2022年度　島根県

数学

kmkm

第一問題

問1　与式 $= -6-4$

$= \underline{-10}$

問2　$140 = \underline{2^2 \times 5 \times 7}$

問3　与式 $= 2\sqrt{3} + \sqrt{3}$

$= \underline{3\sqrt{3}}$

※ $\dfrac{6}{\sqrt{3}} = \dfrac{6}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

問4　$\underline{a = 10b + 3}$

問5

$$\begin{cases} x - 3y = 5 & \text{—— ①} \\ 3x + 5y = 1 & \text{—— ②} \end{cases}$$

①×3 − ② より

$$\begin{array}{rrrr} & 3x - 9y &=& 15 \\ -) & 3x + 5y &=& 1 \\ \hline & -14y &=& 14 \\ & y &=& -1 \end{array}$$

$y=-1$ を①に代入して

$x - 3 \times (-1) = 5$

$x + 3 = 5$

$\therefore x = 2$

よって、$\underline{x = 2,\ y = -1}$

問 6

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad (x+3)(x-2) = 0$$

$$\therefore \ x = -3, 2$$

問 7

無理数：循環しない無限小数

ア：0.5：有理数

イ：$\frac{1}{3} = 0.333\cdots$：有理数

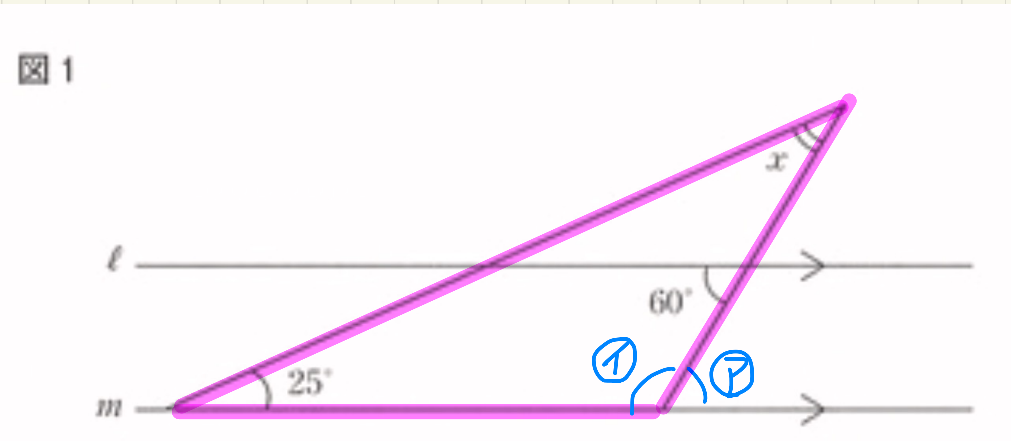
ウ：$\sqrt{2} = 1.41421356\cdots$：無理数

エ：$\sqrt{9} = 3$：有理数

オ：$\pi = 3.141592\cdots$：無理数

よって，ウ，オ

問 8



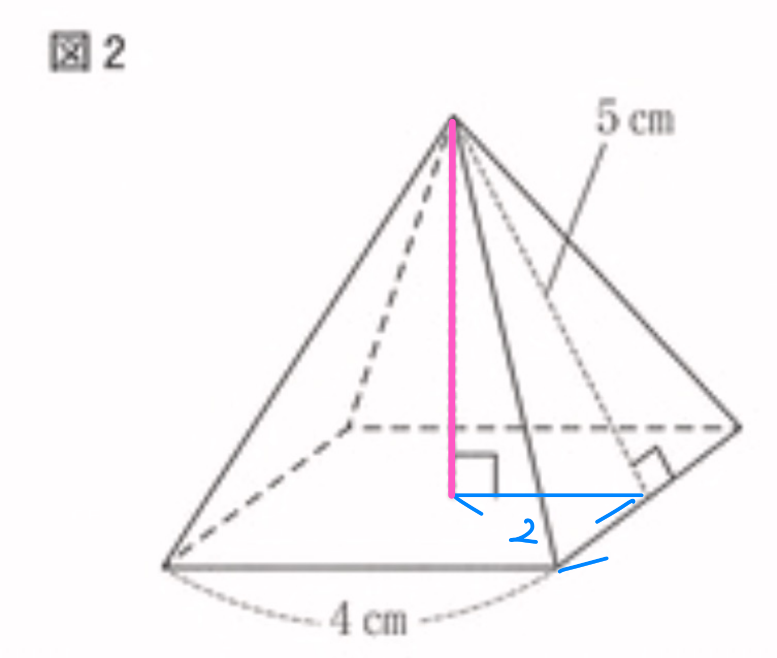
㋐ 錯角より $60°$

㋑ $180° - 60°$

$= 120°$

よって．$\angle x = 180° - 25° - 120° = 35°$

問9



三平方の定理より

$$高さ = \sqrt{5^2 - 2^2}$$

$$= \sqrt{25 - 4}$$

$$= \sqrt{21}\ \text{cm}$$

問10

はじめに入っていた白玉の数をx個とすると.

玉の数は全部で $x+100$ 個

白玉+黒玉

よって、黒玉の数の割合は.

$$\frac{100}{x+100}$$

一方,200個中黒玉が20個なので,黒玉の割合は.

$$\frac{20}{200} = \frac{1}{10}$$

よって

$$\frac{100}{x+100} = \frac{1}{10}$$

$$1000 = x + 100 \quad \therefore x = 900 \quad \therefore イ$$

問11

2つのさいころを投げたときの出る目の場合の数は $6 \times 6 = 36$ 通り。

出る目の数の和が $\boxed{}$ 以下のときの場合の数を x とすると，確率は $\frac{x}{36}$ である。これが $\frac{1}{12}$ になれば良いので，

$$\frac{x}{36} = \frac{1}{12} \qquad \therefore x = 3$$

よって，出る目の数の和が3通りになれば良い。

- 出る目の数の和が2のとき
  $(1, 1) \Rightarrow 1$ 通り
- 出る目の数の和が3のとき
  $(1, 2), (2, 1) = 2$ 通り

$1 + 2 = 3$ 通り

よって，出る目の数の和が3以下である。

第二問題

問1

1. (1)

最も度数が多い階級は，13.0 ~ 13.5（秒）

よって，階級値は

$$\frac{13.0 + 13.5}{2} = 13.25\ (\text{秒})$$

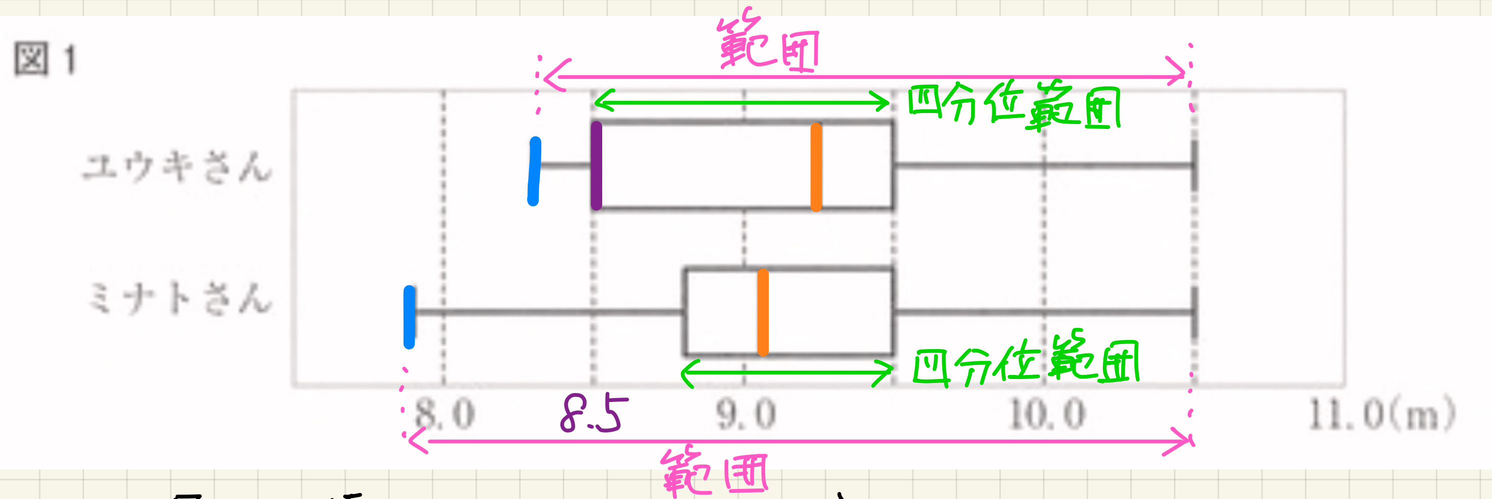
(2) 13.0秒未満の選手の合計は

$$1+1+2+4=8 \text{人}$$

選手は全員で20人いるので、大会に出場できる選手は

$$\frac{8}{20}\times 100 = 40\ \%$$

2



ア：最小値はミナトさんの方が小さい ⇒ 正しい

イ：範囲はミナトさんの方が大きい
四分位範囲はミナトさんの方が小さい
よって誤り

ウ：2人とも中央値は9.0m以上である。

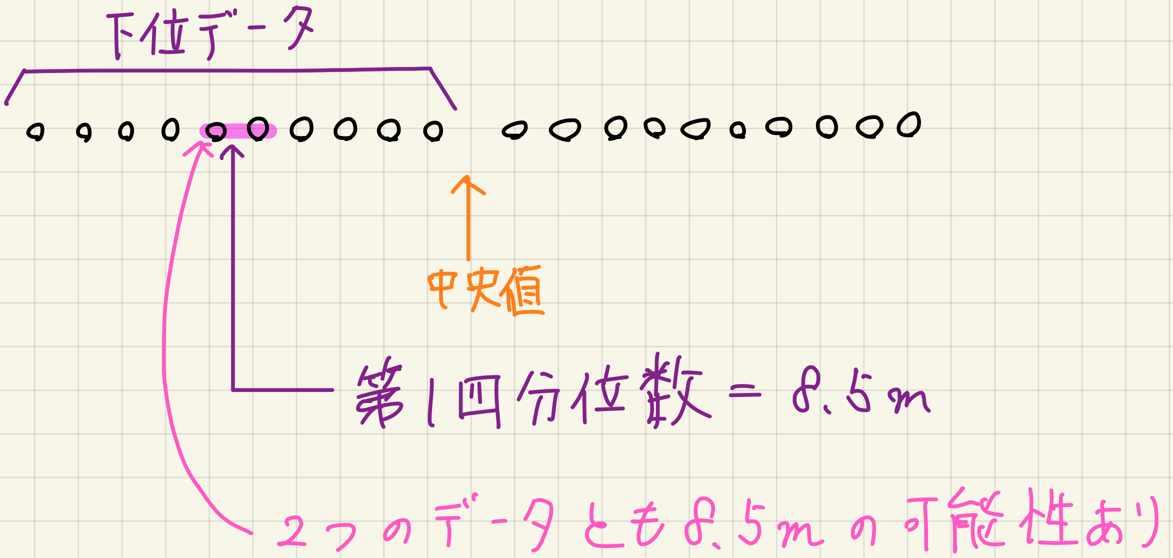
○○○○○○○○○○ ○○○○○○○○○○

$\underbrace{○○○○○○○○○○}_{9.0\text{m以上}}$

中央値 = 9.0m

よって、2人とも9.0m以上の記録が10回以上ある。
⇒ 正しい

エ：ユウキさんの第1四分位数は 8.5m である。



データを小さい順に並べたとき，5番目と6番目のデータがともに 8.5m の可能性がある

$$\frac{8.5+8.5}{2} = 8.5$$

このとき，8.5m 以下の記録は6回となるので，誤り．

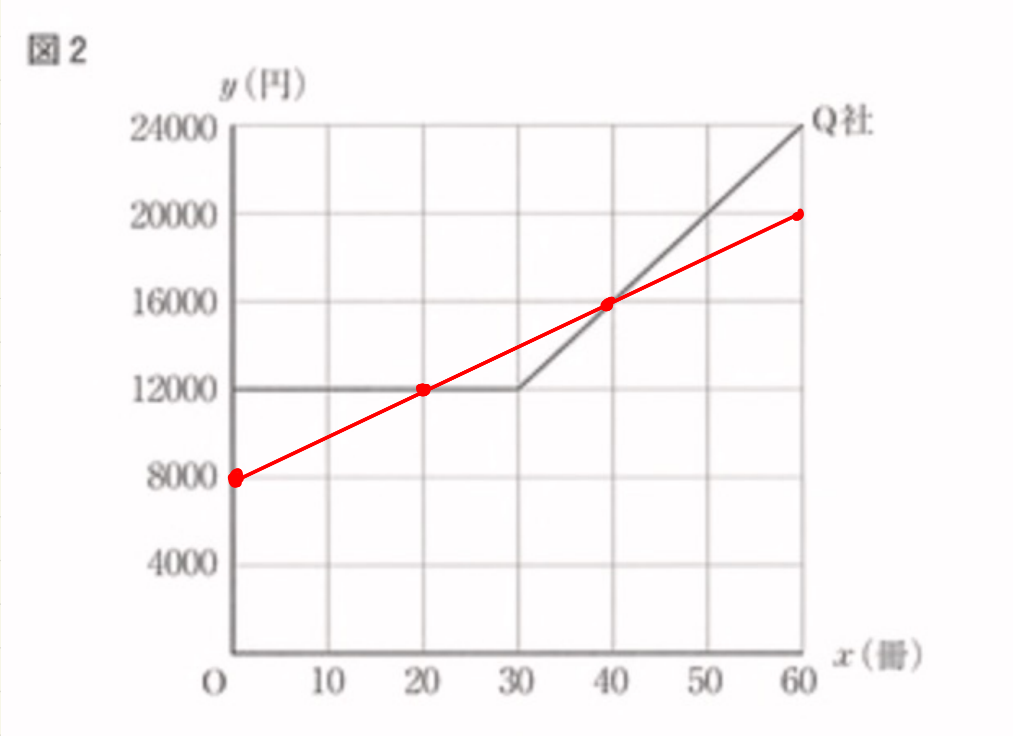
よって，答えは，ア，ウ

問2

1. 印刷料金 ＝（基本料金）＋（印刷する冊数）×200

$$= 8000 + 20 \times 200$$
$$= 8000 + 4000$$
$$= 12000 \text{円}$$

2.

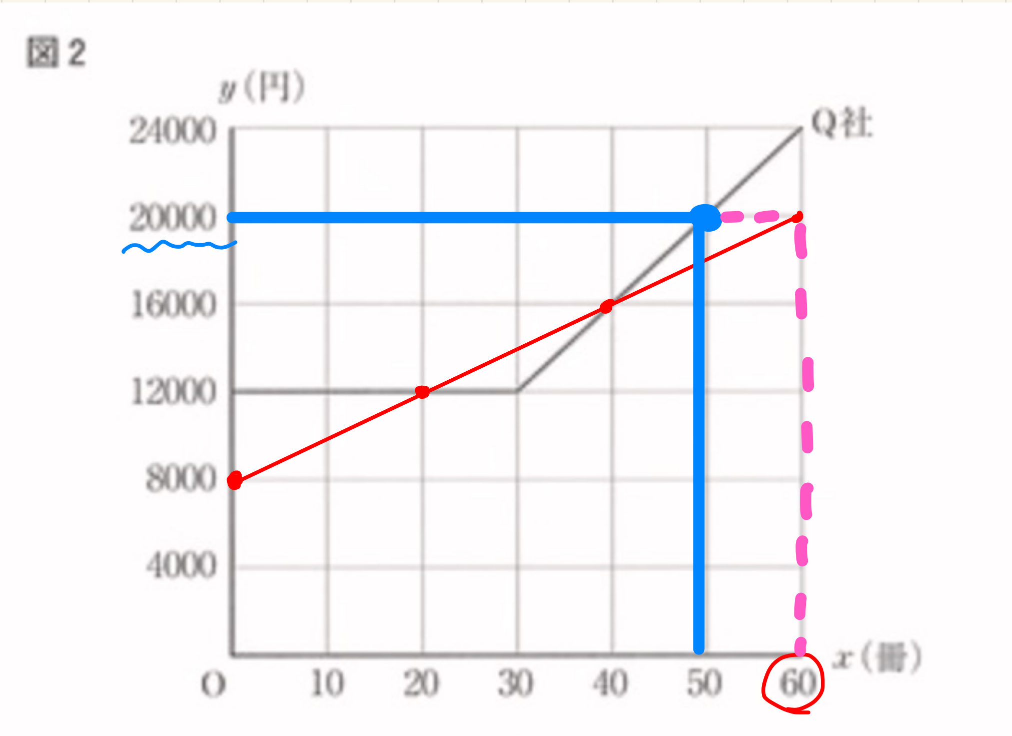


0冊のとき ⇒ 8000 + 0 × 20 = 8000円

20冊のとき ⇒ 1. より 12000円

⇒ この2点を通る直線を引く.

3.



グラフより、Q社で50冊印刷するときの料金は.

20000円

この料金のとき,
P社では60冊印刷できる.

4. P社に依頼する冊数をx冊とすると，印刷料金の合計は

$$8000 + 200x \text{ 円}$$

したがって，1冊あたり

$$\frac{8000 + 200x}{x} \text{ 円}$$

である。1冊あたりの料金が400円のとき

$$\frac{8000 + 200x}{x} = 400$$

$$\therefore 8000 + 200x = 400x$$

$$200x = 8000$$

$$x = 40$$

よって，40冊以上にすれば，1冊あたりの料金を400円以下にできる。

(参考)

$$\frac{8000 + 200x}{x} \leqq 400$$

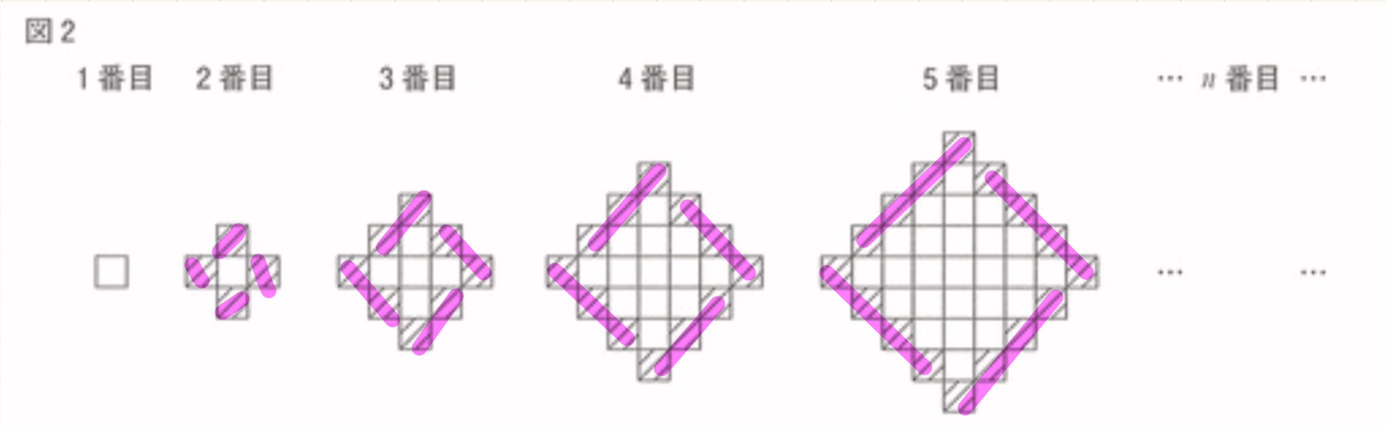
$$8000 + 200x \leqq 400x$$

$$8000 \leqq 200x$$

$$40 \leqq x.$$

40冊以上

第三問題
問1
1.



上図のように、▨を分類する。

2番目 … $1 \times 4 = (2-1) \times 4$

3番目 … $2 \times 4 = (3-1) \times 4$

4番目 … $3 \times 4 = (4-1) \times 4$

5番目 … $4 \times 4 = (5-1) \times 4$

よって、6番目は

$$(6-1) \times 4 = 5 \times 4 = 20\text{枚}$$

2.

n番目の次はn+1番目である。1.と同様に

$$(n+1-1) \times 4 = 4n\ \text{枚}$$

問2.

1.

表

	1番目	2番目	3番目	4番目	5番目	6番目	7番目	
□の芝生の枚数	1	1	9	9	25		49	…
■の芝生の枚数	0	4	4	16	16	36	a	
芝生の総枚数	1	5	13	25	41			

表より $a=36$

2.

① nが偶数のとき.

$$(n-1)^2+n^2=n^2-2n+1+n^2$$
$$=2n^2-2n+1$$

② nが奇数のとき

$$n^2+(n-1)^2=n^2+n^2-2n+1$$
$$=2n^2-2n+1$$

①, ②より, nが偶数, 奇数に関わらず, n番目の芝生の枚数は. $2n^2-2n+1$ 枚

注

① $n=4$のとき. (偶数)

$$3^2+4^2=(4-1)^2+4^2$$

② $n=5$のとき (奇数)

$$5^2+4^2=5^2+(5-1)^2$$

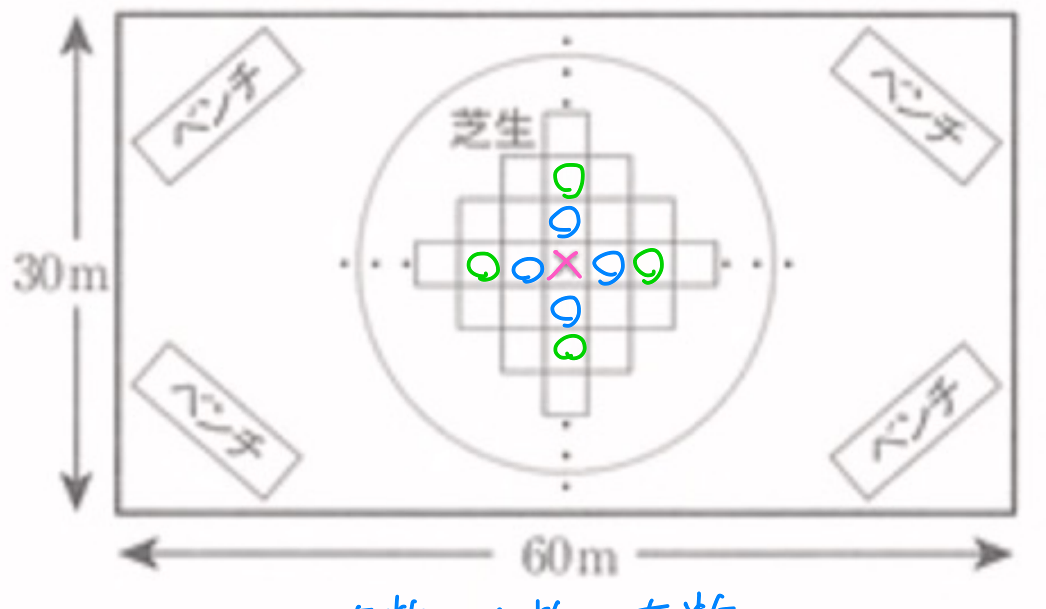
問3

規則

・図1において公園の中心×に芝生1枚をおく。これを1番目の図形とする。
・1番目の図形を囲むように新たに4枚の芝生を並べる。これを2番目の図形とする。
・2番目の図形を囲むように新たに8枚の芝生を並べる。これを3番目の図形とする。
・同様に、それまでの図形を囲むように新たに芝生を並べ、図形をつくっていく。

図2は、この規則にしたがって芝生を順に並べたときの図形を示している。
ただし、芝生1枚を□で表し、それぞれの図形の▨は新たに並べた芝生を示している。

図1



奇数　奇数　奇数

縦方向には、1 → 3 → 5 → ⋯
と芝生が増えていく。

1 → 3 → 5 → ⋯ → 97 → 99
奇　奇　奇　奇　奇

よって、公園の縦方向に99枚並べたときである。Ⓐ

1 → 3 → 5 → ⋯ → 97 → 99
×2−1
① ② ③ ⋯ ?

1 = ①×2−1 , 3 = ②×2−1 , ⋯
より
99 = ?×2−1 ⇒ ? = 50　よって、50番目 Ⓑ

第四問題

問1

1. 点Bは、点Aとy軸について対称なので、
点Bのx座標は-6。
また、点Bは$y=\frac{1}{4}x^2$上にあるので、

$$y=\frac{1}{4}\times(-6)^2$$
$$=9$$

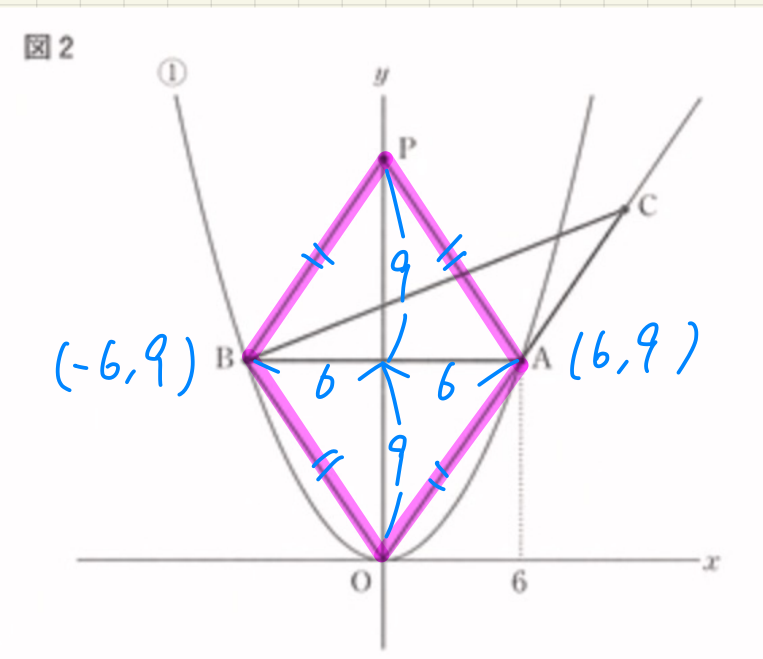
$\therefore$ B$(-6,9)$

2. $y=ax^2$において、xがpからqまで変化するときの変化の割合は$a(p+q)$である。
よって、$y=\frac{1}{4}x^2$において、xが0から6まで変化するときの変化の割合は

$$\frac{1}{4}(0+6)=\frac{1}{4}\times 6$$
$$=\frac{3}{2}$$

問2

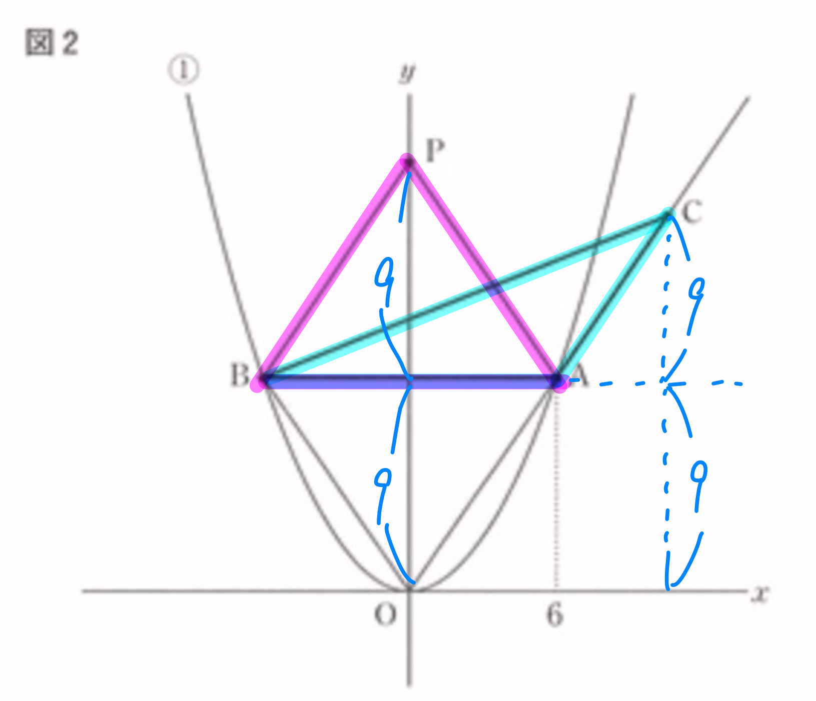
1.



ひし形の対角線の交点は、対角線の中点で交わる。

□OAPB
$$=\frac{1}{2}\times 12\times 18$$
$$=108$$

2.



△PBAと△CBAにおいて、底辺は共通でBAである。
よって、面積が等しくなるには、高さが等しくなれば良い。

1.より $P(0, 18)$ なので、点Cのy座標が18となれば良い
直線OAの式を $y = ax$ とおくと、$A(6, 9)$ を通るので、

$$9 = 6a \Rightarrow a = \frac{3}{2} \quad \therefore y = \frac{3}{2}x$$

点Cは $y = \frac{3}{2}x$ 上にあり、$y = 18$ なので、

$$18 = \frac{3}{2}x \qquad x = 18 \times \frac{2}{3}$$

$$= 12$$

よって、点Cの座標は、$(12, 18)$

問3

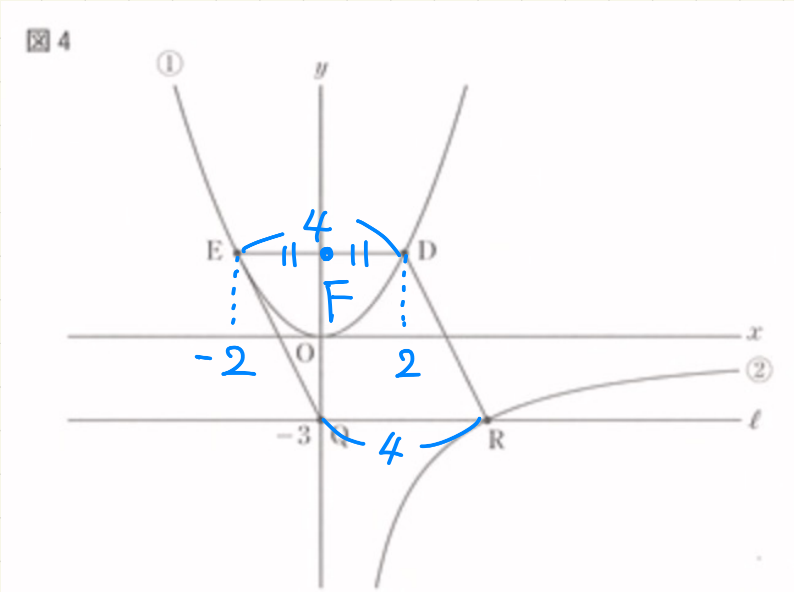
1. 点Rは $y=-\frac{12}{x}$ 上にあり、$y=-3$ なので

$$-3=-\frac{12}{x} \Rightarrow x=4$$

よって、点Rのx座標は4

2.

(1)



□DEQRは平行四辺形なので、DE = QR

Q(0, −3)、1.より R(4, −3) なので、QR = 4

∴ DE = 4

点Dと点Eはy軸について対称なので、

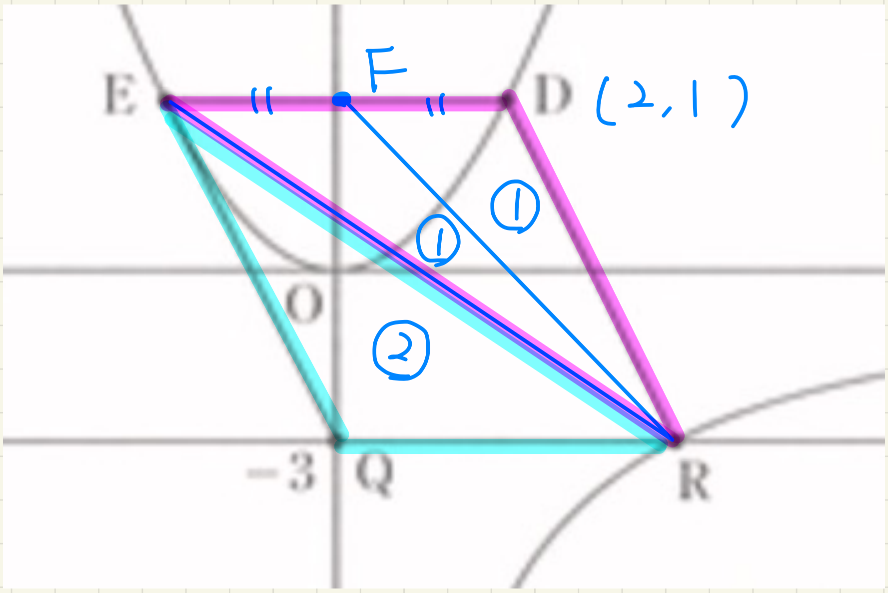
DF = FE　∴ DF = 2 ⇒ 点Dのx座標は2.

点Dは $y=\frac{1}{4}x^2$ 上にあり、$x=2$ なので、

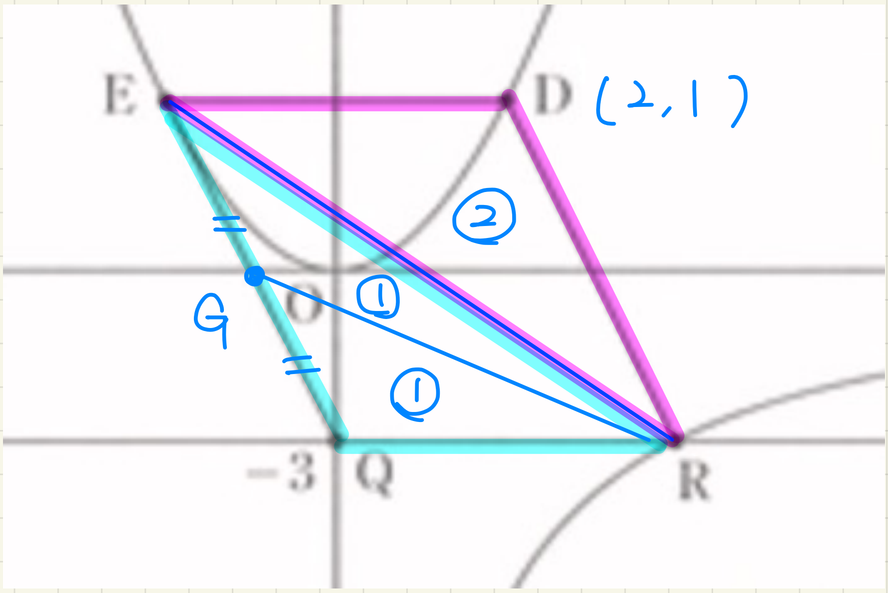
$$y=\frac{1}{4}\times 2^2$$
$$=1$$

よって、D(2, 1)

(2)



△DER = △QRE
DEの中点をFとすると、
△DFR = △EFR
∴ □FEQR : △DFR
= 3 : 1



△DER = △QRE
EQの中点をGとすると、
△EGR = △QGR
∴ □EGRD : △DER
= 3 : 1

よって、

点Rと辺DEの中点を通る直線

または、

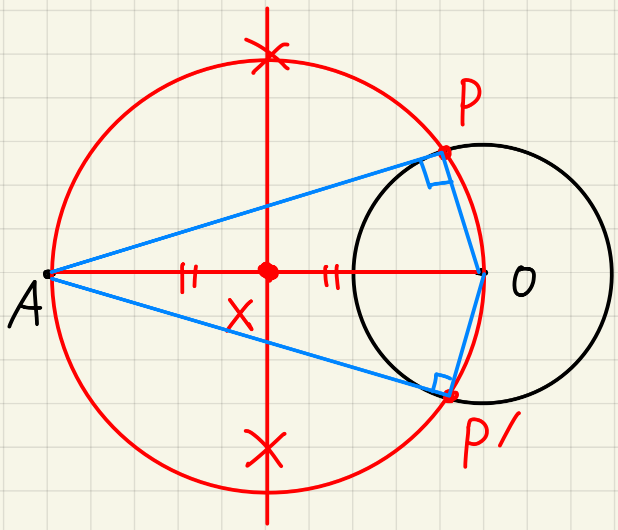
点Rと辺EQの中点を通る直線

第五問題

問1

点Pは円Oの接線なので. $\angle OPA = 90°$

問2



① OAの垂直二等分線を作図

② ①とOAの交点をXとして, Xから半径AXの円を描く

③ ②と点Oの交点がP, P′となる.

※ 円Xにおいて, AOは直径なので. $\angle APO = 90°$, $\angle AP'O = 90° \Rightarrow AP \perp OP$, $AP' \perp OP$

問3

$\triangle APO$と$\triangle AP'O$において,

直線APと直線AP′は円Oの接線だから

$\angle APO = \angle AP'O = 90°$ —— ①

辺AOは共通だから

$AO = AO$ —— ②

辺POとP′Oは円Oの半径だから

$PO = P'O$ —— ③

よって, ①, ②, ③から直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので.

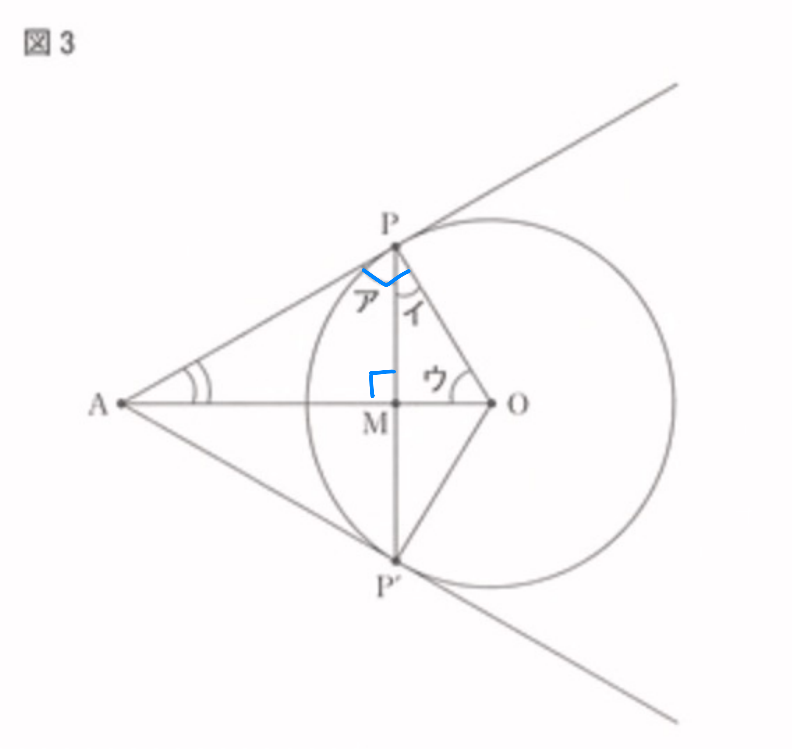
$\triangle APO \equiv \triangle AP'O$

合同な図形では対応する辺は等しいから

$AP = AP'$ (証明終わり)

問4

1.



$\angle APO = 90°$ より

ア + イ $= 90°$

$\therefore$ イ $= 90° -$ ア ― ①

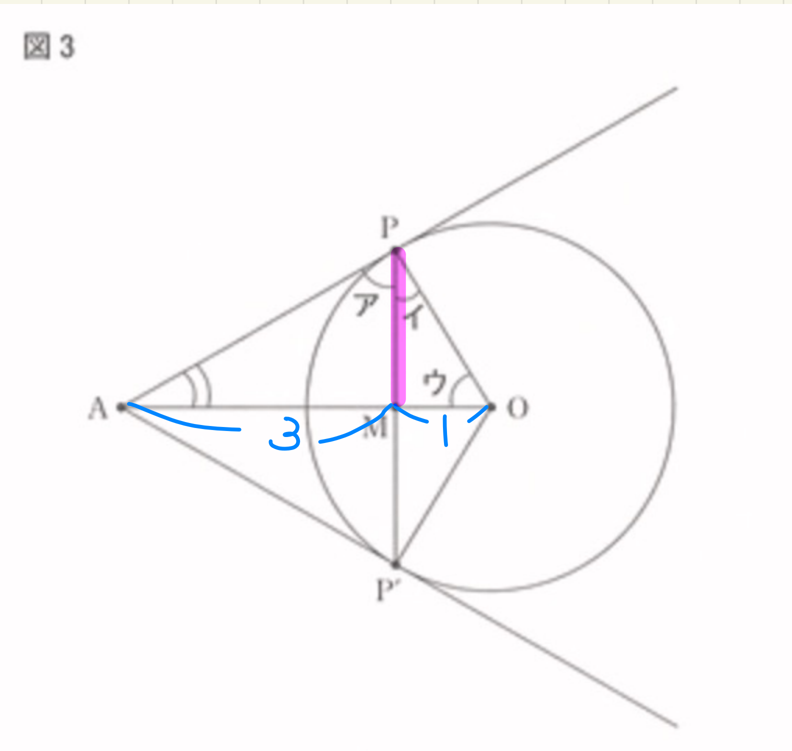
また、$\triangle PAM$ において

$\angle PAM = 90° -$ ア ― ②

①、②より

$\angle PAM =$ イ

2.



$\triangle PAM$ と $\triangle OPM$ において、

$\angle PMA = OMP = 90°$ ― ①

1. より

$\angle PAM = \angle OPM$ ― ②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle PAM \sim \triangle OPM$

対応する辺の比は等しいから

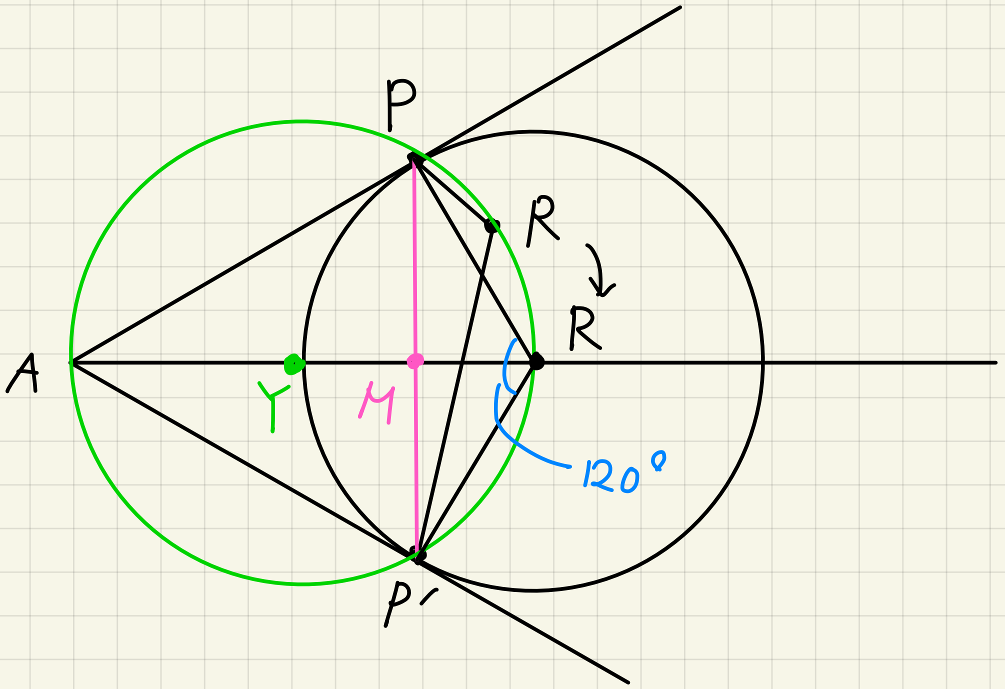
$$\underbrace{AM}_{3} : PM = PM : \underbrace{OM}_{1}$$

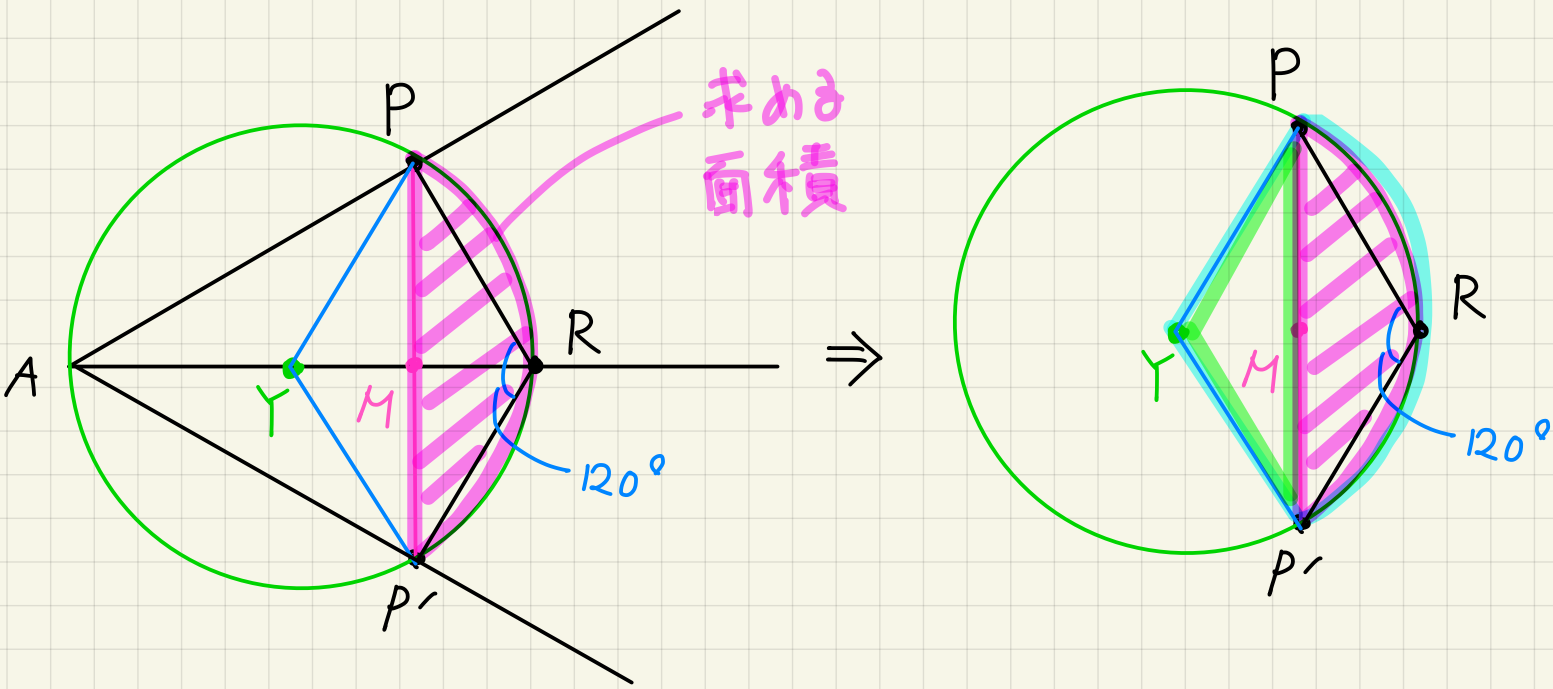
$\therefore PM^2 = 3$　$PM > 0$ より $PM = \sqrt{3}$ cm

3.

点Rは，$\angle PRP' = 120°$ を満たしながら動く

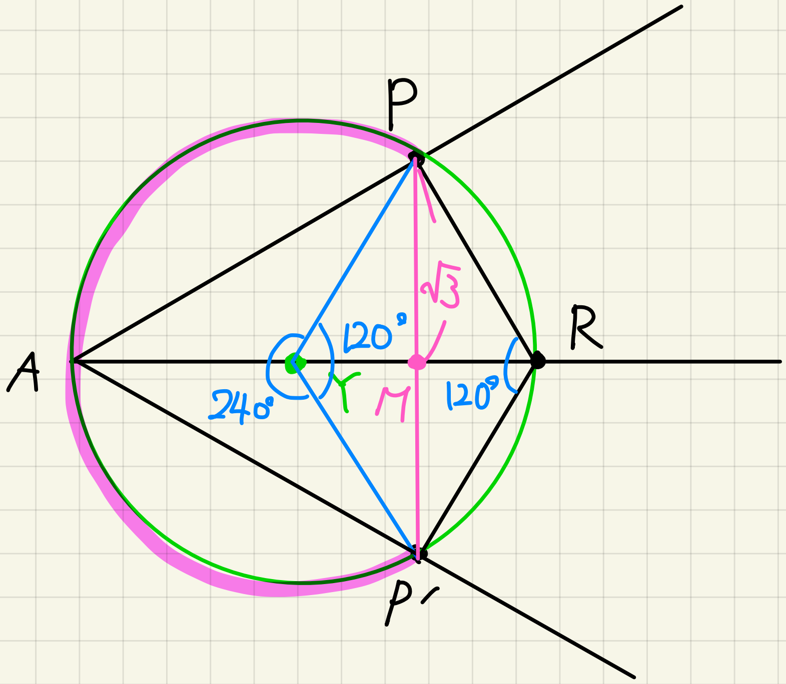
⇒ 点P, R, P′ が通る円を考える。⇒ 中心をYとする。





求める面積 ＝ おうぎ形PYP' － $\triangle PYP'$

おうぎ形PYP'について、



$\overset{\frown}{PAP'}$について、中心角 $\angle PRP' = 120°$ より

点A側の$\angle PYP'$は

$\angle PYP' = 2 \times \angle PRP'$

$= 240°$

よって、点R側の$\angle PYP'$は

$\angle PYP' = 360° - 240°$

$= 120°$

$\angle PRP' = 120°$ より $\angle PRA = 60°$

$\therefore \triangle PMR$は、$30° - 60° - 90°$の直角三角形なので、

$MR : PR : PM = 1 : 2 : \sqrt{3}$

2.より$\sqrt{3}$

よって、$MR = 1\,cm$

同様に$\triangle PYM$は、$30° - 60° - 90°$の直角三角形なので、

$YM : PY : PM = 1 : 2 : \sqrt{3}$

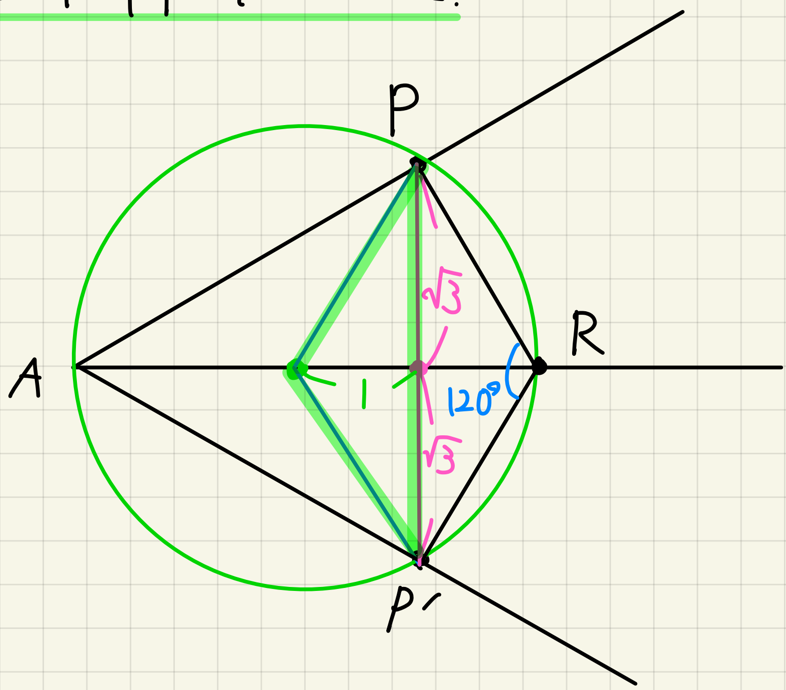
よって、$YM = 1\,cm$

$\Rightarrow$ 円Yの半径は$2\,cm$

以上よりおうぎ形PYP'の面積は

$$2 \times 2 \times \pi \times \frac{120°}{360°} = \frac{4}{3}\pi\ cm^2$$

△PYP′について



$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 1 = \sqrt{3}$ cm^2

よって，求める面積は

$\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}$ cm^2