2022年度　熊本県

数学　　A問題

kmkm

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= \underline{0.35}$

(2) 与式 $= -9 + 2$

$= \underline{-7}$

(3) 与式 $= \dfrac{2(x+3y)+7x-5y}{8}$

$= \dfrac{2x+6y+7x-5y}{8}$

$= \underline{\dfrac{9x+y}{8}}$

(4) 与式 $= \dfrac{6ab \times 3a^2b}{-9a^2b^2}$

$= \underline{-2a}$

(5) 与式 $= 4x^2 - 12x + 9 - 4x^2 + 4x$

$= \underline{-8x + 9}$

※: $\dfrac{6}{\sqrt{2}} = \dfrac{6}{\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= \dfrac{6\sqrt{2}}{2}$

$= 3\sqrt{2}$

(6) 与式 $= \sqrt{18} + \sqrt{12} - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$

$= 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$

$= \underline{4\sqrt{2}}$

$\boxed{2}$

(1) $3x - 7 = 8 - 2x$

$\Leftrightarrow \quad 3x + 2x = 8 + 7$

$\Leftrightarrow \quad 5x = 15 \qquad \therefore \; x = 3$

(2) 解の公式より

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{41}}{2}$$

(3)

下位データ　　　　　　上位データ　　　　最大値

8, 10, 10, 11, 11, 12, 12, 14, 14, 15, 16, 17, 17, 18

最小値

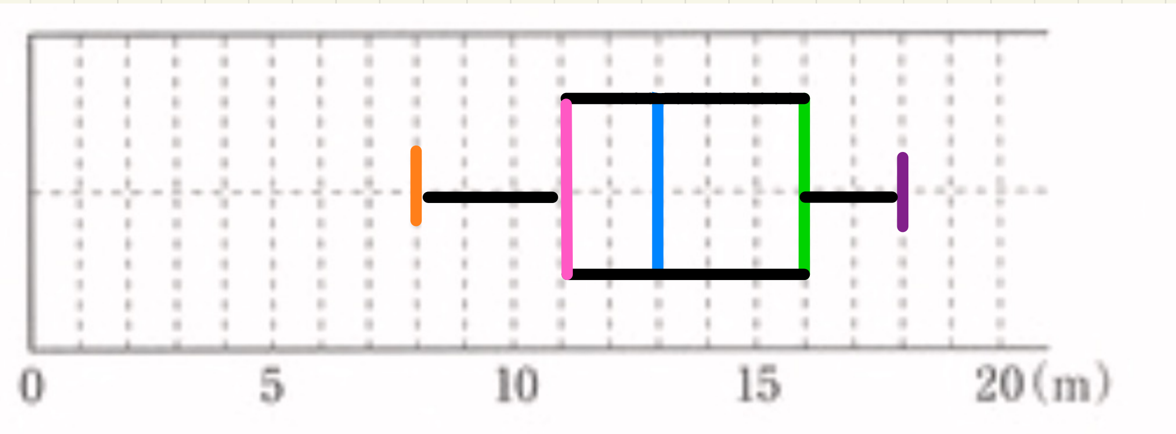
第1四分位数

中央値 $= \frac{12+14}{2} = 13$

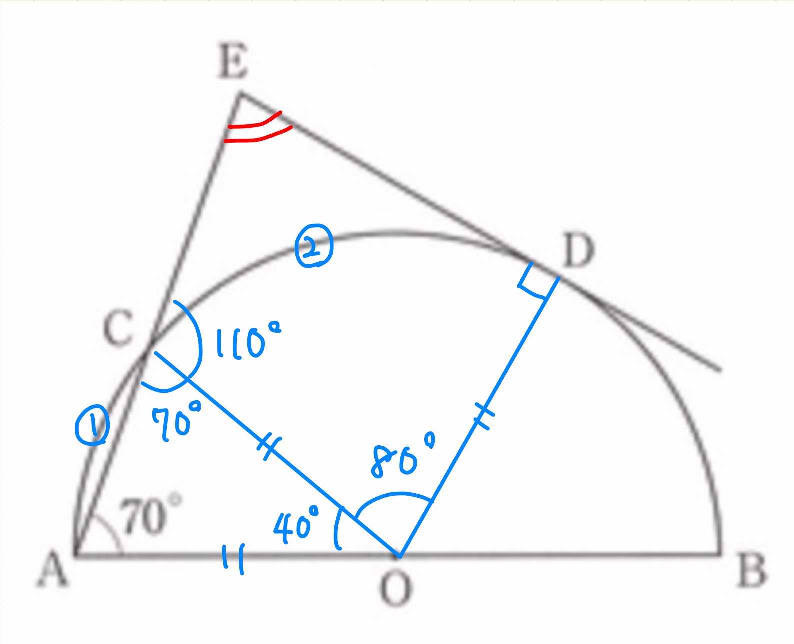
第3四分位数

① 中央値は $\frac{12+14}{2} = 13$ m

②



(4)



$\triangle OAC$において、OA、OCは半径なので、$OA=OC$

∴ $\triangle OAC$は二等辺三角形

∴ $\angle OAC = \angle OCA$ より

$\angle OCA = 70°$

$\triangle OAC$の内角の和より

$\angle AOC = 180° - 70° - 70°$

$= 40°$

$\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{CD} =$ ① : ② より $\angle AOC : \angle COD = 1:2$

よって、$\angle COD = 80°$

点Dは円Oの接線なので、$\angle ODE = 90°$

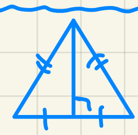
また、$\angle OCE = 180° - 70° = 110°$

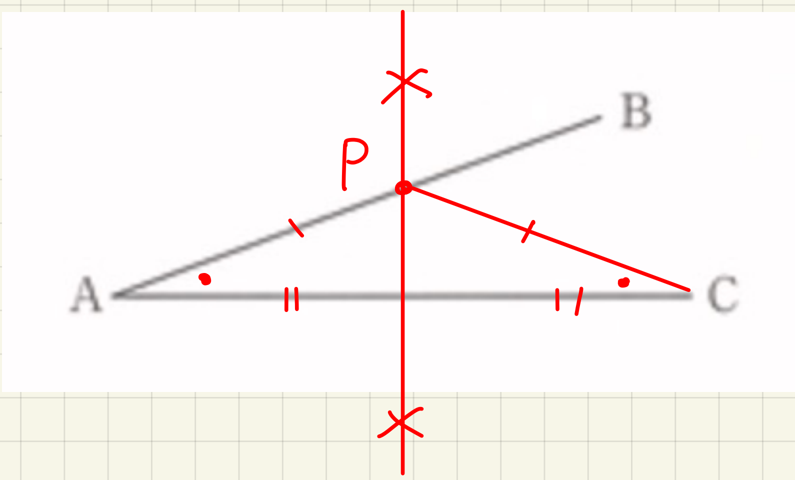
よって、□ODECの内角より

$\angle CED = 360° - (110° + 80° + 90°)$

$= 80°$

(5) $\angle PAC = \angle PCA$ より $\triangle PAC$は二等辺三角形





①点A、点Cを中心として半径が等しい円を描く

②交点を結び、辺ABとの交点がPである。

(6)

① とりだした玉は 3, 3, 4 なので、

$$3 \times 3 + 4 = 13 \text{ 点}$$

② 樹形図は以下の通り

A	B		得点
1	1	3	$1 \times 1 + 3 = 5$
		4	$1 \times 1 + 4 = 6$
	3	1	$1 \times 1 + 3 = 5$
		4	$1 + 3 + 4 = 8$
	4	1	$1 \times 1 + 4 = 6$
		3	$1 + 4 + 3 = 8$

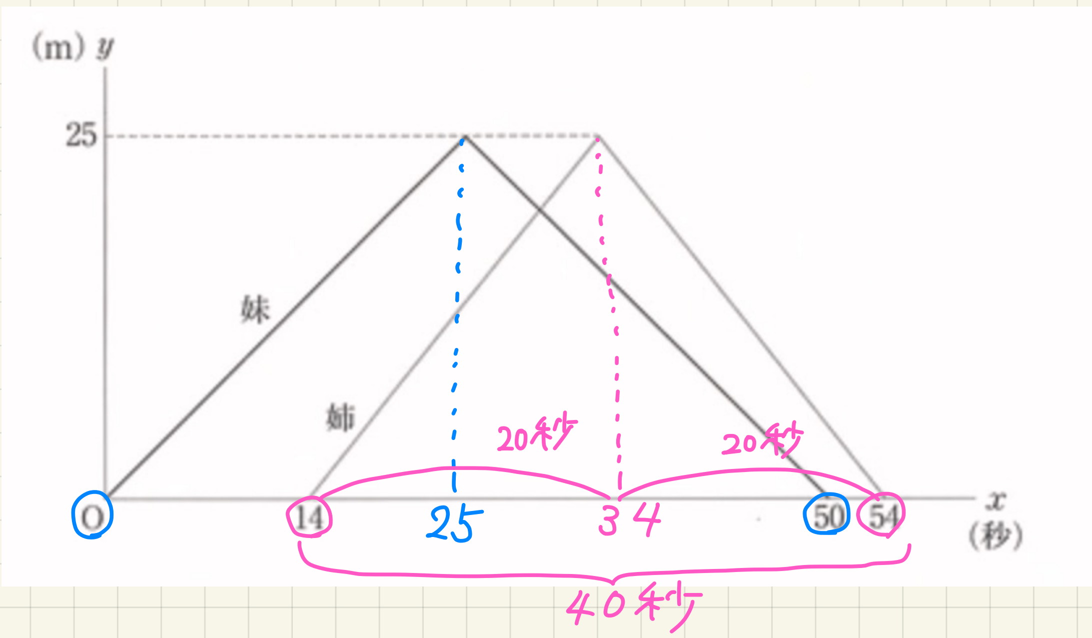
A	B		得点
3	1	3	$3 \times 3 + 1 = 10$
		4	$3 + 1 + 4 = 8$
	3	1	$3 \times 3 + 1 = 10$
		4	$3 \times 3 + 4 = 13$
	4	1	$3 + 4 + 1 = 8$
		3	$3 \times 3 + 4 = 13$

玉の取り出し方は全部で12通り。そのうち得点が奇数となるのは4通り。よって求める確率は

$$\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

(7)

①



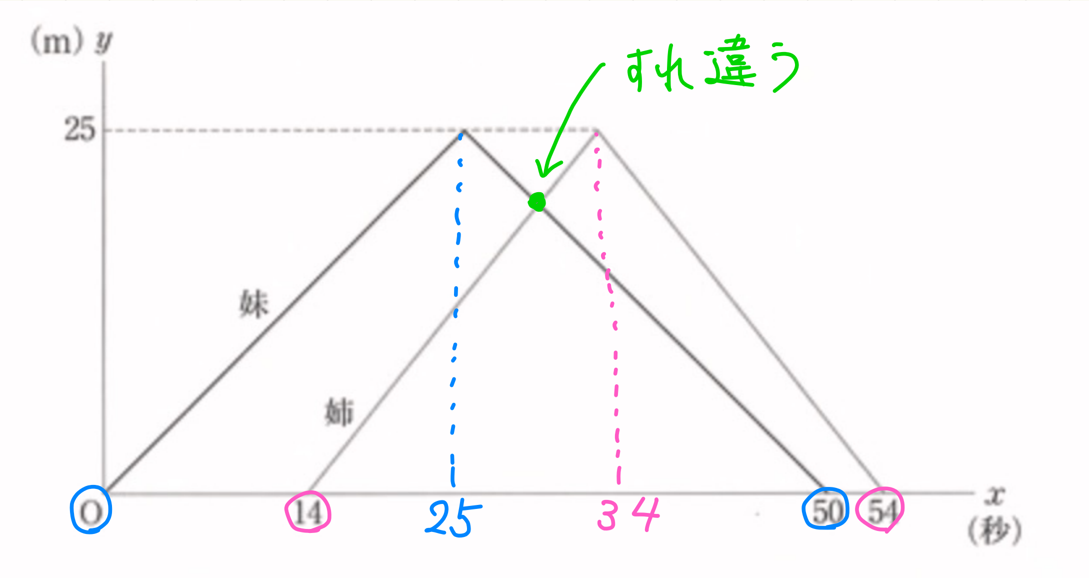
妹：25秒で25m進むので

$25 \div 25 = 1$　よって毎秒1m

姉：20秒で25m進むので

$25 \div 20 = 1.25$　よって毎秒1.25m

②



妹は右下さがりのグラフ、姉は右上がりのグラフの交点がすれ違ったときである。

妹のグラフ

傾き＝速さなので、$y = -x + b$ とおく。

$(50, 0)$ を通るから

$0 = -50 + b \Rightarrow b = 50$　$\therefore y = -x + 50$ ―㋐

姉のグラフ

傾き＝速さなので、$y = 1.25x + b$ とおく。

$(14, 0)$ を通るから

$0 = 1.25 \times 14 + b \Rightarrow b = -17.5$

$\therefore y = 1.25x - 17.5$ ―㋑

よって、㋐を㋑に代入して、

$$-x+50=1.25x-17.5$$

$$-2.25x=-67.5$$

$$x=30$$

よって妹が出発してから30秒後

$\boxed{3}$

(1)

① ア：度数が最も大きいのは11人であり、
そのときの最頻値は35〜40である。
よって誤り

イ：45kg未満の人数は、

$$1+3+3+5=12人$$

である。よって正しい

ウ：範囲＝最大値－最小値
表2には、25〜30、50〜55がそれぞれ1人
いるが表1にはいない。
よって、表2の方が範囲は大きい
よって誤り

エ：表1の30～35の相対度数は.

$$\frac{4}{25} = 0.16$$

表2の30～35の相対度数は

$$\frac{3}{15} = 0.2$$

よって,表1の方が相対度数は小さい.
よって正しい

以上より.イ,エ

② 1組において,握力が40kg未満の人数は.

$0 + 4 + 11 = 15$人

よって,累積相対度数は.

$$\frac{15}{25} = 0.6$$

1組と2組を合わせた40kg未満の人数は.

$\underbrace{0 + 4 + 11}_{1組} + \underbrace{1 + 3 + 3}_{2組} = 22$人

よって累積相対度数は

$$\frac{22}{40} = 0.55$$

したがって累積相対度数は1組の方が大きいので,
1組の男子から選んだ方が選ばれやすい.
よって,ア

(2)

㋐ 平均値 $= \dfrac{\text{各生徒の合計}}{15}$

を利用して,

各生徒の合計 $= 15 \times$ 平均値

平均値が 0.4kg 増えるには,各生徒の合計が

$$0.4 \times 15 = 6\text{kg}$$

増える必要がある。今,美咲さんのみの握力が増えることを考えているので,美咲さんの握力が6kg増えれば良い。よって,$21\text{kg} + 6\text{kg} = 27\text{kg}$

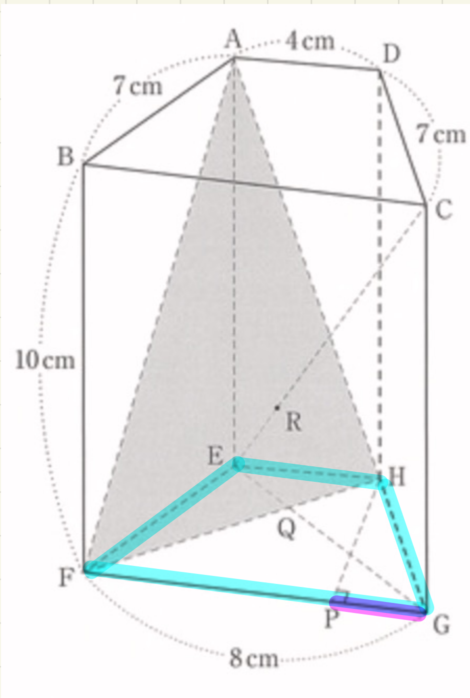
㋑ 美咲さんの握力が6kg増え,他の生徒の握力は変わらないので,平均値は

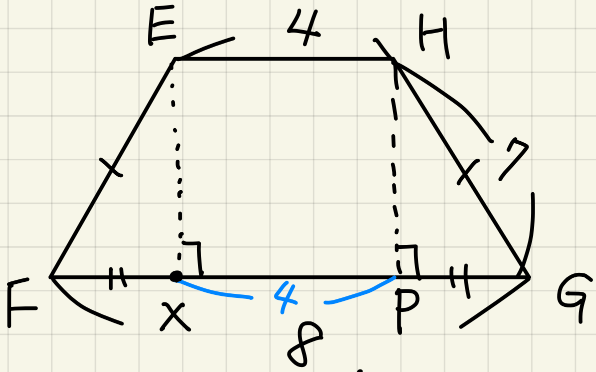
$$\frac{6}{40} = 0.15\text{kg}$$

増える

$\boxed{4}$

(1)





□EFGHは等脚台形なので

$FX = PG$

よって、

$$PG = \frac{8-4}{2} = 2\,cm$$

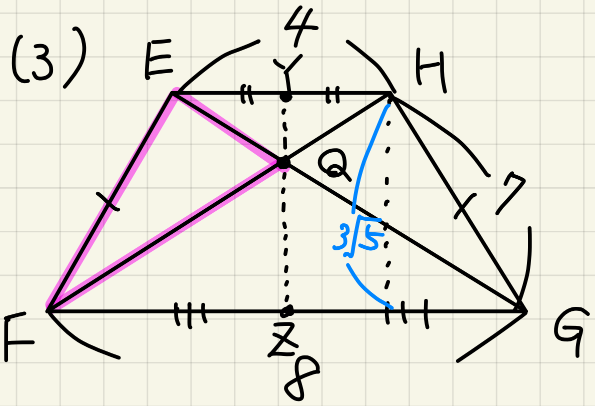
注 $FX + PG = 8 - 4 = 4\,cm$

$FX = PG$ より $PG = \frac{4}{2} = 2\,cm$.

(2) △HPGで三平方の定理より

$$HP = \sqrt{7^2 - 2^2} = \sqrt{49-4}$$
$$= \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$
$$= 3\sqrt{5}\,cm$$

(3)



左図のように点Y, Zをとる

対称性から

$EY = YH = 2\,cm$

$FZ = ZG = 4\,cm$

である

△EYQと△GZQにおいて、

EY // GZより錯角が等しいから

∠QEY = ∠QGZ ―― ①

∠QYE = ∠QZG ―― ②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいから

△EYQ ∽ △GZQ

対応する辺の比は等しいから

$$\underbrace{EY}_{2} : \underbrace{GZ}_{4} = YQ : ZQ$$

∴ $YQ : ZQ = 1 : 2$ ※ $EQ : QG = 1 : 2$ (4)で用いる.

HP = YZであるから

$$YQ = \frac{1}{1+2} \times 3\sqrt{5} = \sqrt{5}\ \text{cm}$$

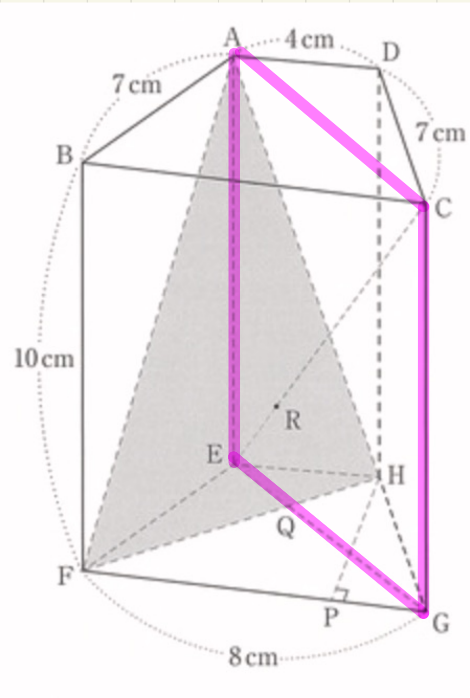
$$\triangle EFQ = \triangle EFH - \triangle EQH$$

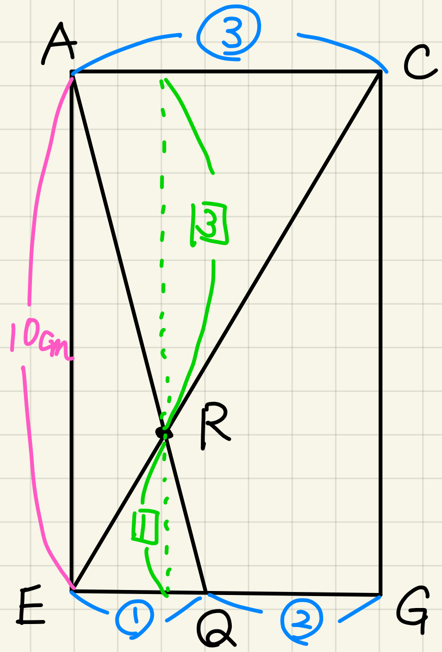
$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3\sqrt{5} - \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{5}$$

$$= 6\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$$

$$= 4\sqrt{5}\ \text{cm}^2$$

(4)





△RACと△RQEにおいて、

AC//QEより錯角が等しいので

∠RAC = ∠RQE —①

∠RCA = ∠REQ —②

①, ② より2組の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle RAC \backsim \triangle REQ$

(3) ※より $EQ : QG = 1 : 2 \Rightarrow EQ : EG = 1 : 3$

対応する辺の比は等しいから

$\triangle RAC$の高さ : $\triangle REQ$の高さ $= 1 : 3$

$\therefore$ $\triangle REQ$の高さ $= \frac{1}{1+3} \times 10 = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$ cm

よって, 三角すい PEFQ の体積は

$$\underbrace{4\sqrt{5}}_{\triangle EFQ} \times \underbrace{\frac{5}{2}}_{\text{高さ}} \times \frac{1}{3} = \frac{10\sqrt{5}}{3} \text{ cm}^3$$

$\triangle EFQ \perp \triangle REQ$ の高さ.

※ □EFGH ⊥ □AEGC より $\triangle EFQ \perp \triangle REQ$

$\boxed{5}$

(1) 点Aは $y = \frac{1}{8}x^2$ 上にあり $x = -8$ なので.

$$y = \frac{1}{8} \times (-8)^2$$

$$= 8$$

(2) 点Bは $y = \frac{1}{8}x^2$ 上にあり $y = 2$ なので.

$$2 = \frac{1}{8}x^2 \quad \therefore x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$$

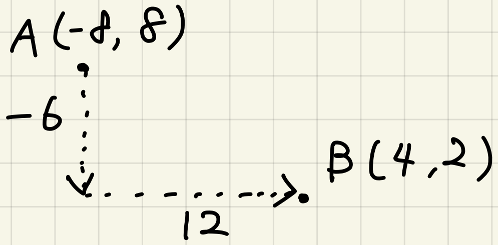
点Bのx座標は正なので, $x = 4$

(3) 直線ABの式を $y = ax + b$ とおく。1次関数では、
傾き = 変化の割合なので、

$$a = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$= \frac{2-8}{4-(-8)}$$

$$= -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2}$$



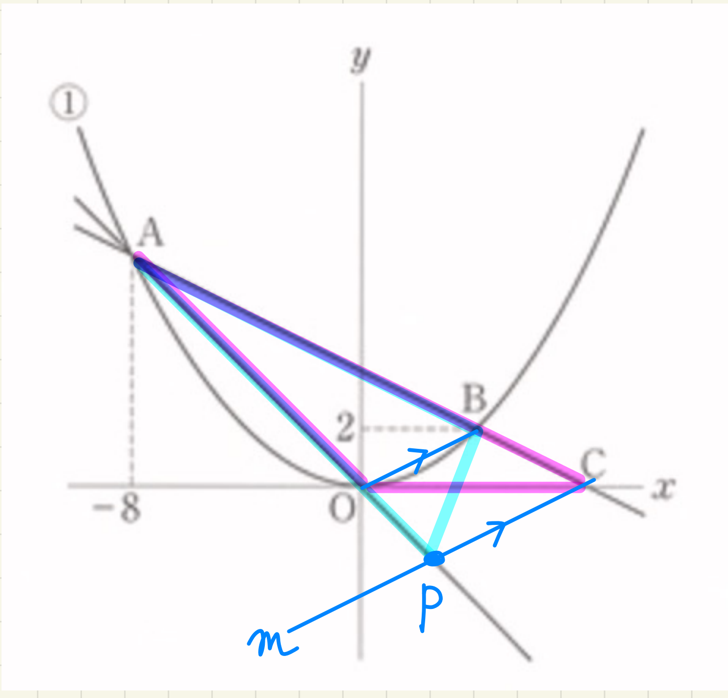
よって、$y = -\frac{1}{2}x + b$ で、B(4, 2) を通るので、

$$2 = -\frac{1}{2} \times 4 + b \Rightarrow b = 4$$

したがって、

$$y = -\frac{1}{2}x + 4$$

(4)



$\triangle OAC = \triangle OBA + \triangle OBC$

$\triangle PAB = \triangle OBA + \triangle OBP$

$\triangle OAC = \triangle PAB$ より

$\triangle OBC = \triangle OBP$

となれば良い。

点Cを通り、OBに平行な直線 m を引く
直線OBの式を $y=ax$ とおくと、B $(4,2)$ を通るので、

$$2=4a \Rightarrow a=\frac{1}{2}$$

平行な直線は傾きが等しいので、直線 m の傾きも $\frac{1}{2}$。
ここで、点Cは、直線AB : $y=-\frac{1}{2}x+4$ 上にあり、
$y=0$ なので、

$$0=-\frac{1}{2}x+4 \Rightarrow x=8 \qquad \therefore C(8,0)$$

よって、直線 m の式を $y=\frac{1}{2}x+b$ とおくと、C $(8,0)$ を通るから

$$0=\frac{1}{2}\times 8+b \Rightarrow b=-4$$

$\therefore$ 直線 m : $y=\frac{1}{2}x-4$ —— ①

また、直線OAの式を $y=ax$ とおくと、A $(-8,8)$ を通るので、

$$8=-8a \Rightarrow a=-1$$

$\therefore$ 直線OA : $y=-x$ —— ②

点Pは①、②の交点なので、①を②に代入して、

$$\frac{1}{2}x-4=-x$$

$$\frac{3}{2}x=4 \Rightarrow x=\frac{8}{3}$$

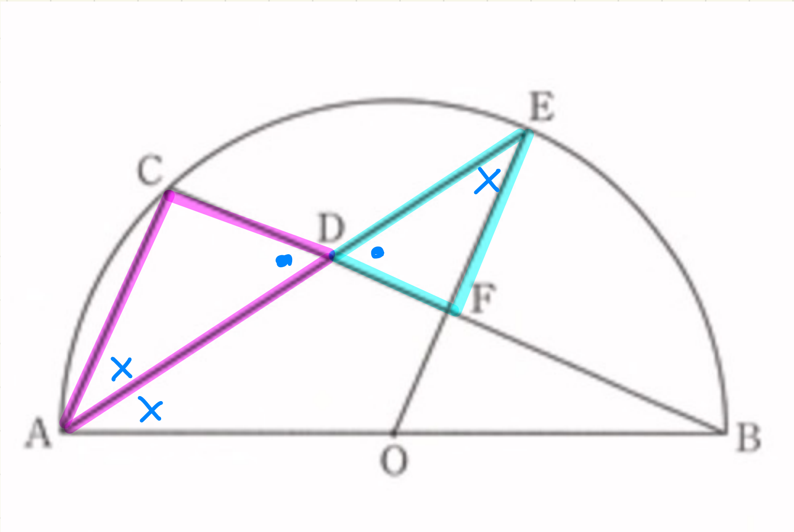
$x = \frac{8}{3}$ を ② に代入して、

$$y = -\frac{8}{3}$$

よって、$P\left(\frac{8}{3}, -\frac{8}{3}\right)$

$\boxed{6}$

(1)



△ACD と △EFD において、
対頂角は等しいので、

$\angle ADC = \angle EDF$ ―①

AD は ∠BAC の二等分線なので、

$\angle CAD = \angle OAD$ ―②

△OAE は OA = OE の二等辺三角形なので、

$\angle OAD = \angle FED$ ―③

②, ③ より

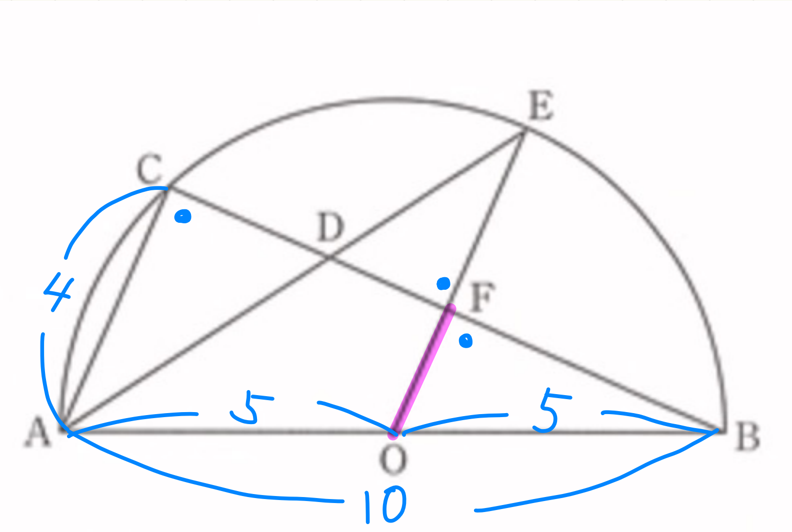
$\angle CAD = \angle FED$ ―④

①, ④ より 2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ACD \backsim \triangle EFD$ (証明終わり)

(2)

①



(1)より対応する角は等しいから

$\angle ACD = \angle EFD$ —㋐

対頂角は等しいから

$\angle DFE = \angle BFO$ —㋑

㋐,㋑より $\angle ACD = \angle BFO$。—㋒

よって,同位角が等しいので,$CA \parallel FO$ —㋓

$\triangle BFO$ と $\triangle BCA$ において,

㋓より

$\angle BOF = \angle BAC$ —㋔

㋒,㋔より2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle BFO \backsim \triangle BCA$

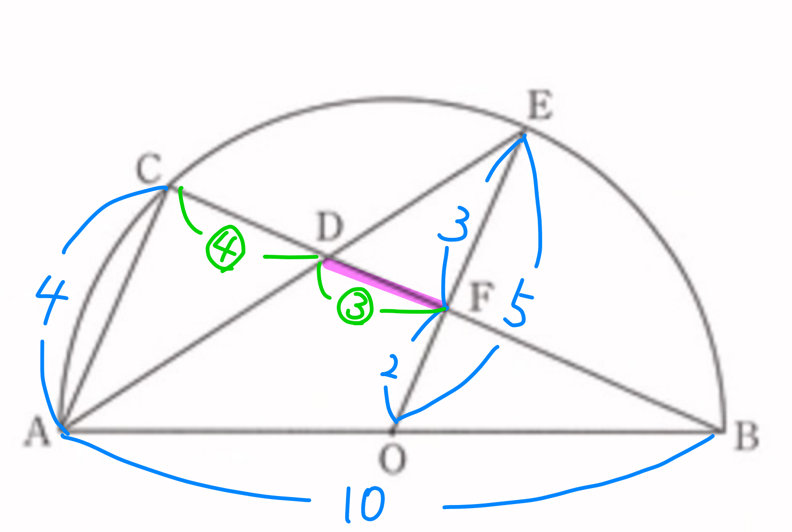
対応する辺の比は等しいので.

$\underset{5}{BO} : \underset{10}{BA} = OF : \underset{4}{AC}$

$\therefore OF : 4 = 1 : 2$

$OF = 2$ cm

②



(2) ①より △BOF ∽ △BAC なので、対応する辺の比は等しいから

$$BF : BC = \underbrace{BO}_{5} : \underbrace{BA}_{10}$$

$$\therefore BF : BC = 1 : 2$$

よって、点FはBCの中点である。

△ABCで三平方の定理より

$$BC = \sqrt{10^2 - 4^2} = \sqrt{100-16} = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}$$

$$= 2\sqrt{21}\ \text{cm}$$

であるから、$FC = \sqrt{21}$ cm

また、OEは半径で5cm、(2)①より OF = 2cm なので、

$EF = 3$ cm

(1)より △ACD ∽ △EFD なので、対応する辺の比は等しいから

$$CD : FD = AC : EF$$

$$= 4 : 3$$

よって、

$$DF = \frac{3}{3+4} \times \sqrt{21} = \frac{3\sqrt{21}}{7}\ \text{cm}$$