# 2022年度　佐賀県

# 数学

kmkm

$\boxed{1}$

(1)

(ア) 与式 $= \underline{-8}$

(イ) 与式 $= -8x + 4y + 5x - 2y$

$= \underline{-3x + 2y}$

(ウ) 与式 $= \underline{7xy}$

(エ) 与式 $= 3\sqrt{6} - 2\sqrt{6}$

$= \underline{\sqrt{6}}$

(2) 与式 $= \underline{(x-6)(x+1)}$

(3) 解の公式より

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 1 \times 8}}{2}$$

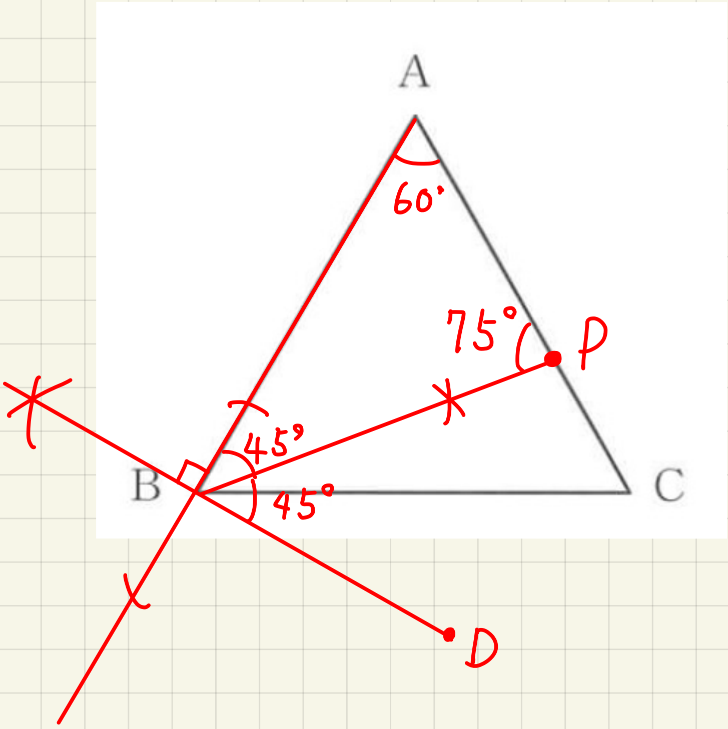
$$= \underline{\frac{7 \pm \sqrt{17}}{2}}$$

(4) 1回転させてできる立体は、半径 2cm の球である。

よって、体積は

$$\frac{4}{3}\pi \times 2^3 = \underline{\frac{32}{3}\pi \ \text{cm}^3}$$

(5)




△APBにおいて,

$\angle BAP = 60^\circ$

$\angle APB = 75^\circ$

より

$\angle ABP = 45^\circ$

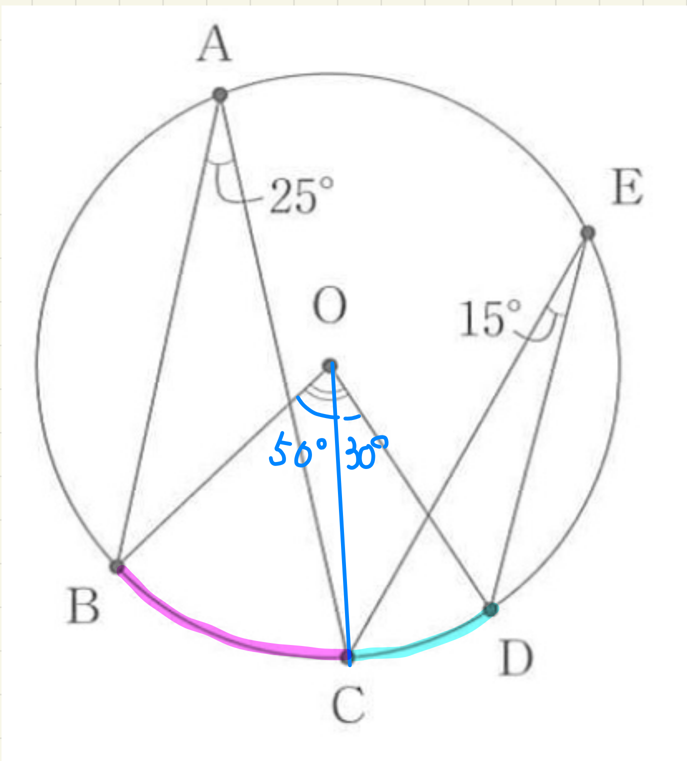
⇒ 90° の二等分線

① 点Bを通り, ABに垂線な線を描く

② ∠ABD の二等分線を描く

③ ②とACの交点がPである。

(6)




$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角と中心角より

$\angle BOC = 2\angle BAC$

$= 50^\circ$

$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角と中心角より

$\angle COD = 2\angle CED$

$= 30^\circ$

よって,

$\angle BDC = \angle BOC + \angle COD$

$= 80^\circ$

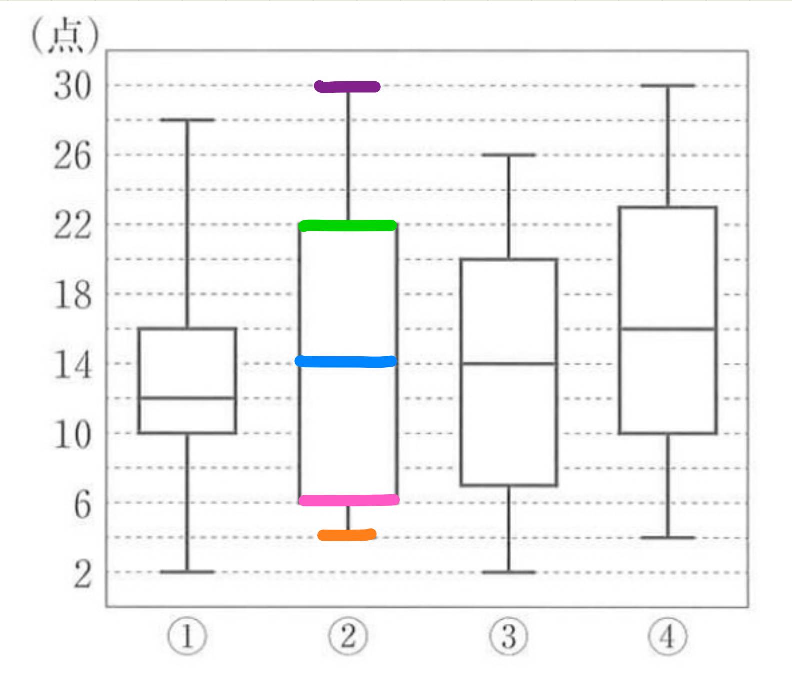
(7)

【データ】

下位データ　　上位データ

4、6、6、6、8、10、12、14、16、18、20、22、24、28、30（単位：点）

最小値　第1四分位数　中央値　第3四分位数　最大値




②

$\boxed{2}$

(1)

(ア) 新作を1枚，準新作を$x$枚，旧作を$y$枚借り，合計20枚なので

$$x+y+1=20 \quad —— ㋐$$

(イ) 準新作が4枚以下のとき，1枚あたり170円なので．

$$170x+90y+350=2200 \quad —— ㋑$$

(ウ) 準新作が5枚以上のとき，1枚あたり110円なので，

$$110x + 90y + 350 = 2200 \text{ ―― ⓦ}$$

(エ)

ⓐ，ⓘを連立して解く．

$$\begin{cases} x + y = 19 & \text{―― ①} \\ 170x + 90y = 1850 & \text{―― ②} \end{cases}$$

① × 9 − ② ÷ 10 より

$$\begin{array}{rl} 9x + 9y &= 171 \\ -)\ 17x + 9y &= 185 \\ \hline -8x \quad &= -14 \\ x &= \frac{7}{4} \end{array}$$

$x$ は整数なので，不適。よって，準新作は5枚以上借りる。ⓐ，ⓦを連立して解く．

$$\begin{cases} x + y = 19 & \text{―― ③} \\ 110x + 90y = 1850 & \text{―― ④} \end{cases}$$

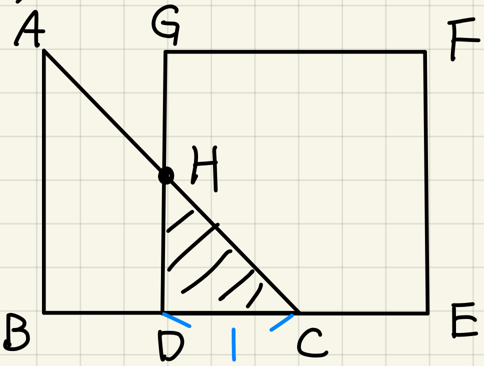
③ × 9 − ④ ÷ 10 より

$$\begin{array}{rl} 9x + 9y &= 171 \\ -)\ 11x + 9y &= 185 \\ \hline -2x \quad &= -14 \\ x &= 7 \end{array}$$

よって，準新作のDVDは7枚

(2)

(ア)




ACとGDの交点をHとする。

△CHDと△CABにおいて

HD//ABより同位角が等しいので、

$\angle CHD = \angle CAB$ —— ①

$\angle CDH = \angle CBA$ —— ②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle CHD \backsim \triangle CAB$

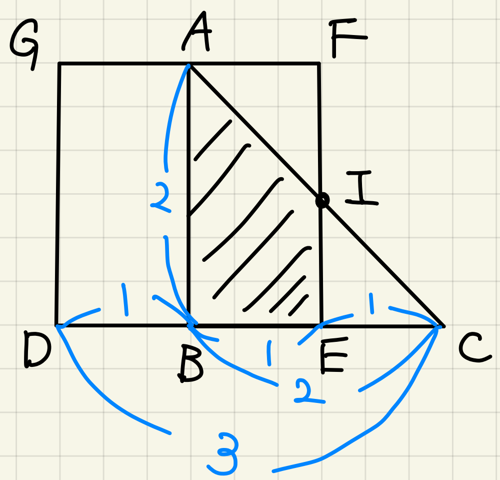
△CABは、AB=BCの二等辺三角形なので、△CHDも二等辺三角形である。

よって、HD=DC　∴ HD = 1 cm

したがって、重なってできる部分の面積は、

$$\frac{1}{2}\times 1\times 1=\frac{1}{2}\ \text{cm}^2$$

(イ)




ACとEFの交点をIとする。

(ア)と同様に$\triangle CIE \backsim \triangle CAB$であり、△CABは二等辺三角形なので、△CIEも二等辺三角形である。

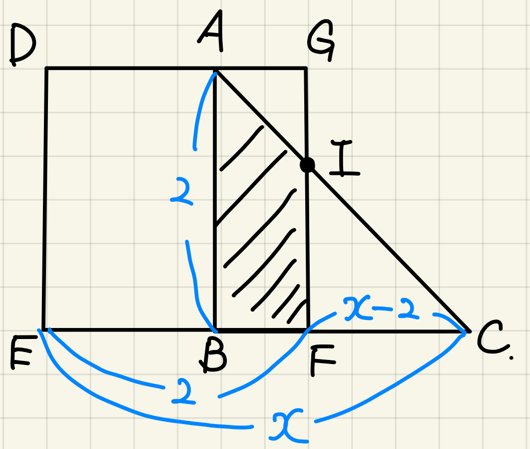
よって、CE = IEより、IE = 1cm

BE = BC − CE = 2 − 1 = 1cm

よって 重なってできる部分の面積は

$$\frac{(1+2)\times 1}{2} = \frac{3}{2}\ \mathrm{cm}^2$$

(ウ)




2〜4秒後のとき

動き始めてからの時間を$x$秒とする。

重なっている部分の面積
$= \triangle CAB - \triangle CIF$

ここで、

$EC = x$, $EF = 2$ より
$CF = x - 2$

$\triangle CIF$は二等辺三角形なので $IF = x-2$

よって、

重なっている部分の面積 $= \frac{1}{2}\times 2\times 2 - \frac{1}{2}\times (x-2)^2$

これが $1\ \mathrm{cm}^2$ となるので

$$\frac{1}{2}\times 2\times 2 - \frac{1}{2}(x-2)^2 = 1$$

両辺×2

式を整理して、

$$4-(x-2)^2 = 2$$

$$\therefore (x-2)^2 = 2$$

$$x-2 = \pm\sqrt{2} \Rightarrow x = 2\pm\sqrt{2}$$

$2 \leqq x \leqq 4$ より $x = 2-\sqrt{2}$ は不適

$\sqrt{2} \fallingdotseq 1.414\cdots$
より
$2-\sqrt{2} = 2-1.414$
$= 0.586$

動き始めて2秒後から4秒後

よって 動き始めてから $2+\sqrt{2}$ 秒後

(参考)

$\sqrt{2} \fallingdotseq 1.414\cdots$ より

$$2+\sqrt{2} = 2+1.414\cdots$$
$$= 3.414\cdots$$

よって、$2 \leqq x \leqq 4$ を満たす.

$\boxed{3}$

(1)

(ア) 2等のくじは7本中2本なので、確率は

$$\frac{2}{7}$$

(イ) 2回引く

⇒ 1回目で2等を引き、2回目で2等を引く.

1回目では7本中2本を引き、2回目では6本中1本を引くので、確率は

$$\frac{2}{7} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{21}$$

(ウ) 1回目で当たり 2回目ではずれとなるのは.

$$\frac{3}{7} \times \frac{4}{6} = \frac{2}{7}$$

※ 1回目 → 7本中3本が当たり

※ 2回目 → 6本中4本がはずれ

1回目ではずれ、2回目であたりとなるのは.

$$\frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{2}{7}$$

※ 1回目 → 7本中4本がはずれ

※ 2回目 → 6本中3本があたり.

よって，求める確率は

$$\frac{2}{7}+\frac{2}{7}=\frac{4}{7}$$

(エ) 少なくとも1本は当たり＝全体－2本ともはずれ

2本ともはずれるのは，1回目ではずれを引き，2回目ではずれをひくので．

$$\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}=\frac{2}{7}$$

よって，少なくとも1本当たるのは．

$$1-\frac{2}{7}=\frac{5}{7}$$

(2)

(ア) 縦：$75\div3=25$枚

横：$30\div3=10$枚

よって $25\times10=250$枚

(イ) 15は，30と75の最大公約数である．⑦

$$\begin{array}{r|ll} 15 & 30, & 75 \\ \hline & 2, & 3 \end{array}$$

$\Rightarrow$ $30=15\times2$

$75=15\times3$

よって，1辺が15cmより大きい正方形のタイルだけを使ってすき間なく貼ることはできない．

(ウ) 319 と 377 の最大公約数を考える。
最大公約数を $a$ とすると、

$$377 \div a = b \quad \Rightarrow 377 = ab$$

$$319 \div a = c \quad \Rightarrow 319 = ac$$

ここで、$b$、$c$ はそれぞれ 377, 319 を $a$ で割った商である。

$$377 - 319 = ab - ac$$
$$= a(b-c)$$

であるから、$377 - 319 = 58$ も $a$ で割り切れる。
58 の約数は (1, 2, 29, 58) であり、

$$377 \div 29 = 13$$
$$319 \div 29 = 11$$

であるから、最大公約数は 29。
よって 1 辺の長さは 29 cm

$\boxed{4}$

(1) 点 A は $y = ax^2$ 上にあり、$x = -4$, $y = -8$ なので、

$$-8 = a \times (-4)^2$$
$$16a = -8 \qquad \therefore a = -\frac{1}{2}$$

(2) $y = -\frac{1}{2}x^2$ であるから、上に凸 (下に開いている) の放物線である。
よって エ

(3) 点Bは $y=-\frac{1}{2}x^2$ 上にあり，$x=2$ なので，

$$y=-\frac{1}{2}\times 2^2$$

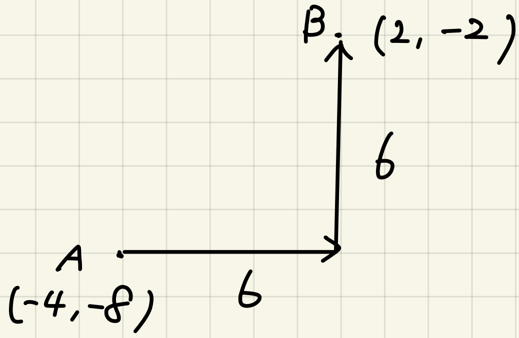
$$=-2$$

(4) 点Cは直線 $\ell$ と $y$ 軸の交点なので，直線 $\ell$ の切片である．

直線 $\ell$ の式を $y=ax+b$ とおく．$A(-4,-8)$，$B(2,-2)$ を通る。

1次関数では，傾き＝変化の割合なので，

$$a=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$




$$=\frac{-2-(-8)}{2-(-4)}$$

$$=\frac{6}{6}=1$$

よって，$y=x+b$ で $B(2,-2)$ を通るので，

$$-2=2+b \Rightarrow b=-4$$

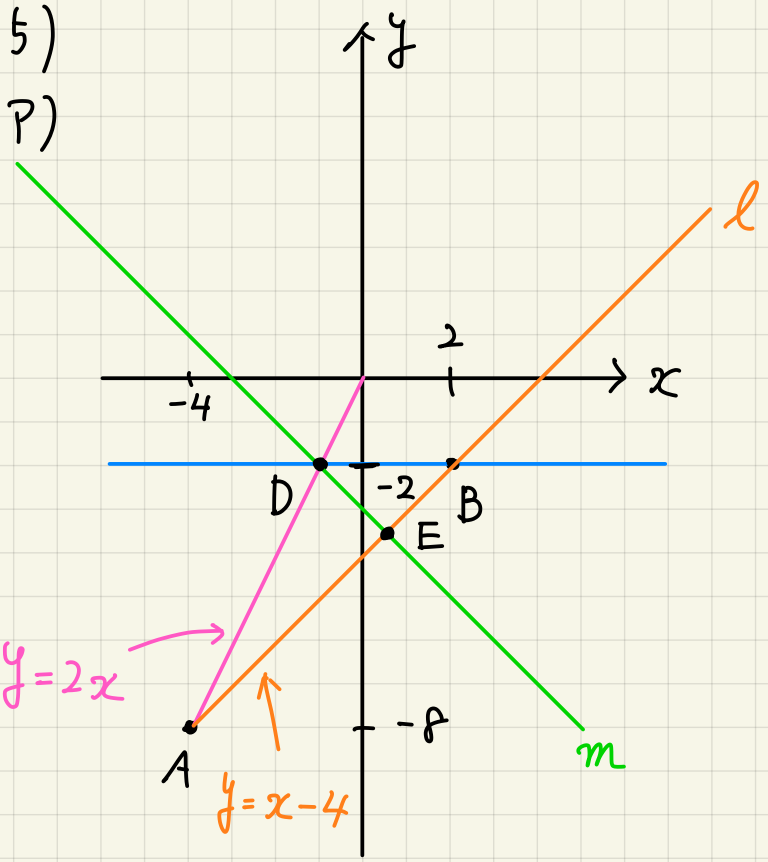
したがって，直線 $\ell$ は

$$y=x-4$$

であるから，点Cの座標は $(0,-4)$

(5)

(ア)




原点と点Aを通る直線を $y=ax$ とおくと、A$(-4, -8)$ を通るので

$$-8=-4a \Rightarrow a=2$$

よって、$y=2x$

点Dは $y=2x$ 上にあり、$y=-2$ であるから

$$-2=2x \quad \therefore x=-1$$

よって、D$(-1, -2)$

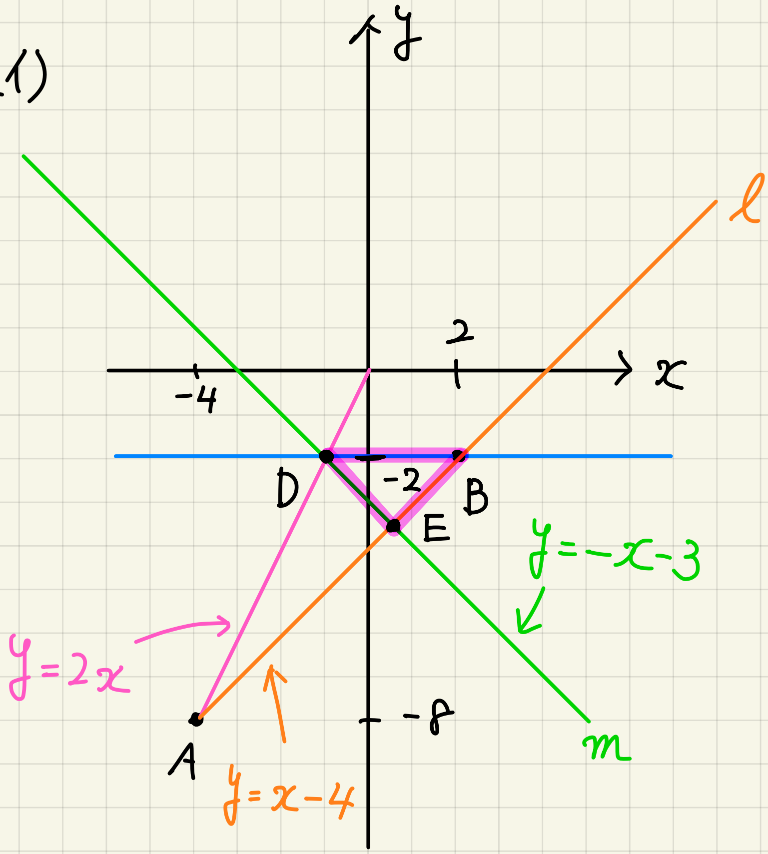
直線 $m$ は傾きが $-1$ なので、$y=-x+b$ とおくと、D$(-1, -2)$ を通るから

$$-2=-(-1)+b \Rightarrow b=-3$$

よって、

$$y=-x-3$$

(1)




点Eは直線ℓと直線mの交点なので、

$$\begin{cases} y = x-4 & \text{—①} \\ y = -x-3 & \text{—②} \end{cases}$$

①を②に代入して

$$x-4=-x-3$$

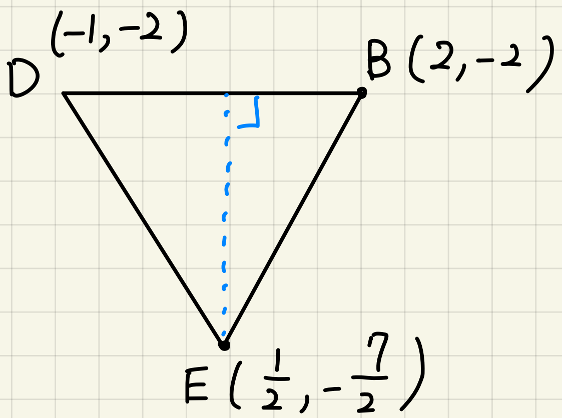
$$2x=1 \qquad x=\frac{1}{2}$$

$x=\frac{1}{2}$を①に代入して

$$y=\frac{1}{2}-4$$

$$=-\frac{7}{2}$$

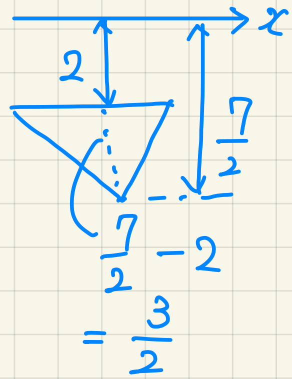
よって、点Eは$\left(\frac{1}{2}, -\frac{7}{2}\right)$




$$BD = 2-(-1) = 3$$

$$\text{高さ} = \frac{7}{2} - 2$$

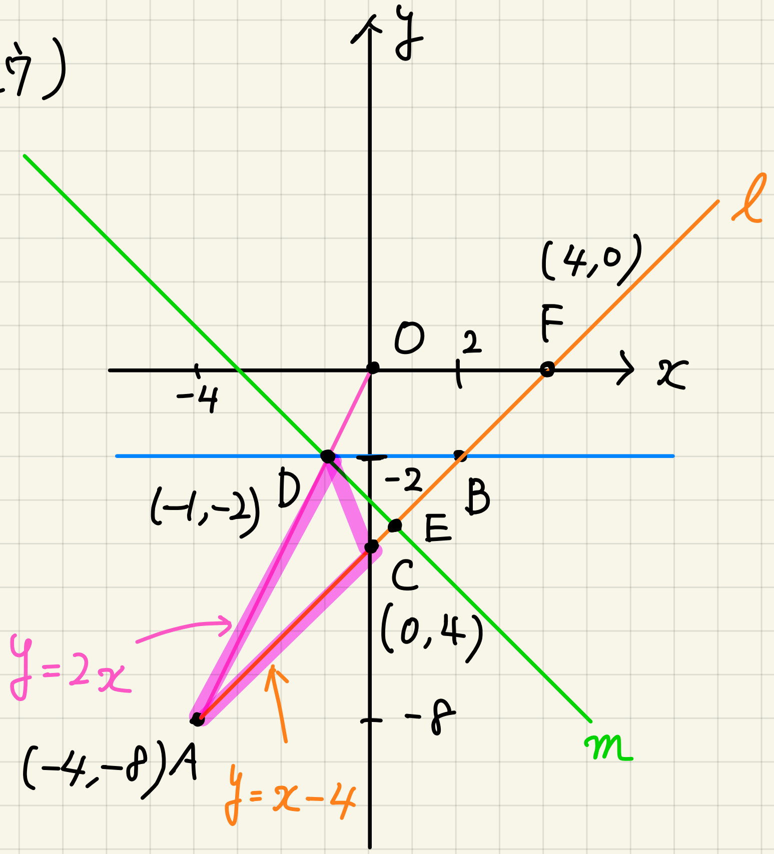
$$= \frac{3}{2}$$




よって、△BDEの面積は

$$\frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$$

(ウ)




直線$\ell$と$x$軸との交点をFとする。

$\triangle ACD$
$= \triangle AFO - (\triangle COD + \triangle CFO)$
である。

また、点Fは $y = x - 4$ 上にあり、$y = 0$ なので

$$0 = x - 4 \quad \therefore x = 4$$

よって F$(4, 0)$

したがって

$$\triangle ACD = \underbrace{\frac{1}{2} \times 4 \times 8}_{\triangle AFO} - \left(\underbrace{\frac{1}{2} \times 4 \times 1}_{\triangle COD} + \underbrace{\frac{1}{2} \times 4 \times 4}_{\triangle CFO}\right)$$

$$= 16 - (2 + 8)$$

$$= 6$$

よって、

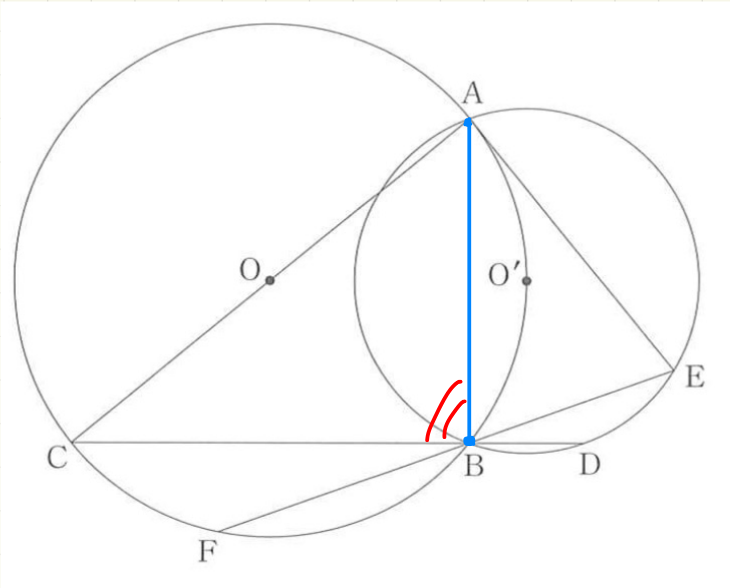
$$\underbrace{\triangle ACD}_{S} : \underbrace{\triangle BDE}_{T} = 6 : \frac{9}{4}$$

$$= 24 : 9$$

$$= 8 : 3$$

5

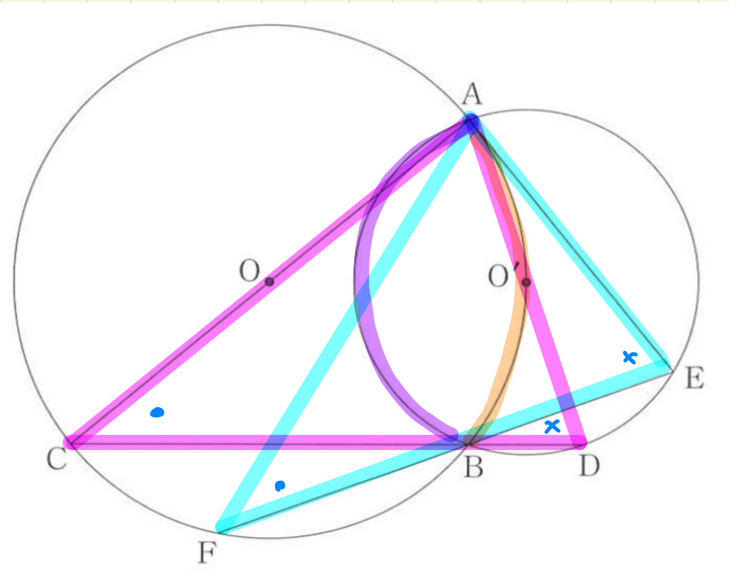
(1)




∠ABCは直径ACの円周角であるから

∠ABC = 90°

(2)




△ACDと△AFEにおいて,

円Oにおいて$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角は等しいから

∠ACD = ∠AFE ―― ①

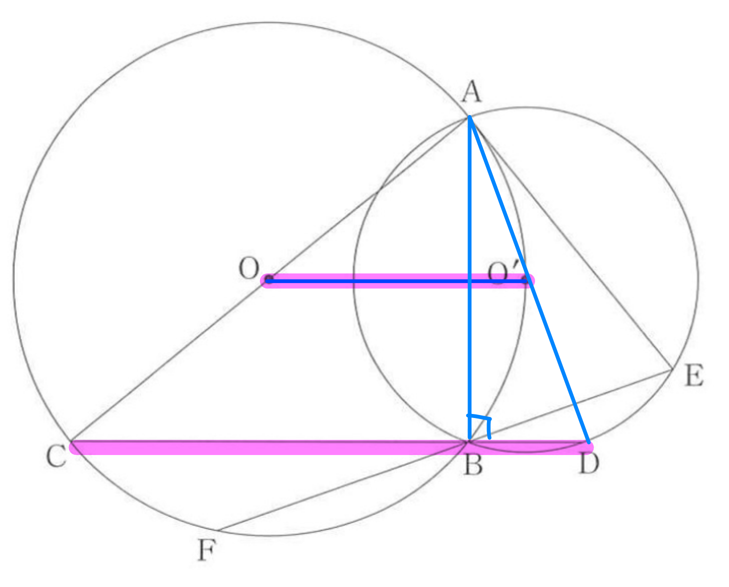
円O′において$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角は等しいから

∠ADC = ∠AEF ―― ②

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので,

△ACD ∽ △AFE (証明終わり)

(3)

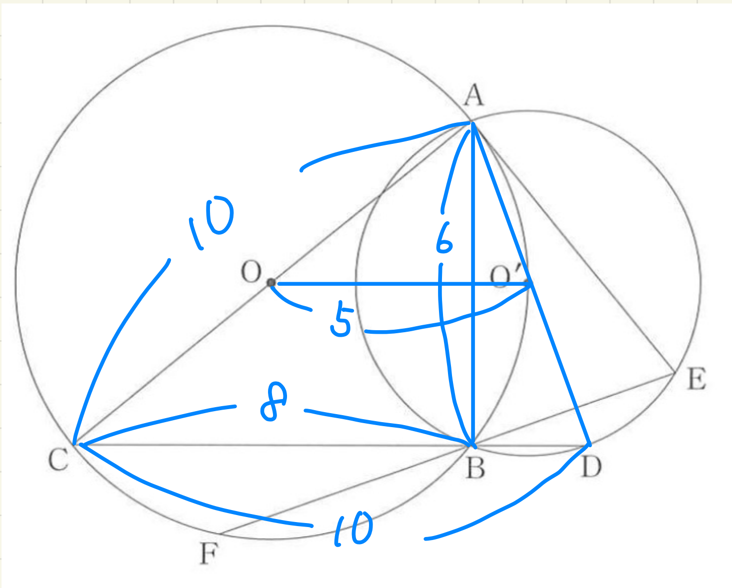



(1)より∠ABC = 90° なので、
∠ABD = 90°
∠ABDは、ADの円周角なので、ADは直径である。
⇒ A, O′, D は同一直線上にある。

円Oの半径より OA = OC
円O′の半径より O′A = O′D
よって、O, O′ は AC, AD の中点である。
したがって、中点連結定理より、

OO′ : CD = 1 : 2

(4)




OO′は円Oの半径なので、
OO′ = 5 cm
(3)より OO′ : CD = 1 : 2 なので、5 : CD = 1 : 2
∴ CD = 10 cm
△ABCで三平方の定理より
$BC = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$
= 8

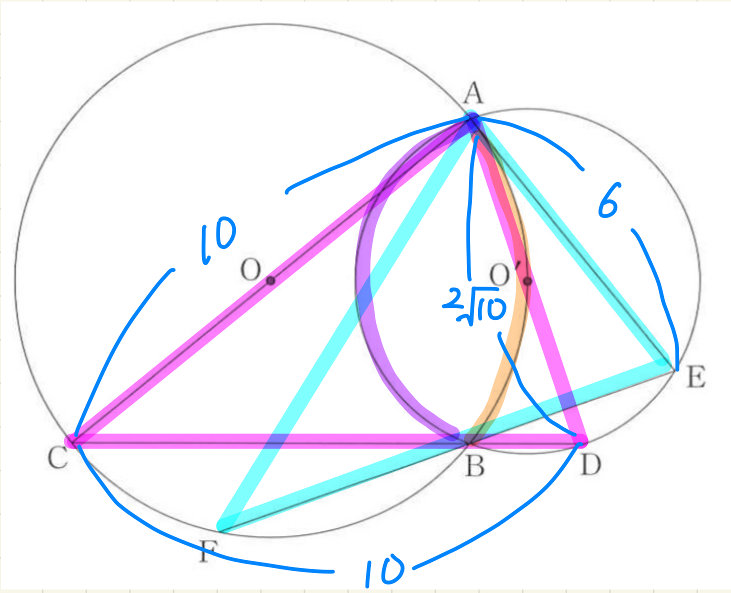
よって、BD = 10 − 8 = 2 cm

△ABDで三平方の定理より

$AD = \sqrt{6^2 + 2^2}$ $= \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

$= 2\sqrt{10}$ cm

(5)




(2)より △ACD ∽ △AFE
なので、対応する辺の比は
等しいから

$\underset{10}{DC} : EF = \underset{2\sqrt{10}}{AD} : \underset{6}{AE}$

よって

$2\sqrt{10}\,EF = 60$

$$EF = \frac{60}{2\sqrt{10}}$$

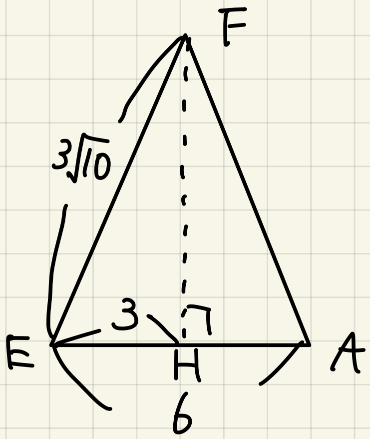
$$= \frac{30}{\sqrt{10}}$$

$$= \frac{30}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}}$$

$$= \frac{30\sqrt{10}}{10}$$

$= 3\sqrt{10}$ cm

(6) (2)より △ACD ∽ △AFE で、△ACD は CA＝CD の二等辺三角形だから、△AFE も二等辺三角形である。




点 F から EA に垂線を下ろした足を H とする。
二等辺三角形の性質より、点 H は EA の中点であるから
EH＝3

よって、△AFE で三平方の定理より

$$FH = \sqrt{(3\sqrt{10})^2 - 3^2} = \sqrt{90-9} = \sqrt{81} = 9$$
$$= 9\text{cm}$$

したがって、△AFE の面積は

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27\ \text{cm}^2$$