2023年度　北海道

数学

Km Km

$\boxed{1}$

問1

(1) 与式 $= 9+5$

$= 14$

(2) 与式 $= 9\times 6$

$= 54$

(3) 与式 $= \sqrt{28}$

$= 2\sqrt{7}$

問2

くじの引き方は9通り.

教室清掃の担当になるのは, 偶数のくじを引いたときなので4通り (2, 4, 6, 8)

よって, 確率は $\frac{4}{9}$

問3

1次関数の式を $y=ax+b$ とおくと, 表より

$6 = -a+b$ ―①

$-)\ 3 = 2a+b$ ―②

$3 = -3a$

$\therefore a=-1$

$a=-1$ を①に代入して,

$6 = -(-1)+b$

$\therefore b=5$

よって, $y=-x+5$

表の□は, $x=0$ のときの y の値なので.

$y=0+5=5$ $\therefore 5$

問4

円すいの高さを x cm とすると,

$$6 \times 6 \times \pi \times x \times \frac{1}{3} = 132\pi.$$

$$12x = 132 \quad \therefore x = 11$$

よって,円すいの高さは 11 cm

問5

$$(x-a)(x-b) = x^2 - bx - ax + ab$$
$$= x^2 - (a+b)x + ab$$

$$x^2 - \square x + 14 = x^2 - (a+b)x + ab$$

より. $ab = 14$.

2つの自然数をかけて14となるのは.

① $a = 2$ のとき $b = 7$　　※ $a = 7$ のとき $b = 2$

② $a = 14$ のとき $b = 1$　　$a = 1$ のとき $b = 14$ でも良い!

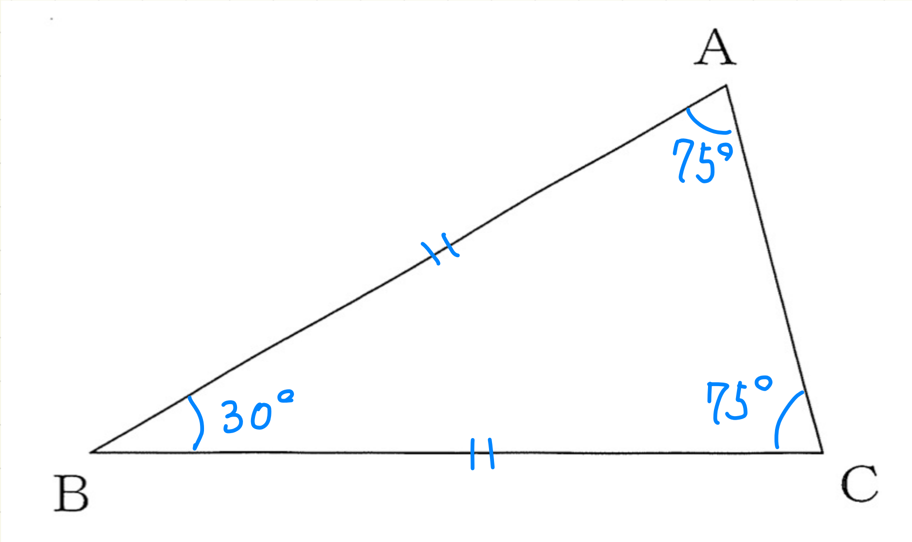
よって.

① のとき $a + b = 2 + 7 = 9$

② のとき $a + b = 14 + 1 = 15$

したがって $\square$ に当てはまる数は 9, 15

問6.

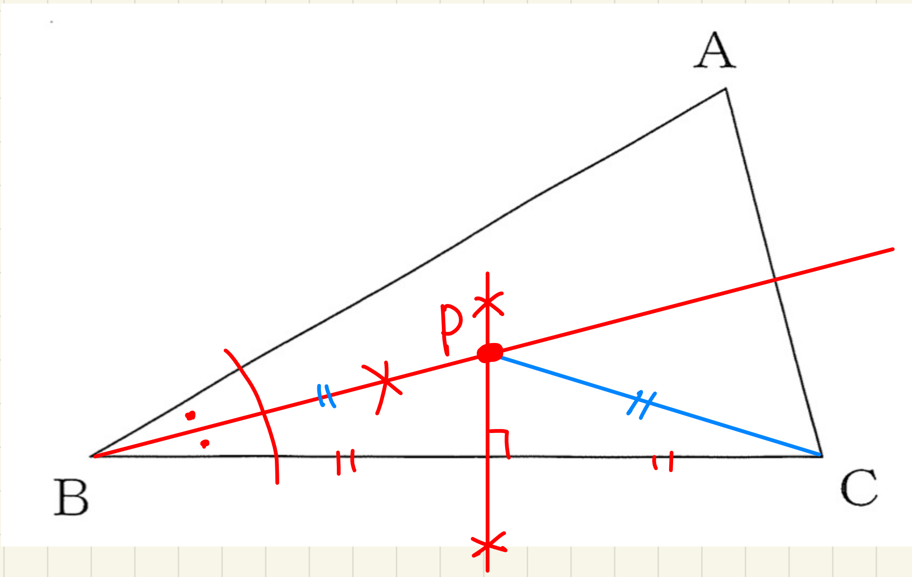


△ABCは二等辺三角形なので、

$\angle ACB = \angle CAB = 75°$

$\angle ABC = 180° - 75° \times 2$

$= 30°$

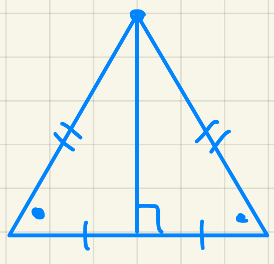


① ∠ABCの二等分線を描く

② BCの垂直二等分線を描く。

③ ①, ②の交点がP. (PB=PCより△PBCは二等辺三角形。よって、∠PBC=∠PCB=15°)。

※



二等辺三角形の性質.

2

問1

かける数

かけられる数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

$a=1,\ b=2,\ c=2,\ d=4$

のとき，$a+b+c+d$ は

$1+2+2+4=9$ となり

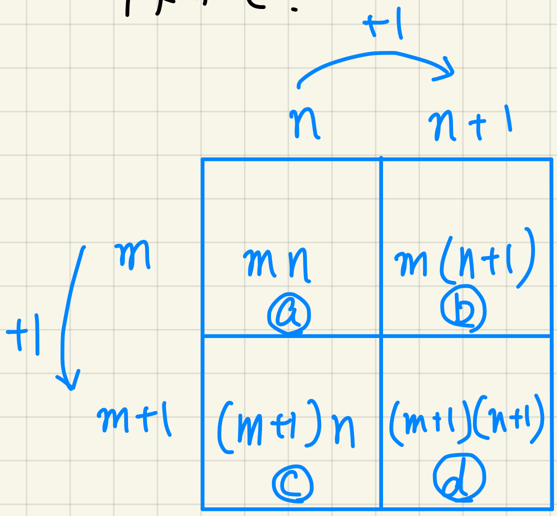
5の倍数ではない。

問2

a を，かけられる数 m，かける数 n の積として，

$a=mn$ とすると，b, c, d は，それぞれ，m, n を

使って，



$b=m(n+1)$

$c=(m+1)n$

$d=(m+1)(n+1)$

と表すことができる。このとき，4つの数の和 $a+b+c+d$ は，

$$
\begin{aligned}
a+b+c+d &= mn+m(n+1)+(m+1)n+(m+1)(n+1)\\
&= mn+mn+n+mn+n+mn+m+n+1\\
&= 4mn+2m+2n+1
\end{aligned}
$$

$$= (2m+1)(2n+1)$$

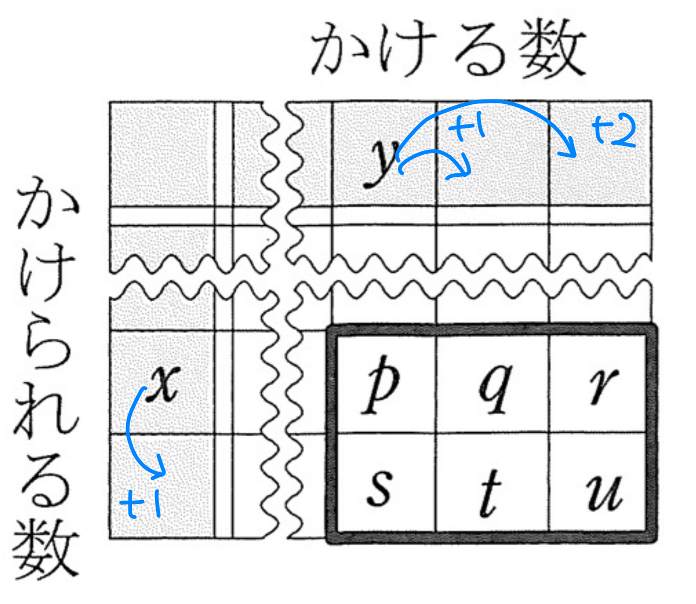
$$= \{m + (m+1)\}\{n + (n+1)\}$$

※ $2m+1 = m+m+1$, $2n+1 = n+n+1$

となる。したがって、縦横に隣り合う4つの数の和は、(かけられる数の和)×(かける数の和)である。

問3.

図2



かけられる数の和

$$x + x+1$$
$$= 2x+1$$

かける数の和

$$y + y+1 + y+2$$
$$= 3y+3$$
$$= 3(y+1)$$

6つの数の和は、(かけられる数の和)×(かける数の和)と等しいので、

$$(2x+1)\times 3(y+1) = \underbrace{162}_{6つの数の和}$$

両辺を3で割って、

$$(2x+1)(y+1) = 54$$

九九なので、一番下、一番右は、9

ここで、表が九九であることに注意すると、

$x+1 < 9$, $y+2 < 9$ ∴ $x < 8$, $y < 7$

また，九九で2つの積が54となるのは，

6×9，9×6

である。

① $2x+1=6$，$y+1=9$ のとき

$$\left(\underbrace{(2x+1)}_{=6}\underbrace{(y+1)}_{=9}=54\right)$$

$x=\frac{5}{2}$，$y=8$。 x，は9以下の自然数なので，

不適

② $2x+1=9$，$y+1=6$ のとき

$$\left(\underbrace{(2x+1)}_{=9}\underbrace{(y+1)}_{=6}=54\right)$$

$x=4$，$y=5$ で適する。

よって，$x=4$，$y=5$

$\boxed{2}$

問1　点Aは $y=2x^2$ 上にあり $y=8$ なので，

$8=2x^2$　∴ $x^2=4$　$x=\pm 2$

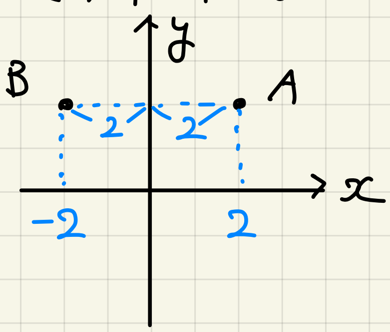
点Aのx座標は正なので，$x=2$

点Bは，点Aとy軸について対称なので，

点Bのx座標は-2

よって，点Aと点Bの

距離は4



問2

$y=ax^2$ において，x が p から q まで変化するときの変化の割合は $a(p+q)$ で表すことができる。

また，1次関数では，傾き＝変化の割合である。

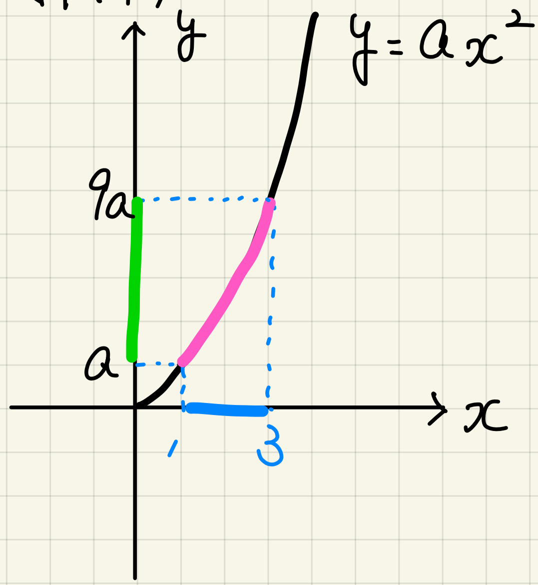
$y=ax^2$ において，x が 1 から 3 まで変化するときの変化の割合は

$$a(1+3)=4a$$

一方，$y=x+2$ の変化の割合は 1，よって，

$$4a=1 \Rightarrow a=\frac{1}{4}$$

(別解)



$x=1$ のとき，$y=a$

$x=3$ のとき，$y=9a$

よって，変化の割合は

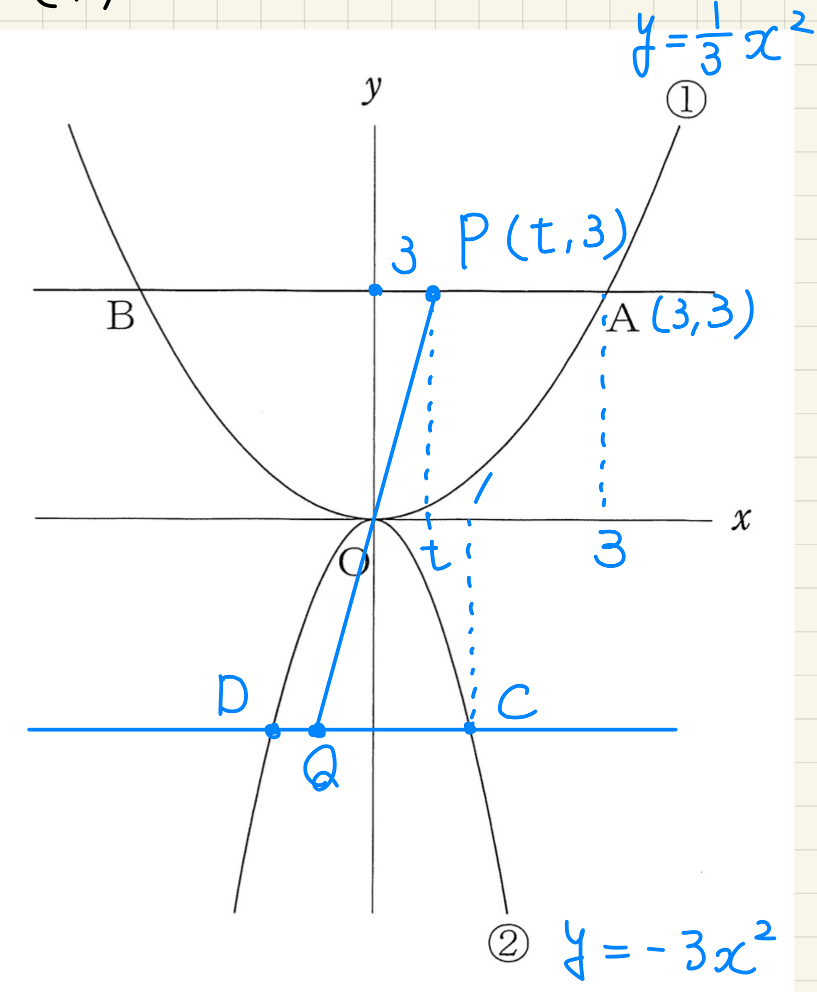
$$\frac{9a-a}{3-1}=\frac{8a}{2}=4a$$

$y=x+2$ の変化の割合は 1，したがって，

$$4a=1 \Rightarrow a=\frac{1}{4}$$

問3

(1)



点Pは線分AB上にあるため、y座標は3.
よって、$P(t, 3)$。

直線PQが原点を通るので、$y=ax$とおくと、

$$3=at \Rightarrow a=\frac{3}{t}$$

よって、直線PQは

$$y=\frac{3}{t}x$$

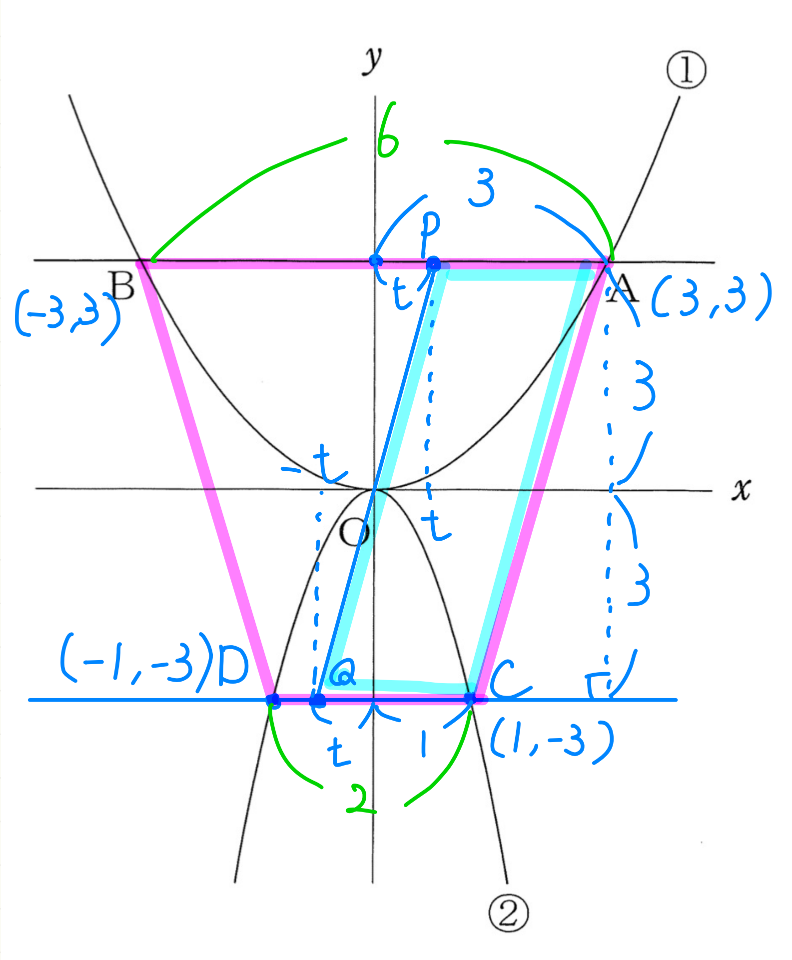
点Cは$y=-3x^2$上にあり、$x=1$なので、$y=-3$
$\therefore C(1, -3)$

点Qは、線分CD上にあるので、y座標は-3。
また、点Qは、$y=\frac{3}{t}x$上にあるので、x座標は、

$$-3=\frac{3}{t}x \Rightarrow x=-t$$

よって、$Q(-t, -3)$

(2)



台形PQCAの面積

$AP = 3 - t$

$CQ = 1 + t$

高さ $= 3 + 3 = 6$

より

$$\frac{\{(3-t)+(1+t)\}\times 6}{2}$$

$$= \frac{4\times 6}{2} = 12 \quad —— ①$$

台形ABCDの面積

$AB = 6$, $CD = 2$, 高さ $= 6$ より

$$\frac{(6+2)\times 6}{2} = \frac{48}{2} = 24 \quad —— ②$$

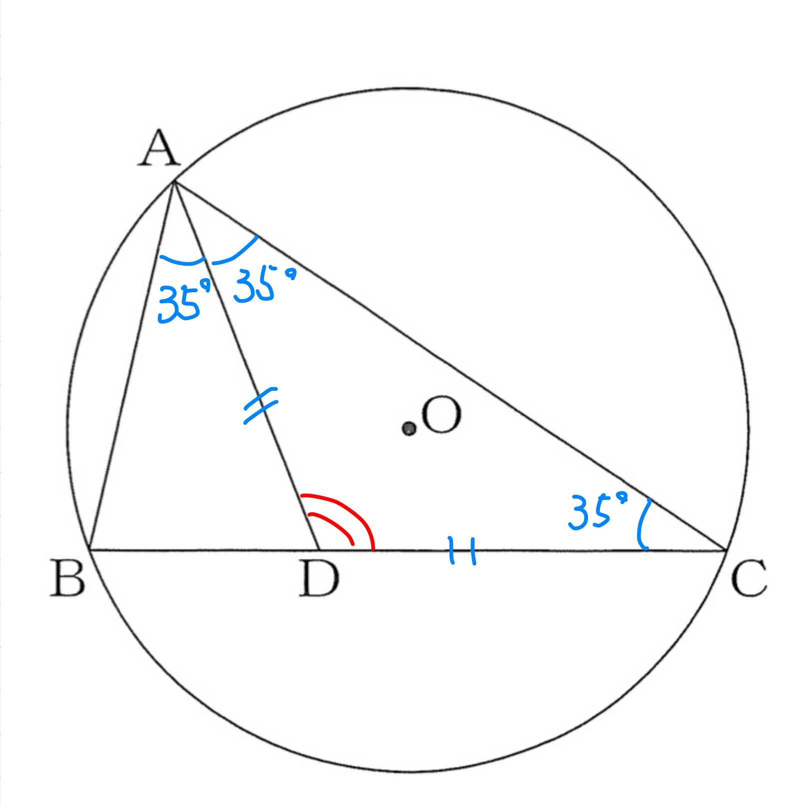
①, ② より

(台形PQCAの面積) $= \frac{1}{2} \times$ (台形ABCDの面積)

よって, 直線PQは, 台形ABCDの面積を2等分する。

4

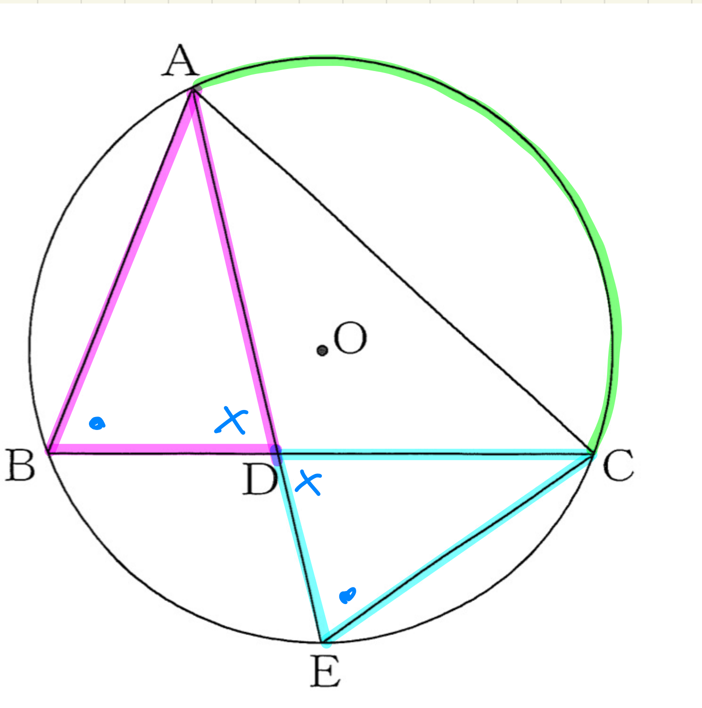
問1



線分ADは、∠BACを二等分するので、
∠DAC = 35°
△ADCについて、
AD = CDより二等辺三角形。よって、底角が等しいから
∠ACD = 35°

ゆえに、
∠ADC = 180° − (35° + 35°)
= 110°

問2 (1)

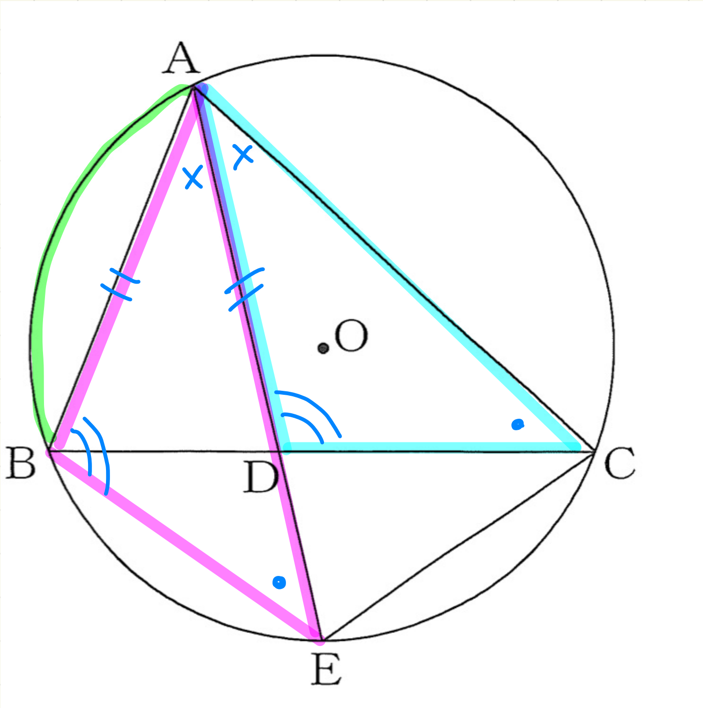


(悠斗さんの証明)
△ABDと△CEDにおいて、
$\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角は
㋐ ㋑
等しいから
∠ABD = ∠CED ― ①
また、対頂角は等しいから
∠ADB = ∠CDE ― ②

①, ② から 2組の角がそれぞれ等しいので ⑦

$\triangle ABD \sim \triangle CED$

(2)



$\triangle ABE$ と $\triangle ADC$ において,

仮定より

$AB = AD$ — ①

$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は等しいので,

$\angle BEA = \angle DCA$ — ②

また, 仮定より

$\angle BAE = \angle DAC$ — ③

よって,

$\angle ABE = 180^\circ - (\angle BEA + \angle BAE)$ — ④

$\angle ADC = 180^\circ - (\angle DCA + \angle DAC)$ — ⑤

②, ③, ④, ⑤ より

$\angle ABE = \angle ADC$ — ⑥

①, ②, ⑥ より 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle ABE \equiv \triangle ADC$ (証明終わり)

5

問1

A市の７～８月の
日ごとの最高気温の度数分布表

階級（℃）	1972年 度数（日）	1972年 累積度数（日）	2021年 度数（日）	2021年 累積度数（日）
以上 13 ～ 16 未満	1	1	0	0
16 ～ 19	0	1	2	2
19 ～ 22	6	7	3	5
22 ～ 25	16	23	14	19
25 ～ 28	26	49	10	29
28 ～ 31	8	57	15	44
31 ～ 34	4	61	12	56
34 ～ 37	1	62	6	62
合　計	62		62	

25°C以上の日数は、

1972年

26 + 8 + 4 + 1 = 39日

ア

2021年

10 + 15 + 12 + 6 = 43日

イ

よって、A市の夏日の日数は、1972年と2021年では、43 − 39 = 4日しか変わらない。

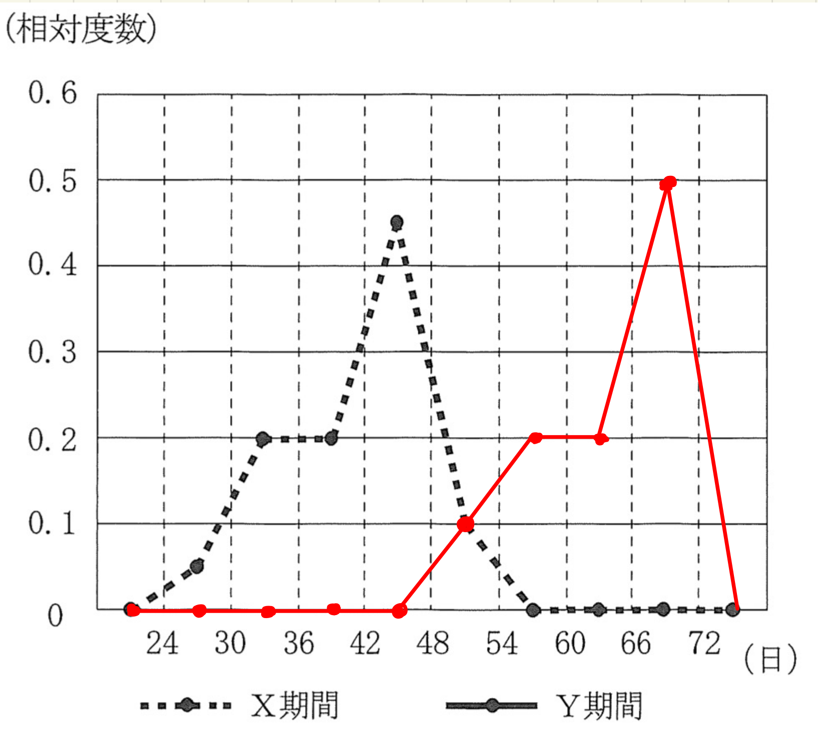
ウ

問2

(1)

A市の夏日の年間日数の度数分布表

階級（日）	X期間 度数（年）	X期間 相対度数	Y期間 度数（年）	Y期間 相対度数
以上 24 ～ 30 未満	1	0.05	0	0.00
30 ～ 36	4	0.20	0	0.00
36 ～ 42	4	0.20	0	0.00
42 ～ 48	9	0.45	0	0.00
48 ～ 54	2	0.10	1	0.10
54 ～ 60	0	0.00	2	0.20
60 ～ 66	0	0.00	2	0.20
66 ～ 72	0	0.00	5	0.50
合　計	20	1.00	10	1.00



(2)

度数で比較するには、X期間とY期間のそれぞれの合計が同じでないと比較できない。
よって、X期間とY期間では、度数の合計が異なるので、相対度数で比較している。

(3)

2つの度数折れ線が同じような形をしていて、X期間の方がY期間よりも左側にある。
よって、X期間は、Y期間より、夏日の年間日数が少ない傾向にあるので、50年くらい前は、今と比べて涼しかったといえる。

ウ