2023年度 沖縄県
数学

KmKm

[1]

(1) 与式 $= -5+7$

$= 2$

(2) 与式 $= (-12) \times \frac{3}{4}$

$= -9$

(3) 与式 $= 7+10$

$= 17$

(4) 与式 $= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$

$= 5\sqrt{3}$

(5) 与式 $= 9a^2 \times (-2b)$

$= -18a^2b$

(6) 与式 $= 15x + 6y - 12x + 4y$

$= 3x + 10y$

[2]

(1) $5x - 6 = 2x + 3$

$3x = 9$

$\therefore x = 3$

(2) $\begin{cases} 2x+y=5 & \text{—— ①} \\ x-2y=5 & \text{—— ②} \end{cases}$

①×2＋② より

$$\begin{array}{rrcl} & 4x+2y &=& 10 \\ +) & x-2y &=& 5 \\ \hline & 5x &=& 15 \\ & x &=& 3 \end{array}$$

$x=3$ を②に代入して

$$3-2y=5$$

$$-2y=2$$

$$\therefore y=-1$$

よって、$x=3,\ y=-1$

(3) 与式 $=x^2-9$

(4) 与式 $=(x+5)(x-3)$

(5) 解の公式より

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times2\times1}}{2\times2}$$

$$=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$$

(6) $\sqrt{5}^2=5$, $\sqrt{11}^2=11$ より

$\sqrt{5}<n<\sqrt{11} \iff 5<n^2<11$

これをみたす n は

$n=3$　　※ $3^2=9$ より $5<9<11$

(7)

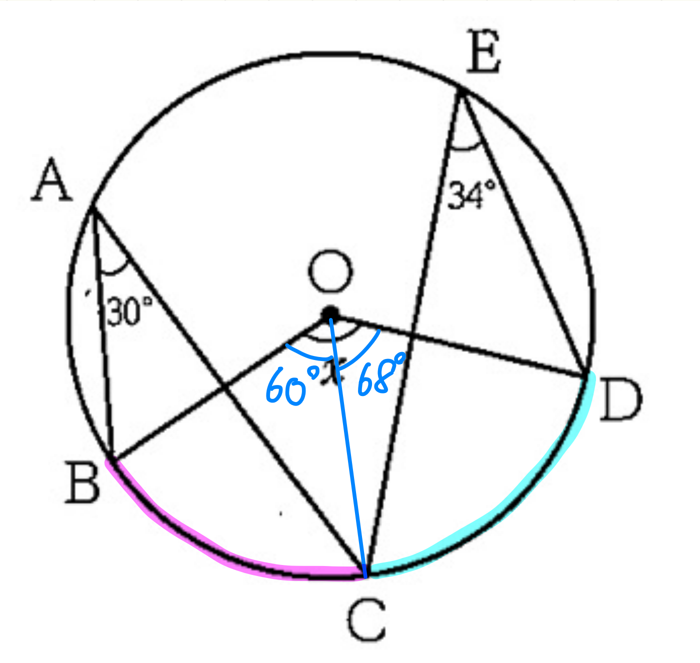


図1

$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角と中心角より

$\angle BOC = 2\angle BAC$
$= 60°$

$\overset{\frown}{BD}$に対する円周角と中心角より

$\angle DOC = 2\angle DEC$
$= 68°$

$\therefore \angle x = 60° + 68° = \underline{128°}$

(8) 1個120円のメロンパンが10%値上がりしたので

$120 \times (1+0.1) = 120 \times 1.1$
$= 132$円

これを3個買ったので

$132 \times 3 = \underline{396}$円

(19)

ア：平均値 $= \dfrac{0\times1 + 1\times3 + 2\times3 + 3\times5 + 4\times7 + 5\times2}{20}$

$= \dfrac{0+3+6+15+28+10}{20}$

$= \underline{3.1}$問

イ：データを小さい順に並べると、

0 1 1 1 2 2 2 3 3 3 3 3 4 4 4 4 4 4 4 5 5

中央値 $= \dfrac{3+3}{2} = \underline{3}$問

ウ：最頻値：最も頻度が高い値。グラフより6人の4冊

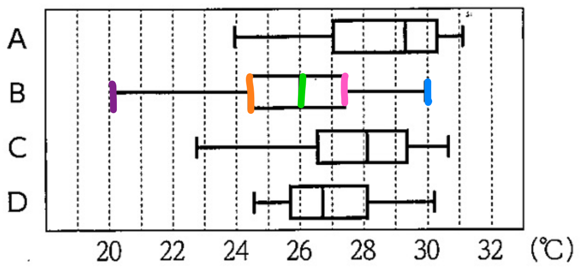
よって，値が最も大きいのは，ウ

[3]

問1

表　那覇市の5月の日最高気温（℃）

	2019年	2020年	2021年	2022年
平均値	27.0	27.6	28.6	25.7
最大値	30.3	30.7	31.1	29.9
第3四分位数	28.1	29.4	30.3	27.4
中央値	26.7	28.1	29.3	26.0
第1四分位数	25.7	26.6	27.0	24.4
最小値	24.6	22.7	23.9	20.1



図

表と箱ひげ図より B

問2

範囲＝最大値－最小値

＝30.7－22.7

＝8.0℃

問3

ア：四分位範囲＝第3四分位範囲－第1四分位範囲

2019年：28.1－25.7＝2.4℃

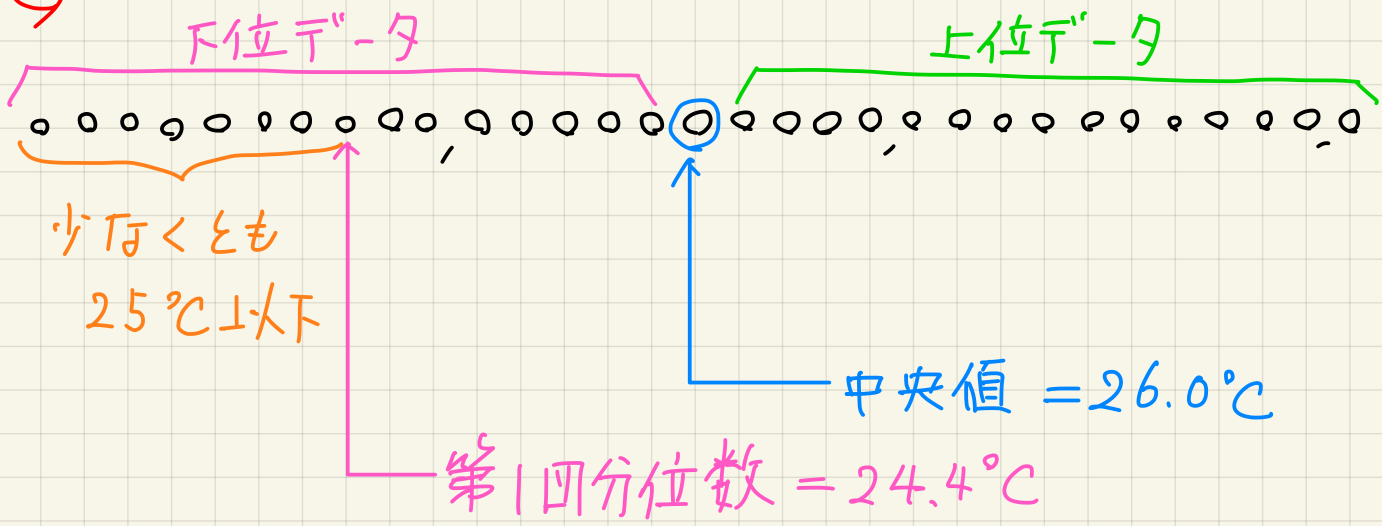
2020年：29.4－26.6＝2.8℃

2021年：30.3－27.0＝3.3℃

2022年：27.4－24.4＝3.0℃

2021年の四分位範囲が最も大きいので，誤り

イ：5月のデータ数は31である。



25℃以下の日数が少なくとも8日間ある。
よって、25℃以下の日数は7日以上であり、正しい

ウ：2022年の最大値は29.9℃なので、
30℃を超える日はない。よって誤り

エ：2019年では、平均値 > 中央値 。よって誤り
$\underset{27.0℃}{平均値} > \underset{26.7℃}{中央値}$

以上より答えは イ

[4]

問1　2つのさいころを投げたとき、出る目の場合の数は 6 × 6 = 36通り。
よって、整数 n は 36通りできる

問2　n ≧ 55 となるのは、さいころAが5以上、
さいころBが5以上のときである。
Aが5のとき ⇒ Bは、5, 6 ⇒ 2通り
Aが6のとき ⇒ Bは 1～6 ⇒ 6通り

よって、$n \geqq 55$ となる出方は $6+2=8$ 通り
ゆえに、求める確率は

$$\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$$

問3.

$n=11, 12, 13, 14, 15, 16$
$21, 22, 23, 24, 25, 26$
$31, 32, 33, 34, 35, 36$
$41, 42, 43, 44, 45, 46$
$51, 52, 53, 54, 55, 56$
$61, 62, 63, 64, 65, 66$

このうち3の倍数となるのは 12通り。よって、求める確率は、

$$\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$$

[5]
問1

プランAでは、1分あたり50円かかるので、x分通話したときの電話使用料金y円は、

$$y=50x$$

問2

60分を超えた分は、1分あたり40円なので、

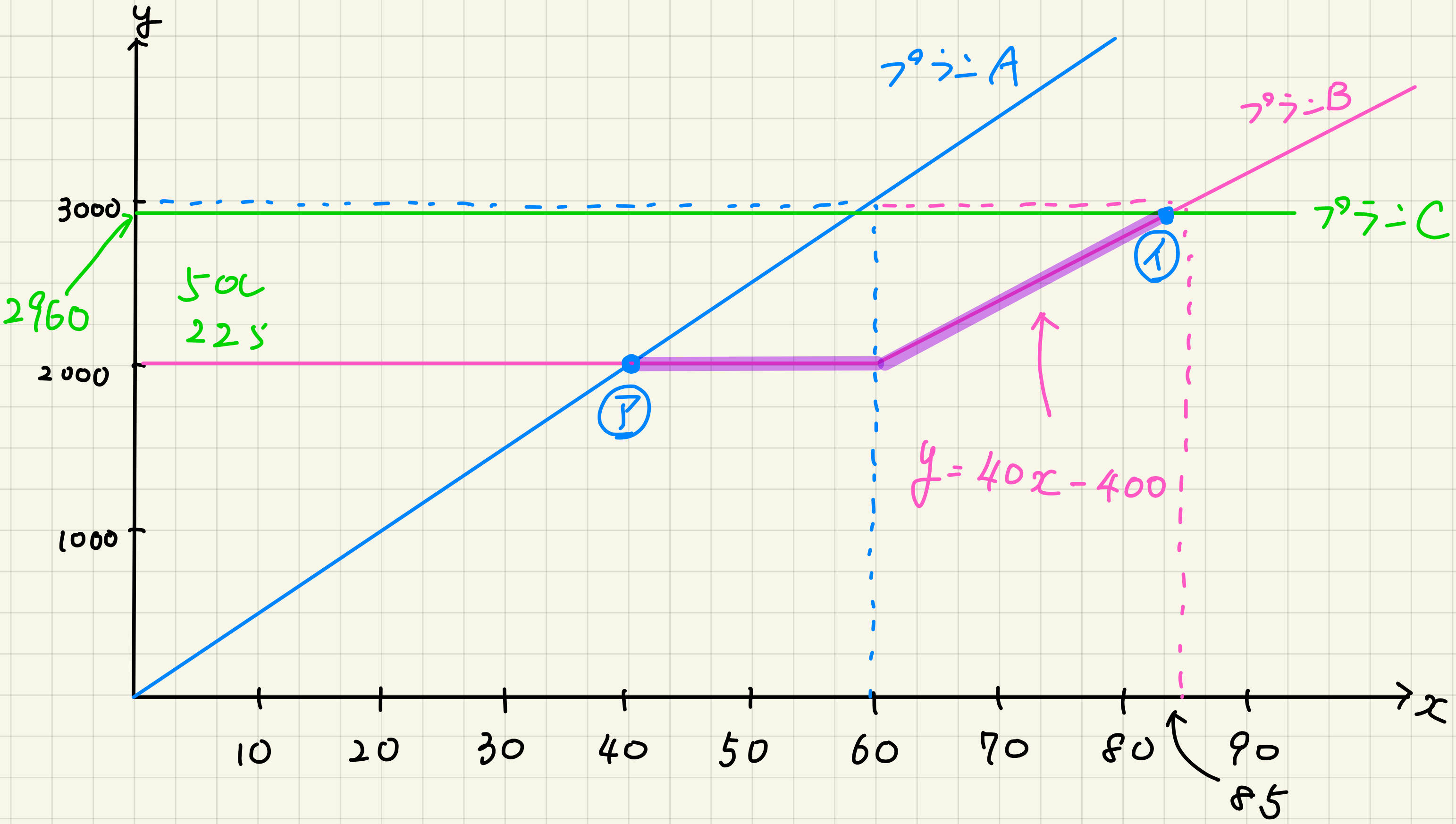
$(80-60)\times 40 = 800$ 円

基本料金が2000円なので、電話使用料金は、

$800+2000=2800$ 円

問3

プランA, B, Cのグラフは以下の通り。



3つのグラフのうち、プランBが一番下になっている時間を求める。

ア $y=50x$ と $y=2000$ の交点なので、連立方程式より

$2000=50x \Rightarrow x=40$

イ $60\leqq x$ でのプランBの直線の式を

$y=40x+b$ とおくと、$(60, 2000)$ を通るので

$2000=40\times 60+b \Rightarrow b=-400$

よって、$y=40x-400$ と $y=2960$ の交点なので、

$$2960=40x-400$$
$$40x=3360$$
$$x=84$$

よって、プランBが最も安くなる通話時間は、
40分から84分までの間

[6]

問1

連続する2つの偶数では、大きい偶数の2乗から小さい偶数の2乗をひいた数がどんな数になるか調べる。

2, 4 のとき $4^2-2^2=16-4=12$

4, 6 のとき $6^2-4^2=36-16=20$

6, 8 のとき $8^2-6^2=64-36=28$

これらの結果から、連続する2つの偶数では、大きい偶数の2乗から小さい偶数の2乗をひいた数は、4の倍数となる。

問2

n を整数とすると、連続する2つの偶数は、$2n$, $2n+2$ と表せる。大きい偶数の2乗から小さい偶数の2乗をひいた数は、

$$(2n+2)^2-(2n)^2$$
$$=4n^2+8n+4-4n^2$$

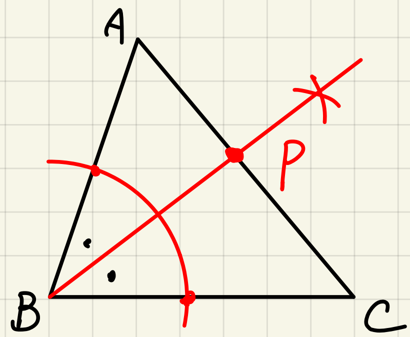
$= 8n + 4$

$= 4(2n+1)$

$2n+1$は整数だから、$4(2n+1)$は4の倍数である。
したがって連続する2つの偶数では、大きい偶数の2乗から小さい偶数の2乗をひいた数は、4の倍数となる。(証明終わり)

[7]

$\angle ABP = \frac{1}{2}\angle B$ より、$\angle B$の二等分線を描けば良い。



[8]

問1

関数$y=ax^2$について、

$x=-2$のとき、$y = a \times (-2)^2 = 4a$ ①

$x=1$のとき　$y = a \times 1^2 = a$

よって、変化の割合が2であることから、

$$2 = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$= \frac{a-4a}{1-(-2)}$$

$$= -a$$

$\therefore a = -2$ ②

問2

点Aは$y=-2x^2$上にあり、$x=-2$なので、

$$y=-2\times(-2)^2$$
$$=-8 \qquad \therefore A(-2,-8)$$

点Bは、$y=-2x^2$上にあり$x=1$なので、

$$y=-2\times1^2$$
$$=-2 \qquad \therefore B(1,-2)$$

直線ABの式を$y=mx+n$とおくと、1次関数では、

傾き＝変化の割合なので、

$$m=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$
$$=\frac{-2-(-8)}{1-(-2)}$$
$$=2$$

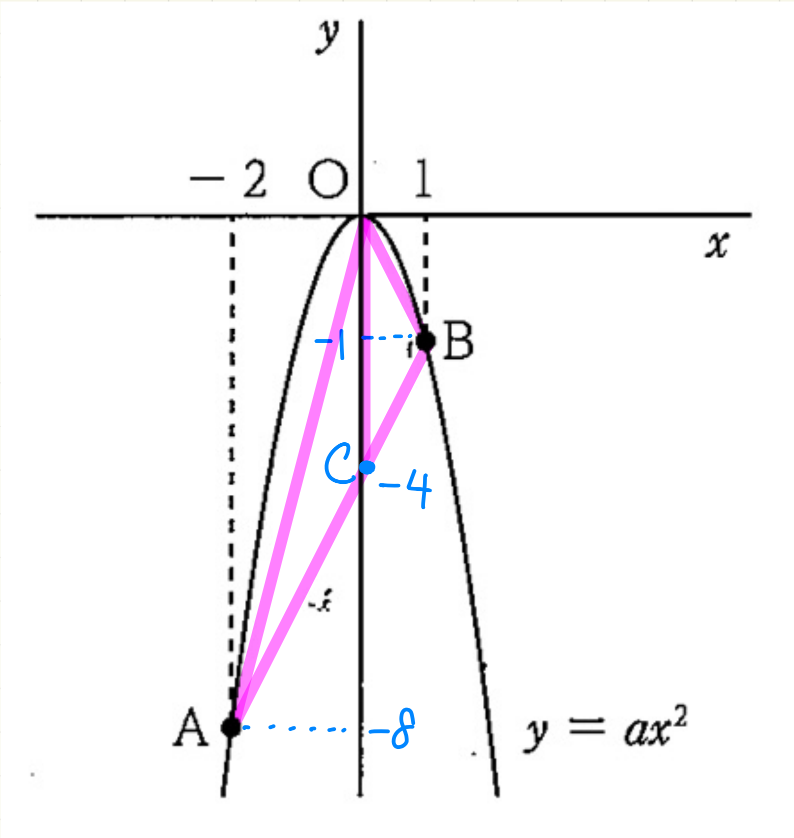
よって、$y=2x+n$で、B$(1,-2)$を通るので

$$-2=2\times1+n \Rightarrow n=-4$$

したがって、直線ABの式は

$$y=2x-4$$

問3



直線ABのy切片をCとする。C(0, −4)

△OABを△OACと△OCBに分けて考える。

$\triangle OAC = \frac{1}{2} \times 4 \times 2$

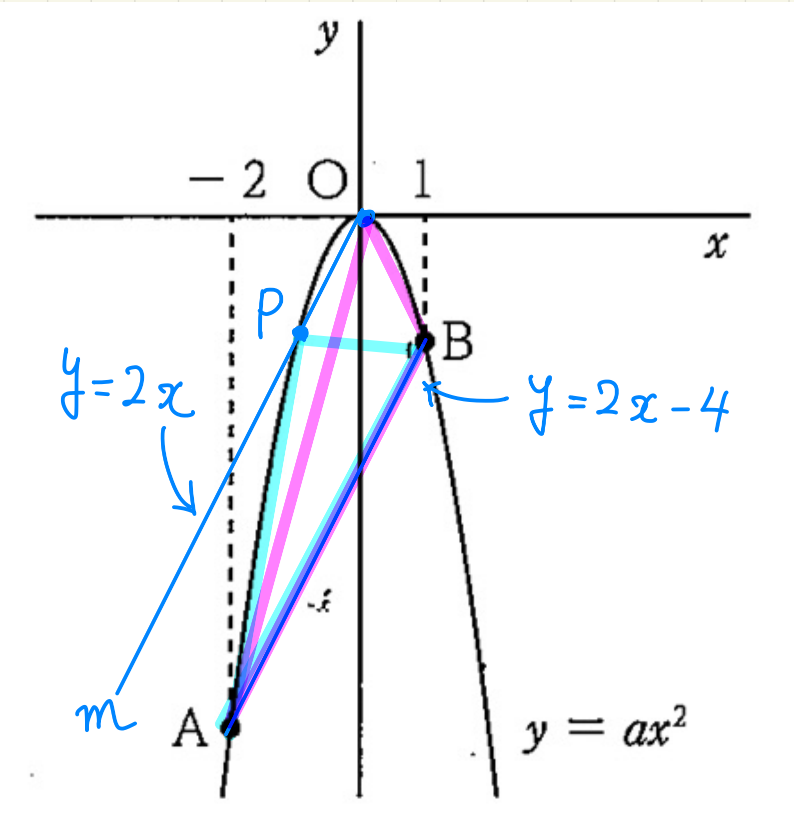
$= 4$

$\triangle OCB = \frac{1}{2} \times 4 \times 1$

$= 2$

よって、△OABの面積は、$4 + 2 = 6$

問4.



等積変形を用いる。

点Oを通りABに平行な直線mをひく。平行な直線は傾きが等しいので、

m : $y = 2x$

$y=2x+4$ と傾きが等しい。

また、原点を通る。

直線mと$y=-2x^2$の交点をPとする。

△OAB と△PABで，底辺をABとすると，高さは等しいので，面積も等しい。よって，$y=2x$ と $y=-2x^2$ の交点を求めれば良い。

$$\begin{cases} y=2x & \text{——①} \\ y=-2x^2 & \text{——②} \end{cases}$$

①を②に代入して，

$$2x=-2x^2 \iff x^2+x=0$$

$$\therefore\ x(x+1)=0$$

$$\therefore\ x=0,\ -1$$

点Pは原点と異なるので，x座標は−1

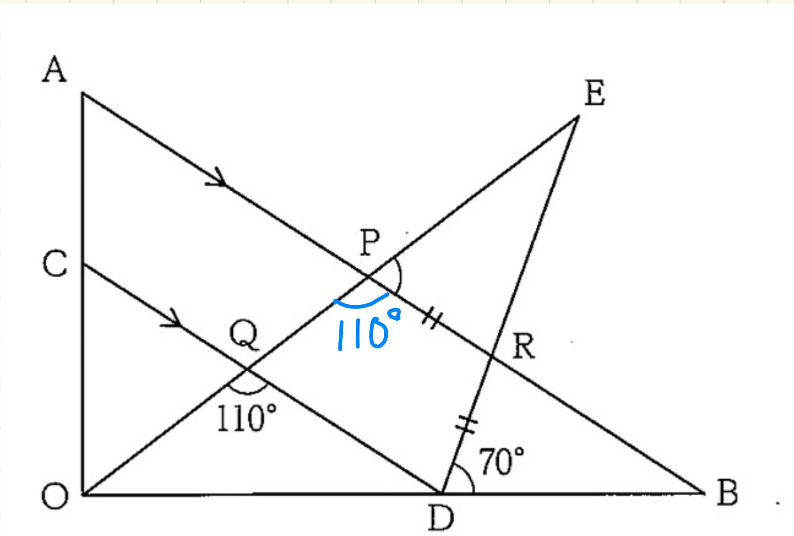
点Pは $y=2x$ 上にあるので，

$$y=2\times(-1)$$
$$=-2$$

よって，Pの座標は，$(-1,-2)$

[9]

問1



AB//CDより，同位角が等しいので，

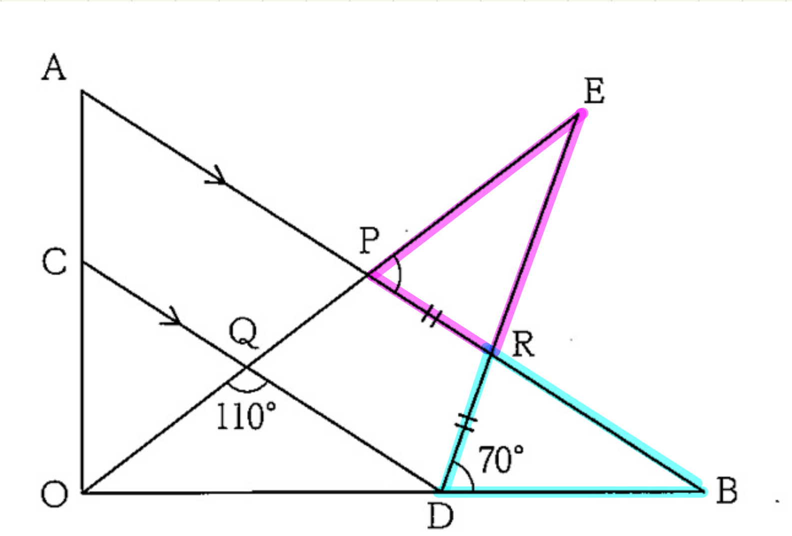
$$\angle OQD=\angle OPB$$

$$\therefore\ \angle OPB=110^\circ$$

よって，

$$\angle EPR=180^\circ-110^\circ$$
$$=70^\circ$$

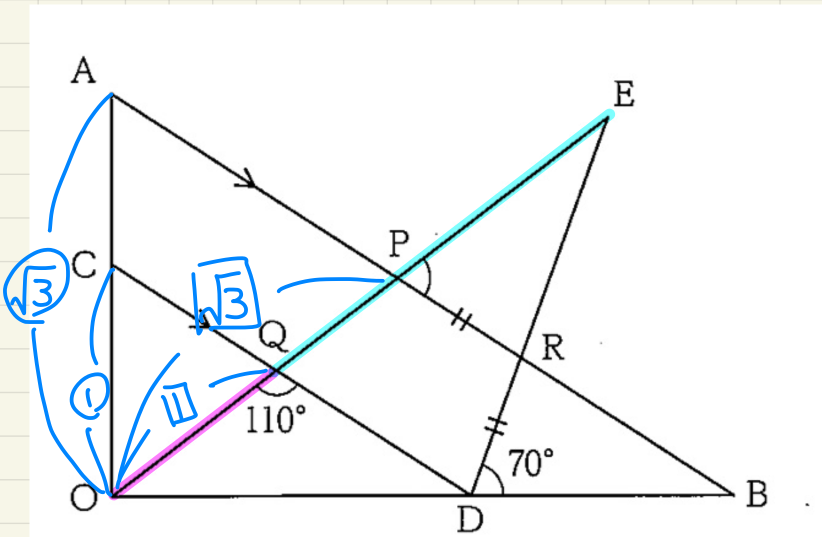
問2



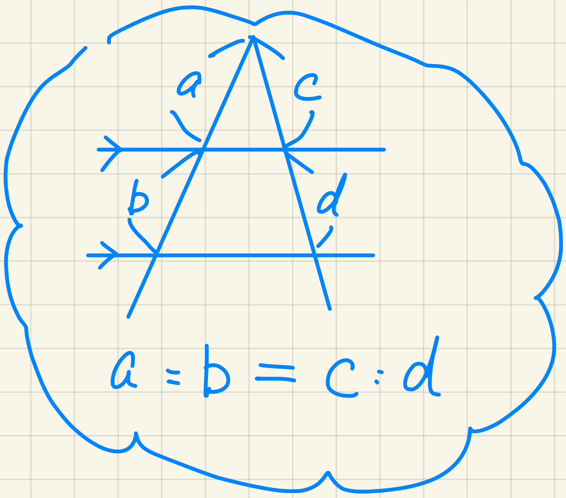
△REPと△RBDにおいて、
仮定より
$RP = RD$ — ①
対角形は等しいので
$\angle PRE = \angle DRB$ — ②

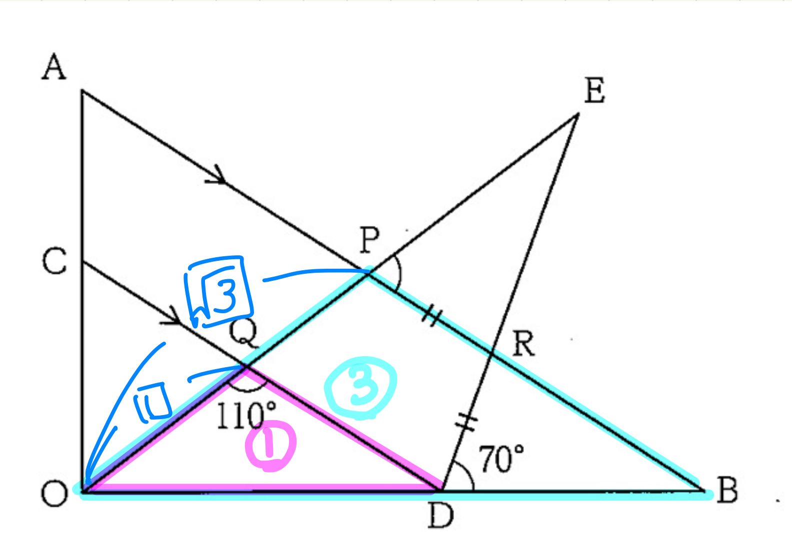
問1より$\angle EPR = 70°$、仮定より$\angle BDR = 70°$なので
$\angle ERR = \angle BDR$ — ③
①, ②, ③より1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので △REP ≡ △RBD (証明終わり)

問3.



AB // CDより
$OA : OC = OE : OQ$
よって
$OE : QP = \sqrt{3} : 1$.





△OQDと△OPBについて，QD//PBより同位角が等しいので，

∠OQD＝∠OPB ―①

∠ODQ＝∠OBP ―②

①，②より2組の角がそれぞれ等しいので．△OQD∽△OPB．

相似比は．OQ：OP＝1：$\sqrt{3}$

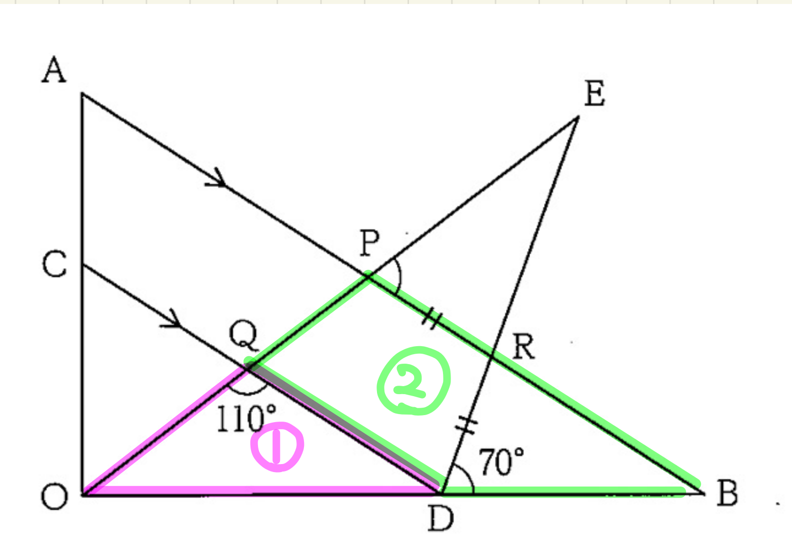
相似な三角形の面積比は．相似比の2乗に等しいので

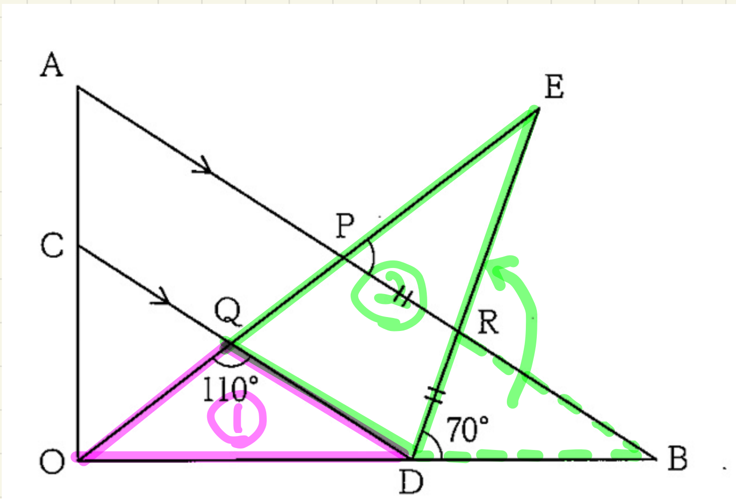
$$\triangle OQD : \triangle OPB = 1^2 : \sqrt{3}^2$$
$$= 1 : 3$$

よって，

$$\triangle OQD : \square QDBP = 1 : 2$$

問2より△REP≡△RBDなので，面積は等しい！





よって，△OQD：△QDE＝1：2

面積比

△OQDと△QDEで、底辺をそれぞれOQ, QEとすると、高さが等しいので、底辺比は面積比と等しい。よって、

$$OQ : QE = \triangle OQD : \triangle QDE$$
$$= 1 : 2$$

[10]

問1　△OABで三平方の定理より

$$OB = \sqrt{3^2 + \sqrt{3}^2} \quad = \sqrt{9+3} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$
$$= 2\sqrt{3}\ \text{cm}$$

問2

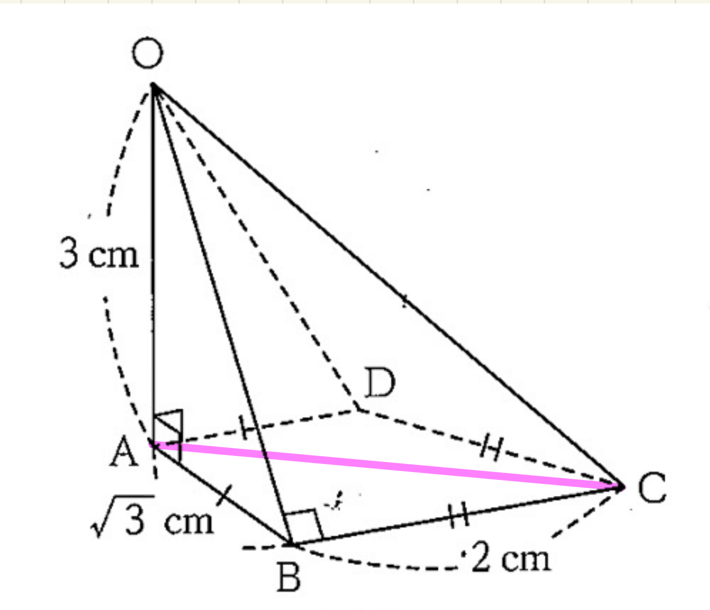


図1

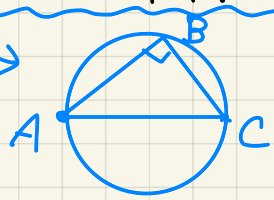
ア：△ABCで三平方の定理を用いてみると、

$$AC = \sqrt{\sqrt{3}^2 + 2^2} \quad = \sqrt{3+4}$$
$$= \sqrt{7}$$

三平方の定理が成り立つためには、∠ABC = 90°となる必要がある。

よって正しい。

イ：∠ABC = 90°より ACを直径とする円周上に点Bがある。よって正しい

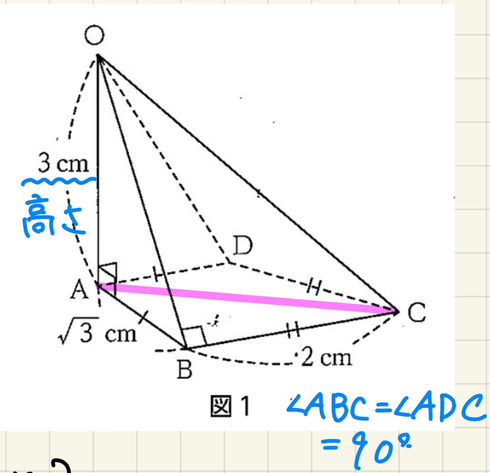


直径に対する円周角

ウ：ABとCD，BCとDAは平行でないため.
□ABCDは台形でない。

エ：△ABCと△ADCにおいて.
仮定より
$AB = AD$ —①
$BC = DC$ —②
共通な辺は等しいから
$AC = AC$ —③
①,②,③より3組の辺がそれぞれ等しいので.
$\triangle ABC \equiv \triangle ADC$.
対応する角は等しいから.
$\angle ADC = \angle ABC = 90°$
よって、点DはACを直径とする円周上にある.
この円は.イと同一の円なので、点Dは，3点A,B,Cを通る円周上にある。
以上より答えはウ

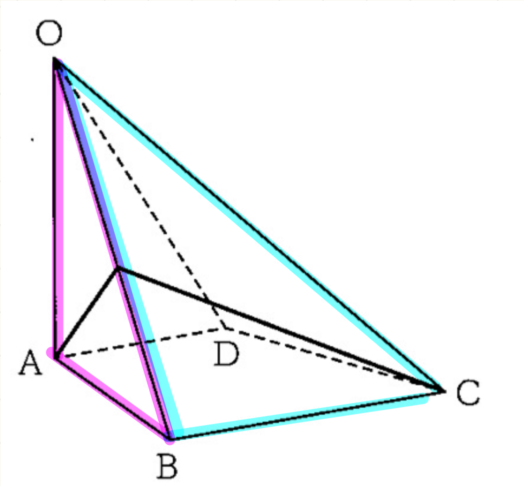
問3

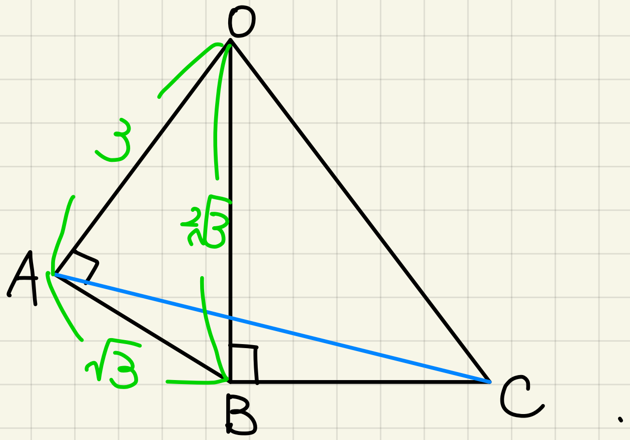


$$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle AD$$
$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 2 + \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 2$$
$$= 2\sqrt{3}\ cm^2$$
よって，四角すいOABCDの体積は.
$$2\sqrt{3} \times 3 \times \frac{1}{3} = 2\sqrt{3}\ cm^3$$

問4.

ひもが通る側面の展開図を考える.





ひもが最短 ⇒ ACが直線のとき.

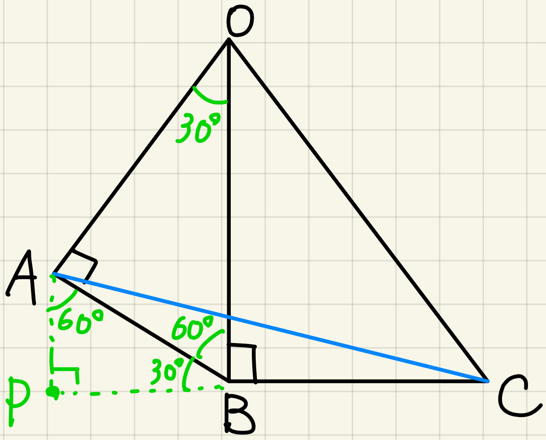
ここで, △OABについて.

$$AB : BO : AO = \sqrt{3} : 2\sqrt{3} : 3$$
$$= 3 : 6 : 3\sqrt{3}$$
$$= 1 : 2 : \sqrt{3}$$

$\times\sqrt{3}$

$\div 3$

よって. △OABは. 30° - 60° - 90°の直角三角形である.



左図のように△APBをつくる。

$$\angle PBA = 90^\circ - \angle ABO$$
$$= 90^\circ - 60^\circ$$
$$= 30^\circ$$

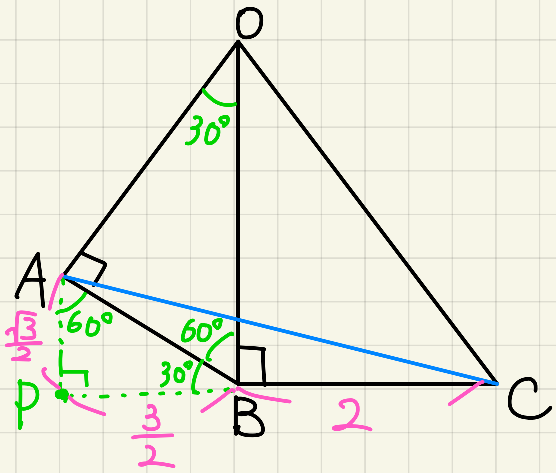
$$\angle PAB = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ$$
$$= 60^\circ$$

よって. △APBは 30°−60°−90°の直角三角形である。

$$\therefore\ AP : \underbrace{AB}_{\sqrt{3}\,\mathrm{cm}} : PB = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

$$AP : \sqrt{3} = 1 : 2 \Rightarrow 2AP = \sqrt{3} \quad \therefore AP = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sqrt{3} : PB = 2 : \sqrt{3} \Rightarrow 2PB = 3 \quad \therefore PB = \frac{3}{2}$$



$$\therefore PC = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}\ \text{cm}$$

ゆえに、△APCで三平方の定理より

$$AC = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{49}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{52}{4}} \qquad ※\ \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

$$= \frac{2\sqrt{13}}{2}$$

$$= \sqrt{13}\ \text{cm}$$

[11]

問1

正三角形の碁石の数 = 9個 = 3^2個

正四角形の碁石の数 = 16個 = 4^2個

よって、正五角形の碁石の数は

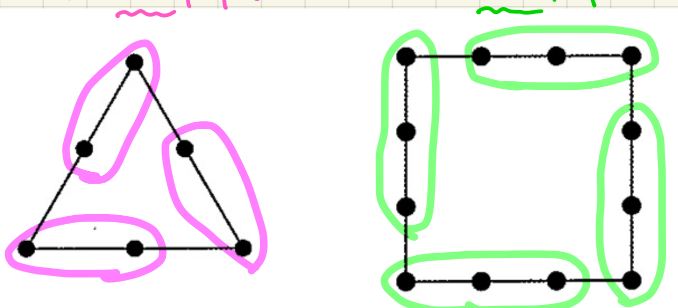
$5^2 = 25$個

問2

正n角形の碁石の数はn^2個

問3

正三角形　正四角形　…　正n角形



2×3個　$(3-1)$

3×4個　$(4-1)$

$(n-1) \times n$個

よって、正n角形の碁石の数が870個なので

$$n(n-1)=870$$
$$n^2-n-870=0$$
$$(n+29)(n-30)=0$$
$$n=-29,\ 30$$

$n>0$より $n=30$. よって、正三十角形

注 870の各位の和は

$8+7+0=15$

15は3で割り切れるので、870も3で割り切れる.

$870 \div 3 = \underbrace{290}_{29 \times 10}$

よって、$870 = \underbrace{3 \times 10}_{30} \times \underbrace{29}_{29}$