2022年度 広島県

数学

kmkm

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= 3+6$

$= \underline{9}$

(2) 与式 $= 12x+3y-5x+10y$

$= \underline{7x+13y}$

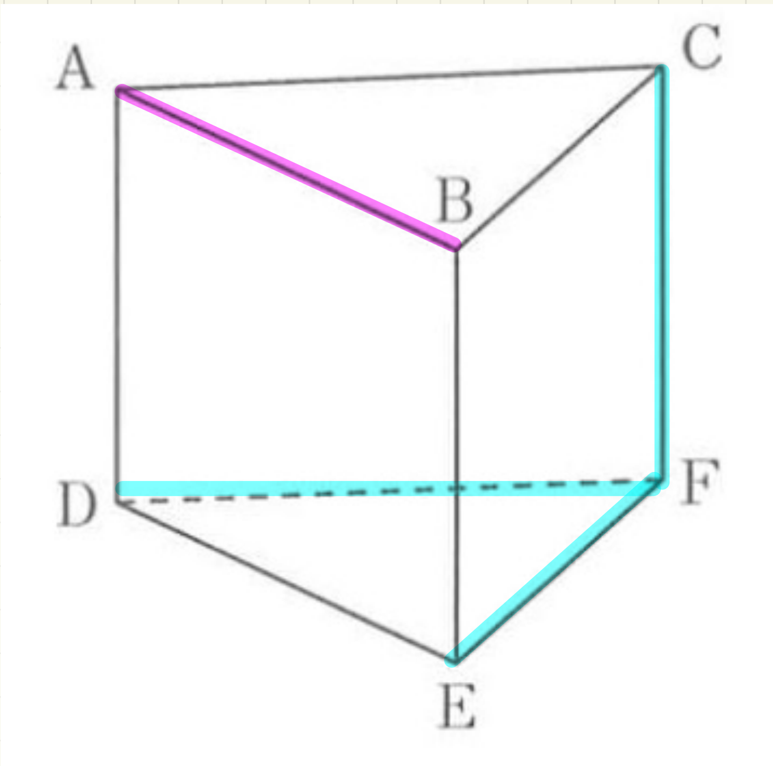
(3) 与式 $= 3\sqrt{5}-\sqrt{5}+2\sqrt{5}$

$= \underline{4\sqrt{5}}$

(4) 与式 $= y(x^2-4)$

$= \underline{y(x+2)(x-2)}$

(5)



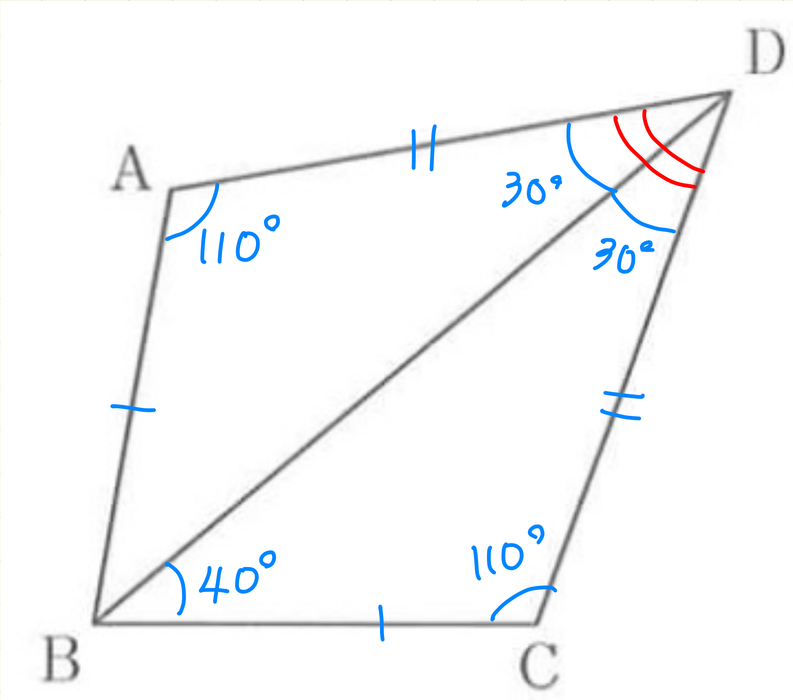
辺ABとねじれの位置にあるのは、

辺CF, 辺DF, 辺EF

(6) $y = \dfrac{a}{x}$ に $x = -3$, $y = 2$ を代入して.

$$2 = \frac{a}{-3} \Rightarrow \underline{a = -6}$$

(7)



$\triangle ABD$ と $\triangle CBD$ で,
仮定より

$AB = CB$ —— ①

$AD = CD$ —— ②

共通な辺は等しいから

$BD = BD$ —③

①, ②, ③ より 3組の辺が
それぞれ等しいので.

$\triangle ABD \equiv \triangle CBD$ —— ④

対応する角は等しいから

$\angle BAD = \angle BCD \Rightarrow \angle BCD = 110°$

$\triangle CBD$ で, 三角形の内角の和は $180°$ より

$$\angle BDC = 180° - 40° - 110°$$
$$= 30°$$

④より対応する角は等しいから

$\angle BDA = \angle BDC \Rightarrow \angle BDA = 30°$

よって.

$$\angle ADC = 30° + 30°$$
$$= \underline{60°}$$

(8) 表より40分以上50分未満の相対度数は.

$$\frac{14}{40} = 0.35$$

2

(1) やや難

	紅茶	:	牛乳	:	コーヒー		
ミルクティ	②	:	①			⇒	③
コーヒー牛乳			△1	:	△1	⇒	△2

ミルクティとコーヒー牛乳は同じ量なので.

③ = △2

	紅茶	:	牛乳	:	コーヒー	
ミルクティ	④	:	②			… ×2
コーヒー牛乳			△2 = ③	:	△2 = ③	… ×2

⇓

	紅茶	:	牛乳	:	コーヒー
ミルクティ	④	:	②		
コーヒー牛乳			③	:	③
	④	:	⑤	:	③

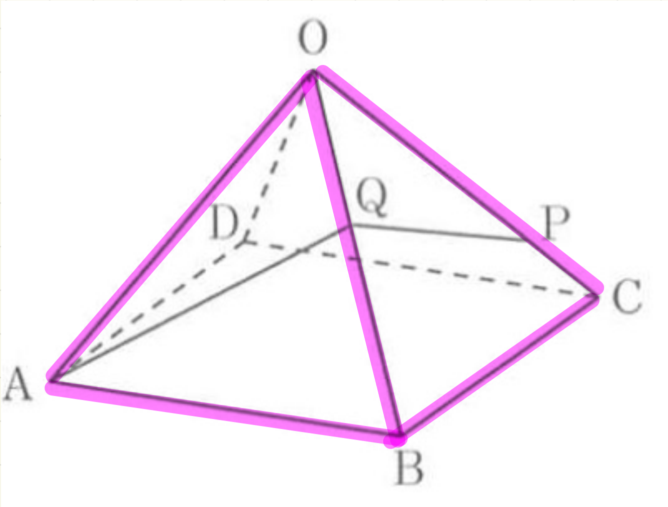
⑤ = 350 mL ⇒ ① = 70 mL

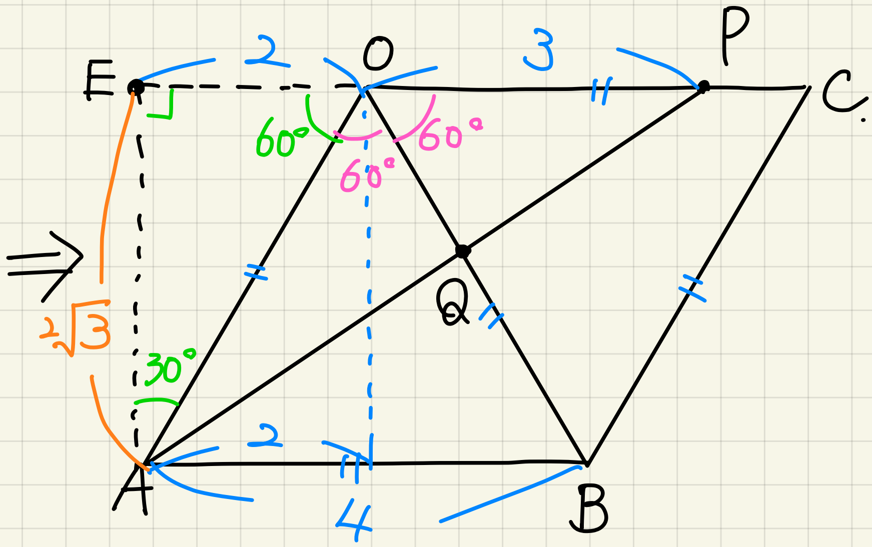
よって.

紅茶 = ④ = ① × 4 = 70 mL × 4 = 280 mL

コーヒー = ③ = ① × 3 = 70 mL × 3 = 210 mL.

(2) やや難





AQ+QP が最小 ⇒ 展開図において, A, Q, P が一直線上にある。

右上図のように展開図を考える.

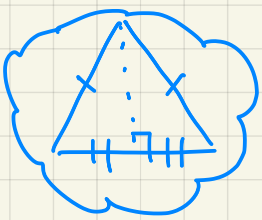
△OAB, △OBC は正三角形より

$\angle AOB = \angle BOC = 60°$

$\therefore \angle EOA = 180° - 60° - 60° = 60°$

△OEC は 30° − 60° − 90° の直角三角形であり

OE = 2cm であるから ⇒



$\underset{2cm}{OE} : EA = 1 : \sqrt{3}$ ⇒ $EA = 2\sqrt{3}$ cm.

△AEP で三平方の定理より

$AP = \sqrt{5^2 + (2\sqrt{3})^2}$ $= \sqrt{25+12}$

$= \sqrt{37}$ cm $= \sqrt{37}$

(3)

① 2019年の中央値は1000匹未満である。

少なくとも1000匹未満 ← 中央値 = 1000匹未満

よって、少なくとも15日は1000匹未満であるから、
1000匹未満の日数は15日以上ある。

15日を含む。

② 2019年の最大値は、6000 ～ 7000匹
2020年の最大値は、2000 ～ 3000匹
2021年の最大値は、16000 ～ 17000匹
よって、7000匹以上観測されたのは、2021年のみ。

③

下位データ　上位データ

3000匹以上か不明

第1四分位数　15日　第3四分位数

2000～3000　10000～11000

データを小さい順に並べたとき、3000匹以上が、
何番目になるか不明のため、3000 ～ 10000匹が
15日以上あるか分からない。

④ 2021年の中央値は4000匹以上
⇒ 15日以上は4000匹以上を観測。
2019年の第3四分位数は、2000匹未満
⇒ 多くとも7日が2000匹以上
よって、4000匹以上の観測された日は、2021年は
2019年の2倍以上

(補足) ④について.

2021年

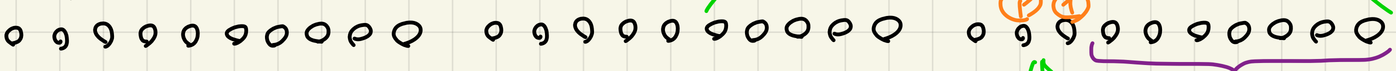
少なくとも4000匹以上

中央値 = 4000匹以上

2019年

上位データ

ア イ



多くとも2000匹以上

第3四分位数 = 2000匹未満

$$\frac{ア + イ}{2} < 2000 \iff ア + イ < 4000$$

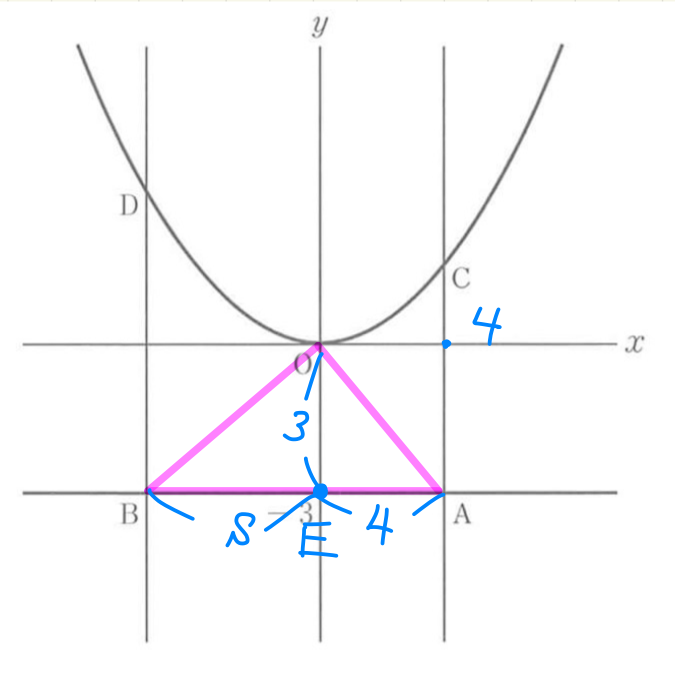
仮に イ を 4000 とすると.

$$ア + 4000 < 4000 \iff ア < 0$$

となる。したがって, 少なくとも イ は 4000匹以上でない

$\boxed{3}$

(1)



BEの長さを s とする.

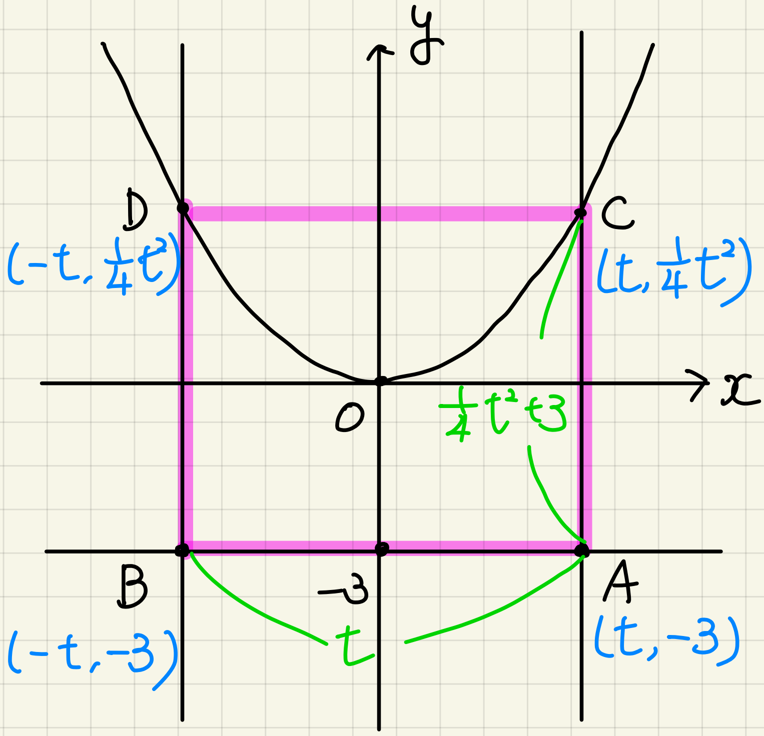
$$\triangle OBA = \frac{1}{2} \times (4 + s) \times 3$$
$$= \frac{3}{2}s + 6$$

$\triangle OBA = 9$ より

$$\frac{3}{2}s + 6 = 9$$
$$\frac{3}{2}s = 3 \iff s = 2$$

よって, Bの x 座標は -2

(2)



□DBACが正方形

⇒ ∠BDC = ∠BCD = 90°

⇒ 点D, 点Bのy座標は等しい。

⇒ 点Dと点Cはy軸について対称である。

⇒ 点Bと点Aもy軸について対称である。

⇒ 点Dと点B, 点Cと点Aのx座標がそれぞれ等しい!

点Aのx座標をtとする。

A : $(t, -3)$

B : $(-t, -3)$

C : $(t, \frac{1}{4}t^2)$ ⇐ $y = \frac{1}{4}x^2$ 上にあり $x = t$ なので,

D : $(-t, \frac{1}{4}t^2)$ ⇐ $y = \frac{1}{4}x^2$ 上にあり. $x = -t$ なので,

□DBACは正方形なので, BA = AC

$BA = t - (-t) = 2t$

$AC = \frac{1}{4}t^2 - (-3) = \frac{1}{4}t^2 + 3$

よって

$$2t = \frac{1}{4}t^2 + 3$$

$\frac{1}{4}t^2 - 2t + 3 = 0$ 両辺×4

$t^2 - 8t + 12 = 0$

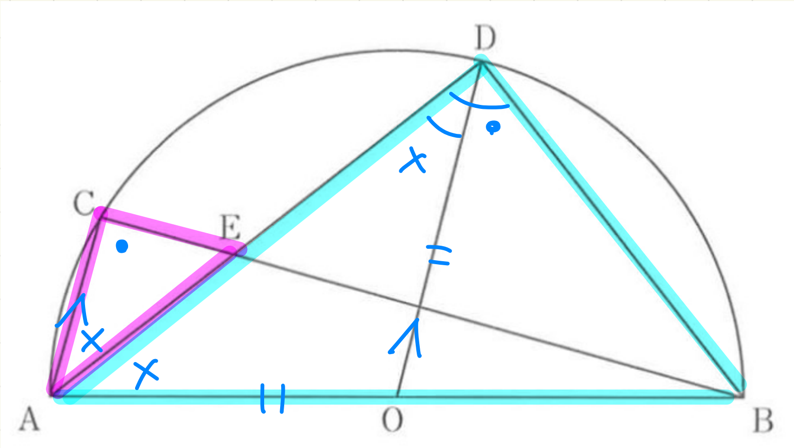
$$\Leftrightarrow t^2 - 8t + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-2)(t-6) = 0$$

$$\therefore t = 2, 6$$

点Aのx座標は正なので、t=2, 6 はともに満たす。
よって、2, 6

$\boxed{4}$



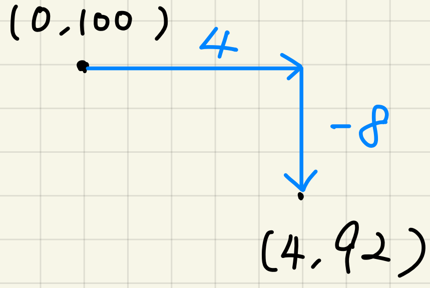
△AECと△ABDにおいて、
半円の弧に対する円周角であるから
∠ACE = ∠ADB ―①

平行線の錯角であるから
∠CAE = ∠ADO ―②
OA = ODであるから、△OADは二等辺三角形。
よって、
∠ADO = ∠DAB ―③
②、③より
∠CAE = ∠DAB ―④

①、④より2組の角がそれぞれ等しいので
△AEC ∽ △ABD（証明終わり）

$\boxed{5}$

(1) $y=ax+b$ とおく。1次関数では、傾き＝変化の割合なので



$$a = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{92-100}{4-0} = \frac{-8}{4} = -2$$

よって、$y=-2x+b$ で、(0, 100) を通るので

$b=100$

$\therefore\ y=-2x+100$

(2)

P市からQ島まで12kmあり、分速1.2kmで進むから

$12 \div 1.2 = 10$ 分

したがって、

P市 → Q島 ： 10分

Q島 → P市 ： 10分

である。よって、

$0 \leqq x \leqq 10$ … 5kgの荷物をのせたときのグラフ

$10 \leqq x \leqq 20$ … 荷物をのせないときのグラフ

となる。

$0 \leqq x \leqq 10$ のとき.

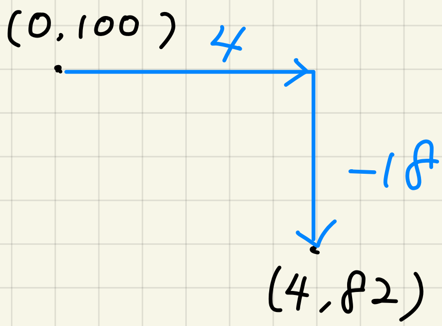
$y = ax + b$ とおくと, $(0, 100)$, $(4, 82)$ を通るので,

$$a = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$= \frac{82 - 100}{4 - 0}$$

$$= \frac{-18}{4}$$

$$= -\frac{9}{2}$$



よって, $y = -\frac{9}{2}x + b$ で, $(0, 100)$ を通るので.

$$y = 100$$

$$\therefore y = -\frac{9}{2}x + 100$$

ここで, $x = 10$ のとき.

$$y = -\frac{9}{2} \times 10 + 100$$

$$= 55$$

なので, $(10, 55)$ を通る.

$10 \leqq x \leqq 20$ のとき.

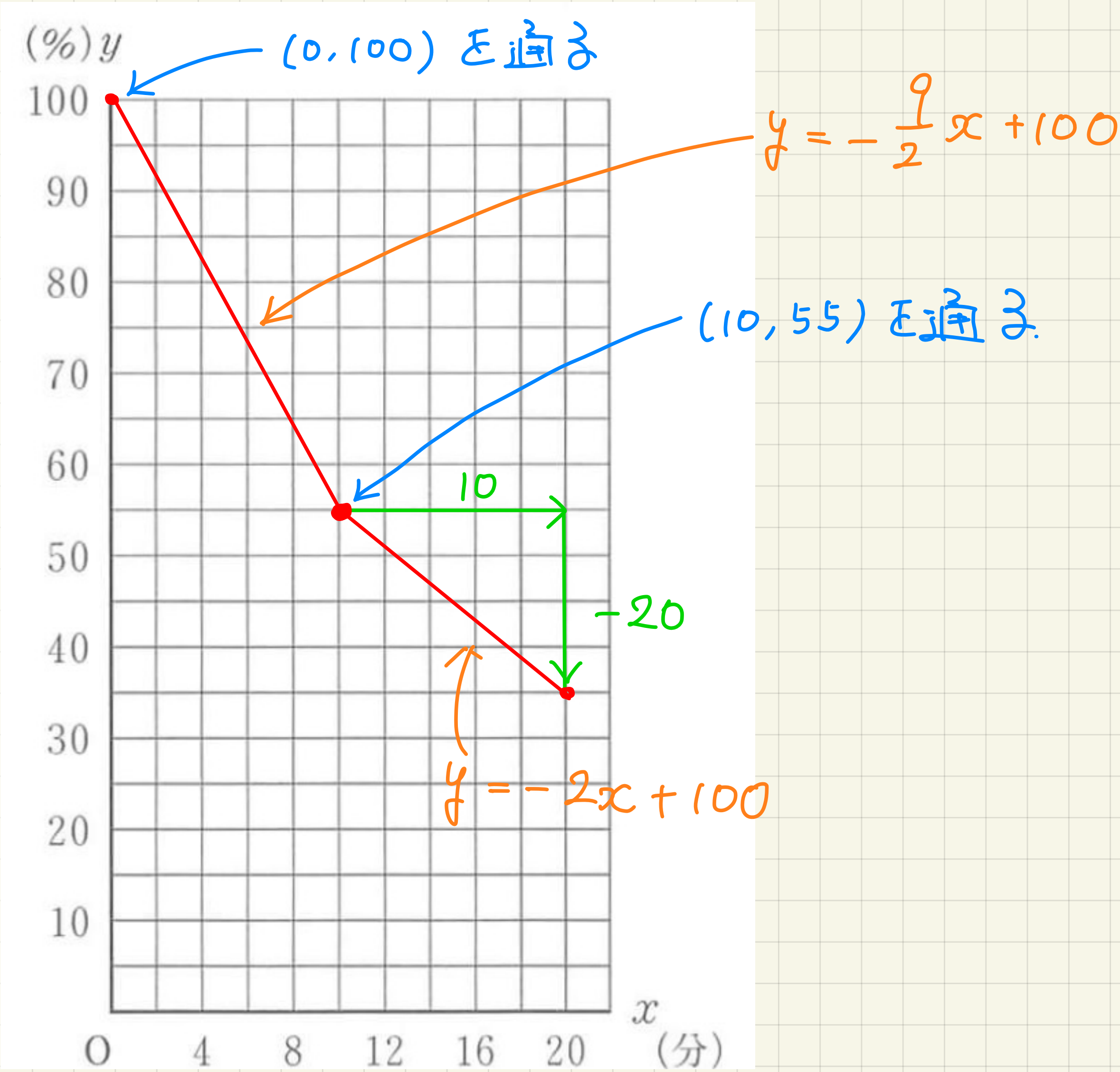
(1) より $y = -2x + 100$

ここで, x が 10 増加したとき.

$$-2 = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$\Leftrightarrow \underline{y\text{の増加量}} = -2 \times x\text{の増加量}$$
$$= -2 \times 10$$
$$= \underline{-20}$$

グラフは以下の通り。



〈説明〉

往復で20分かかるが，20分後のバッテリー残量は35%である。バッテリー残量が30%以下にならないため，A社のドローンは宅配サービスに利用できる。

$\boxed{6}$

(1) カードの取り出し方は4通り。
太郎さんが移動させた後のコマの位置が頂点Bとなるのは $\boxed{1}$ のカードを取り出したときのみである ⇒ 1通り。よって求める確率は

$\frac{1}{4}$

(2) 先にカードを取り出す人＝太郎さん.
太郎さんが勝つには.
太郎さんのカードによって頂点Bにいて,
さらに,次郎さんのカードによって頂点B以外にいるとき

である。太郎さんが取り出したカードによって頂点Bにくる確率は(1)より $\frac{1}{4}$。⇒ $\boxed{1}$ のカードを取り出したとき。

このとき,袋の中には $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ のカードが残っている。次郎さんが $\boxed{4}$ のカードを引くと,コマは再び頂点Bにくるので,引き分けとなる。
よって,太郎さんが勝つには.次郎さんが $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ のいずれかを取り出す必要がある。
⇒ 3枚のカードの取り出し方は3通り。このうち $\boxed{2}$ または $\boxed{3}$ のカードを取り出すのは2通り。よって,
次郎さんが $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ を取り出す確率は $\frac{2}{3}$

以上より、太郎さんが勝つ確率は、

$$\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

一方、後からカードを取り出す人＝次郎さんより、
次郎さんが勝つ確率を考える。
次郎さんが勝つには、
太郎さんのカードによって、頂点B以外におり、
さらに、次郎さんのカードによって、頂点Bにいること
である。
太郎さんの取り出したカードでコマが頂点B以外
にいるのは、取り出したカードが $\boxed{2}$、$\boxed{3}$、$\boxed{4}$ のとき。
⇒カードの取り出し方は3通りなので、確率は $\frac{3}{4}$

・太郎さんが $\boxed{2}$ をひいたとき、
次郎さんのカードで頂点Bにいるには、$\boxed{3}$ をひいた
とき ⇒ 1通り

・太郎さんが $\boxed{3}$ をひいたとき、
次郎さんのカードで頂点Bにいるには、$\boxed{2}$ をひいた
とき ⇒ 1通り

・太郎さんが $\boxed{4}$ をひいたとき、
次郎さんのカードで頂点Bにいるには、$\boxed{1}$ をひいた
とき ⇒ 1通り

よって、次郎さんの取り出したカードで、頂点B

にくるのは、$1\times1\times1=1$ 通り。
したがって、次郎さんの取り出したカードで頂点B
にくる確率は $\frac{1}{3}$ ゆえに、次郎さんが勝つ確率は

$$\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$$

以上のことから、先にカードを取り出す太郎さんが
勝つ確率は $\frac{1}{6}$ であり、後からカードを取り出す
次郎さんが勝つ確率は $\frac{1}{4}$ である。

$$\frac{1}{6}=\frac{6}{36},\quad \frac{1}{4}=\frac{9}{36} \Rightarrow \frac{6}{36}<\frac{9}{36} \text{ より } \frac{1}{6}<\frac{1}{4}$$

よって、先にカードを取り出す確率より、後からカードを
取り出す確率の方が大きいから、後からカードを
取り出す人が勝ちやすい
⇒ ウ