2022年度 徳島県

数学

Km Km

1.

(1) 与式 $= -7+3$

$= -4$

(2) 与式 $= \frac{18}{6} \times (5x-2y)$

$= 3(5x-2y)$

$= 15x-6y$

(3) $a < \sqrt{30}$ を2乗して、$a^2 < 30$

よって30未満で最も大きい平方数は25.

$\therefore a = 5$

(4) $6a + b < 800$

注) 800g以上であれば、$6a+b \leqq 800$

(6) yはxに反比例するので、$y = \frac{a}{x}$ とおく.

$x=4$ のとき $y = \frac{5}{4}$ なので

$\frac{5}{4} = \frac{a}{4} \Rightarrow a = \frac{5}{4} \times 4 = 5$

よって、

$y = \frac{5}{x}$

(7)

a：第1四分位数，b：第3四分位数．

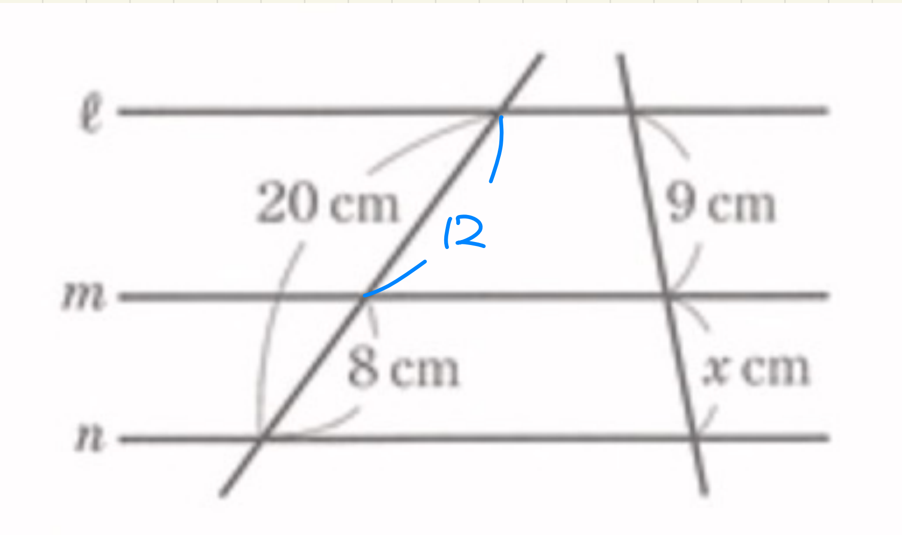
表のデータを小さい順に並べると．

$$\underbrace{5,\ 7,\ 7,\ 8,\ 10}_{\text{下位データ}},\ 11,\ \underbrace{13,\ 14,\ 16,\ 19,\ 20}_{\text{上位データ}}$$

7：第1四分位数　11：中央値　16：第3四分位数

よって $a=7,\ b=16$

(8)



平行線の性質より

$$12 : 8 = 9 : x$$

$$\Leftrightarrow\quad 3 : 2 = 9 : x$$

$$3x = 18$$

$$\therefore\ x = 6\ \text{cm}$$

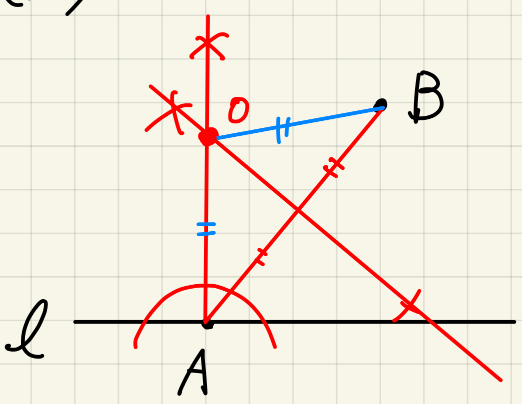
(9) 2つのさいころの出る目の場合の数は36通り。
出る目の和は最小で2, 最大で12なので.
2〜12で素数なのは, 2, 3, 5, 7, 11.
よって.

(1, 1) ⇒ 2
(1, 2), (2, 1) ⇒ 3
(1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2) ⇒ 5
(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3) ⇒ 7
(5, 6), (6, 5) ⇒ 11

の15通り。ゆえに, 求める確率は

$$\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

(10)



① 点Aを中心とする円をかき, 直線ℓとの2交点をそれぞれ中心として等しい半径の円をかく。この2円の交点と点Aを通る直線をひく
⇒点Aを通る垂線

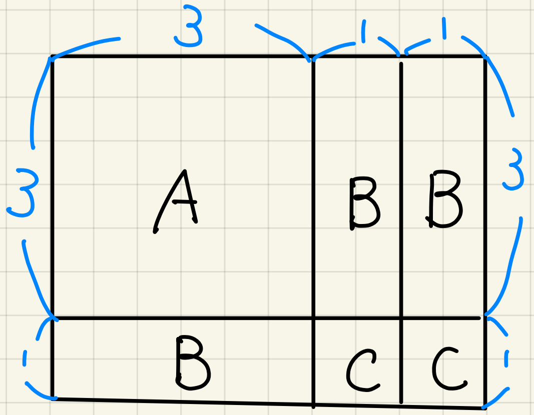
② A, Bをそれぞれ中心として, 等しい半径の円をかき, この2円の交点を通る直線をひく
⇒ABの垂直二等分線

③ ①, ②でひいた2直線の交点が中心Oである.

2.

(1) (赤, 青, 白), (赤, 青, 黄), (赤, 青, 緑)
(赤, 白, 黄), (赤, 白, 緑)
(赤, 黄, 緑)
(青, 白, 黄), (青, 白, 緑)
(青, 黄, 緑)
(白, 黄, 緑)
の10通り

(2)
(a)



A : $3 \times 3 = 9\,cm^2$ 1枚
B : $3 \times 1 = 3\,cm^2$ 3枚
C : $1 \times 1 = 1\,cm^2$ 2枚
これらを組み合わせたときの面積は.

$$9 \times 1 + 3 \times 3 + 1 \times 2 = 20\ cm^2$$

縦, 横は整数なので
$$20 = 1 \times 20,\ 2 \times 10,\ 4 \times 5$$
のいずれかである. A は縦, 横ともに3cmなので,
長方形の一辺の長さは3cm以上である。
よって. 4×5 ⇒ 4cmと5cm

注 1×20 は1が3cmより小さいので不適
2×10 は. 2が3cmより小さいので不適

(b)

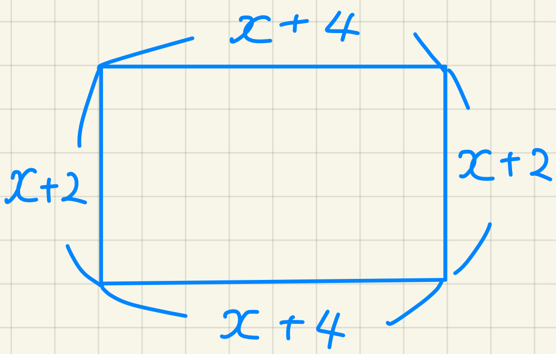
A ： $x \times x = x^2$ cm^2　1枚
B ： $x \times 1 = x$ cm^2　6枚
C ： $1 \times 1 = 1$ cm^2　8枚

よって面積は

$$x^2 \times 1 + x \times 6 + 1 \times 8 = x^2 + 6x + 8$$
$$= (x+2)(x+4)$$

よって、一辺が $(x+2)$ cm、もう一辺が $(x+4)$ cm なので、長方形の周の長さは

$$2(x+2) + 2(x+4) = 2x+4+2x+8$$
$$= 4x+12 \text{ cm}$$



$\Rightarrow (x+2)+(x+2)+(x+4)+(x+4)$
$= 4x+12$

(3) 一辺が $(x+7)$ cm の正方形の面積は.

$(x+7)^2$ cm^2

これが (2) の面積より 105 cm^2 大きかったので

$$(x+7)^2 = (x+2)(x+4) + 105$$

$$x^2 + 14x + 49 = x^2 + 6x + 8 + 105$$
$$8x = 64$$
$$\therefore x = 8$$

3.

(1)

(ア) B社の場合は、基本料金7000円とTシャツ代4000円(=800円×5枚)，プリント代2000円(=400円×5枚)で，合計

$$7000+4000+2000=13000\text{円}$$

(イ) x枚注文するときの代金y円は

$$y=\underbrace{3500}_{\text{基本料金}}+\underbrace{900x}_{\text{Tシャツ代}}+\underbrace{600x}_{\text{プリント代}}$$

$$=1500x+3500$$

(ウ) B社について，xとyの関係を式にすると，

$$y=7000+800x+400x$$

$$=1200x+7000$$

A社とB社の式を連立して

$$\begin{cases} y=1500x+3500 & \text{—— ①} \\ y=1200x+7000 & \text{—— ②} \end{cases}$$

①を②に代入して

$$1500x+3500=1200x+7000$$

$$300x=3500$$

$$x=\frac{35}{3}$$

(2)

(a) Tシャツ代 … $800 \times 25 = 20000$円

プリント代 … $400 \times 20 = 8000$円

→ 21枚以上注文すると、20枚を超えた枚数分は無料なので、20枚まで料金がかかる。

基本料金 … 11000円

よって、C社に25枚注文したときの料金は

$11000 + 20000 + 8000 = 39000$円

(b) C社にx枚注文し、そのときの料金をy円とする。

(i) $0 \leqq x \leqq 20$ のとき

$$y = 11000 + 800x + 400x$$
$$= 1200x + 11000$$

B社の式は $y = 1200x + 7000$

2つのグラフは、傾きが等しいので平行である。エ

また、切片はC社の式の方が大きいので、グラフはC社の方がB社より上側にある。オ

(ii) $x > 20$ のとき

プリント代は20枚を超えると、超えた分が無料になるので、C社の式は

$$y = 11000 + 800x + 400 \times 20$$
$$= 800x + 19000$$

何枚注文しても20枚での料金

このときのC社のグラフとB社のグラフの交点は.

$$\begin{cases} y = 1200x + 7000 & \text{——①} \\ y = 800x + 19000 & \text{——②} \end{cases}$$

を解けば良い. ①を②に代入して.

$$1200x + 7000 = 800x + 19000$$
$$400x = 12000$$
$$x = 30 \quad \text{カ}$$

よって,

$20 < x < 30$: C社のグラフがB社のグラフより上側

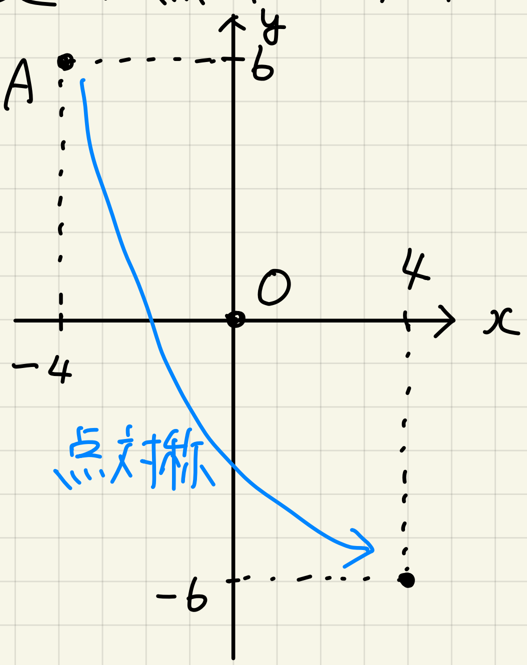
$x > 30$: C社のグラフがB社のグラフより下位

※グラフが下側の方が料金は安い。

よって, 31 キ 枚以上注文すると, C社の方がB社より代金が安くなる.

4

(1) 点Oを回転の中心として, 点Aを点対称したときの点は, 以下の通りである.



よって, 座標は $(4, -6)$

(2)

点Aは $y=\frac{1}{2}x^2$ 上にあり $x=-4$ なので,

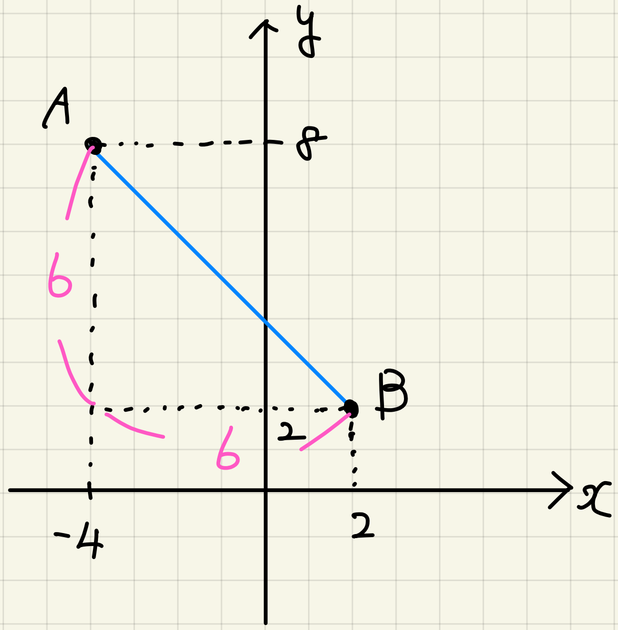
$$y=\frac{1}{2}\times(-4)^2$$
$$=8$$

$\therefore$ A$(-4, 8)$

点Bは $y=\frac{1}{2}x^2$ 上にあり, $x=2$ なので,

$$y=\frac{1}{2}\times 2^2$$
$$=2$$

$\therefore$ B$(2, 2)$



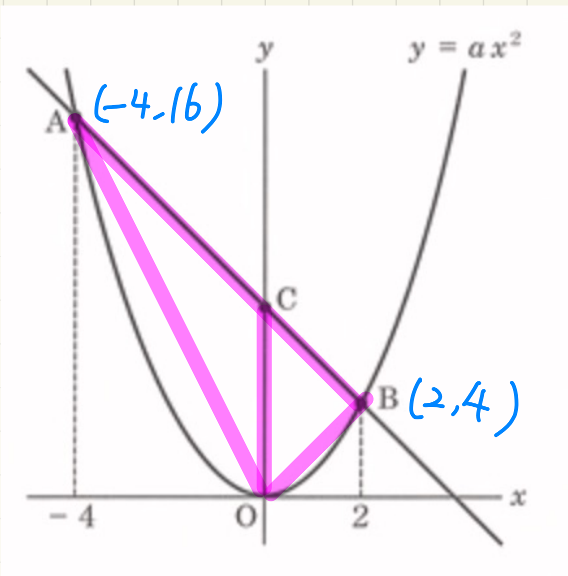
左図から, 三平方の定理より

$$AB=\sqrt{6^2+6^2}$$
$$=6\sqrt{2}\text{ cm}$$

$=\sqrt{36+36}$
$=\sqrt{72}$
$=6\sqrt{2}$

(3)

(a)



点Aは $y=x^2$ 上にあり. $x=-4$ なので, $y=(-4)^2=16$

$\therefore$ A$(-4, 16)$

点Bは $y=x^2$ 上にあり. $x=2$ なので, $y=2^2=4$

$\therefore$ B$(2, 4)$

△OAB = △OAC + △OBC より、点Cの座標を求める。
直線ABの式を $y = mx + n$ とおくと、1次関数では、
傾き = 変化の割合なので、

$$m = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

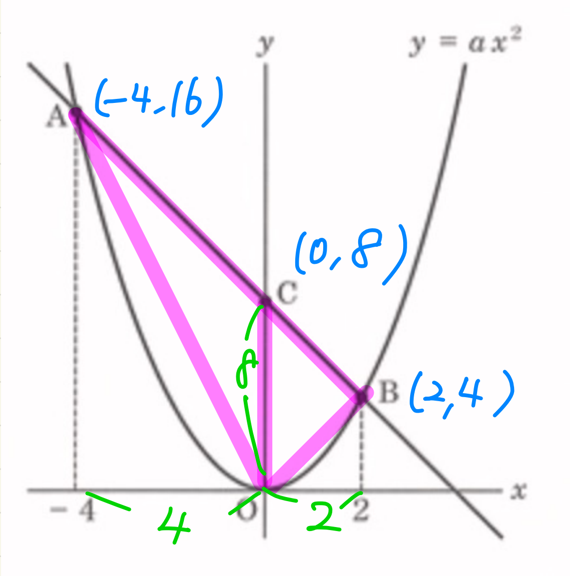
$$= \frac{4-16}{2-(-4)}$$ …A→Bの増加量

$$= -2$$

よって、$y = -2x + n$ で、B(2, 4) を通るので

$$4 = -2 \times 2 + n \Rightarrow n = 8$$

∴ C(0, 8) ⇐ 切片より



よって、

$$\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OBC$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 4 + \frac{1}{2} \times 8 \times 2$$

$$= 16 + 8 = 24$$

(6) 2点 (x_1, y_1), (x_2, y_2) の中点の座標は以下で求められる。

$$x : \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y : \frac{y_1 + y_2}{2}$$

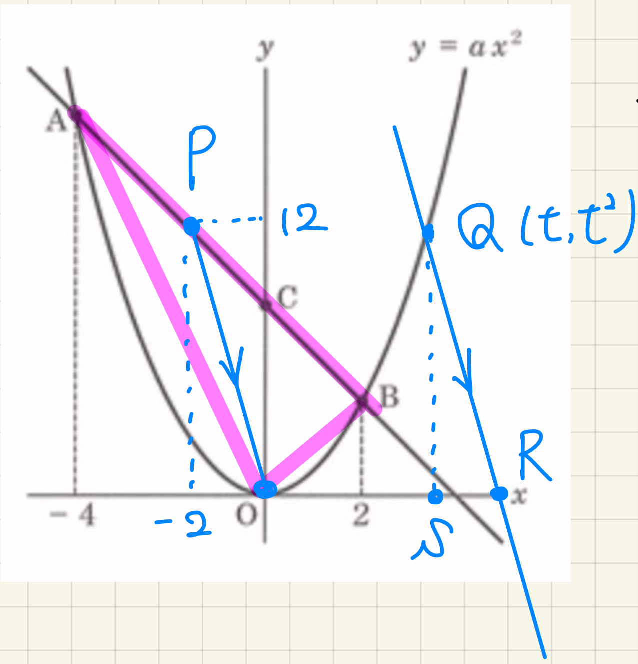
A $(-4, 16)$, C $(0, 8)$ より 中点 P の座標は

$$x : \frac{-4 + 0}{2} = -2$$

$$y : \frac{16 + 8}{2} = 12 \qquad \therefore P(-2, 12)$$

点 Q の x 座標を t とすると、点 Q は $y = x^2$ 上にあるので

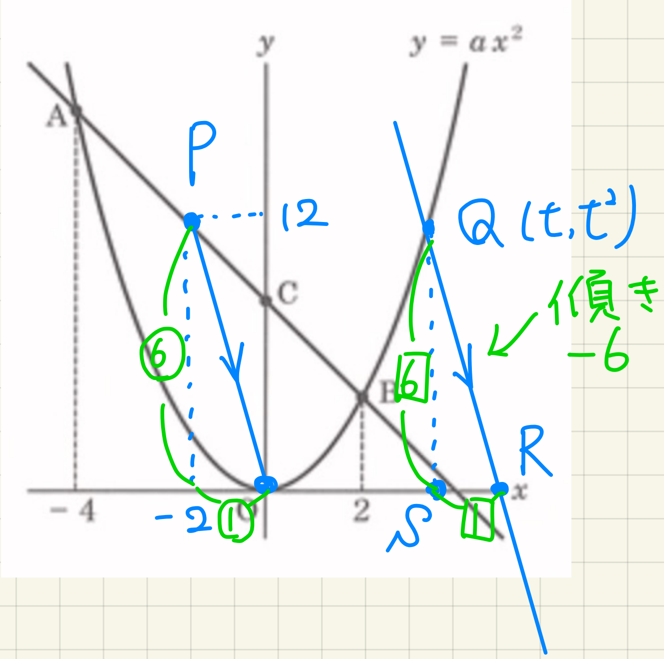
$$y = t^2 \qquad \therefore Q(t, t^2)$$



点 Q を通り OP に平行な直線を考え、この直線と x 軸との交点を R、点 Q の x 座標の点を S とする。

直線 OP : $y = -6x$

であり、平行な直線の傾きは等しいから、直線 QR の傾きも -6 である。



よって、

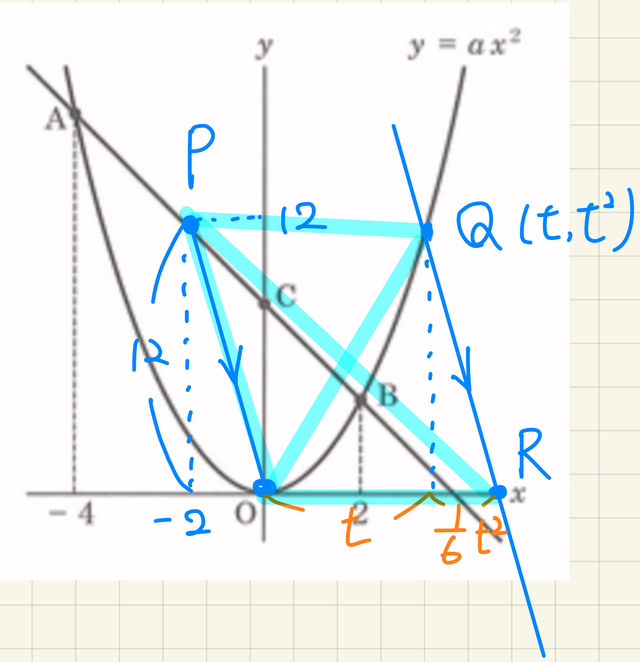
$QS = t^2$

$QS : SR = 6 : 1$

より

$6SR = t^2$

$SR = \frac{1}{6}t^2$



PO // QR より

$\triangle OPQ = \triangle OPR$

(OPを底辺とした等積変形)

よって、△OPRの面積は

$\frac{1}{2} \times 12 \times \left(t + \frac{1}{6}t^2\right)$

$= t^2 + 6t$

(a) より △OAB = 24 より

$24 = t^2 + 6t$

$\therefore t^2 + 6t - 24 = 0$

解の公式より

$$t = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times 1 \times (-24)}}{2}$$

$$= \frac{-6 \pm 2\sqrt{33}}{2} = -3 \pm \sqrt{33}$$

$t>0$（点Qのx座標は正）より

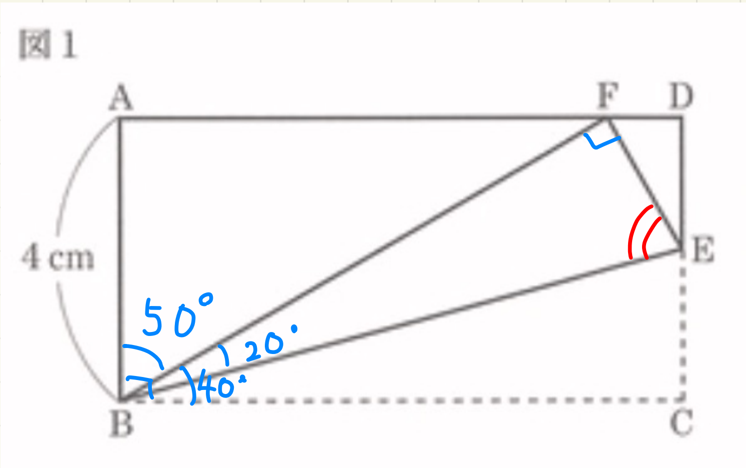
$$t=-3+\sqrt{33}$$

したがって、点Qのx座標は、$-3+\sqrt{33}$

5.

(1)

(a)



□ABCDは長方形なので、

$\angle ABC=90°$

$\angle ABF=50°$ より

$\angle FBC=90°-50°=40°$

BEは折り目なので、

$\angle FBE=\angle EBC$

よって、$\angle FBE=20°$

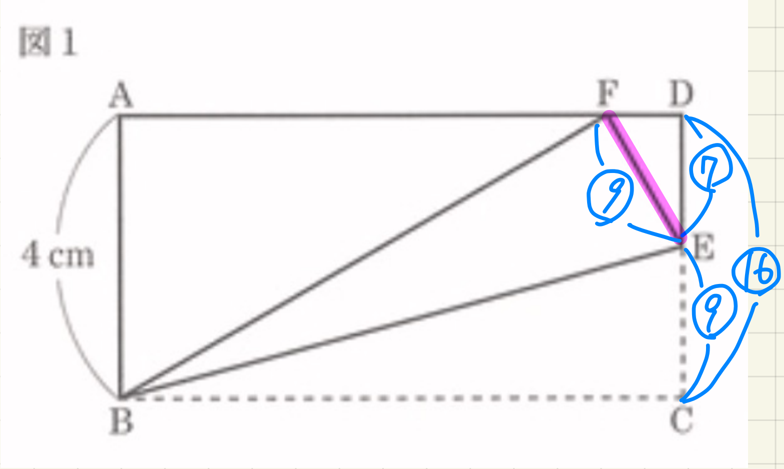
点Fは、頂点Cが移動した点なので、

$\angle BFE=90°$ （$\angle BFE=\angle BCD$）

△BEFで、三角形の内角の和は180°なので、

$$\angle BEF=180°-(90°+20°)$$
$$=180°-110°$$
$$=70°$$

(b)



DE = ⑦, EC = ⑨ とすると、

DC = ⑦ + ⑨

= ⑯

AB = CD = 4cm より

4cm = ⑯

よって、

$① = \frac{1}{16} \times 4 = \frac{1}{4}$ cm

CE = EF より、EF = ⑨

よって

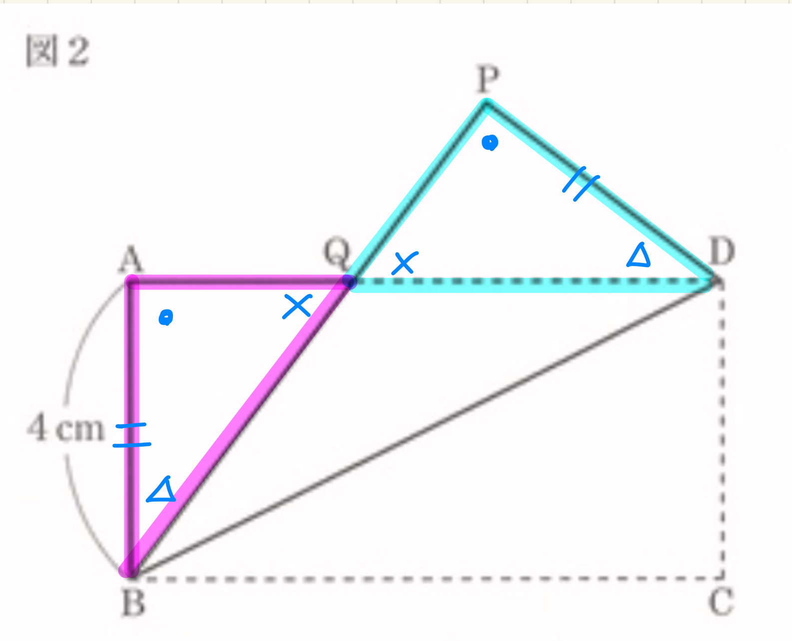
$EF = \frac{1}{4} \times 9 = \frac{9}{4}$ cm

$① = \frac{1}{4}$ cm より

$⑨ = \frac{9}{4}$ cm

(2)

(a)



△ABQ と △PDQ で、

□ABCD は長方形であり、

BD で折り重しているから

AB = PD —— ①

∠BAQ = ∠DPQ = 90° —— ②

対頂角は等しいから

∠AQB = ∠PQD —— ③

三角形の内角の和が180°であることと②,③より

$\angle ABQ = \angle PDQ$ ―― ④

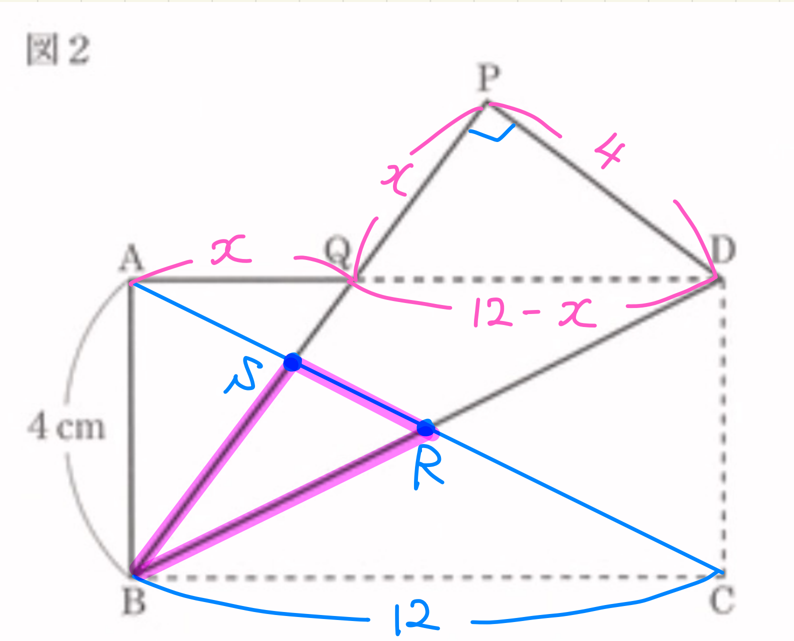
※ $\angle ABQ = 180^\circ - \angle BAQ - \angle AQB$

$\angle PDQ = 180^\circ - \angle DPQ - \angle PQD$

①,②,④から1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle ABQ \equiv \triangle PDQ$ (証明終わり)

(b)



AQ = x とおく.

$\triangle ABQ \equiv \triangle PDQ$ より

対応する辺の長さは等しいから,

$AQ = PQ$

$\therefore PQ = x$.

BDは折り目なので, $PD = CD$ $\therefore PD = 4$ cm.

また, $AD = 12$ cm, $AQ = x$ より $QD = 12 - x$.

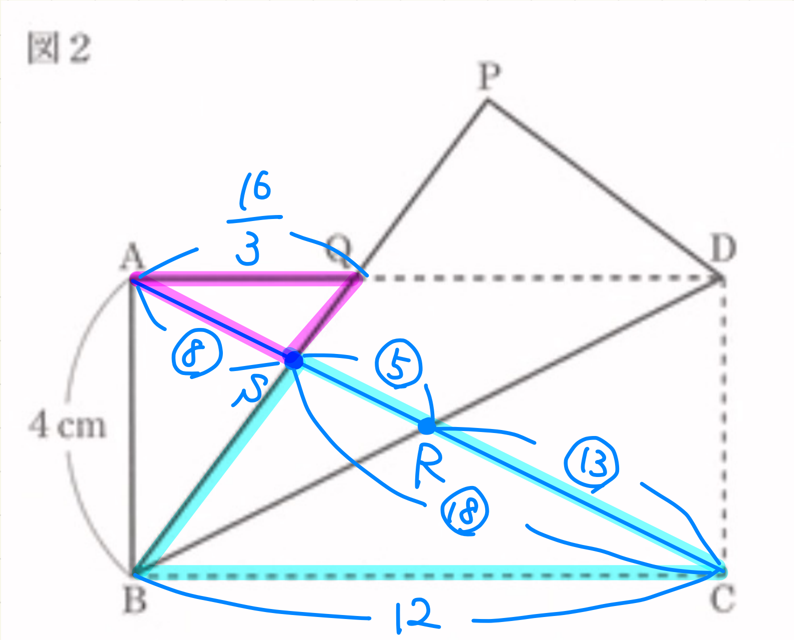
したがって, $\triangle PDQ$ で三平方の定理より

$$(12 - x)^2 = x^2 + 4^2$$

$$\therefore x^2 - 24x + 144 = x^2 + 16$$

$$-24x = -128$$

$$x = \frac{16}{3}$$



△SQAと△SBCにおいて、AQ∥BCより錯角が等しいので、

∠SQA＝∠SBC ―①

∠SAQ＝∠SCB ―②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、△SQA∽△SBC

対応する辺の比は等しいので、

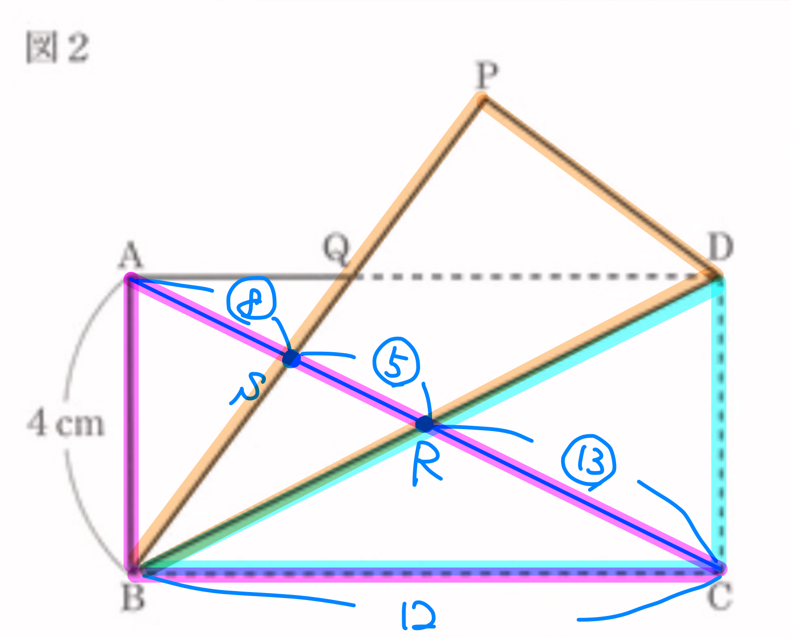
$$AS : CS = QA : BC$$
$$= \frac{16}{3} : 12$$
$$= 16 : 36$$
$$= 8 : 18$$

∴ AS＝⑧、SC＝⑱とおくと、

$$AC = AS + SC$$
$$= ⑧ + ⑱$$
$$= ㉖$$

点RはACの中点なので、CR＝⑬

∴ $SR = SC - CR$
$$= ⑱ - ⑬$$
$$= ⑤$$



△ABC = △DCBであり、BDは折り目なので、

△DCB = △PDB

∴ △ABC = △PDB

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 4$$

$$= 24$$

∴ △PDB = 24

また，△ABCと△SBRにおいて，底辺をそれぞれAC，SRとすると高さは等しいので．面積比は底辺比である．よって．

$$\underset{24}{\triangle ABC} : \triangle SBR = 26 : 5$$

$$\therefore\ 26 \times \triangle SBR = 120$$

$$\triangle SBR = \frac{60}{13}\ \mathrm{cm}^2$$

$$\square RDPS = \triangle PDB - \triangle SBR$$

$$= 24 - \frac{60}{13}$$

$$= \frac{252}{13}$$

よって，

$$\square RDPS : \triangle SBR = \frac{252}{13} : \frac{60}{13}$$

$$= 252 : 60$$
$$= 21 : 5$$

$$\therefore\ 5 \times \square RDPS = 21 \times \triangle SBR$$
$$\square RDPS = \frac{21}{5} \times \triangle SBR$$

よって、四角形RDPSの面積は、$\triangle SBR$の

面積の $\frac{21}{5}$ 倍