2022年度 福井県

数学 B問題

Km Km

1.

(1)

ア　与式 $= \dfrac{12xy \times (-3x)}{6y}$

$= -6x^2$

イ　与式 $= \dfrac{4a - 3(a-b)}{6}$

$= \dfrac{4a - 3a + 3b}{6}$

$= \dfrac{a + 3b}{6}$

(2) 与式 $= 3a(x^2 + 4x + 3)$

$= 3a(x+1)(x+3)$

(3) 解の公式より

$x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3}$

$= \dfrac{-3 \pm \sqrt{21}}{6}$

(4) 条件を満たす4桁の整数の千の位と一の位をa, 百の位と十の位をbとすると, この整数は.

$1000a + 100b + 10b + a$

$= 1001a + 110b$

$= 11(91a + 10b)$

$91a+10b$ は整数だから，与えられた4桁の自然数は11の倍数である．

(5) $5\text{cm} < 7\text{cm}$ なので，5cm が斜辺となることはない。

(i) 7cm が斜辺のとき

残りの1辺 $=\sqrt{7^2-5^2}$ $=\sqrt{49-25}$ $=\sqrt{24}$

$=2\sqrt{6}\text{ cm}$ $=2\sqrt{6}$

(ii) 7cm が斜辺でないとき

残りの1辺 $=\sqrt{7^2+5^2}$ $=\sqrt{49+25}$ $=\sqrt{74}$

$=\sqrt{74}\text{ cm}$

よって，$2\sqrt{6}\text{ cm}$，$\sqrt{74}\text{ cm}$

(6)

$$\text{平均値} = \frac{2+4+1+1+6+5+4+2+a+b}{10}$$

$$= \frac{25+a+b}{10}$$

平均値 $=3$ より

$$3 = \frac{25+a+b}{10}$$

$$30 = 25+a+b$$

$\therefore a+b=5$

a，b は整数で，$a \leqq b$ より．$a+b=5$ を満たす組は．

$(a,b)=(0,5)$，$(1,4)$，$(2,3)$

(i) $(a,b)=(0,5)$ のとき.

データを小さい順に並べると.

0, 1, 1, 2, 2, 4, 4, 5, 5, 6

中央値 $=\dfrac{2+4}{2}=3$

(ii) $(a,b)=(1,4)$ のとき.

1, 1, 1, 2, 2, 4, 4, 4, 5, 6

中央値 $=\dfrac{2+4}{2}=3$

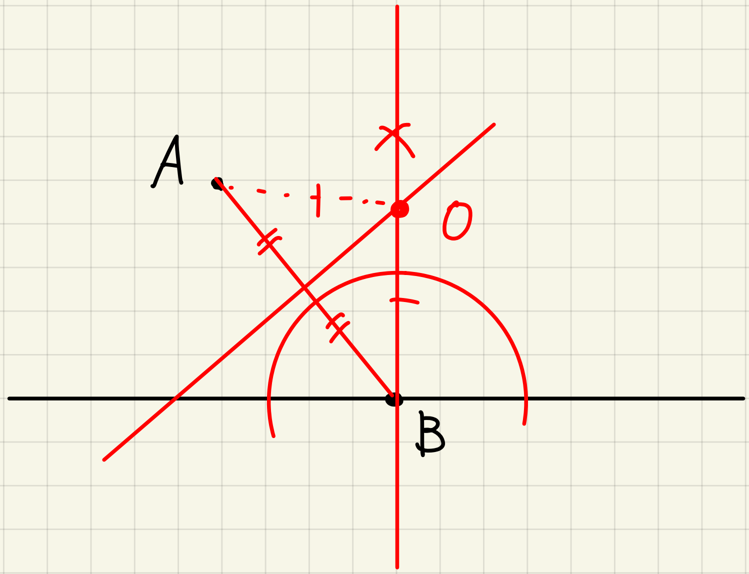
(iii) $(a,b)=(2,3)$ のとき

1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6

中央値 $=\dfrac{2+3}{2}=2.5$

よって, 中央値 $=3$ となるのは. $(a,b)=(0,5),(1,4)$

(7)



① 点Bを通る垂線

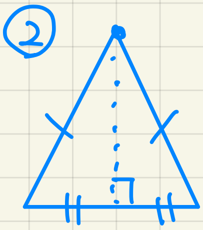
② ABの垂直二等分線

③ ①と②の交点が点O

① 接する

⇒ 円の直径と直線 ℓ は垂直

②



2.

(1)

ア. 樹形図は以下の通り

a	b	ab
2	1	2
2	3	6
2	5	10
4	1	4
4	3	12
4	5	20
6	1	6
6	3	18
6	5	30

カードの取り出し方は全部で9通り。そのうちabが6となるのは2通り。よって求める確率は

$$\frac{2}{9}$$

イ. $\frac{120}{ab}$ が自然数となるには、abが120の約数であれば良い。

a	b	ab
2	1	2
2	3	6
2	5	10
4	1	4
4	3	12
4	5	20
6	1	6
6	3	18
6	5	30

カードの取り出し方は全部で9通り。そのうちabが120の約数となるのは8通り。よって、求める確率は $\frac{8}{9}$

(2) $a=2$ のとき $\dfrac{120}{ab}=\dfrac{120}{2b}=\dfrac{60}{b}$

$a=4$ のとき $\dfrac{120}{ab}=\dfrac{120}{4b}=\dfrac{30}{b}$

$a=6$ のとき $\dfrac{120}{ab}=\dfrac{120}{6b}=\dfrac{20}{b}$

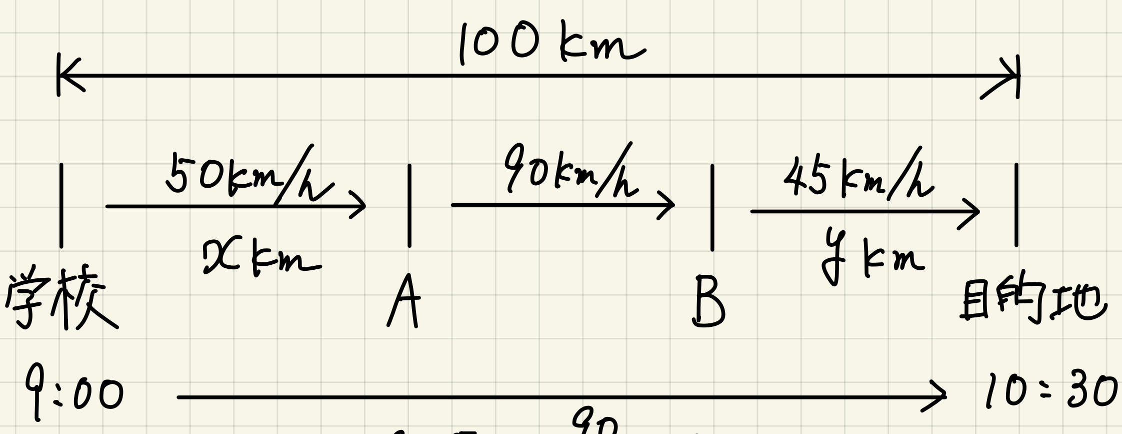
したがって、b は 60, 30, 20 の公約数であれば良い。

$$\begin{array}{r|lll} 2 & 60, & 30, & 20 \\ \hline 5 & 30 & 15 & 10 \\ \hline & 6 & 3 & 2 \end{array}$$

60, 30, 20 の公約数は 1, 2, 5, 10 である。
このうち、1, 5 はすでに箱Bにある。よって、
3 を 2 か 10 に変えれば良いが、あてはまる最大の自然数は 10 である。よって、

$\underbrace{3}_{(ア)}$ と書かれたカードを $\underbrace{10}_{(イ)}$ と書かれたカードに入れ替える。

3.



90分 $=\dfrac{90}{60}$ 時間

(1) A地点からB地点までの道のりは

$100-(x+y)$ km

(2)

ア. A地点からB地点まで走行した時間は，全体（$\frac{90}{60}$時間）の$\frac{4}{9}$倍なので，

$$\frac{100-(x+y)}{90}=\frac{90}{60}\times\frac{4}{9}$$

学校からA地点，B地点から目的地の走行した時間は，全体（$\frac{90}{60}$時間）の$\underbrace{\frac{5}{9}}_{1-\frac{4}{9}}$倍なので

$$\frac{x}{50}+\frac{y}{45}=\frac{90}{60}\times\frac{5}{9}$$

よって，

$$\begin{cases}\dfrac{100-(x+y)}{90}=\dfrac{90}{60}\times\dfrac{4}{9} & \text{——①}\\[2ex] \dfrac{x}{50}+\dfrac{y}{45}=\dfrac{90}{60}\times\dfrac{5}{9} & \text{——②}\end{cases}$$

イ.

①を整理して.

$$\frac{100-(x+y)}{90}=\frac{40}{60}$$

$\times 180$

$$2(100-x-y)=3\times 40$$

$\div 2$

5400

$$100-x-y=3\times 20$$

$$\therefore x+y=40 \quad — ③$$

②を整理して.

$$\frac{x}{50}+\frac{y}{45}=\frac{50}{60}$$

$\times 900$

1800

$$18x+20y=750$$

$\div 2$

$$9x+10y=375 \quad — ④$$

よって. ③ × 9 − ④ より

$$\begin{array}{rl} & 9x+9y=360 \\ -) & 9x+10y=375 \\ \hline & -y=-15 \end{array} \qquad \therefore y=15$$

$y=15$ を ③ に代入して.

$$x+15=40 \qquad \therefore x=25$$

よって

$x=25$, $y=15$

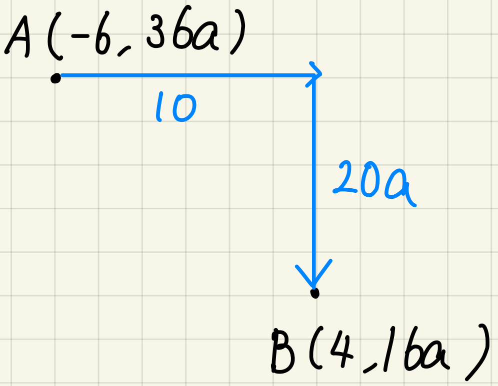
4

(1) 点Aは $y=ax^2$ 上にあり、$x=-6$ なので、

$$y = a \times (-6)^2$$
$$= 36a \qquad \therefore A(-6,\ 36a)$$

点Bは $y=ax^2$ 上にあり、$x=4$ なので、

$$y = a \times 4^2$$
$$= 16a \qquad \therefore B(4,\ 16a)$$



A, Bを通る直線 l の傾きが -1 であり、1次関数では傾き＝変化の割合なので、

$$-1 = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$
$$= \frac{16a-36a}{4-(-6)}$$
$$= \frac{-20a}{10}$$
$$= -2a$$

よって、

$$-2a = -1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

(2) (1)より

$$A(-6,\ 36a) \xrightarrow{a=\frac{1}{2}} A(-6,\ 18)$$

直線 l の式を $y=-x+b$ とおくと、A(-6, 18)を

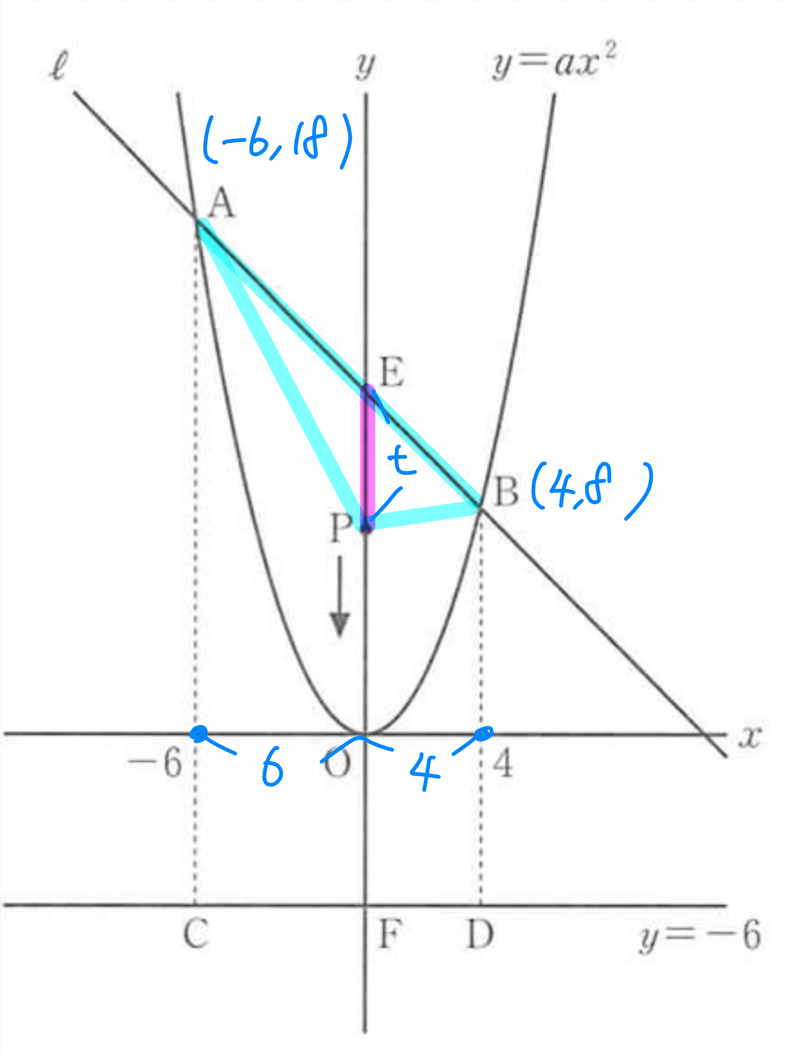
通るので、

$$18 = -(-6) + b \Rightarrow b = 12$$

よって、$y = -x + 12$

(3)

ア.



点B

$y = \frac{1}{2}x^2$ 上にあり $x=4$

なので、

$$y = \frac{1}{2} \times 4^2 = 8$$

$\therefore B(4, 8)$

よって、

$\triangle PBA$

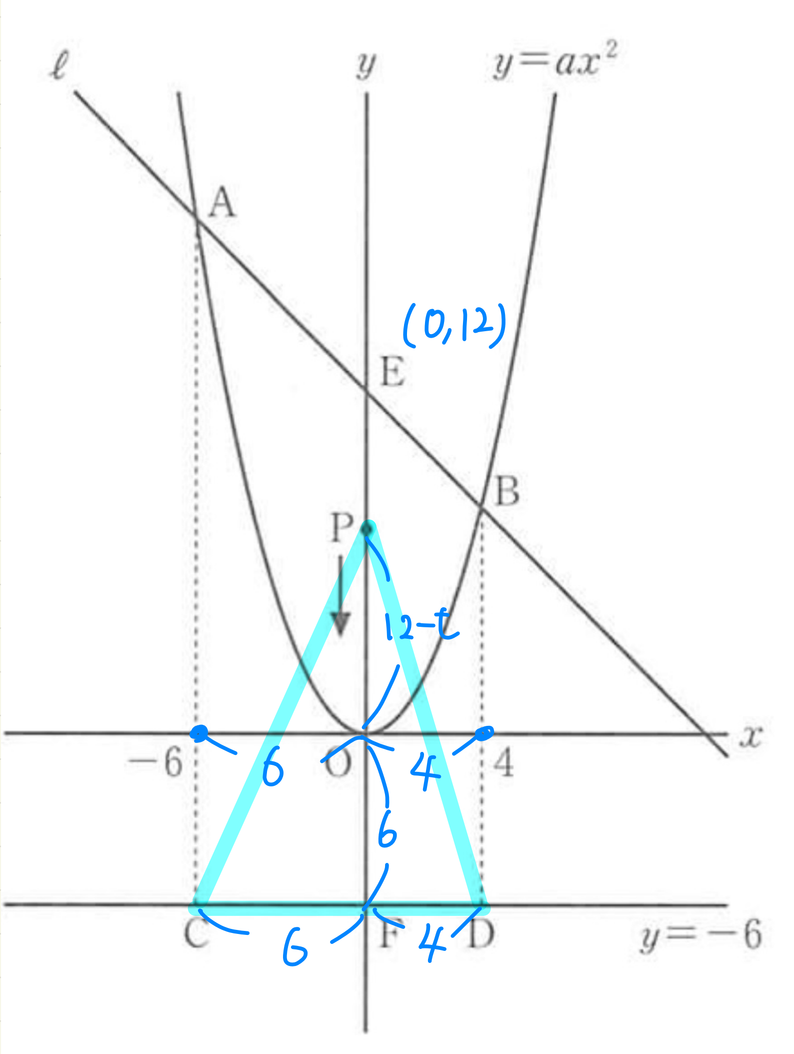
$= \triangle PAE + \triangle PBE$

$= \frac{1}{2} \times t \times 6 + \frac{1}{2} \times t \times 4$

$= 3t + 2t$

$= 5t \ cm^2$

イ.



点Eは $y=-x+12$ の切片なので、E(0, 12)

EP = t cm より

　PO = 12 − t cm

OF = 6 cm より

$PF = PO + OF$

$= 12 - t + 6$

$= -t + 18$

よって、

$\triangle PCD = \frac{1}{2} \times 10 \times (-t+18)$

$= -5t + 90$ cm^2

ア より △PBA = 5t cm^2 より

$\triangle PBA + \triangle PCD = 5t + (-5t + 90)$

$= 5t - 5t + 90$

$= 90$

よって、tの値に関係なく一定である。

(4)

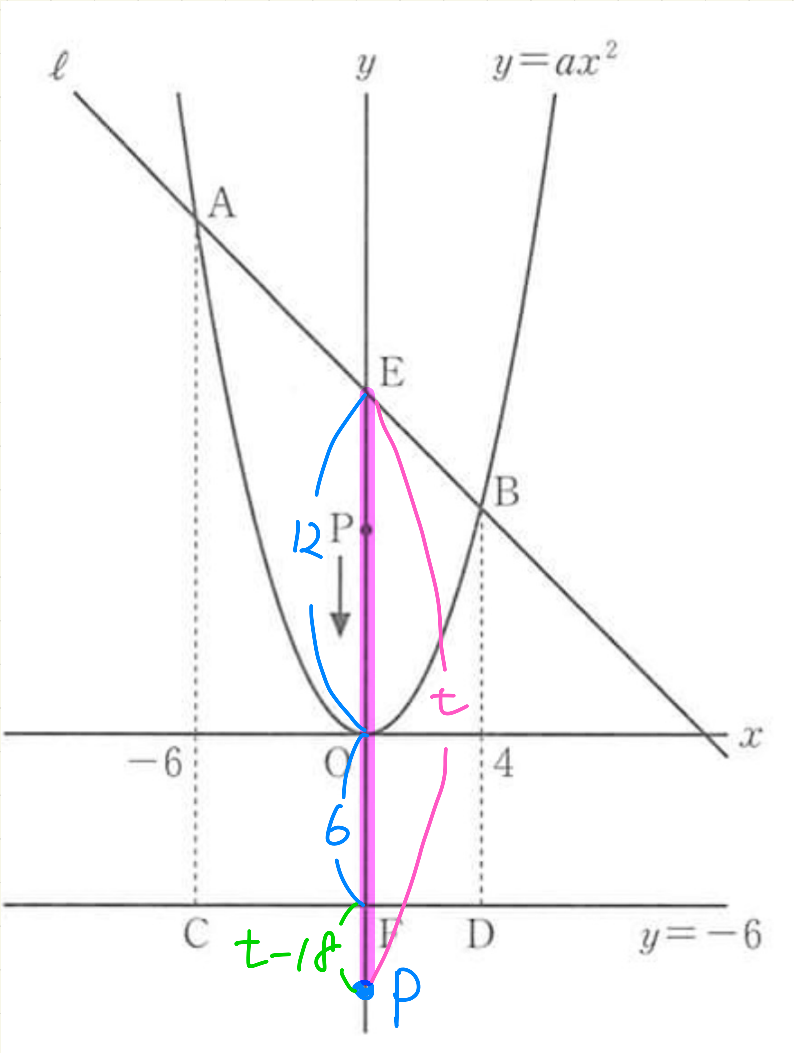
点PがEF上にあるとき、(3)イより

$\underbrace{5t}_{\triangle PBA} : \underbrace{(-5t+90)}_{\triangle PCD} = 4 : 1$

よって、

$$4(-5t+90)=5t$$
$$-20t-5t=-360$$
$$25t=360 \Rightarrow t=\frac{72}{5}$$

点PがEF上にないとき、すなわち、点Pが点Fより下にあるとき



$EF = t$ cm, $EO = 12$cm, $OF = 6$ cm より

$$FP = t-(12+6)$$
$$= t-18 \text{ cm}$$

$$\triangle PBA$$
$$= \triangle PEA + \triangle PBE$$
$$= \frac{1}{2}\times t\times 6 + \frac{1}{2}\times t\times 4$$
$$= 5t.$$
$$\triangle PCD = \frac{1}{2}\times 10\times (t-18)$$
$$= 5t-90$$

よって、

$$\underbrace{5t}_{\triangle PAB} : \underbrace{5t-90}_{\triangle PCD} = 4:1$$

よって、

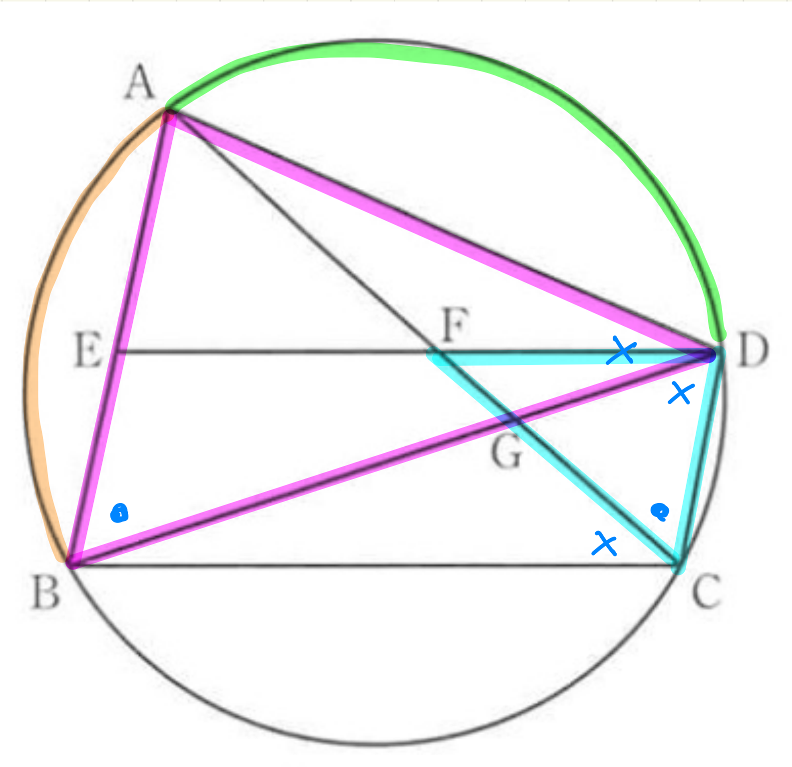
$$4(5t-90)=5t$$
$$20t-5t=360$$
$$15t=360 \Rightarrow t=24.$$

したがって、△PBAと△PCDの面積の比が4:1となるのは、点Pが点Eを出発してから

$\frac{72}{5}$, 4 秒後

5.

(1)



△ABDと△DCFで、

$\overset{\frown}{AD}$に対する円周角は等しいので、

∠ABD = ∠DCF ―①

$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角は等しいので、

∠ADB = ∠ACB ―②

ED//BCで錯角は等しいので、

∠ACB = ∠DFC ―③

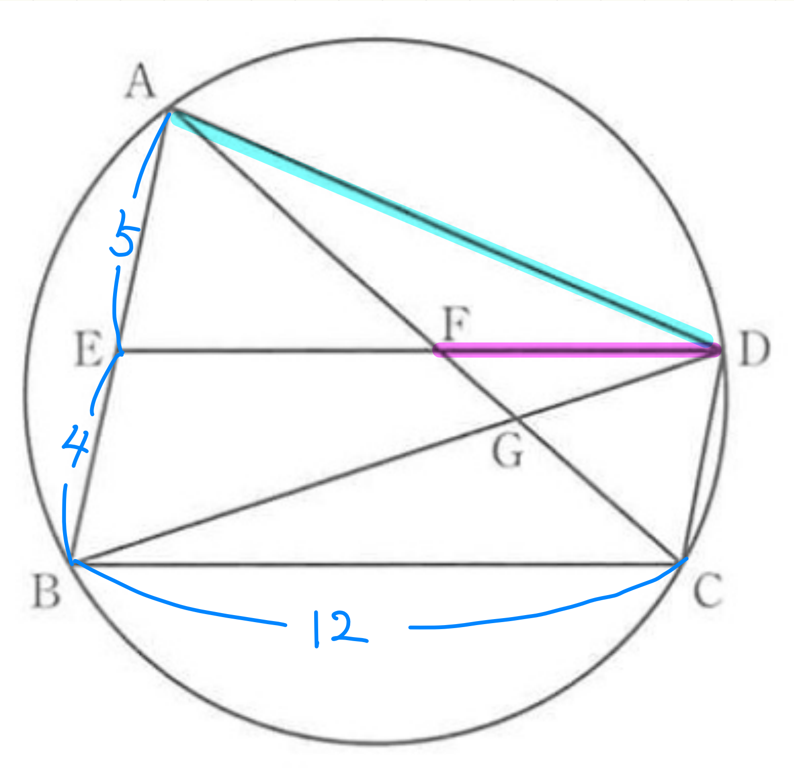
②、③より

∠ADB = ∠DFC ―④

①、④より2組の角がそれぞれ等しいので、

△ABD ∽ △DCF（証明終わり）

(2)



△AEF と△ABCで、

EF//BCより同位角が等しいので、

∠AEF = ∠ABC ―①

∠AFE = ∠ACB ―②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、

△AEF ∽ △ABC

よって、対応する辺の比は等しいので、

$$\underset{5}{\underline{AE}} : \underset{9}{\underline{AB}} = EF : \underset{12}{\underline{BC}}$$

$$\therefore 9EF = 60 \Rightarrow EF = \frac{20}{3}$$

ここで、ED//BC、EB//DCより2組の辺が平行なので、□EBDCは平行四辺形である。よって、

$$ED = BC \Rightarrow ED = 12\,\text{cm}$$

したがって、

$$DF = ED - EF$$

$$= 12 - \frac{20}{3}$$

$$= \frac{16}{3}\,\text{cm}$$

また、(1)より △ABD ∽ △DCF なので、対応する辺の比は等しいから、

$$\underbrace{AB}_{9} : \underbrace{DC}_{4} = AD : \underbrace{DF}_{\frac{16}{3}}$$

↑ ▱EBDCは平行四辺形より

よって、

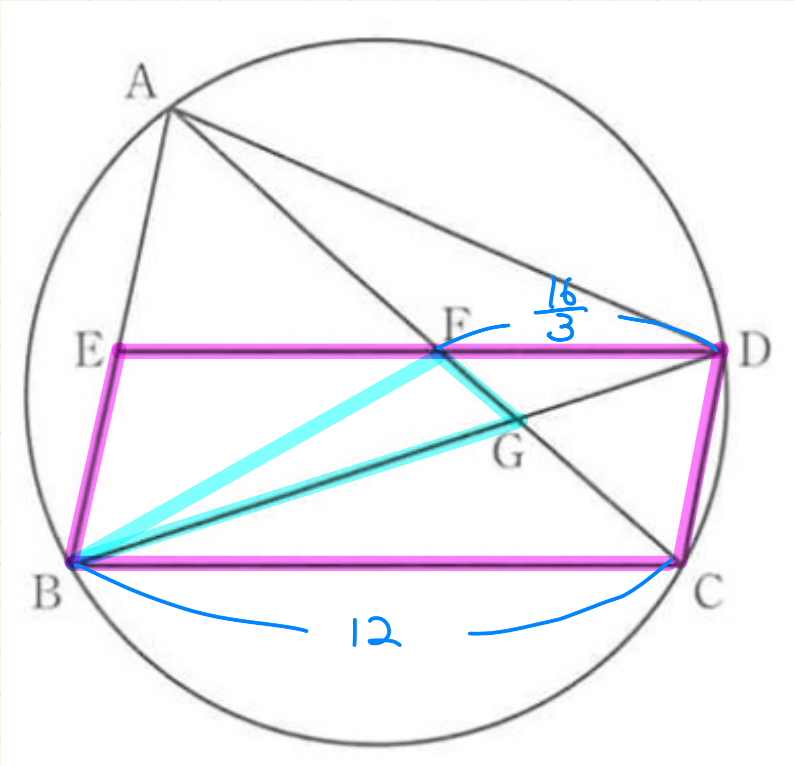
$$4AD = 48$$

$$AD = 12\ \text{cm}$$

したがって、

$$DF = \frac{16}{3}\ \text{cm},\quad AD = 12\ \text{cm}$$

(3)



△FDG と △CBG で、

FD // BC より錯角が等しいので、

∠GFD = ∠GCB —①

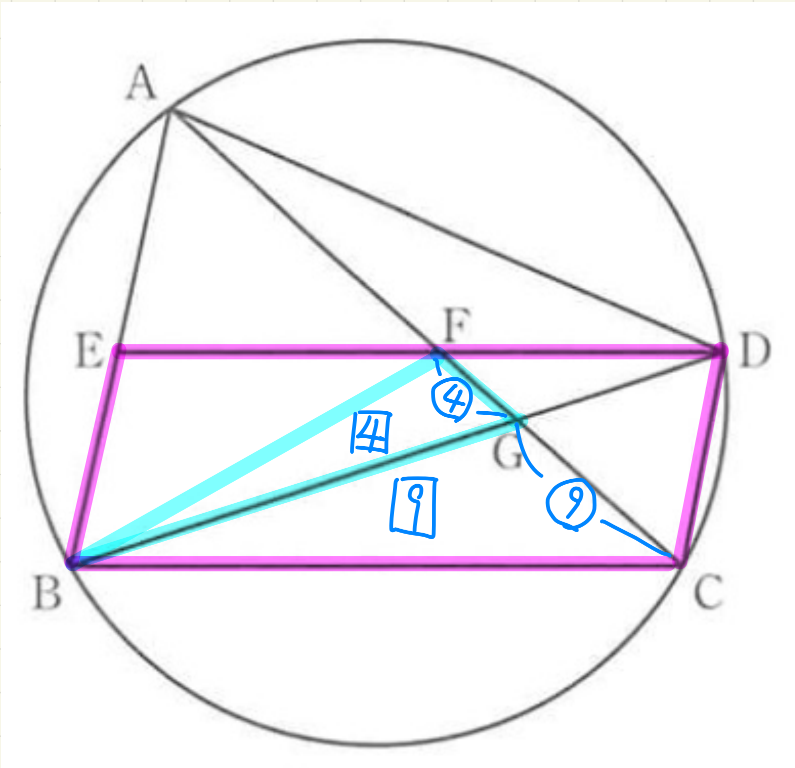
∠GDF = ∠GBC —②

①、②より 2組の角がそれぞれ等しいので、

△FDG ∽ △CBG

対応する辺の比は等しいので.

$$FG : CG = FD : CB$$
$$= \frac{16}{3} : 12$$
$$= 16 : 36$$
$$= 4 : 9$$



△BFG と△BGCで,
底辺をそれぞれFG, GC
とすると, 高さは等しいので,
面積比は底辺比に等しい。
よって,

△BFG : △BGC = 4 : 9

△BFG = $\boxed{4}$ とすると,

△BGC = $\boxed{9}$

また, △FBC = △FBG + △GBC = $\boxed{13}$

▱BCDE は平行四辺形より

▱BCDE = $\boxed{13} \times 2$

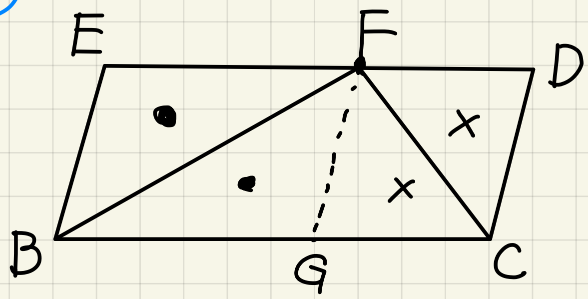
= $\boxed{26}$

よって,

▱BCDE : △BFG = 26 : 4

= 13 : 2

別



$\triangle BFE \equiv \triangle BFG$ より 2つの面積は等しい。

$\triangle FGC \equiv \triangle FDC$ より 2つの面積は等しい.

$$\square BCDE = \bullet + \bullet + \times + \times$$

$$= 2(\bullet + \times)$$

$$= 2(\triangle BFG + \triangle FGC)$$

$$= 2 \times \triangle FBC$$

$\triangle FBC = \boxed{13}$ とおくと

$$\square BCDE = 2 \times \boxed{13}$$

$$= \boxed{26}$$