2023年度　岡山県

数学

KmKm

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= \underline{6}$

(2) 与式 $= 16 + 4$

$= \underline{20}$

(3) 与式 $= -3a - 5 - 5 + 3a$

$= \underline{-10}$

(4) 与式 $= \dfrac{4a^2b \times 2}{3b}$

$= \underline{\dfrac{8}{3}a^2}$

(5) 与式 $= \sqrt{3}^2 - 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 10$

$= 3 - 3\sqrt{3} - 10$

$= \underline{-7 - 3\sqrt{3}}$

(6) ある正の整数をxとすると，ある正の整数から3をひいた数は　$x-3$と表される。
これを2乗すると64であるから

$(x-3)^2 = 64$

$x - 3 = \pm 8$

$\therefore x = 3 \pm 8$　$3-8$と$3+8$

$= -5, 11$

xは正の整数なので，$x=-5$は不適であり，
$x=11$は適する。よって答えは$\underline{11}$

(7) yはxに反比例するので、$y=\dfrac{a}{x}$ と表せる。

$x=-3$ のとき $y=1$ なので、

$$1=\frac{a}{-3} \Rightarrow a=-3$$

よって、

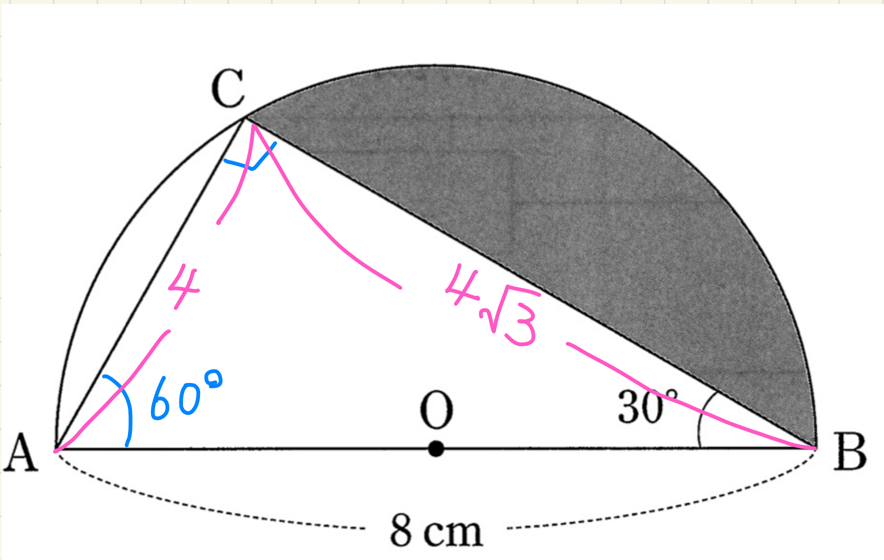
$$y=-\frac{3}{x}$$

(8) (Aの起こる確率) + (Aの起こらない確率) = 1
なので、

Aの起こらない確率 = $1-p$

(9) ことがらは、正しくない
$a=3$ のとき、aは3の倍数であるが、
6の倍数ではないため。

(10)

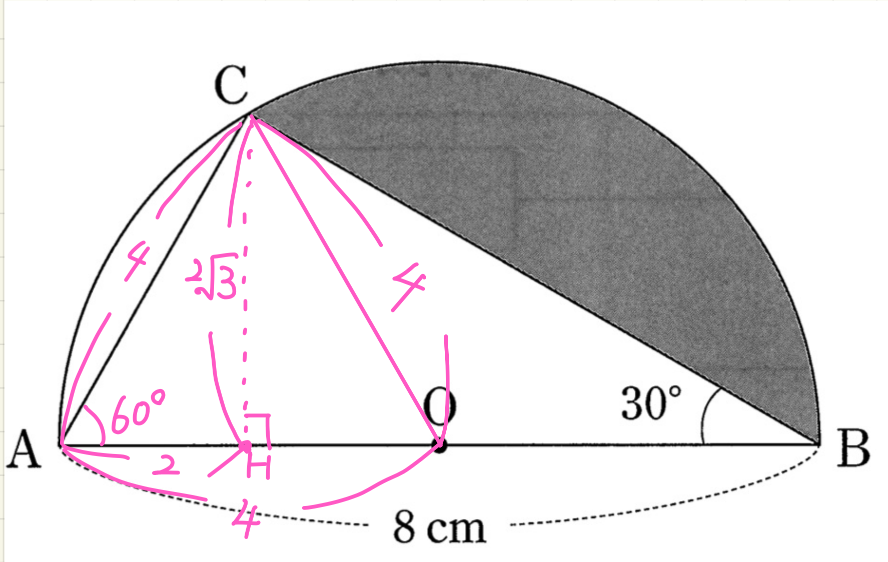


∠ACBは、直径に対する円周角なので、
∠ACB = 90°
よって、△ABCは、
30° − 60° − 90° の直角三角形である。

ゆえに、AC : $\underset{8}{AB}$: BC = $1 : 2 : \sqrt{3}$

$AC : 8 = 1 : 2 \Rightarrow 2AC = 8 \quad \therefore AC = 4$

$4 : BC = 1 : \sqrt{3} \Rightarrow BC = 4\sqrt{3}$



OC, OA は半径なので、

OC = OA = 4 cm

よって、△AOC は正三角形であり、

∠CAO = 60°

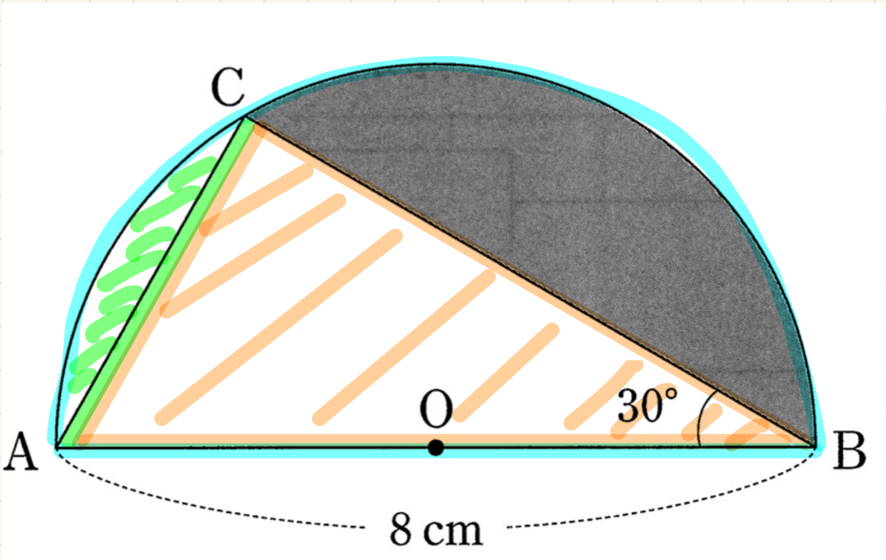
点 C から OA に下ろした垂線の足を H とすると、△CAH は 30° − 60° − 90° の直角三角形。

よって、

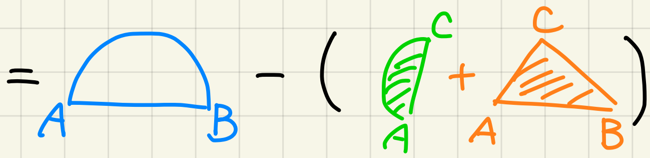
$AH : \underset{4}{AC} : CH = 1 : 2 : \sqrt{3}$

$AH : 4 = 1 : 2 \Rightarrow 2AH = 4 \quad \therefore AH = 2$

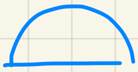
$2 : CH = 1 : \sqrt{3} \Rightarrow CH = 2\sqrt{3}$



色のついた面積

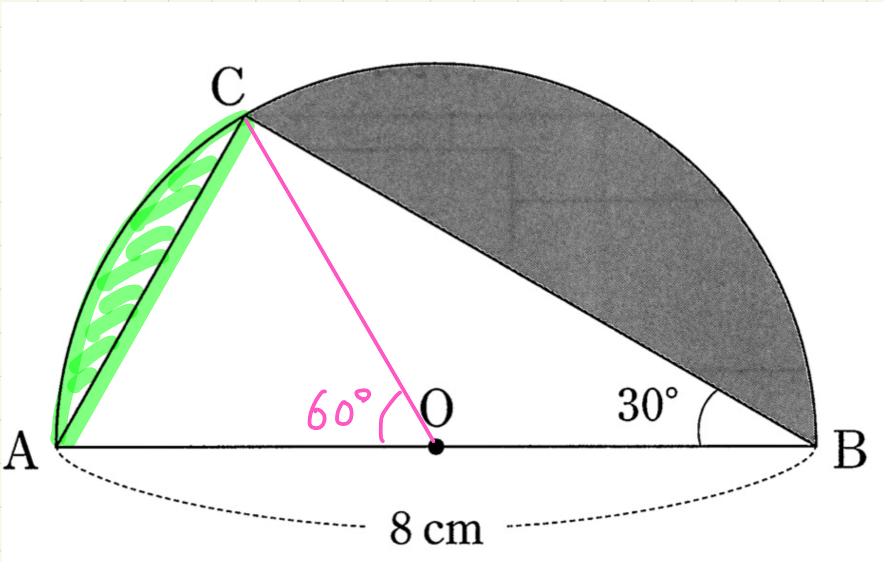


で求められる。

㋐  の面積

$$4 \times 4 \times \pi \times \frac{1}{2} = 8\pi \quad cm^2$$

㋑  の面積



$$\underbrace{4 \times 4 \times \pi \times \frac{60}{360}}_{\text{おうぎ形OCA}} - \underbrace{\frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3}}_{\triangle OCA}$$

$$= \frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3} \quad cm^2$$

㋒  の面積

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \quad cm^3$$

よって、求める面積は、

$$8\pi - \left(\frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3} + 8\sqrt{3}\right)$$

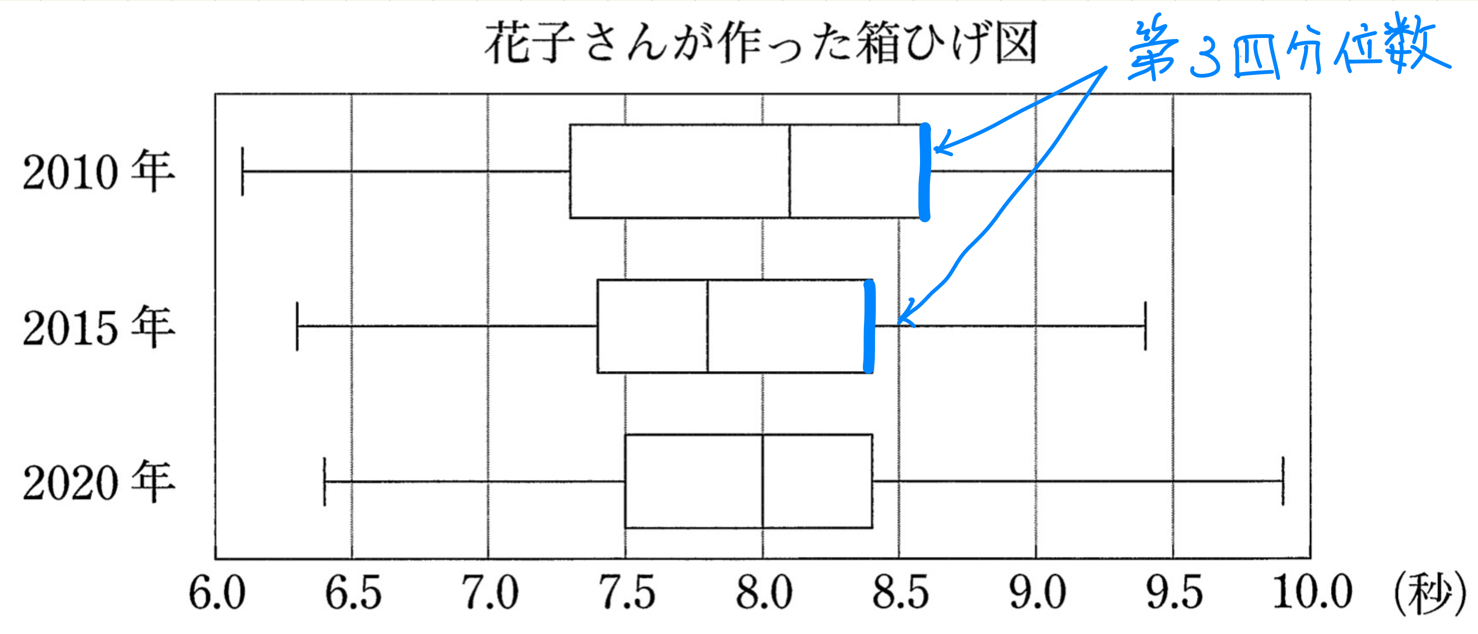
$$= 8\pi - \frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3}$$

$$= \frac{16}{3}\pi - 4\sqrt{3} \quad cm^2$$

$\boxed{2}$

(1)

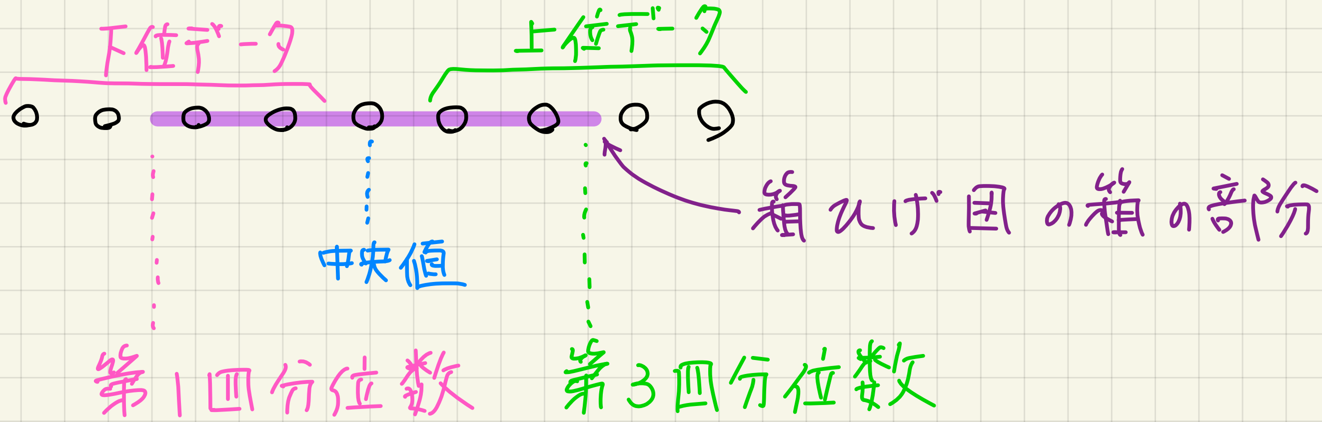
①



箱ひげ図より、2015年の第3四分位数は、2010年の第3四分位数より小さい。 ⇒ ア

② 平均値は箱ひげ図の中に△や×で表記されるが、記載がないため、分からない ⇒ ウ

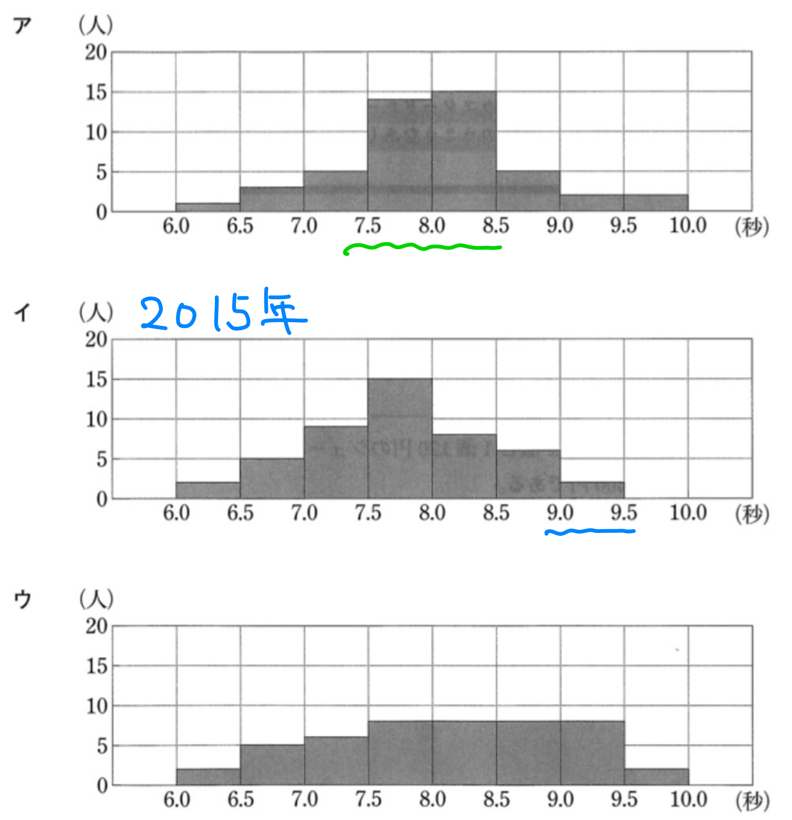
(2)

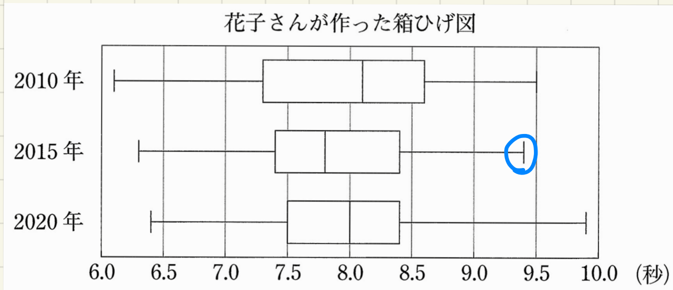


箱ひげ図の箱で示された区間には、すべてのデータのうち、真ん中に集まる約50%のデータが含まれている

イ

(3)





まず イ のヒストグラムについて、最大値が 9.0〜9.5 であり、これに該当する箱ひげ図は 2015年である。

次に アのヒストグラムについて、7.5〜8.5 にデータが集中している。一方、ウ のヒストグラムは、全体的にデータがばらついている。
以上より ア の箱は小さく、ウの箱は大きい。
∴ ア ⇒ 2020年 ， ウ ⇒ 2010年

答えは、

2010年 ： ウ
2015年 ： イ
2020年 ： ア

である。

$\boxed{3}$

(1) $180x + 120y = 1500$

$$\underbrace{180x}_{\text{180円のプリン}x\text{個}} + \underbrace{120y}_{\text{120円のシュークリーム}y\text{個}} = \underbrace{1500}_{\text{合計1500円}}$$

(2) プリンとシュークリームを合わせて9個買ったので

$$x + y = 9$$

(1)の式と連立して

$$\begin{cases} x + y = 9 & \text{—— ①} \\ 180x + 120y = 1500 & \text{—— ②} \end{cases}$$

② ÷ 60 より

$$3x + 2y = 25 \quad \text{—— ③}$$

① × 2 − ③ より

$$\begin{array}{rr} & 3x + 3y = 27 \\ -) & 3x + 2y = 25 \\ \hline & y = 2 \end{array}$$

$y = 2$ を①に代入して

$$x + 2 = 9 \qquad \therefore x = 7$$

よって、

プリン7個，シュークリーム2個

(2)

1個120円のシュークリームをa個，1個90円のドーナツをb個買うときの代金の合計が1500円なので

$$120a + 90b = 1500$$

両辺を30で割って

$$4a + 3b = 50$$

この式と，a, bがともに0以上の整数であることを利用して，a, bの組を求める。

	$a=1$	$\Rightarrow$	$3b=46$	$b=15.33\cdots$	不適
○	$a=2$	$\Rightarrow$	$3b=42$	$b=14$	適する.
	$a=3$	$\Rightarrow$	$3b=38$	$b=12.66\cdots$	不適
	$a=4$	$\Rightarrow$	$3b=34$	$b=11.33\cdots$	不適
○	$a=5$	$\Rightarrow$	$3b=30$	$b=10$	適する
	$a=6$	$\Rightarrow$	$3b=26$	$b=8.66\cdots$	不適
	$a=7$	$\Rightarrow$	$3b=22$	$b=7.33\cdots$	不適
○	$a=8$	$\Rightarrow$	$3b=18$	$b=6$	適する
	$a=9$	$\Rightarrow$	$3b=14$	$b=4.66\cdots$	不適
	$a=10$	$\Rightarrow$	$3b=10$	$b=3.33\cdots$	不適
○	$a=11$	$\Rightarrow$	$3b=6$	$b=2$	適する
	$a=12$	$\Rightarrow$	$3b=2$	$b=0.66\cdots$	不適

以降，bは負の数となる.

よって，条件を満たすa, bの組は 4組

(別解)

$$4a+3b=50$$

と，a, b がともに0以上となる整数の組を1つみつける。

$a=2$ のとき．$3b=42$ $\therefore b=14$

よって．

$$4\times 2+3\times 14=50$$

$4\times 3=3\times 4$ より．4の個数を+3，3の個数を−4すれば良い！

$$4\times 2+3\times 14=50$$

+3　　−4

$$4\times 5+3\times 10=50$$

+3　　−4

$$4\times 8+3\times 6=50$$

+3　　−4

$$4\times 11+3\times 2=50$$

よって．条件を満たす a, b の組は．4組

② $0\leqq a\leqq 8$ かつ $0\leqq b\leqq 8$ となる a, b は．

$a=8$，$b=6$

よって，

シュークリーム8個，ドーナツ6個

4

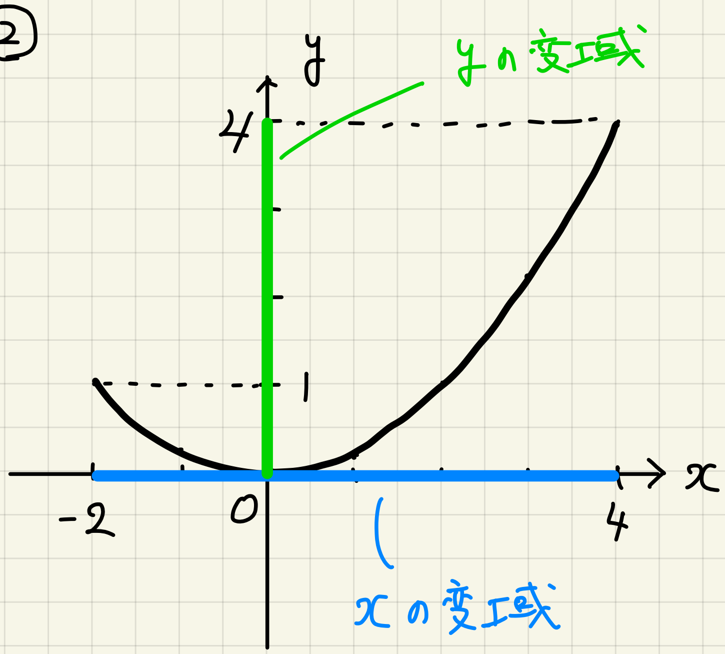
(1)

① 点Aは $y=ax^2$ 上にあり、$x=4$, $y=4$ なので、

$4=a\times4^2$

$16a=4$ $\Rightarrow$ $a=\frac{1}{4}$

②



グラフより、yの変域は

$0\leqq y\leqq 4$

(2) 点Pを利用する場合

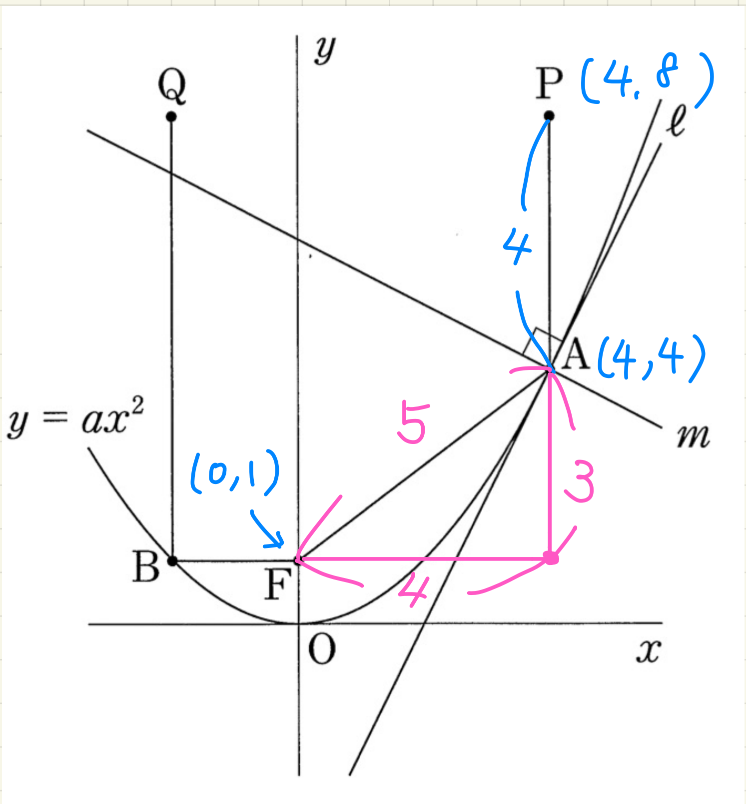


図3

三平方の定理より

$AF=\sqrt{3^2+4^2}$

$=5$

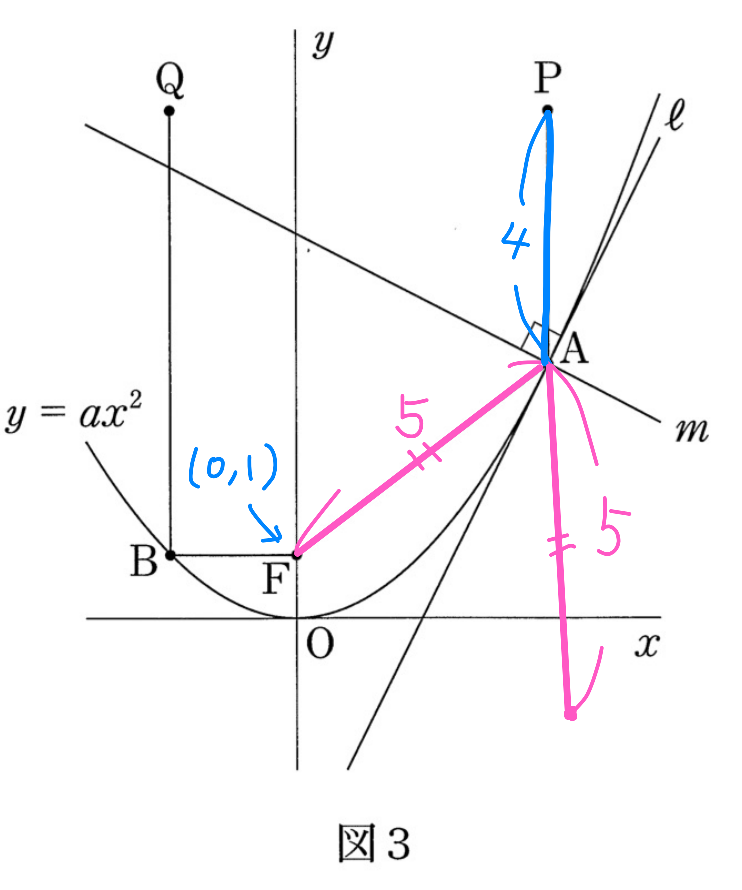


図3

したがって求める座標は、
点Aから真下に5だけ
下がれば良いので、
(4, 4−5)
= (4, −1)

点Qを利用する場合

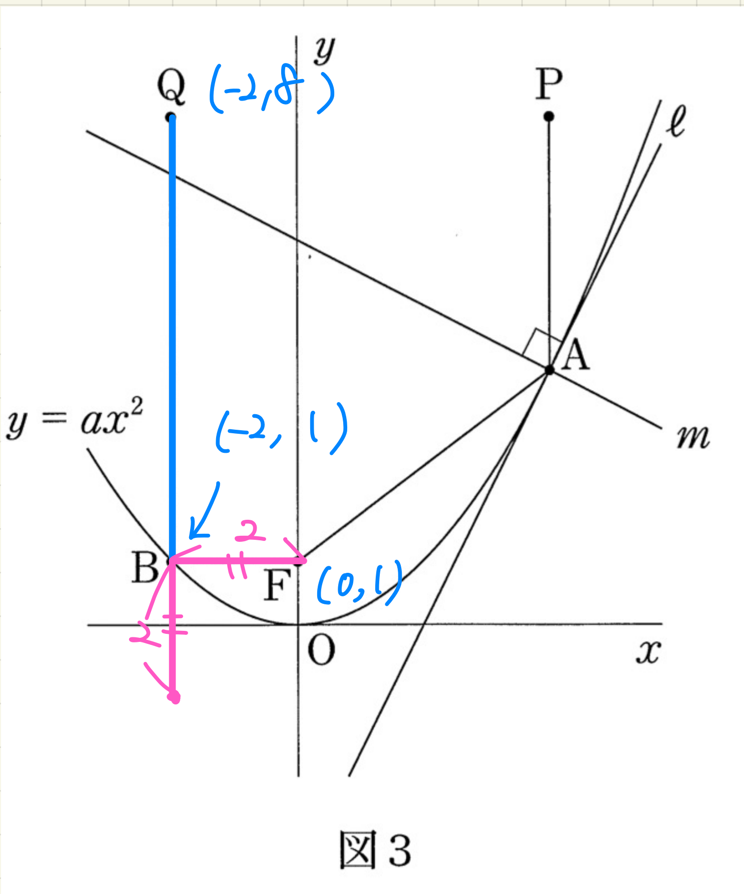


図3

BF = 2より求める座標は、点Bから真下に2だけ
下がれば良いので、
(−2, 1−2)
= (−2, −1)

(3)

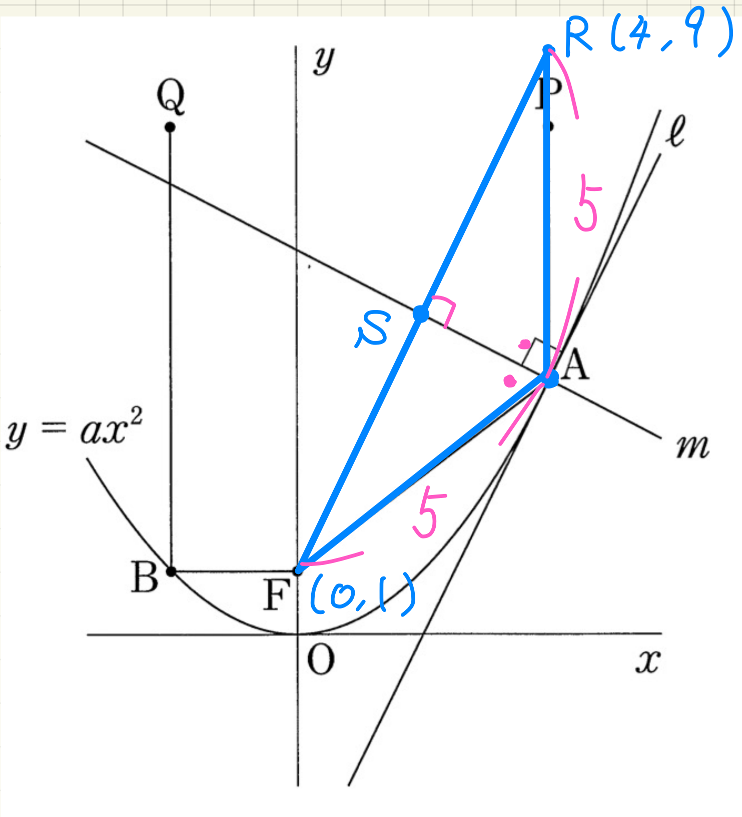


図3

R(4, 9) をとり、△ARF を考える。

AR = 5, AF = 5

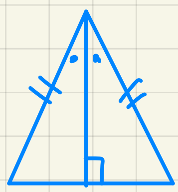
より、△ARF は二等辺三角形である。

直線 m と RF の交点を S とする。

直線 m は ∠RAF を二等分するので、

∠RSA = 90°

二等辺三角形の性質



よって、同位角が等しいので、RS // ℓ である。

直線の傾きは、変化の割合と等しいので

$$\text{RFの傾き} = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$= \frac{9-1}{4-0} \quad \cdots \text{点F} \to \text{Rの増加量}$$

$$= 2$$

平行な直線は、傾きが等しいので、直線 ℓ の傾きも 2 である。

よって、$y=2x+b$ とおくと、A(4, 4)を通るので

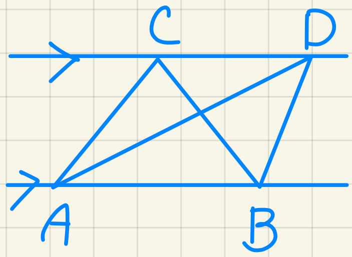
$4=2\times4+b \Rightarrow b=-4$

ゆえに、直線 ℓ の方程式は、$y=2x-4$

$\boxed{5}$

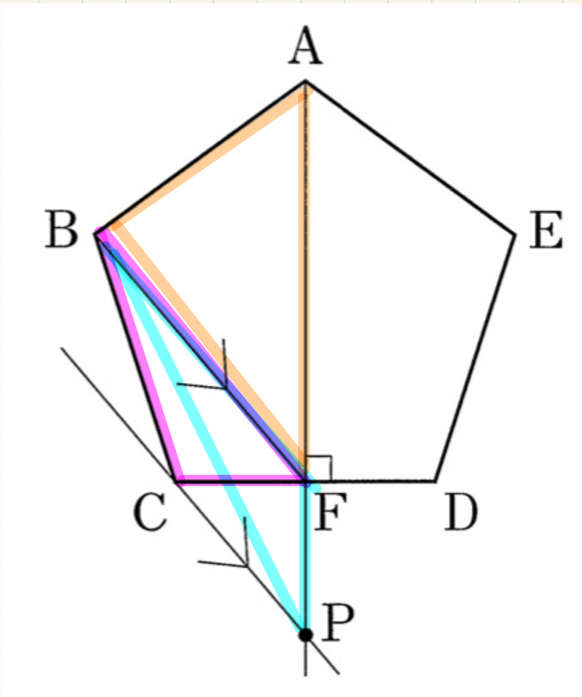
(1)

(等積変形)



$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle ABD$
(面積が等しい)

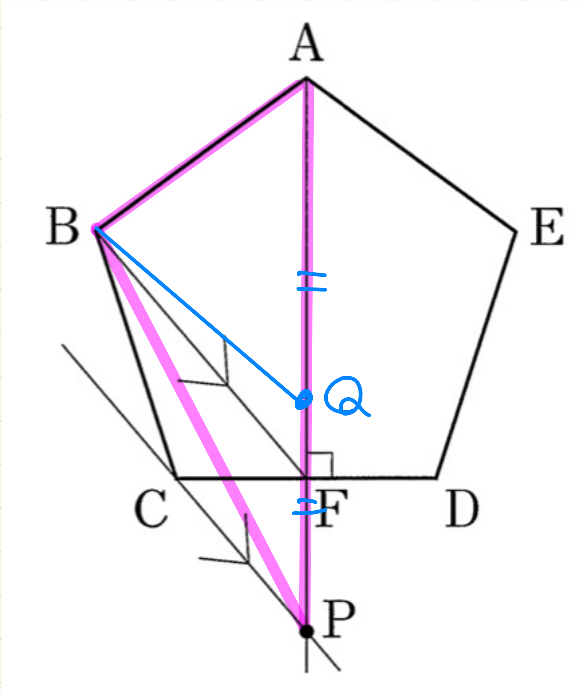
㋐



等積変形より、$\triangle BCF$ と面積が等しい三角形は、
$\triangle BPF \Rightarrow$ イ

㋑ $\square ABCF = \triangle ABF + \triangle BCF$
$= \triangle ABF + \triangle BPF$ ㋐より
$= \triangle ABP \Rightarrow$ オ

(2)



線分APの中点をQとする。㋒

△ABPと△APQで，底辺を
それぞれAP，AQとすると，
高さが等しいので，面積比は
底辺比と等しい。

点QはAPの中点なので，AP：AQ＝2：1
したがって，線分BQは△ABPの面積を二等分する。
(1)①より △ABP＝□ABCFなので，線分BQは
□ABCFを二等分する。

(3)

①

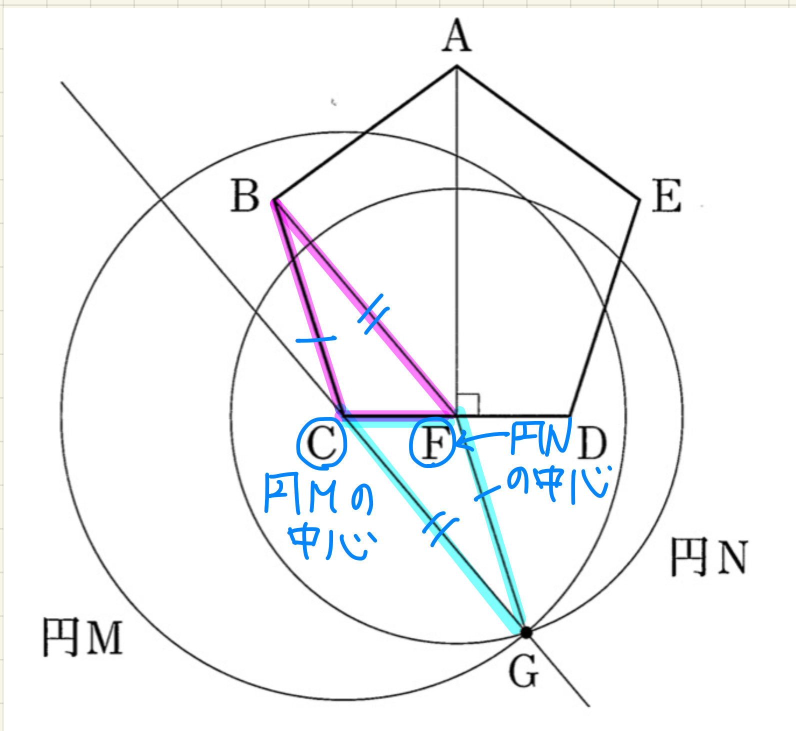


図2

△BCFと△GFCに
おいて，
円Mの半径は線分
BFの長さと等しいから
$BF = GC$ —①
円Nの半径は線分
BCの長さと等しいから
$BC = GF$ —②

また、共通な辺は等しいから

CF = FC ―③

①、②、③より、3組の辺がそれぞれ等しいので、

△BCF ≡ △GFC (証明終わり)

②

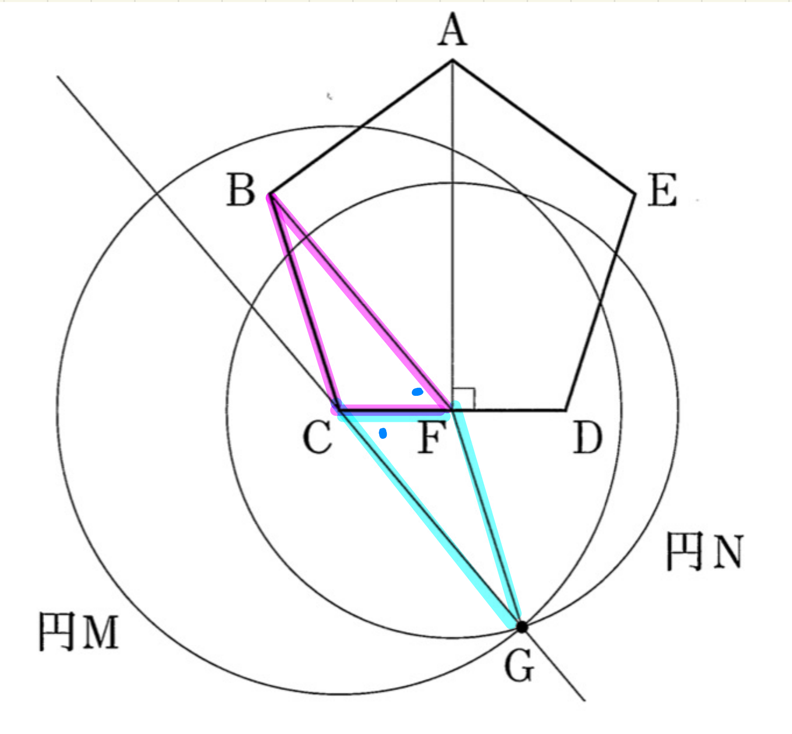


図2

①より △BCF ≡ △GFC
なので、対応する角は
等しいから
∠BFC = ∠GCF
よって、錯角が等しいので、
㋒
BF // CG