2022年度　熊本県

数学　B問題

kmkm

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= \underline{0.35}$

(2) 与式 $= -9+2$

$= \underline{-7}$

(3) 与式 $= \dfrac{2(x+3y)+7x-5y}{8}$

$= \dfrac{2x+6y+7x-5y}{8}$

$= \underline{\dfrac{9x+y}{8}}$

(4) 与式 $= \dfrac{6ab \times 3a^2b}{-9a^2b^2}$

$= \underline{-2a}$

(5) 与式 $= 4x^2-12x+9-4x^2+4x$

$= \underline{-8x+9}$

※ $\dfrac{6}{\sqrt{2}} = \dfrac{6}{\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= \dfrac{6\sqrt{2}}{2}$

$= 3\sqrt{2}$

(6) 与式 $= \sqrt{18}+\sqrt{12}-2\sqrt{3}-2\sqrt{2}+3\sqrt{2}$

$= 3\sqrt{2}+2\sqrt{3}-2\sqrt{3}-2\sqrt{2}+3\sqrt{2}$

$= \underline{4\sqrt{2}}$

$\boxed{2}$

(1) $3x - 7 = 8 - 2x$

$\Leftrightarrow \quad 3x + 2x = 8 + 7$

$\Leftrightarrow \quad 5x = 15 \qquad \therefore\ x = 3$

(2) 解の公式より

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{41}}{2}$$

(3)

下位データ　　　　　　　　上位データ　　　　　　最大値

8, 10, 10, 11, 11, 12, 12, 14, 14, 15, 16, 17, 17, 18

最小値

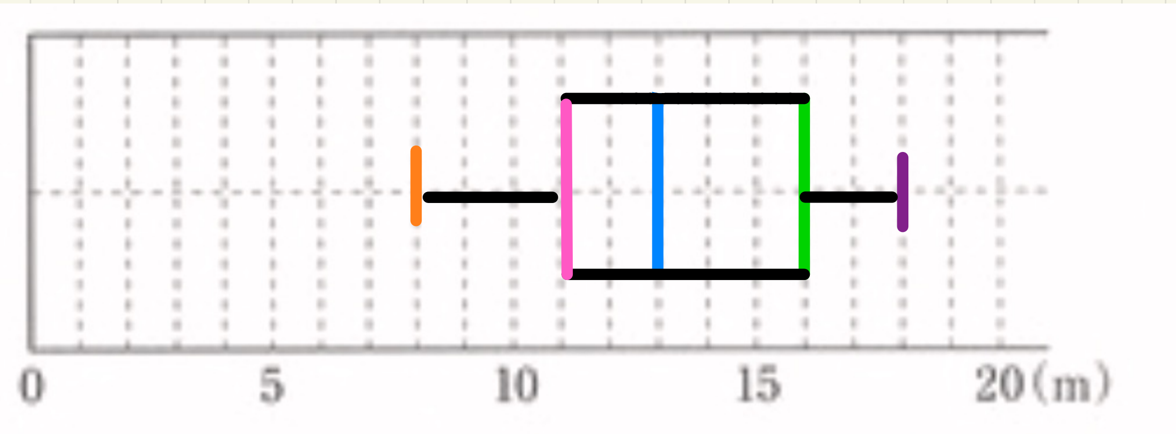
第1四分位数

中央値 $= \dfrac{12+14}{2} = 13$

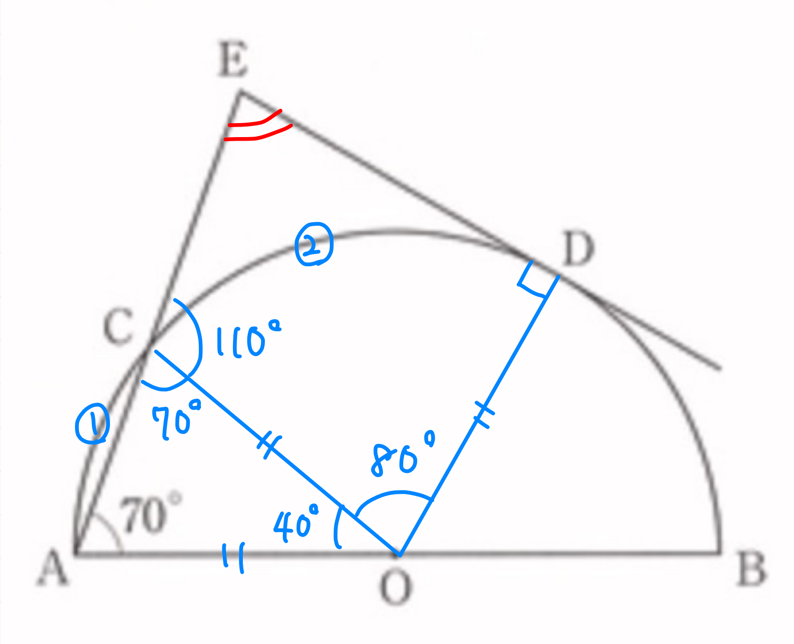
第3四分位数

① 中央値は $\dfrac{12+14}{2} = 13$ m

②



(4)



△OACにおいて、OA、OCは半径なので、OA＝OC

∴ △OACは二等辺三角形

∴ ∠OAC＝∠OCA より

∠OCA＝70°

△OACの内角の和より

$\angle AOC = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ$

$= 40^\circ$

$\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{CD}$ ＝①：② より ∠AOC：∠COD＝1：2

よって、∠COD＝80°

点Dは円Oの接線なので、∠ODE＝90°

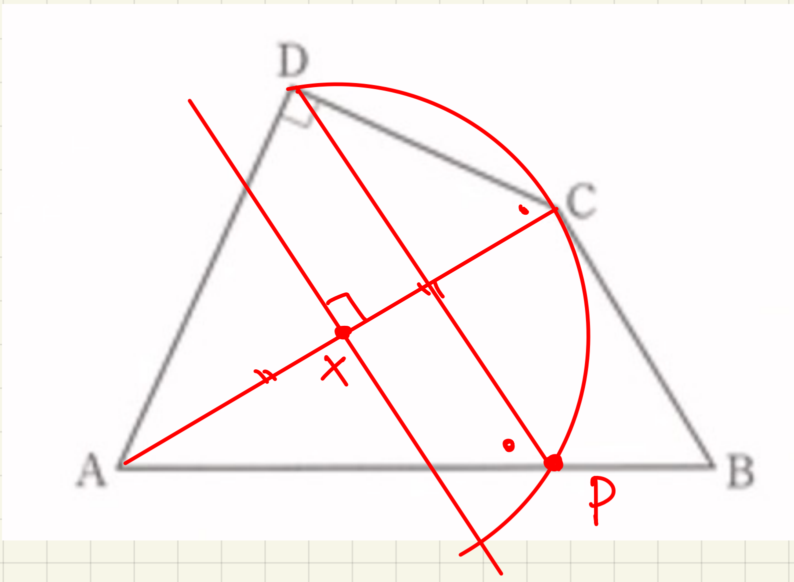
また、$\angle OCE = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

よって、□ODECの内角より

$\angle CED = 360^\circ - (110^\circ + 80^\circ + 90^\circ)$

$= 80^\circ$

(5) 円周角の定理より、P、C、Dが同一円周上にあれば良い。∠ADC＝90°より、ACを直径とする円周に点Dがある。



⇒ACの垂直二等分線がこの円の中心

⇒この円とABの交点がPである。

(6)

① 袋Aから1の赤玉，袋Bから2の赤玉と3の白玉を取り出したので，1×2+3=5点

② 樹形図は以下の通り。

A	B		得点
1赤	0赤	2赤	1+0+2=3
		3赤	1+0+3=4
		3白	1×0+3=3
	2赤	3赤	1+2+3=6
		3白	1×2+3=5
	3赤	3白	1×3+3=6

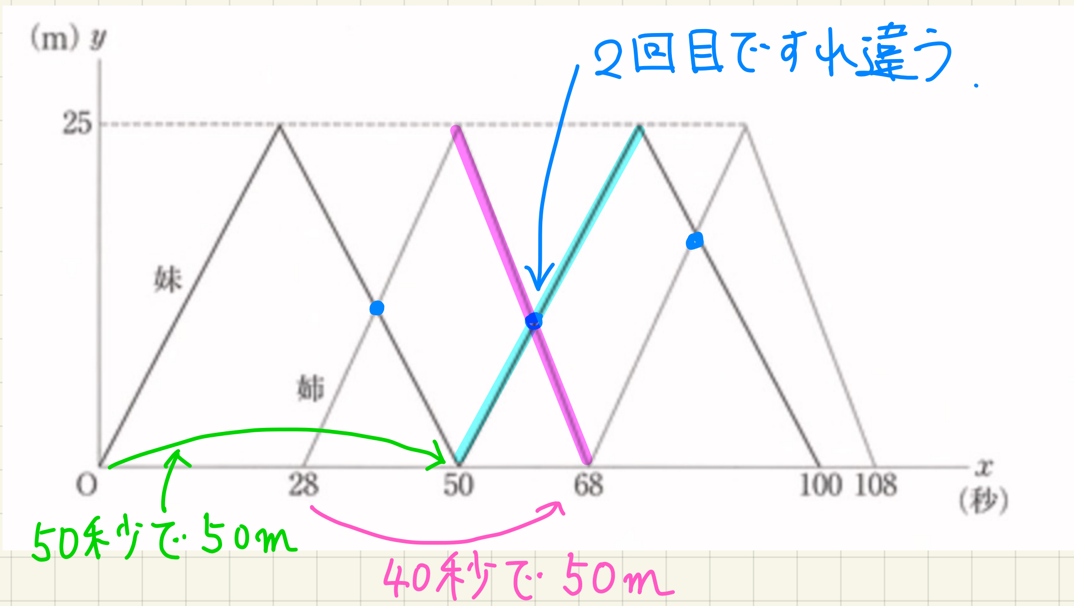
A	B		得点
2白	0赤	2赤	2+0×2=2
		3赤	2+0×3=2
		3白	2×3+0=6
	2赤	3赤	2+2×3=8
		3白	2×3+2=8
	3赤	3白	2×3+3=9

玉の取り出し方は全部で12通り。そのうち得点が奇数となるのは4通り。よって，求める確率は

$$\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

(7)

①



妹と姉が2回目ですれ違うのは、ピンクと青のグラフの交点である。

妹：50秒で50m進むので、

$50 \div 50 = 1$　∴毎秒1m　⇒傾きの大きさは1。

姉：40秒で50m進むので、

$50 \div 40 = 1.25$　∴毎秒1.25m　⇒傾きの大きさは1.25。

妹のグラフについて。

妹のグラフを$y = x + b$とおくと(50, 0)を通るので、

右上がりなので、傾きは1

$0 = 50 + b \Rightarrow b = -50$

よって、$y = x - 50$ ―― ①

姉のグラフについて

姉のグラフを$y = -1.25x + b$とおくと、(68, 0)を通るので、

右下がりなので傾きは−1.25

$0 = -1.25 \times 68 + b \Rightarrow b = 85$

よって、$y = -1.25x + 85$ ―― ②

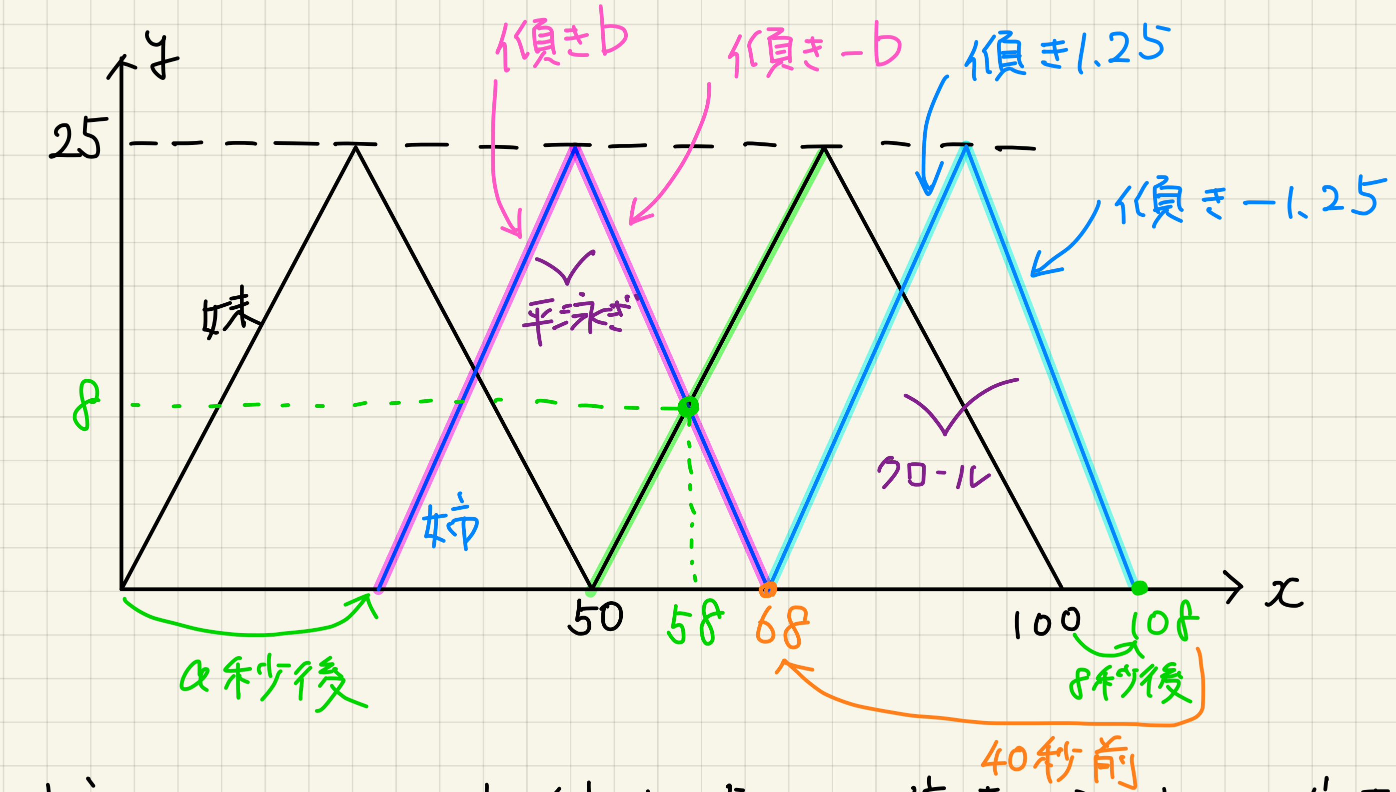
ゆえに、交点は、①を②に代入して、

$x - 50 = -1.25x + 85$

$2.25x = 135$　∴ $x = 60$

よって、2回目にすれ違うのは、妹がスタートしてから60秒後

(2)



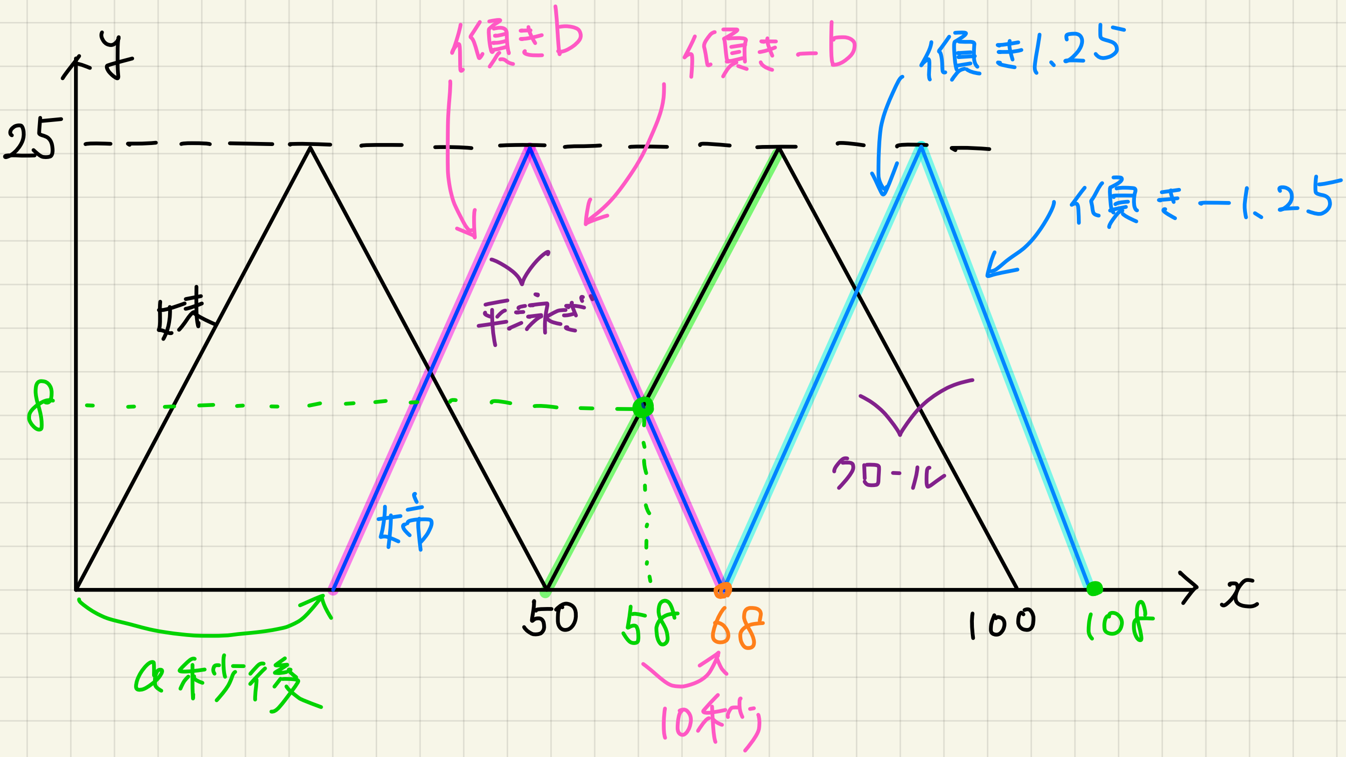
姉のクロールは、毎秒1.25mで進むので、50m進むのにかかる時間は

$$50 \div 1.25 = 40\text{秒}$$

姉のゴールは、妹よりも8秒遅れていたので、
妹が出発してから、108秒後にゴールしたことになる
よって、姉がクロールをしはじめた時間は、妹が出発してから68秒後である

$x=58$ のとき、妹のグラフは緑のグラフである。
⇒ (1)より $y=x-50$
よって、$y=x-50$ に $x=58$ を代入して

$$y=58-50$$
$$=8$$

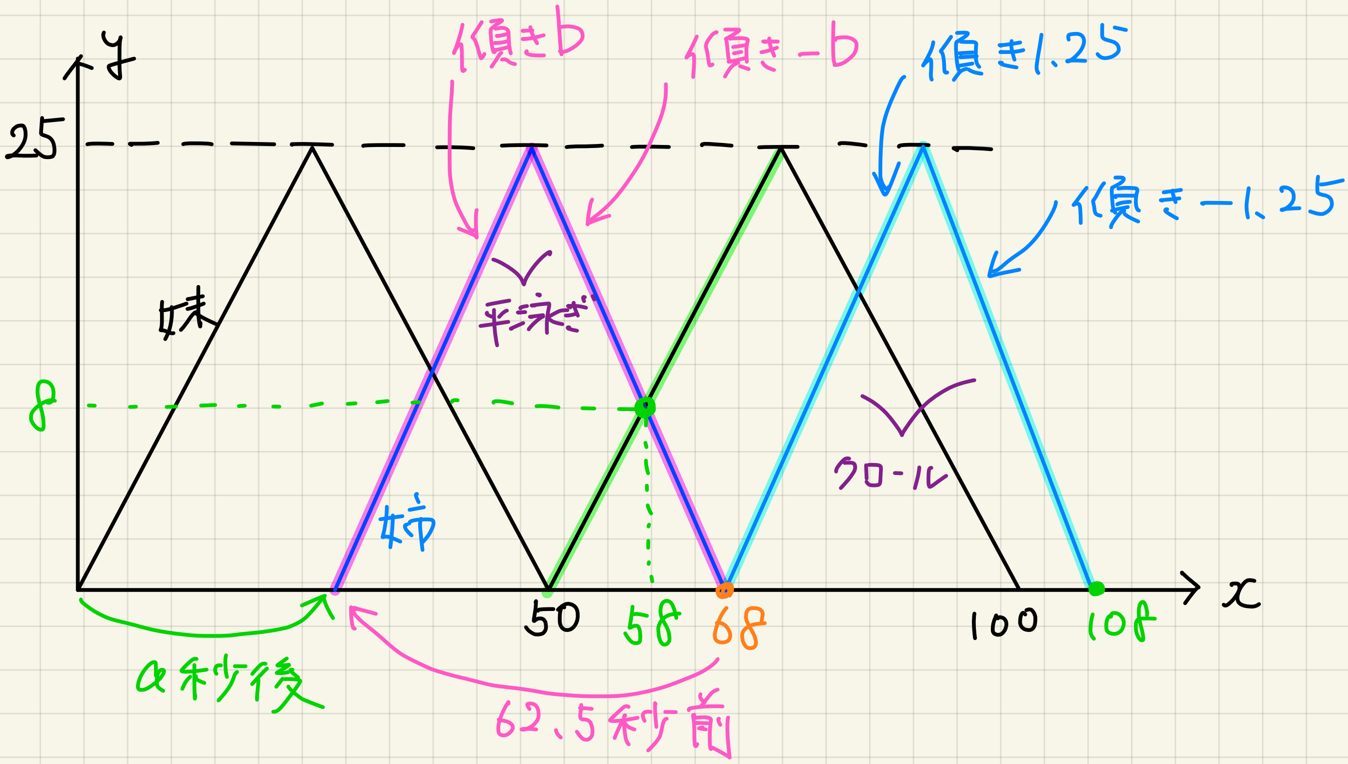


よって、姉の平泳ぎは、10秒で8m進むので、速さは、

$8 \div 10 = 0.8$　　∴ $b = 0.8$

また、姉の平泳ぎで50m進むのにかかる時間は

$50 \div 0.8 = 62.5$秒



よって、姉が出発した時間は、妹が出発して、

$68 - 62.5 = 5.5$秒　⇒　$a = 5.5$

$\boxed{3}$

(1)

① ア：度数が最も大きいのは11人であり、
そのときの最頻値は35～40である。
よって誤り

イ：45kg未満の人数は、
$1+3+3+5=12$人
である。よって正しい

ウ：範囲＝最大値－最小値
表2には、25～30、50～55がそれぞれ1人
いるが表1にはいない。
よって、表2の方が範囲は大きい
よって誤り

エ：表1の30～35の相対度数は、
$$\frac{4}{25}=0.16$$
表2の30～35の相対度数は
$$\frac{3}{15}=0.2$$
よって、表1の方が相対度数は小さい。
よって正しい

以上より、イ、エ

② 1組において、握力が40kg未満の人数は、

$$0+4+11=15\text{人}$$

よって、累積相対度数は、

$$\frac{15}{25}=0.6$$

1組と2組を合わせた40kg未満の人数は、

$$\underbrace{0+4+11}_{1\text{組}}+\underbrace{1+3+3}_{2\text{組}}=22\text{人}$$

よって累積相対度数は

$$\frac{22}{40}=0.55$$

したがって累積相対度数は、1組の方が大きいので、1組の男子から選んだ方が選ばれやすい。

よって、ア

(2)

㋐ 平均値 $=\dfrac{\text{各生徒の合計}}{15}$

を利用して、

$$\text{各生徒の合計}=15\times\text{平均値}$$

平均値が0.4kg増えるには、各生徒の合計が

$$0.4\times15=6\,\text{kg}$$

増える必要がある。今、美咲さんのみの握力が増えることを考えているので、美咲さんの握力が6kg増えれば良い。よって、21kg + 6kg = 27kg

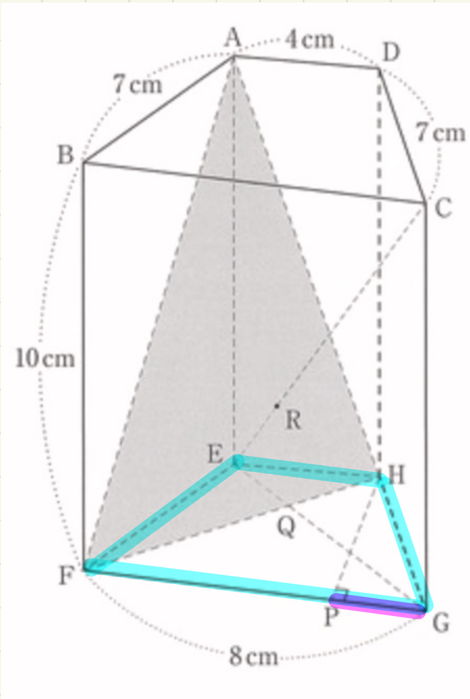
① 美咲さんの握力が6kg増え，他の生徒の握力は変わらないので，平均値は

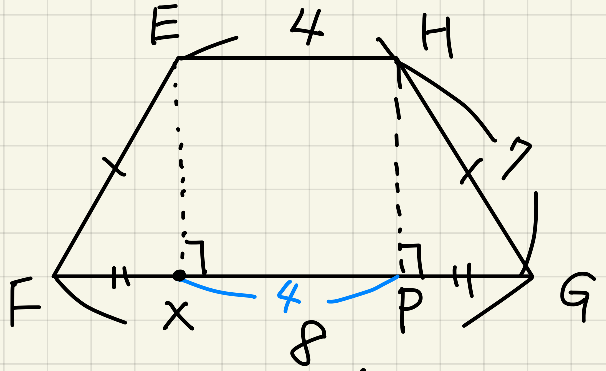
$$\frac{6}{40} = 0.15\text{kg}$$

増える

$\boxed{4}$

(1)





□EFGHは等脚台形なので

$FX = PG$

よって，

$$PG = \frac{8-4}{2} = 2\text{cm}$$

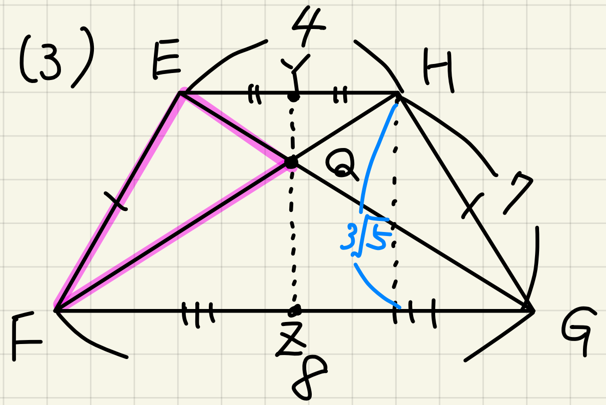
注 $FX + PG = 8 - 4 = 4\text{cm}$

$FX = PG$ より $PG = \frac{4}{2} = 2\text{cm}$.

(2) △HPGで三平方の定理より

$$HP = \sqrt{7^2 - 2^2} = \sqrt{49-4}$$

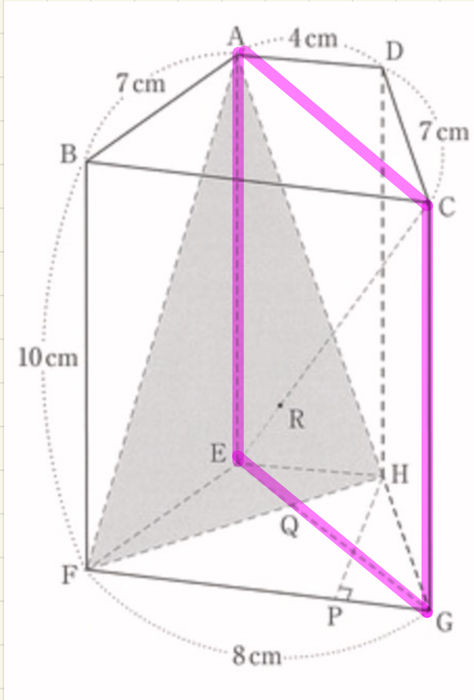
$$= 3\sqrt{5}\text{cm} \qquad = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

(3) 

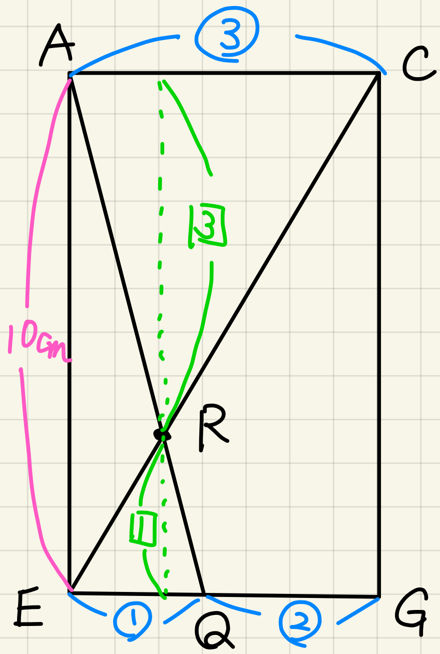
左図のように点Y, Zをとる
対称性から
$EY = YH = 2\,cm$
$FZ = ZG = 4\,cm$
である

$\triangle EYQ$ と $\triangle GZQ$ において,
$EY \parallel GZ$ より錯角が等しいから
$\angle QEY = \angle QGZ$ ― ①
$\angle QYE = \angle QZG$ ― ②
①, ② より2組の角がそれぞれ等しいから
$\triangle EYQ \sim \triangle GZQ$
対応する辺の比は等しいから
$\underbrace{EY}_{2} : \underbrace{GZ}_{4} = YQ : ZQ$
$\therefore YQ : ZQ = 1 : 2$　※ $EQ : QG = 1 : 2$
(4) で用いる.
$HP = YZ$ であるから
$$YQ = \frac{1}{1+2} \times 3\sqrt{5} = \sqrt{5}\,cm$$
$$\triangle EFQ = \triangle EFH - \triangle EQH$$
$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3\sqrt{5} - \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{5}$$
$$= 6\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$$
$$= 4\sqrt{5}\ cm^2$$

(4)



$\Longrightarrow$



△RACと△RQEにおいて、

AC∥QEより錯角が等しいので

$\angle RAC = \angle RQE$ —①

$\angle RCA = \angle REQ$ —②

①,②より2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle RAC \backsim \triangle REQ$

(3)※より $EQ : QG = 1 : 2 \Rightarrow EQ : EG = 1 : 3$

対応する辺の比は等しいから

△RACの高さ：△REQの高さ＝1：3

∴ △REQの高さ $= \dfrac{1}{1+3} \times 10 = \dfrac{10}{4} = \dfrac{5}{2}$ cm

よって、三角すいPEFQの体積は

$$\underbrace{4\sqrt{5}}_{\triangle EFQ} \times \underbrace{\frac{5}{2}}_{\text{高さ}} \times \frac{1}{3} = \frac{10\sqrt{5}}{3} \text{ cm}^3$$

△EFQ⊥△REQの高さ

※□EFGH⊥□AEGCより △EFQ⊥△REQ

$\boxed{5}$

(1) 点Aは $y=ax^2$ 上にあり、$x=4$, $y=4$ なので.

$$4 = a \times 4^2$$

$$16a = 4 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1}{4}$$

(2) 点Bは $y=-x^2$ 上にあり. $x=-2$ なので.

$$y = -(-2)^2$$

$$= -4 \qquad \therefore B(-2, -4)$$

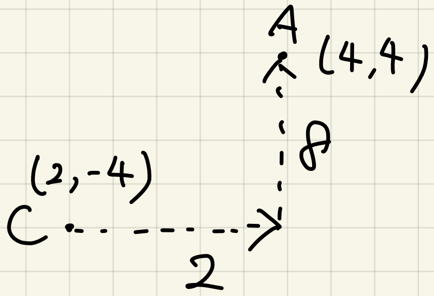
点Cは. 点Bと y 軸について対称なので,

$C(2, -4)$

よって, 直線ACの式を $y = mx + n$ とおくと,

1次関数では. 傾き = 変化の割合なので.

$$m = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$



$$= \frac{4-(-4)}{4-2}$$

$$= \frac{8}{2} = 4$$

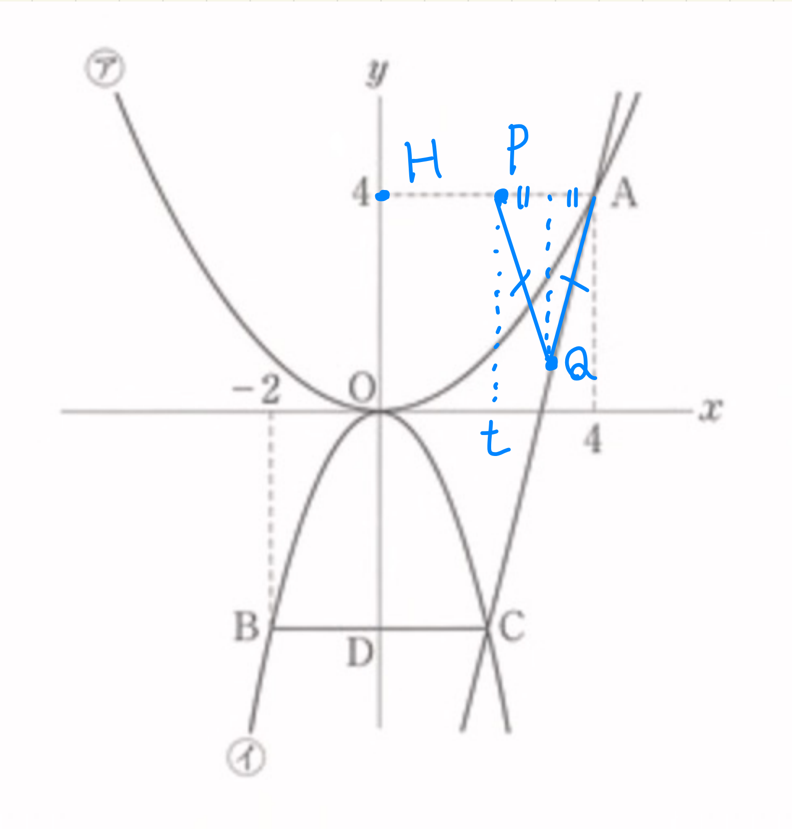
$\therefore y = 4x + n$ で. $C(2, -4)$ を通るので.

$$-4 = 4 \times 2 \times n \quad \Rightarrow \quad n = -12$$

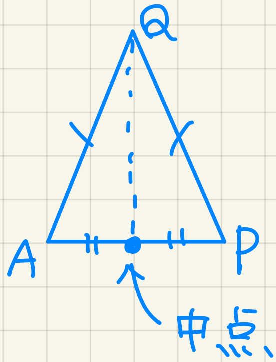
よって, $y = 4x - 12$

(3)

①



QA＝QPより，△QAPは二等辺三角形。



二等辺三角形の性質より Qのx座標は，APの中点である。

よって，Qのx座標は

$$\frac{t+4}{2} = \frac{1}{2}t+2$$

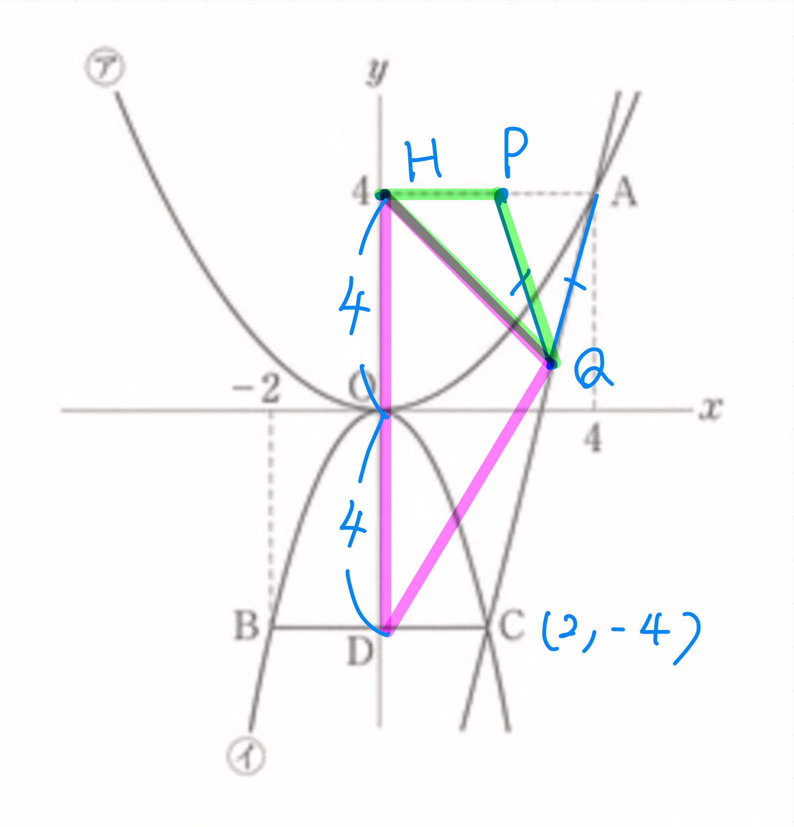
注

A(x_1, y_1)，B(x_2, y_2)の中点の座標は

$$x\text{座標} = \frac{x_1+x_2}{2}$$

$$y\text{座標} = \frac{y_1+y_2}{2}$$

(2)



点Qは直線AC上，つまり

$y = 4x - 12$ 上にあり

$x = \frac{1}{2}t + 2$ なので，

$y = 4\left(\frac{1}{2}t + 2\right) - 12$

$= 2t + 8 - 12$

$= 2t - 4$

$\therefore Q\left(\frac{1}{2}t + 2,\ 2t - 4\right)$

$HD = 8$ より．△QHDの面積は．

$\frac{1}{2} \times 8 \times \left(\frac{1}{2}t + 2\right) = 4\left(\frac{1}{2}t + 2\right)$

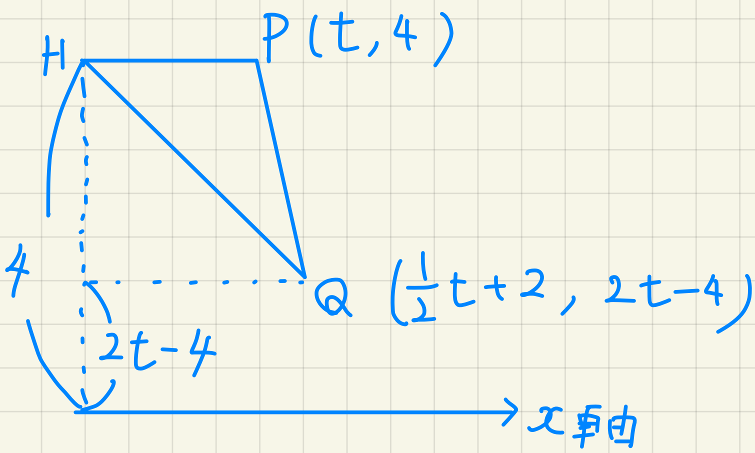
$= 2t + 8$

また，△PHQにおいて，底辺をPHとすると．

$PH = t$

高さ $= 4 - (2t - 4)$

$= -2t + 8$



よって，△PHQの面積は

$\frac{1}{2} \times t \times (-2t + 8) = -t^2 + 4t$

$\triangle QHD = 3 \times \triangle PHQ$ より

$$2t+8 = 3(-t^2+4t)$$

$$3t^2-10t+8=0$$

$$t = \frac{-(-10) \pm \sqrt{10^2-4\times3\times8}}{2\times3}$$

100−

$$= \frac{10 \pm 2}{6}$$

$$= \frac{12}{6}, \frac{8}{6}$$

$$= 2, \frac{4}{3}$$

点PはAH上にあるので、

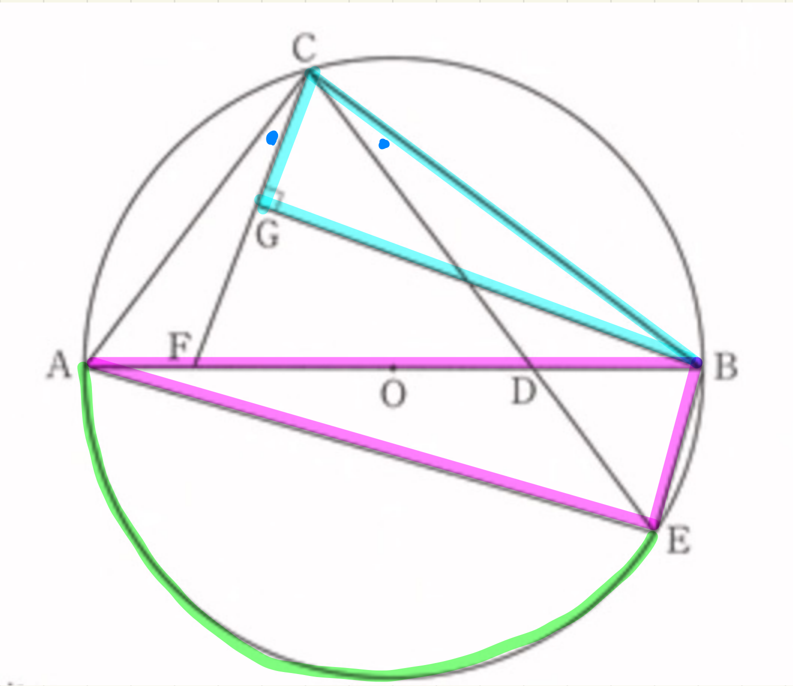
$$0 \leqq t \leqq 4$$

であり、$t=2, \frac{4}{3}$ はこれを満たす。

よって、$t=2, \frac{4}{3}$

$\boxed{6}$

(1)



△ABEと△BCGにおいて、

ABは円の直径だから

$\angle AEB = 90°$

よって

$\angle AEB = \angle BCC = 90°$ ―― ①

∠ABEと∠ACEは、

$\overset{\frown}{AE}$ に対する円周角だから

$\angle ABE = \angle ACE$ ―― ②

また、

$\angle ACE = \angle FCD + \angle ACF$ ―― ③

$\angle BCG = \angle FCD + \angle BCD$ ―― ④

$\angle ACF = \angle BCD$ と③、④より

$\angle ACE = \angle BCG$ ―― ⑤

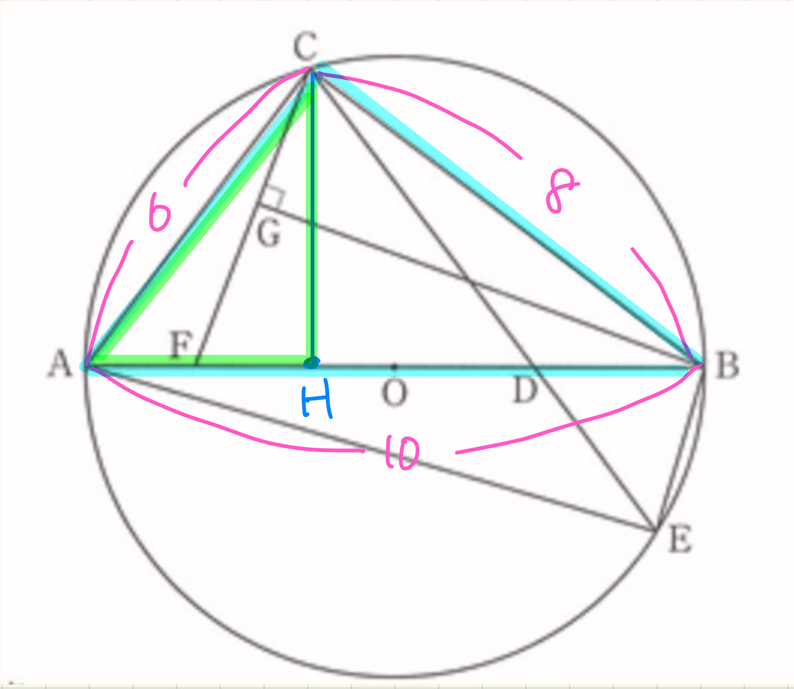
②、⑤より

$\angle ABE = \angle BCG$ ―― ⑥

①、⑥より2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABE \backsim \triangle BCG$ （証明終わり）

(2)



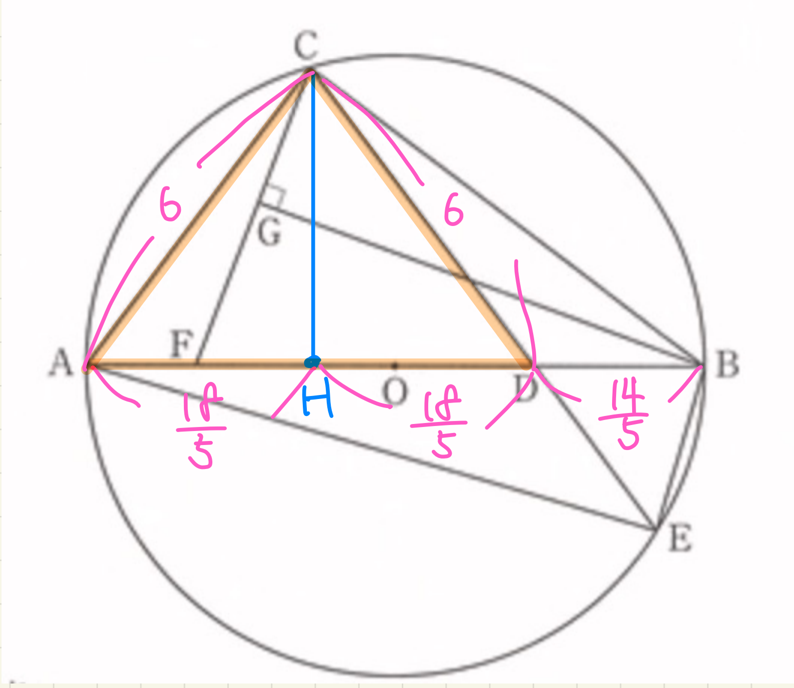
点CからABに垂線を下ろした足をHとする。

また、∠ABCは直径に対する円周角なので
$\angle ACB = 90^\circ$
△ABCで三平方の定理より.

$$BC = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100-36} = \sqrt{64} = 8$$
$$= 8\text{cm}$$

また、△ABCと△ACHにおいて、
$\angle ACB = \angle AHC = 90^\circ$ ―― ①
共通な角は等しいから
$\angle BAC = \angle CAH$ ―― ②
①,②より2組の角がそれぞれ等しいので、
$\triangle ABC \sim \triangle ACH$
対応する辺の比は等しいから
$$\underset{10}{AB} : \underset{6}{AC} = \underset{6}{AC} : AH$$

$$\therefore 10AH = 36 \Rightarrow AH = \frac{36}{10} = \frac{18}{5}$$



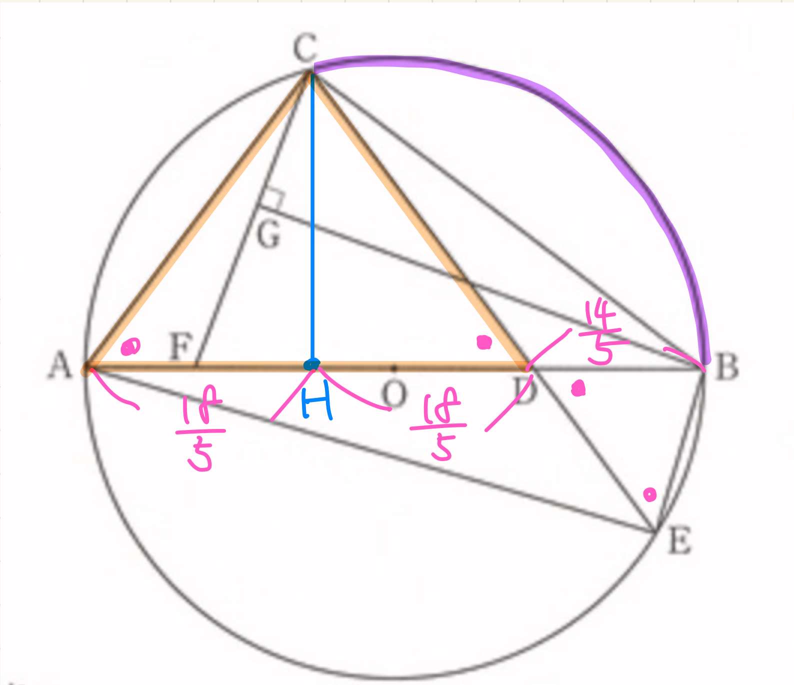
ここで、△ADCは、CA＝CDの二等辺三角形であり、CH⊥ADであるから

$$AH = DH$$

$$\therefore AD = \frac{18}{5} \times 2 = \frac{36}{5}\text{cm}$$

よって、

$$BD = 10 - \frac{36}{5} = \frac{14}{5}\text{cm}$$



また、∠CAB＝・とすると、△ADCは二等辺三角形より ∠ADC＝・
対頂角は等しいから

$$\angle ADC = \angle BDE$$

$$\therefore \angle BDE = \bullet$$

さらに、$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しいので

$$\angle CAB = \angle CEB$$

$$\therefore \angle CEB = \bullet$$

以上より ∠BDE＝∠BEDなので、△BDEは二等辺三角形である。
よって、

$$BD = BE \Rightarrow BE = \frac{14}{5}\text{cm}$$

(1)より $\triangle ABE \sim \triangle BCG$ なので、対応する辺の比は等しいから.

$$\underbrace{BE}_{\frac{14}{5}} : CG = \underbrace{AB}_{10} : \underbrace{BC}_{8}$$

$$\therefore 10CG = \frac{14}{5} \times 8$$

よって.

$$CG = \frac{14}{5} \times 8 \times \frac{1}{10}$$

$$= \frac{56}{25} \text{ cm}$$