2=70 \Rightarrow 6n=72$

よって $n=12$

n が奇数のとき

$$a-b = 12n-4-(6n+4) \quad = 12n-4-6n-4$$
$$= 6n-8 \quad = 6n-8$$

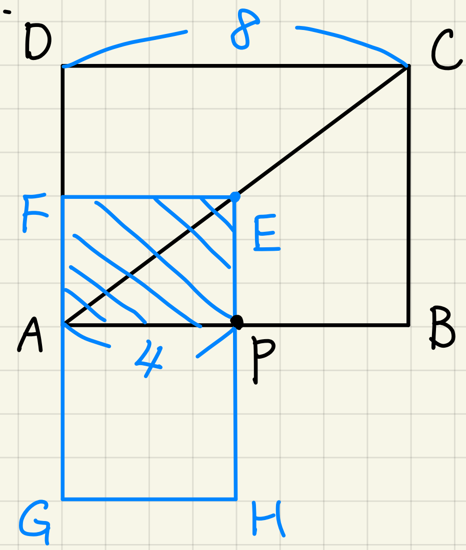
$a-b=70$ より $6n-8=70 \Rightarrow 6n=78$

よって，$n=13$

以上より，$n=12, 13$

(2)

ア.



EH と AB の交点を P とする。
点 F が DA 上にある
⇒ AP = 4cm.
AB = 8cm より 点 P は AB の中点
⇒ 点 E は AC の中点.

△ABC で三平方の定理より

$$AC = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\ \text{cm}$$

$= \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$

∴ AE = 5 cm

よって, △APE で三平方の定理より

$$EP = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3\ \text{cm}$$

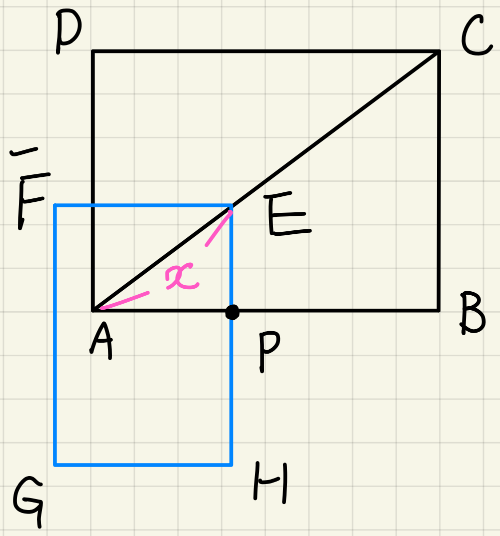
$= \sqrt{25-16} = \sqrt{9} = 3$

したがって, 図形 S の面積は

$$3 \times 4 = 12\ \text{cm}^2$$

イ.

$0 \leqq x \leqq 5$ のとき



△APEと△ABCにおいて、
PF∥BCより同位角が等しいので
$\angle APE = \angle ABC$ —①
$\angle AEP = \angle ACB$ —②
①,②より2組の角がそれぞれ等しいので、△APE∽△ABC. —※

対応する辺の比は等しいから

$$\underset{x}{AE} : \underset{10}{AC} = AP : \underset{8}{AB}$$

$$\therefore 10AP = 8x \Rightarrow AP = \frac{4}{5}x$$

同様に

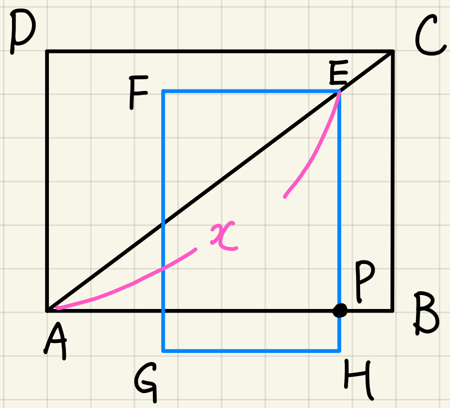
$$\underset{x}{AE} : \underset{10}{AC} = PF : \underset{6}{BC}$$

$$\therefore 10PF = 6x \Rightarrow PF = \frac{3}{5}x$$

よって、図形Sの面積は

$$\frac{4}{5}x \times \frac{3}{5}x = \frac{12}{25}x^2$$

$5 \leqq x \leqq 10$ のとき



※より △APE ∽ △ABC なので、

$$\underset{x}{AE} : \underset{10}{AC} = PE : \underset{6}{BC}$$

$$\therefore 10PE = 6x$$

$$PE = \frac{3}{5}x$$

よって、図形 S の面積は

$$4 \times \frac{3}{5}x = \frac{12}{5}x$$

以上より

$0 \leqq x \leqq 5$ のとき $\frac{12}{25}x^2$

$5 \leqq x \leqq 10$ のとき $\frac{12}{5}x$

ウ

点Eが点Aから点Cまで動く10秒間の途中の6秒間を考えるので、tの値のとり得る範囲は $0 \leqq t \leqq 4$ である。

tが4より大きいと、6秒後は10より大きくなるが、AC = 10 cm なので不適

よって、t秒後の図形 S の面積は、イより

$$\frac{12}{25}t^2 \ \mathrm{cm}^2$$

である。

また、t 秒後からさらに 6 秒後は $t+6$ 秒後で、
$t+6 \geqq 6$ である。

よって、$t+6$ 秒後の図形 S の面積はイより

$$\frac{12}{5}(t+6) \quad cm^2$$

である。したがって、

$$5 \times \frac{12}{25}t^2 = \frac{12}{5}(t+6)$$

$$\frac{12}{5}t^2 = \frac{12}{5}(t+6)$$

$$t^2 = t+6$$

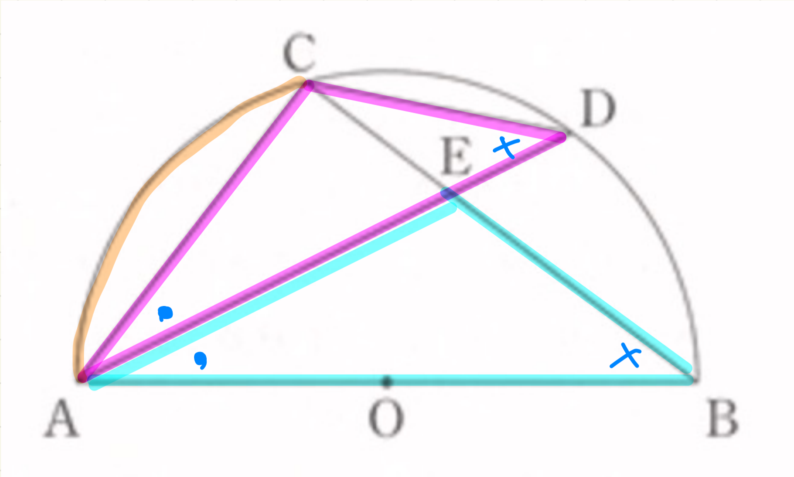
$$t^2 - t - 6 = 0$$
$$(t-3)(t+2) = 0$$
$$t = 3, -2$$

$0 \leqq t \leqq 4$ より $t=3$ は問題にあうが、$t=-2$ は問題にあわない。

よって、$t=3$

問題5

(1)



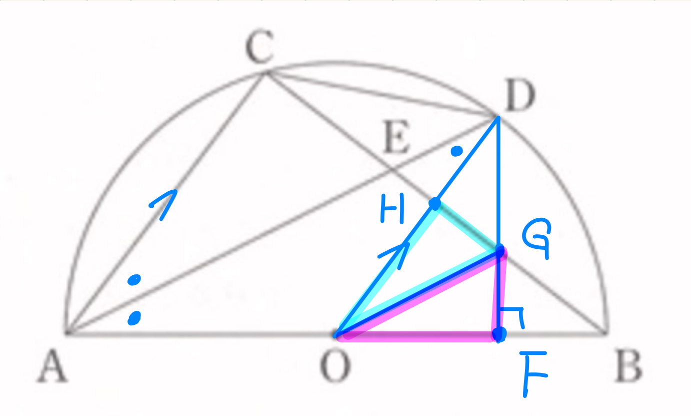
△ACD と △ABE において,
仮定より
$\angle CAD = \angle EAB$ — ①

$\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角は等しいので.

$\angle ADC = \angle ABC$
$\angle ABC = \angle ABE$ なので
$\angle ADC = \angle ABE$ — ②

①, ② より 2組の角がそれぞれ等しいので.
△ACD ∽ △ABE (証明終わり)

(2)



半円Oの半径より

$OA = OD$ ―― ①

$OD = OB$ ―― ②

①より △OADは二等辺三角形

よって

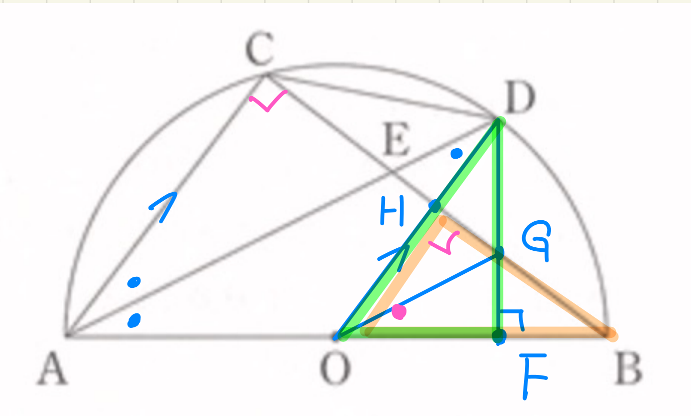
$\angle OAD = \angle ODA$

仮定より $\angle CAD = \angle OAD$ だから,

$\angle CAD = \angle ODA$

錯角が等しいので,

$AC \parallel OD$ ―― ③



△ODFと△OBHにおいて,

共通な角は等しいから

$\angle DOF = \angle BOH$ ―― ④

ABは直径なので,

$\angle ACB = 90°$

③より同位角が等しいので,

$\angle OHB = \angle ACB = 90°$

仮定より

$\angle OFD = 90°$

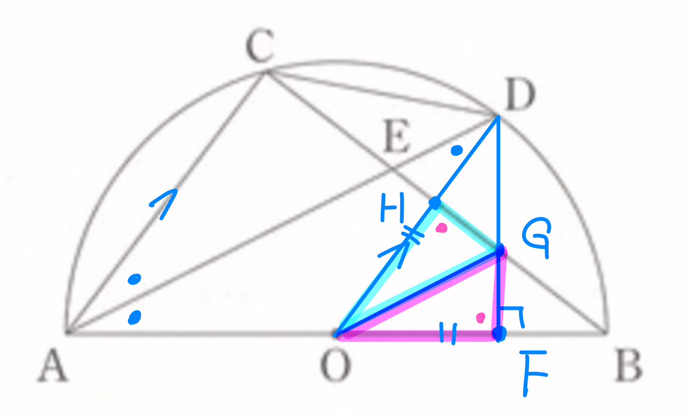
よって

$\angle OFD = \angle OHB$ ―― ⑤

②，④，⑤より直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから

$\triangle ODF \equiv \triangle OBH$

よって，$OF = OH$ ―⑥



$\triangle OFG$と$\triangle OHG$において，共通な辺は等しいから

$OG = OG$ ―⑦

⑤より

$\angle OFG = \angle OFD$

$\angle OHG = \angle OHB$

だから

$\angle OFG = \angle OHG = 90^\circ$ ―⑧

⑥，⑦，⑧より直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので，

$\triangle OFG \equiv \triangle OHG$ (証明終わり)