2023年度 福岡県

数学

Km km

1

(1) 与式 $= 9 - 12$

$= -3$

(2) 与式 $= 10a + 8b - a + 6b$

$= 9a + 14b$

(3) 与式 $= 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$

$= 3\sqrt{3}$

※ $\frac{18}{\sqrt{3}} = \frac{18}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{3}}{3} = 6\sqrt{3}$

(4) 式を整理して

$x^2 - x - 20 = 3x - 8$

$x^2 - 4x - 12 = 0$

$(x+2)(x-6) = 0$

よって，$x = -2, 6$

(5) 2つのさいころを同時に投げたとき，出る目の場合の数は $6 \times 6 = 36$ 通り

×	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

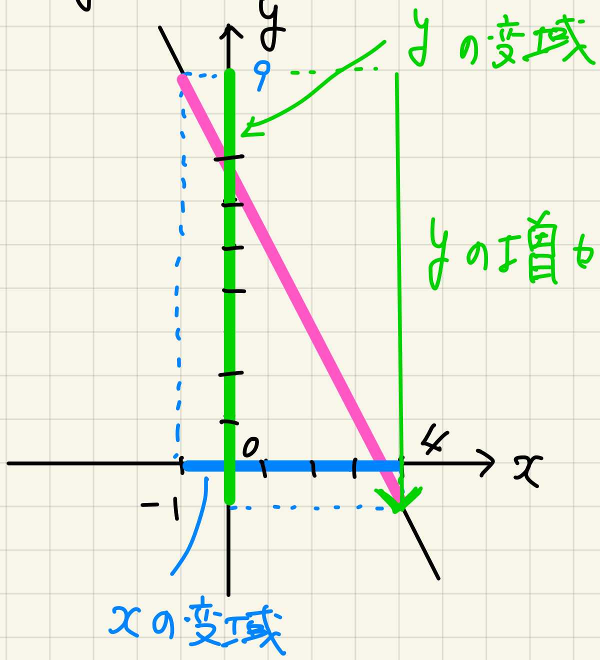
出る目の数の積が偶数となるのは，左の表より 27通り

よって求める確率は

$\frac{27}{36} = \frac{3}{4}$

(6)

$y=-2x+7$



$x=-1$ のとき

$y=-2\times(-1)+7$

$=2+7=9$

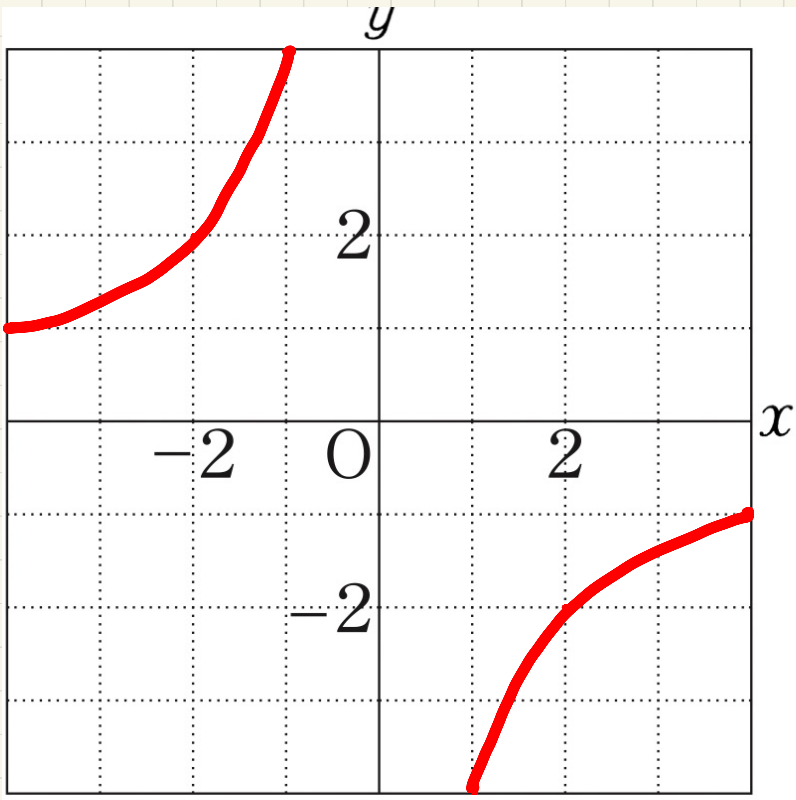
$x=4$ のとき

$y=-2\times4+7$

$=-8+7=-1$

よって、yの増加量は $-1-9=-10$

(7)



※ $x=1$ のとき $y=-4$

$x=2$ のとき $y=-2$

$x=4$ のとき $y=-1$

$x=-1$ のとき $y=4$

$x=-2$ のとき $y=-2$

$x=-4$ のとき $y=-1$

(8)

40人の生徒のうち，ICT機器を使用しているのは，
32人なので，8割の生徒が使用している。

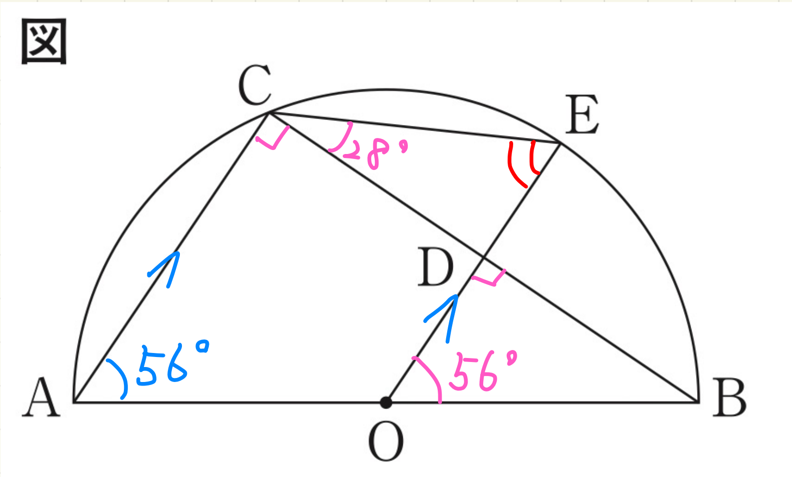
$\frac{32}{40}=0.8$

よって，450人の生徒では，

$$450\times0.8=360$$

360人の生徒がICT機器を使用していると，
推定できる。

(9) 図



∠ACBは，直径ABに対する円周角なので，

$$\angle ACB=90^\circ$$

AC∥OEより同位角が等しいので，

$\angle CAO=\angle EOB$　　$\therefore\ \angle EOB=56^\circ$

$\angle ACB=\angle ODB$　　$\therefore\ \angle ODB=90^\circ$

$\overset{\frown}{BE}$に対する円周角と中心角より

$\angle ECB=\frac{1}{2}\angle EOB$　　$\therefore\ \angle ECB=28^\circ$

よって，△CDEで，内角の和は180°だから

$$\angle DEC=180^\circ-(90^\circ+28^\circ)$$
$$=62^\circ$$

$\boxed{2}$

(1) 定価を x 円とする。定価の20%引きは

$$\left(1-\frac{2}{10}\right)x = \frac{8}{10}x$$
$$= \frac{4}{5}x$$

これが a 円となるので

$$\frac{4}{5}x = a \quad \therefore\ x = \frac{5}{4}a$$

(2) 生徒の人数を x 人とする。

生徒1人に5個ずつ分けると8個余るので

$$5x+8$$

生徒1人に7個ずつ分けると、10個足りないので

$$7x-10$$

よって、

$$5x+8 = 7x-10$$

これを解いて

$$-2x = -18$$
$$x = 9$$

あめの数は

$$5\times 9+8 = 53$$

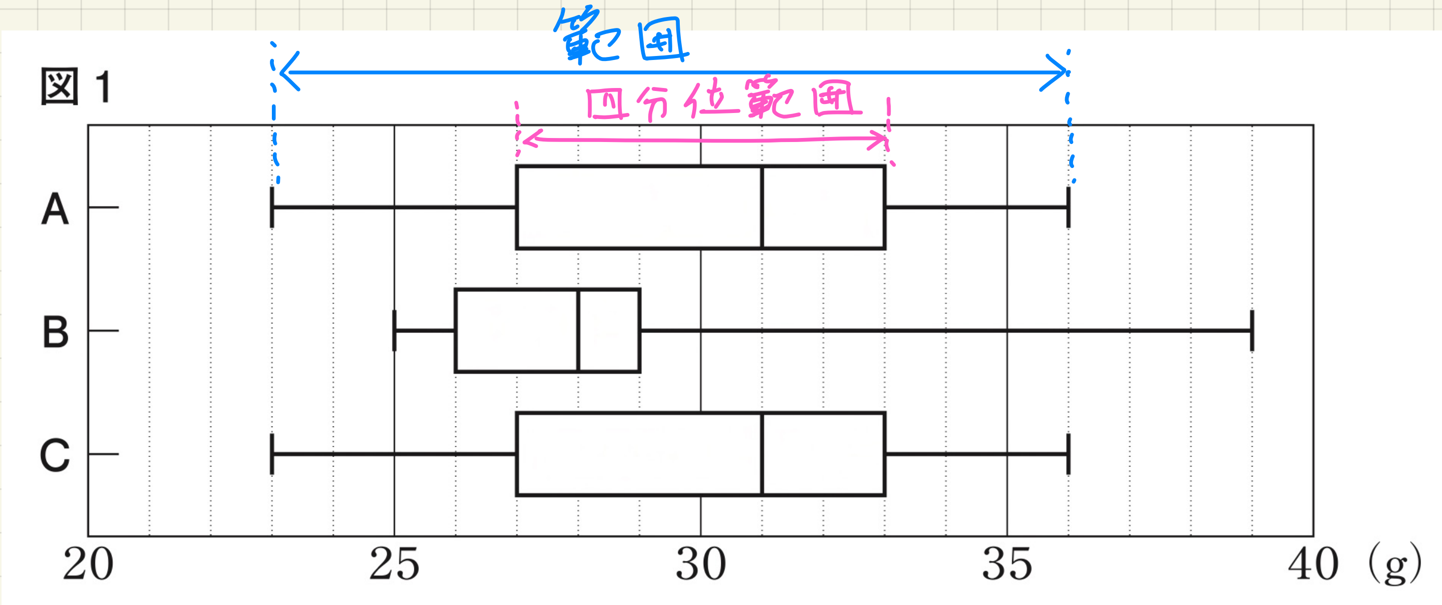
よって、生徒9人、あめ53個

あめを生徒1人に6個ずつ分けると、必要な個数は

$6\times 9 = 54$ 個。$53 < 54$ なので、あめは足りない。

$\boxed{3}$

(1)



範囲 ： 36 − 23 = 13 g

四分位範囲 ： 33 − 27 = 6 g

(2)

Ⓧ Aの箱ひげ図より、中央値は31g。

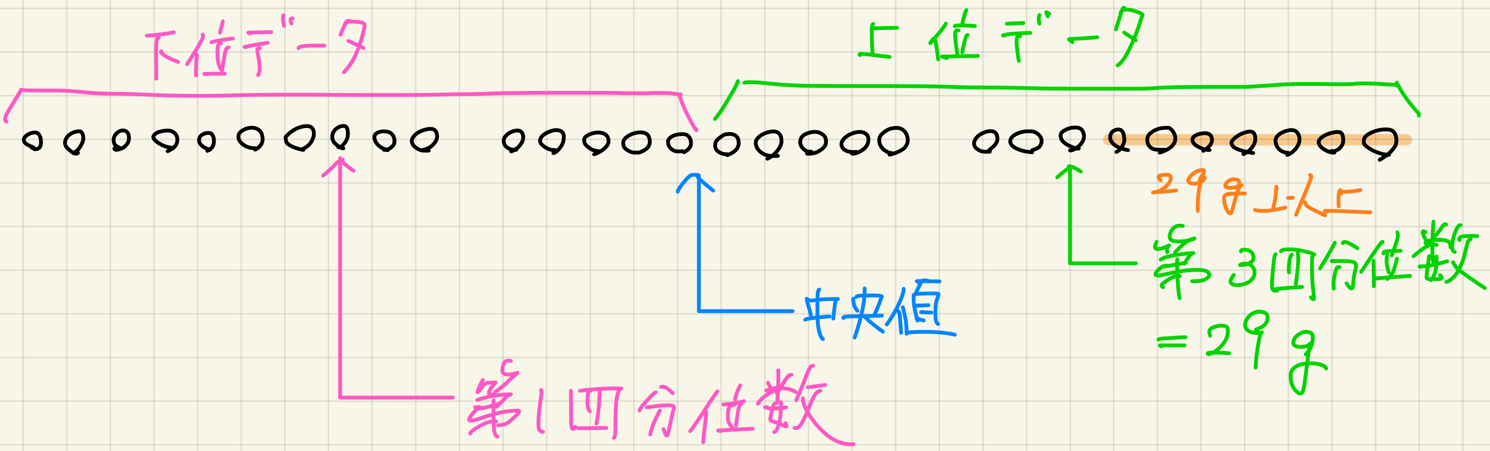
したがって、データの50%以上は31g以上である。

いちごは30個なので、30g以上は15個以上ある。

30個の50%

よって、ウ

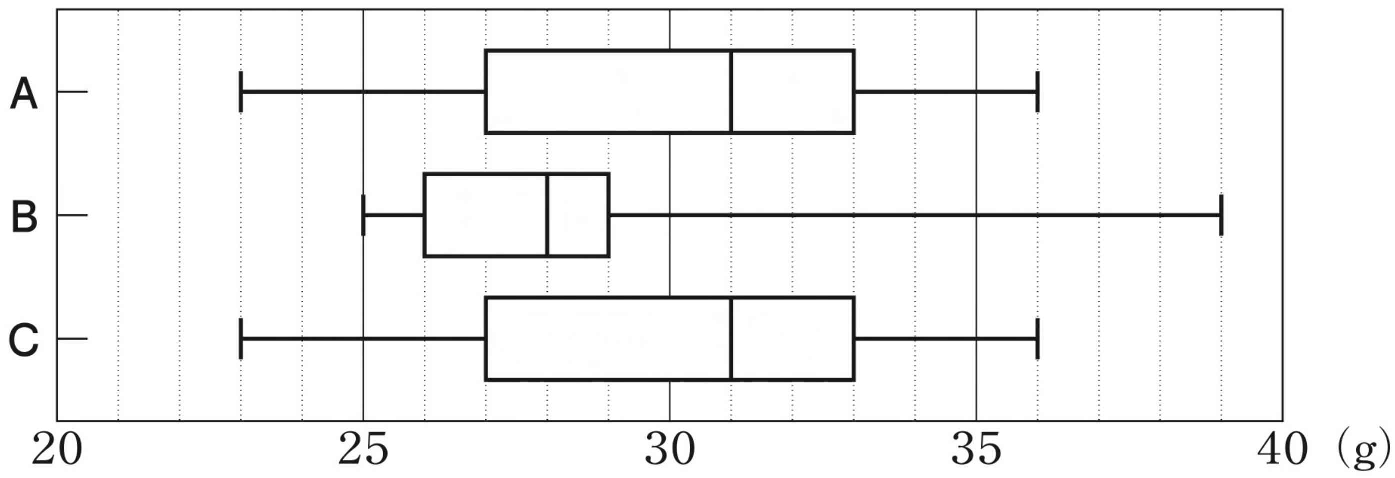
Ⓨ Bの箱ひげ図より、第3四分位数は29g



29g を超える重さは、多くても7個である。よって、
30g 以上のいちごは、7個以下である。
よって オ

(2)
図2より
22 ~ 24 … 1個
24 ~ 26 … 2個
26 ~ 28 … 5個
28 ~ 30 … 6個
度数
よって、30g 未満の累積度数は、
1 + 2 + 5 + 6 = 14 個

図 1



C のデータについて、
最小値 : 23 ⇒ 22 ~ 24
第1四分位数 : 27 ⇒ 26 ~ 28
中央値 : 31 ⇒ 30 ~ 32
第3四分位数 : 33 ⇒ 32 ~ 34
最大値 : 36 ⇒ 36 ~ 38

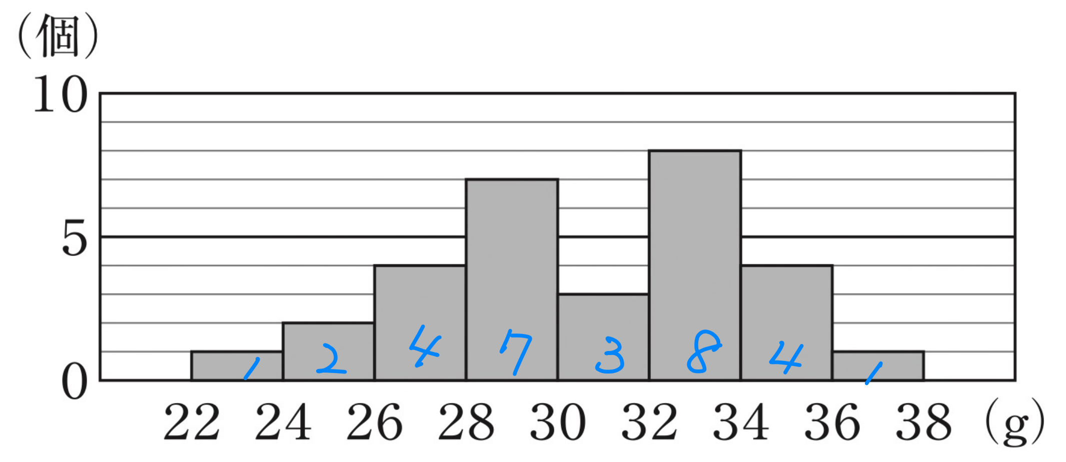
また，30個のデータについて，小さい順に並べたとき．

第1四分位数：8番目

中央値：15番目と16番目の平均値

第3四分位数：23番目

ア

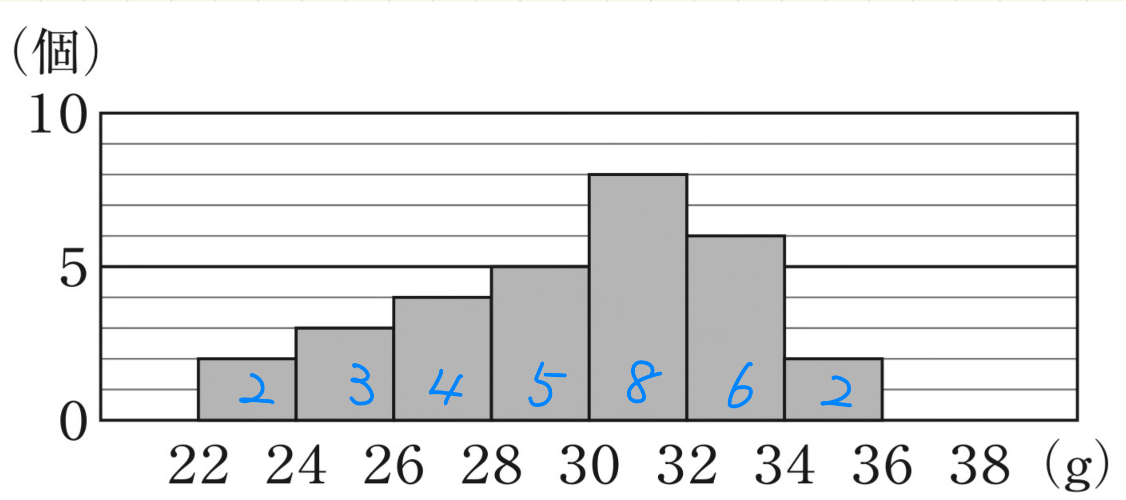


最小値　：22〜24

第1四分位数：28〜30

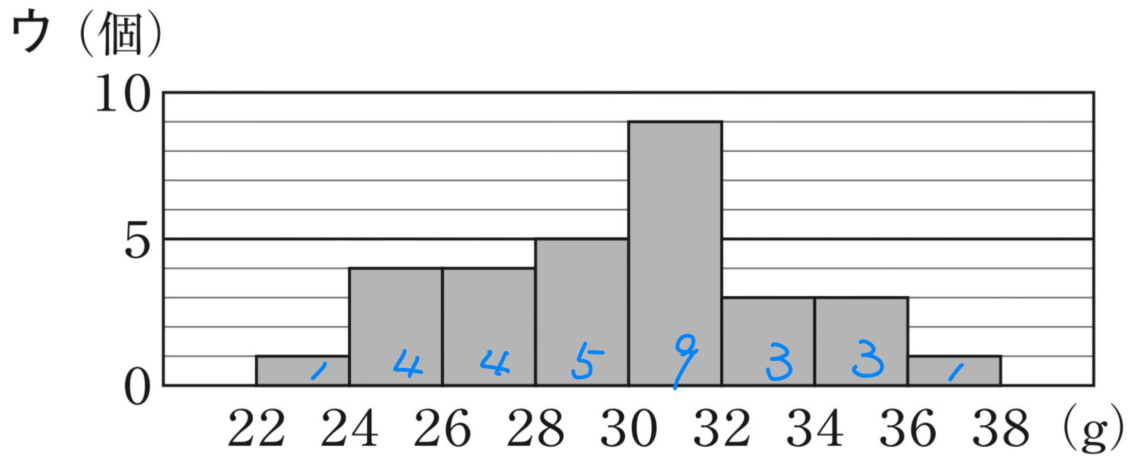
よって不適．

イ



最大値　：34〜36

よって不適



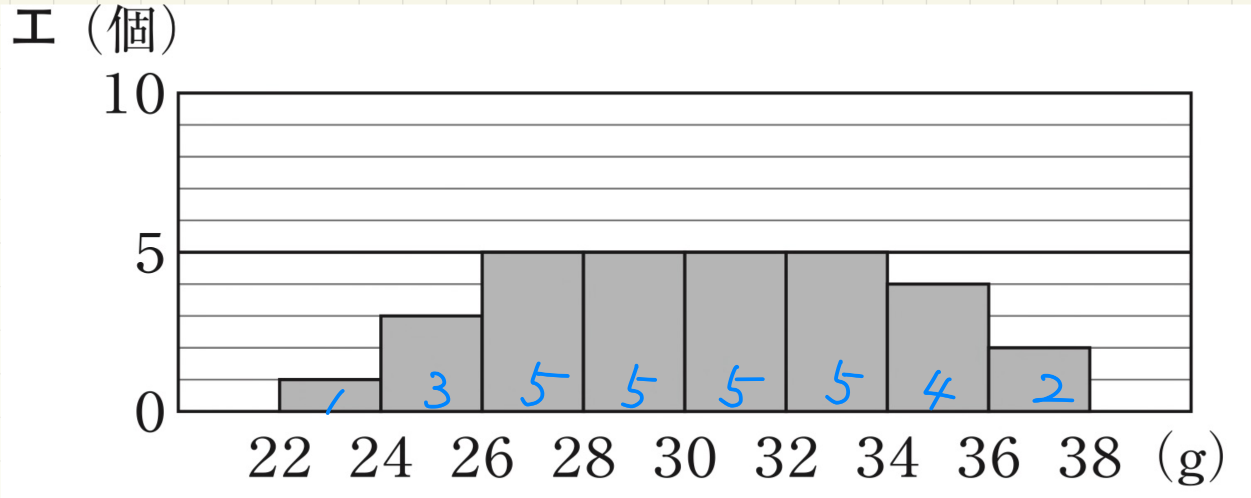
最小値 : 22 ～24

第1四分位数 : 26 ～28

中央値 : 30 ～32

第3四分位数 : 30～32

よって不適



最小値 : 22 ～24

第1四分位数 : 26～28

中央値 : 30 ～32

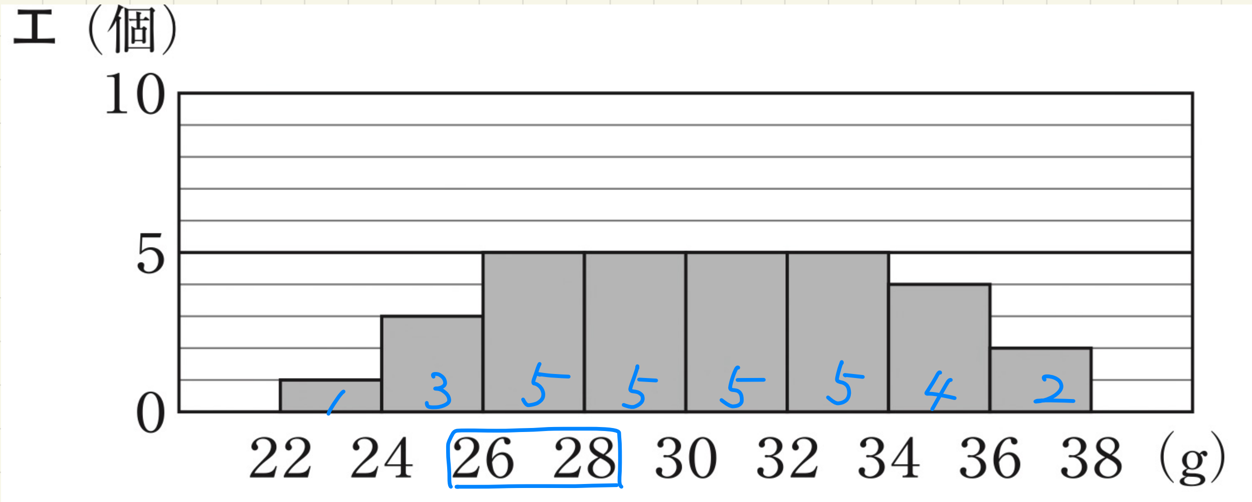
第3四分位数 : 32 ～34

最大値 : 36 ～38

よって適する。

以上より エ

(参考)



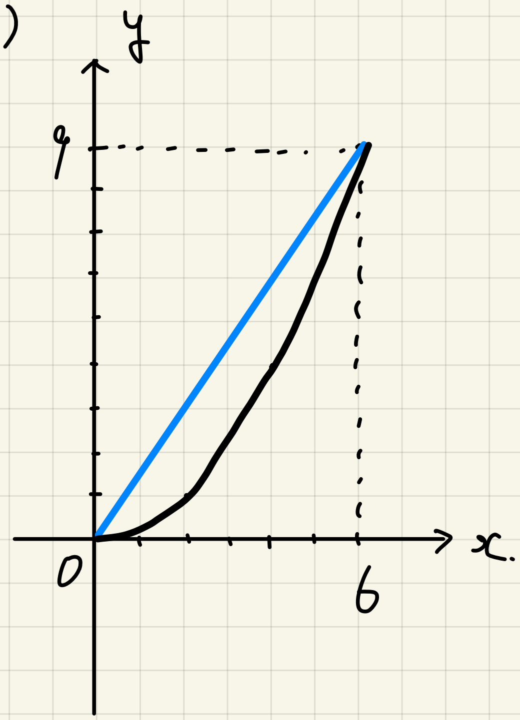
24〜26 の累積度数は、1+3 = 4

26〜28 の累積度数は、1+3+5 = 9

したがって、データを小さい順に並べたとき、
5番目 〜 9番目のいちごは、26g 〜 28g に属する。
第1四分位数は、データを小さい順に並べたとき、
8番目なので、第1四分位数は、26〜28 となる。

$\boxed{4}$

(1)



(0,0) と (6,9) を結んだ直線は、一定の速度で進んだときの道のりを示している。

よって、点Pを出発してから6秒後までの平均の速さである。

⇒ ウ

(2) 自転車のグラフは直線である。また、原点を通るので、$y=ax$ とおくと、表より $x=4$, $y=25$ なので、

$$25=4a \Rightarrow a=\frac{25}{4}$$

$$\therefore y=\frac{25}{4}x$$

まず、自転車が点Qを通過する時間を求める。

$y=\frac{25}{4}x$ に $y=100$ を代入して、

$$100=\frac{25}{4}x \quad \therefore x=100\times\frac{4}{25}=16$$

次にバスが点Qを通過する時間を求める。

$y=\frac{1}{4}x^2$ に $y=100$ を代入して、

$$100=\frac{1}{4}x^2 \quad \therefore x^2=400 \Rightarrow x=\pm 20$$

$x>0$ より $x=20$

したがって、自転車が点Qを通過してから4秒後にバスが点Qを通過する。

$20-16=4$

(3) タクシーのグラフの式を $y=ax+b$ とする。
傾きは速さを表し，毎秒 10m で進むので，$a=10$
よって，$y=10x+b$ と表せる。
タクシーは，バスが点Pを出発した10秒後にP地点を通過する。点Pは $y=0$m 地点なので，$x=10$ のとき $y=0$ である。これを $y=10x+b$ に代入して，

$$0=10\times10+b \Rightarrow b=-100$$

∴ タクシーのグラフの式は，$y=10x-100$

タクシーと自転車が追いつくのは，それぞれのグラフの交点であるから，

$$\begin{cases} y=\dfrac{25}{4}x & \text{— ①} \\ y=10x-100 & \text{— ②} \end{cases}$$

を解けば良い。①を②に代入して，

$$\frac{25}{4}x=10x-100$$

$$25x=40x-400$$

$$15x=400 \Rightarrow x=\frac{80}{3}\ (=26.66\cdots)$$

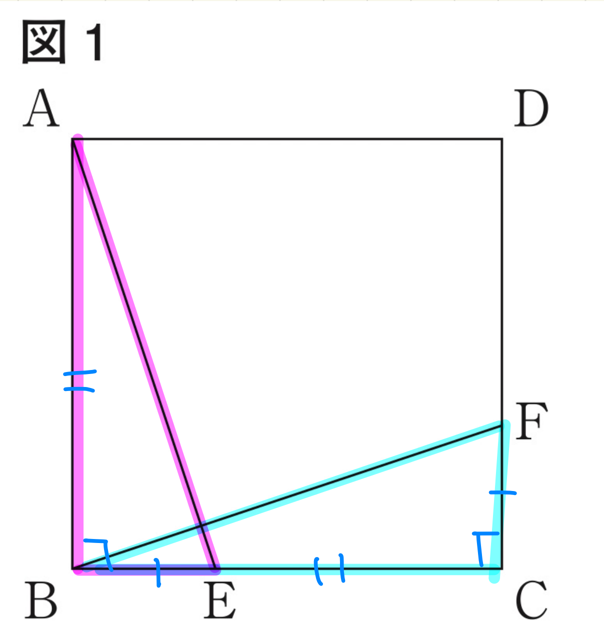
イ

$\frac{80}{3}$ は 25 より大きいので，タクシーはバスより
ア
先に自転車に追いつくことができない！
エ

※ バスと自転車が追いつくのは 25秒後
タクシーと自転車が追いつくのは，26.66…秒後。
よって，バスと自転車が先に追いつく。

$\boxed{5}$

(1)



△ABEと△BCFにおいて、

仮定から

BE = CF ——①

□ABCDは正方形だから

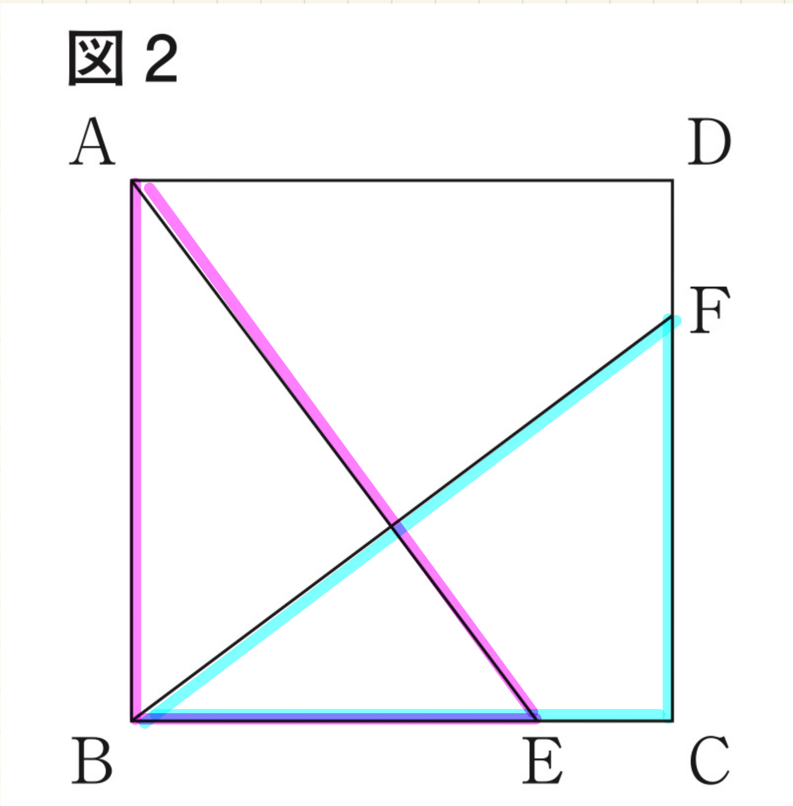
AB = BC ——②

∠ABE = ∠BCF = 90° ——③

①,②,③より2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、△ABE ≡ △BCF

合同な図形では、対応する線分の長さは、それぞれ等しいから、AE = BF

(2)



仮定から BE = CF

□ABCDが正方形より

AB = BC

∠ABE = ∠BCF = 90°

よって(1)と同じ条件で、

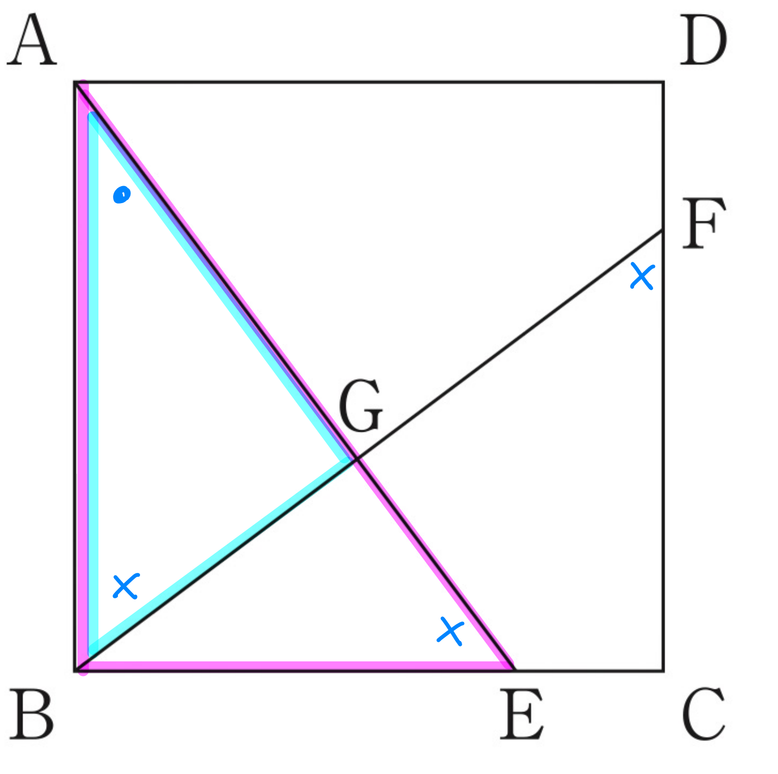
△ABE ≡ △BCFとなるので、

証明しなおす必要はない。

したがって、イ

(3)

図3



△ABEと△AGEにおいて,

共通な角は等しいから

∠EAB = ∠BAG ―①

△ABE ≡ △BCF より

対応する角は等しいから

∠BEA = ∠CFG ―②

DC // AB より錯角は等しいので.

∠CFB = ∠GBA ―③

②, ③ より

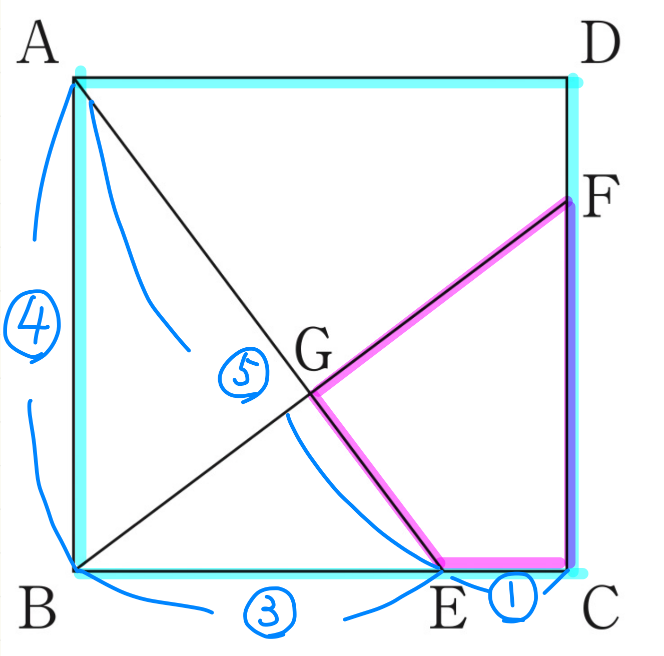
∠BEA = ∠GBA ―④

①, ④ より2組の角がそれぞれ等しいので.

△ABE ∽ △AGB (証明終わり)

(4)

図3



BE : EC = 3:1 より

BE = ③, EC = ① とおく.

BC = BE + EC = ④

AB = BC より. AB = ④

よって, □ABCD の面積は.

④ × ④ = ⑯

△ABEで三平方の定理より

$AE = \sqrt{3^2 + 4^2}$ $= \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

$= 5$

(3)より △ABE ∽ △AGB なので、相似比は

$AE : AB = 5 : 4$

相似な三角形の面積比は、相似比の2乗に等しいので

$\triangle ABE : \triangle AGB = 5^2 : 4^2$

$= 25 : 16$

ここで

$\triangle ABE = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$

なので

$\underbrace{\triangle ABE}_{6} : \triangle AGB = 25 : 16$

$25 \triangle AGB = 96$

$\therefore \triangle AGB = \frac{96}{25}$

ここで、(1)より △ABE ≡ △BCF であり

$\square BECF = \triangle BCF - \triangle BEG$

$\triangle AGB = \triangle ABE - \triangle BEG$

であるから $\underbrace{\square BECF = \triangle AGB}_{\text{面積が等しい}}$

よって，

$\square BECF = \frac{96}{25}$

ゆえに，

$\square ABCD : \square BECF = 16 : \frac{96}{25}$

$16\square BECF = \frac{96}{25}\square ABCD$

$\therefore \square BECF = \frac{96}{25} \times \frac{1}{16} \times \square ABCD$

$= \frac{6}{25}\square ABCD$

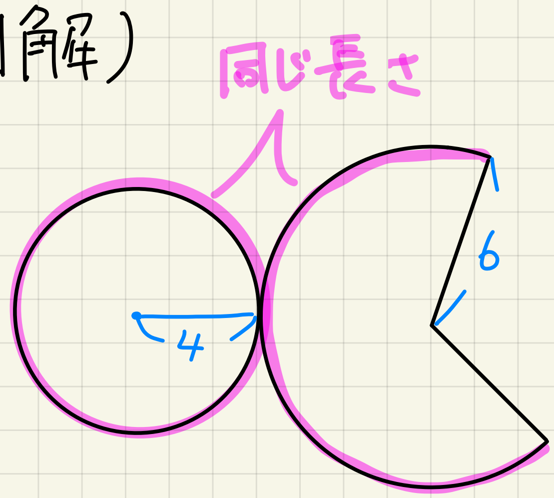
したがって，$\square BECF$ は $\square ABCD$ の $\frac{6}{25}$ 倍

$\boxed{6}$

(1) 円すいの表面積 ＝ (半径 ＋ 母線) × 半径 × π より

$(4+6) \times 4 \times \pi = 40\pi \ cm^2$

(別解)



底面の周周と，おうぎ形の周の長さは等しい。おうぎ形の中心角を x とすると，

$8\pi = 12\pi \times \frac{x}{360}$

$\therefore \frac{x}{360} = \frac{2}{3}$

よって，表面積は

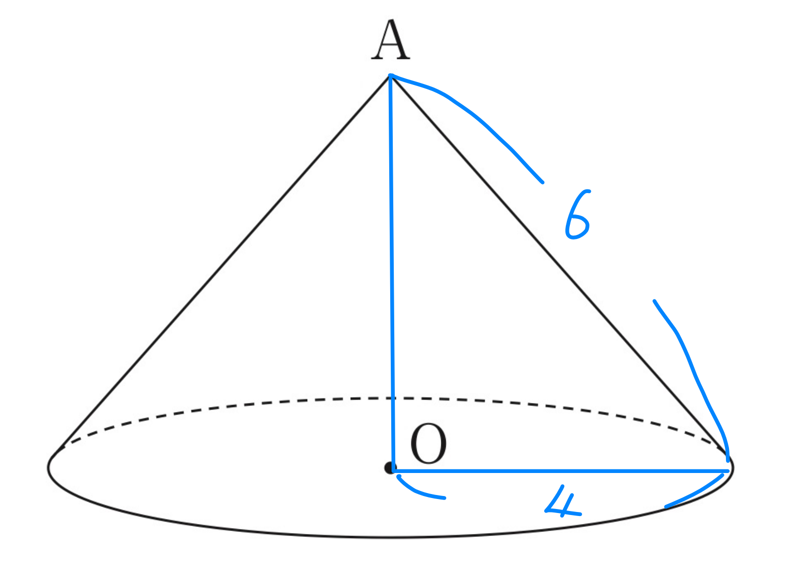
$$4\times4\times\pi + 6\times6\times\pi\times\boxed{\frac{x}{360}} = \frac{2}{3}$$

$$= 16\pi + 36\pi\times\frac{2}{3}$$

$$= 16\pi + 24\pi = 40\pi\ cm^2$$

(2)

図 1



円すいの高さは，三平方の定理より

$$\sqrt{6^2-4^2} = \sqrt{36-16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$= 2\sqrt{5}$$

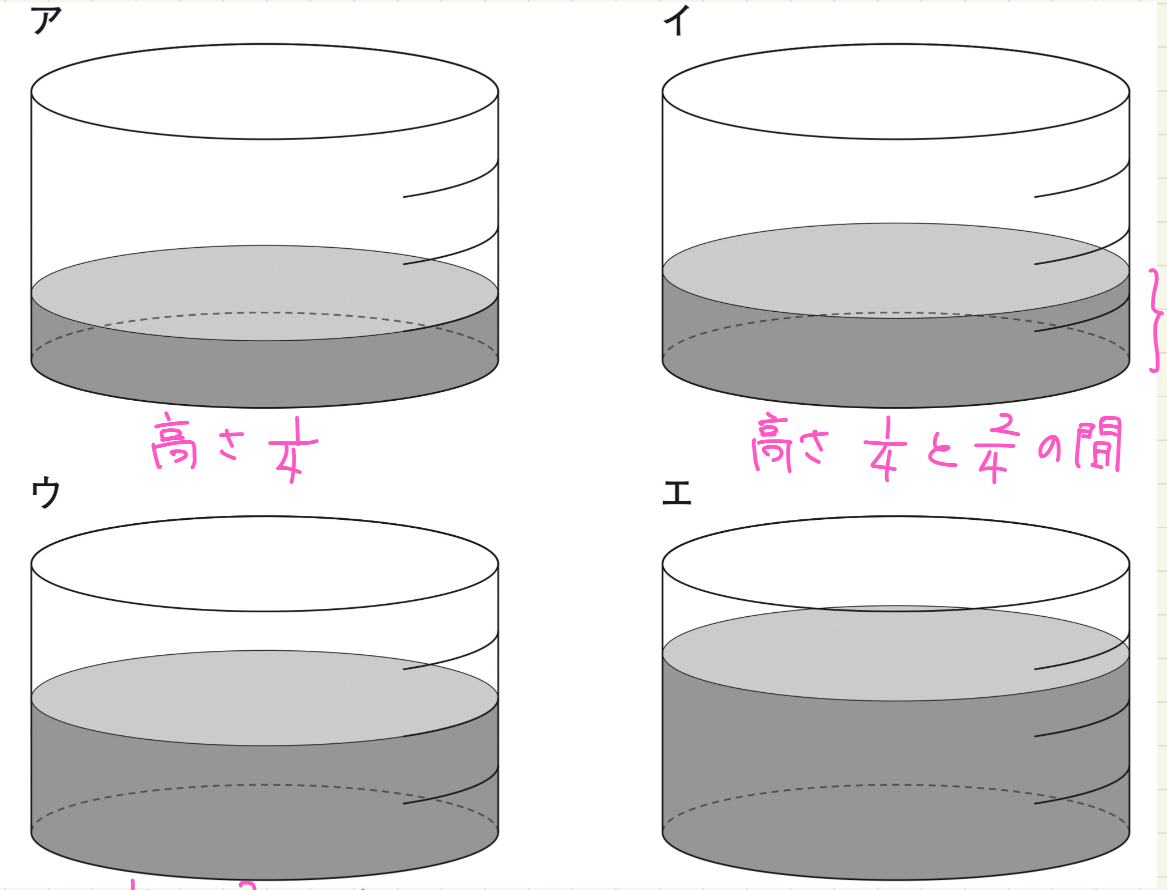
よって，円柱の容器の高さも $2\sqrt{5}$ cm である。
また，円すいの体積は

$$\text{半径}\times\text{半径}\times\pi\times\text{高さ}\times\frac{1}{3}$$

円柱の体積は

$$\text{半径}\times\text{半径}\times\pi\times\text{高さ}$$

である。よって，円すいの体積と同じ量の水を円柱の容器に入れると，$\frac{1}{3}$ の高さになる。



$\frac{1}{3}$

高さ $\frac{1}{4}$

高さ $\frac{1}{4}$ と $\frac{2}{4}$ の間

高さ $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

高さ $\frac{2}{4}$ と $\frac{3}{4}$ の間

$\frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{2}{4}$ であるから、イ

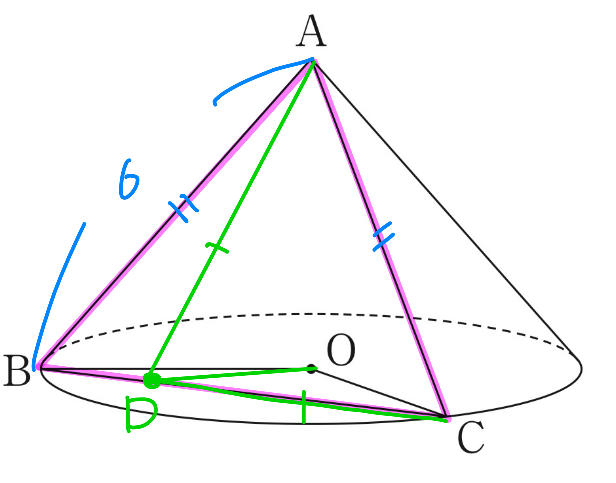
$\frac{3}{12} < \frac{4}{12} < \frac{6}{12}$

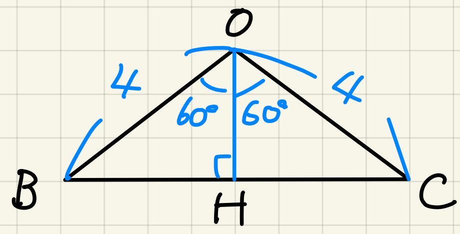
また、円柱の高さは $2\sqrt{5}$ cm なので、水の高さは

$$2\sqrt{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{5}}{3} \text{ cm}$$

(3)

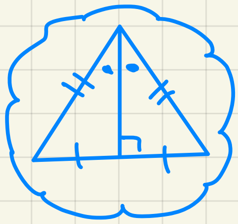
図2





△OBCについて、OからBCに下ろした垂線の足をHとする。

△OBCは、OB＝OCの二等辺三角形なので、OHは、∠BOCを二等分する。



∠BOC＝120°より、∠BOH＝60°

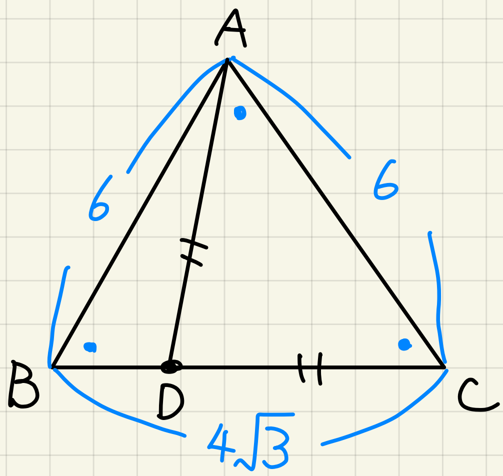
よって、△BOHは、30°－60°－90°の直角三角形である。

∴ OH：OB：BH＝1：2：$\sqrt{3}$

　　　　4

4：BH＝2：$\sqrt{3}$　∴ 2BH＝$4\sqrt{3}$ ⇒ BH＝$2\sqrt{3}$

BH＝CHより CH＝$2\sqrt{3}$、よって、BC＝$4\sqrt{3}$ cm



△ABCと△DCAを考える。

点Dは、AD＝CDとなるようにとるので、△DCAは二等辺三角形。よって、

∠DAC＝∠DCA ── ①

また、△ABCは、AB＝ACの二等辺三角形なので、

∠ABC＝∠ACB ── ②

①、②から、△ABC と △DCA の底角が等しい。よって、

$\triangle ABC \backsim \triangle DCA$

対応する辺の比は等しいから

$\underbrace{AC}_{6} : DA = \underbrace{BC}_{4\sqrt{3}} : \underbrace{CA}_{6}$

よって、

$4\sqrt{3}\,DA = 36$

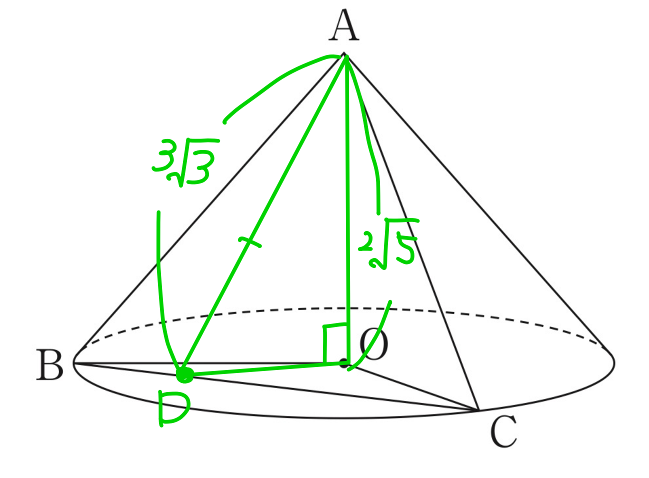
$DA = \dfrac{36}{4\sqrt{3}}$

$= \dfrac{36}{4\sqrt{3}} = \dfrac{9}{\sqrt{3}} = \dfrac{9}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{9\sqrt{3}}{3}$

$= 3\sqrt{3}$

$= 3\sqrt{3}$ cm.

図 2



△ADOで三平方の定理より

$OD = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{5})^2}$

$= \sqrt{27 - 20}$

$= \sqrt{7}$ cm