2022年度 高知県
数学

kmkm

$\boxed{1}$

(1)

① 与式 $= 3-6+8$
$= 5$

② 与式 $= \dfrac{2(5x-y)-3(x-y)}{6}$
$= \dfrac{10x-2y-3x+3y}{6}$
$= \dfrac{7x+y}{6}$

③ 与式 $= \dfrac{8a^2b \times (-3a)}{-2a^3b^2}$
$= \dfrac{12}{b}$

④ 与式 $= 2\sqrt{6} - 3\sqrt{6}$
$= -\sqrt{6}$

※ $\dfrac{12}{\sqrt{6}} = \dfrac{12}{\sqrt{6}} \times \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \dfrac{12\sqrt{6}}{6}$
$= 2\sqrt{6}$

(2) 男子のスキー経験者は $\dfrac{2}{5}a$ 人
女子のスキー経験者は $\dfrac{1}{4}b$ 人

合わせて35人

よって、$\dfrac{2}{5}a + \dfrac{1}{4}b = 35$

これをbについて解く.

$$\frac{1}{4}b=-\frac{2}{5}a+35$$

$$b=-\frac{8}{5}a+140$$

(3) xの増加：$1\to3$として考えてみる.

ア：$x=1\Rightarrow y=-3$
$x=3\Rightarrow y=-9$　減少

イ：$x=1\Rightarrow y=-3$
$x=3\Rightarrow y=-1$　増加

ウ：$x=1\Rightarrow y=-2$
$x=3\Rightarrow y=0$　増加

エ：$x=1\Rightarrow y=-3$
$x=3\Rightarrow y=-9$　減少

よって, xの値が増加したとき, yの値が減少するグラフは, ア, エ

(4).

$$x^2+2x-14=0$$

$$x^2+2x=14$$

−14を右辺に移項

$$x^2+2x+1=14+1$$

両辺+1

$$(x+1)^2 = 15$$
$$x+1 = \pm\sqrt{15}$$
$$\therefore x = -1 \pm \sqrt{15}$$

注 $x^2 + 2x + \bigcirc = (x + \underbrace{\triangle}_{2\times\frac{1}{2}})^2$ の形にしたい!

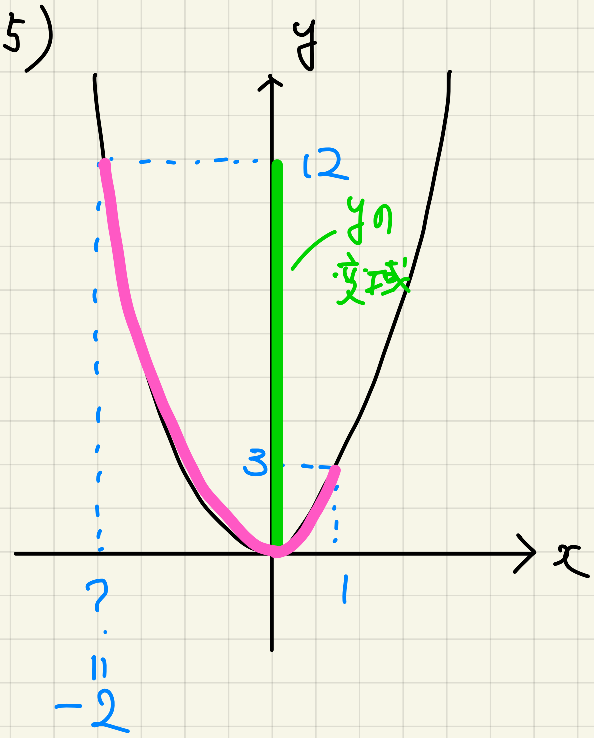
$\therefore \triangle = 1 \Rightarrow x^2+2x+1$ となれば良い!

よって.

$x^2+2x=14$ の両辺に $+1$ をすれば.

$$x^2+2x+1 = 14+1$$
$$(x+1)^2 = 15$$

(15)



$y=3x^2$ で. $x=1$ を代入すると
$y=3$.

よって. $a \leqq x \leqq 1$ で yの変域が
$0 \leqq y \leqq 12$ となるには
a が負の数が必要である.

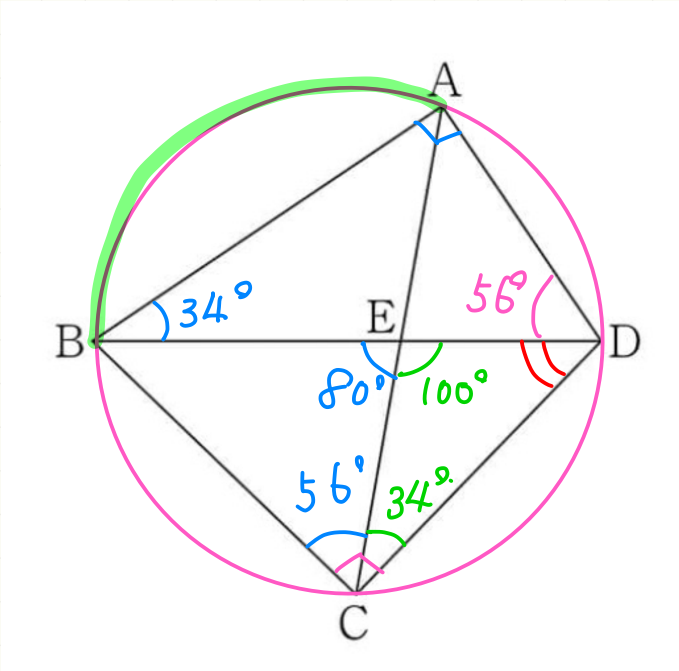
$y=3x^2$ において. $y=12$ のとき
$$12=3x^2$$
$$x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2.$$

よって, x の変域は

$$\underbrace{-2}_{a} \leqq y \leqq 1$$

$\therefore a=-2$

(6)



$\angle BDA = 180° - (90° + 34°)$
$= 56°$

仮定より，$\angle BCE = 56°$なので，
$\angle BDA = \angle BCE$
円周角の定理の逆より
A，B，C，Dは同一円周上にある。

□ABCDは円に内接するので，向かい合う角の和は180°である。よって，

$\underbrace{\angle BAD}_{90°} + \angle BCD = 180°$

$\therefore \angle BCD = 90°$

よって，

$\angle ACD = \angle BCD - \angle BCA$
$= 90° - 56°$
$= 34°$

一直線の角は180°なので，
$\angle CED = 180° - 80°$
$= 100°$

よって，△CDEで，三角形の内角の和は180°だから
$\angle CDE = 180° - (34° + 100°)$
$= 46°$

(7) ヒストグラムより

200 ~ 210 cm ⇒ 8人

210 ~ 220 cm ⇒ 13人

220 ~ 230 cm ⇒ 9人

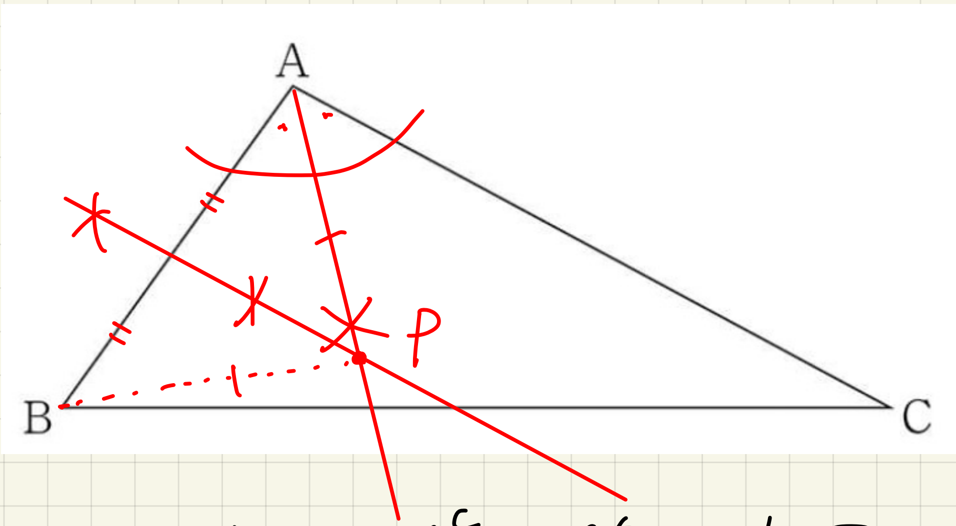
よって、200 ~ 230 cm の生徒は、

$8 + 13 + 9 = 30$人

中学3年生の生徒は50人なので、200 ~ 230 cm の生徒の割合は

$$\frac{30}{50} \times 100 = 60\%$$

(8)



① ∠BACの二等分線を作図

⇒ 二等分線上は、AB, ACからの距離が等しい。

② ABの垂直二等分線を作図

⇒ 垂直二等分線上はA, Bからの距離が等しい

③ ①, ② の交点が点Pである。

$\boxed{2}$

(1) 右上の数は $x+2$，左下の数は $x+3$，
右下の数は $x+5$ と表されるので
$$(x+2)(x+3)-x(x+5)$$
$$=x^2+5x+6-x^2-5x$$
$$=6$$
したがって，右上の数と左下の数の積から，
左上の数と右下の数の積を引くと6になる。

(2)

	1列目	2列目	3列目	4列目	5列目	…
1行目	1	3	5	7	9	…
2行目	4	6	8	10	12	…
3行目	7	9	11	13	15	…
4行目	10	12	14	16	18	…
5行目	13	15	17	19	21	…
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

+3 +3 +3 +3

+2 +2 +2

$$1+3+3+3+3+2+2+2$$
$$=1+3\times\underbrace{4}_{5-1}+2\times\underbrace{3}_{4-1}$$

よって，m行目n列目は
$$1+3(m-1)+2(n-1)$$
$$=1+3m-3+2n-2$$
$$=3m+2n-4$$

(3) 最も大きい数をm行目5列目とする。
m行目 $\Rightarrow 9+3(m-1)=3m+6$
$m-1$行目 $\Rightarrow 9+3(m-1-1)=9+3(m-2)$
$$=3m+3$$
$m-2$行目 $\Rightarrow 9+3(m-2-1)=9+3(m-3)$
$$=3m$$

$m-3$ 行目 $\Rightarrow 9+3(m-3-2)=9+3(m-5)$
$$=3m-3$$

よって，連続して並んだ4つの和は．

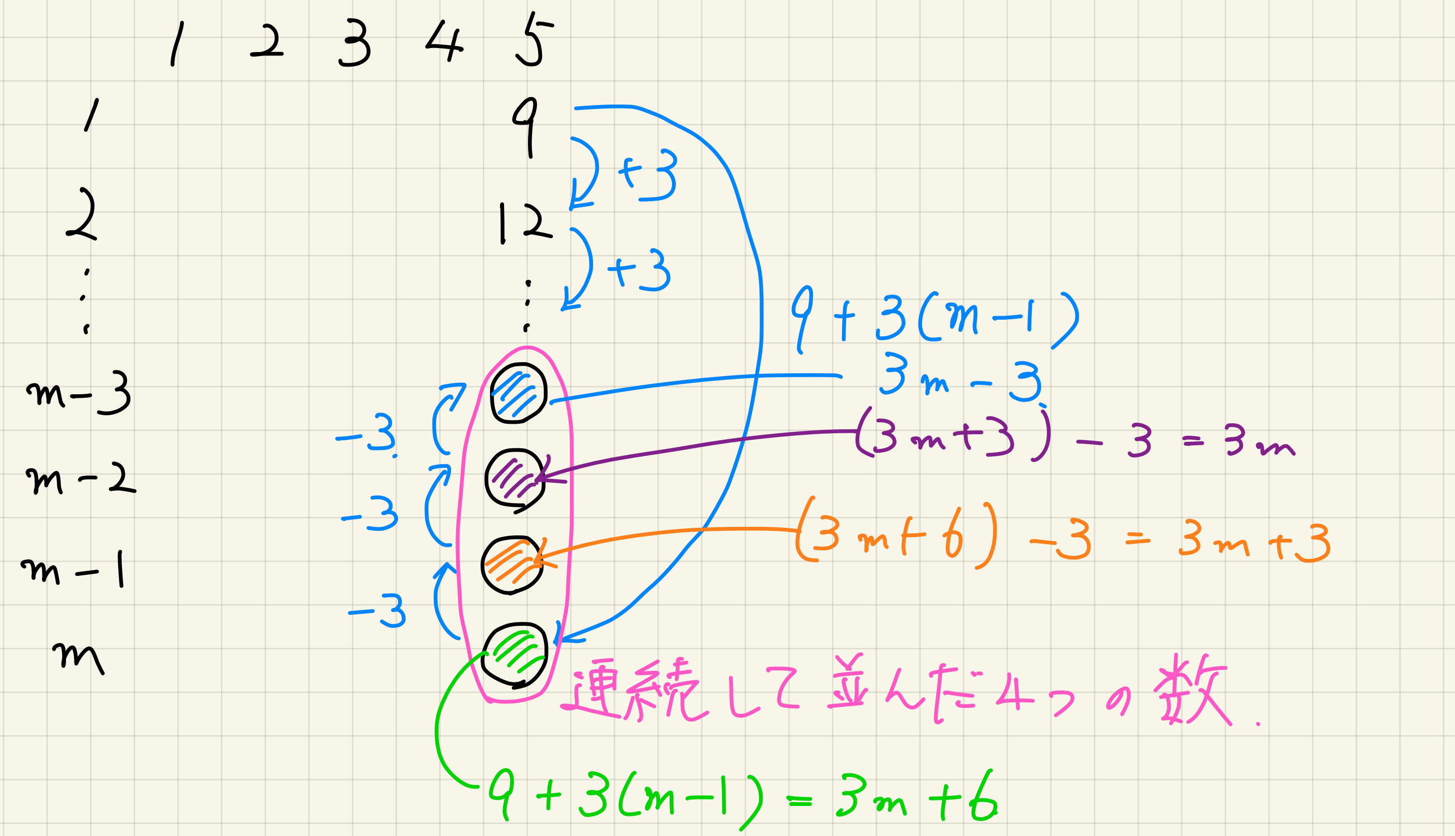
$$3m+6+3m+3+3m+3m-3$$
$$=12m+6$$

これが222となるので．

$$12m+6=222 \iff 12m=216 \quad \therefore m=18$$

よって，18行目

(参考)



3

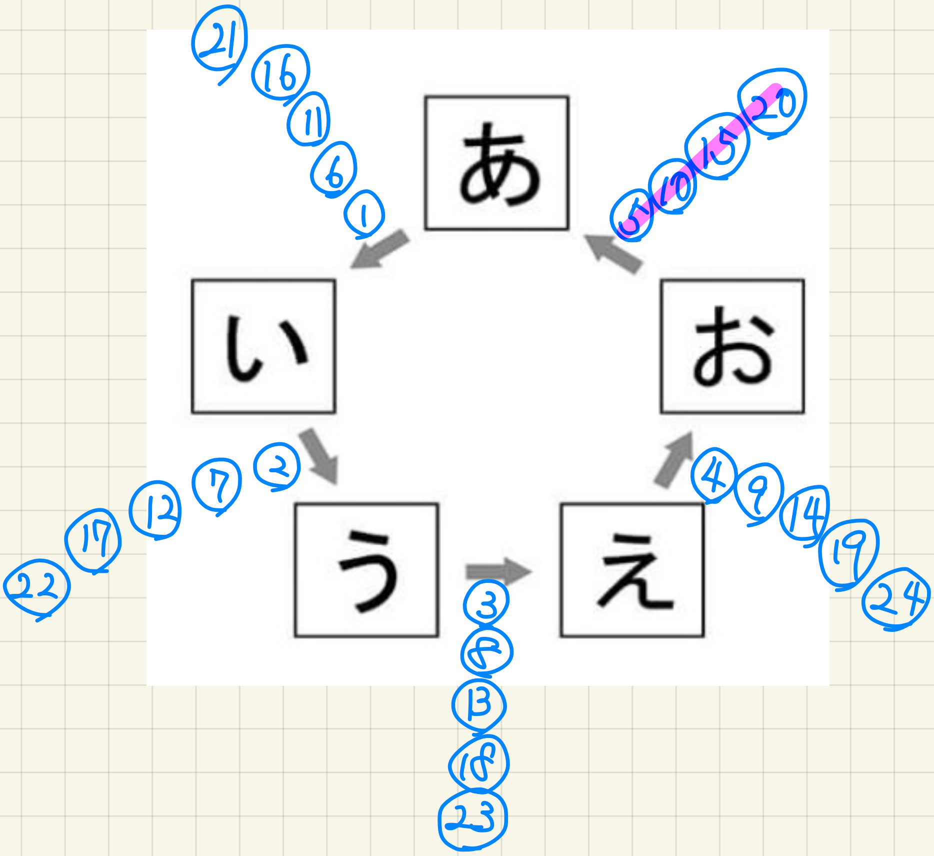
(1) さいころを2回投げたとき，出る目は $6\times6=36$ 通り。

1回目に出た目をx，2回目に出た目をyとする。

こまが進む数は，$x+3y$

このとき，こまが進む最大の数は，$x=6$，$y=6$ のときで，

$$6+3\times6=6+18$$
$$=24$$



このうち，あにこまが止まるのは，$x+3y$ が 5, 10, 15, 20 のいずれかである。

・$x+3y=5$ のとき，

$y=1 \Rightarrow x=2 \Rightarrow$ 適する

$y=2 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow$ 不適

よって 1通り

・$x+3y=10$ のとき

$y=1 \Rightarrow x=7 \Rightarrow$ 不適

$y=2 \Rightarrow x=4 \Rightarrow$ 適する

$y=3 \Rightarrow x=1 \Rightarrow$ 適する

$y=4 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow$ 不適

よって 2通り

・$x+3y=15$ のとき

$$\left.\begin{array}{l} y=1 \Rightarrow x=12 \\ y=2 \Rightarrow x=9 \end{array}\right\} \text{不適}$$

$$\left.\begin{array}{l} y=3 \Rightarrow x=6 \\ y=4 \Rightarrow x=3 \end{array}\right\} \text{適する}$$

$y=5 \Rightarrow x=0 \Rightarrow$ 不適

よって 2通り

・$x+3y=20$ のとき.

$$\left.\begin{array}{l} y=1 \Rightarrow x=17 \\ y=2 \Rightarrow x=14 \\ y=3 \Rightarrow x=11 \\ y=4 \Rightarrow x=8 \end{array}\right\} \text{不適}$$

$$\left.\begin{array}{l} y=5 \Rightarrow x=5 \\ y=6 \Rightarrow x=2 \end{array}\right\} \text{適する}$$

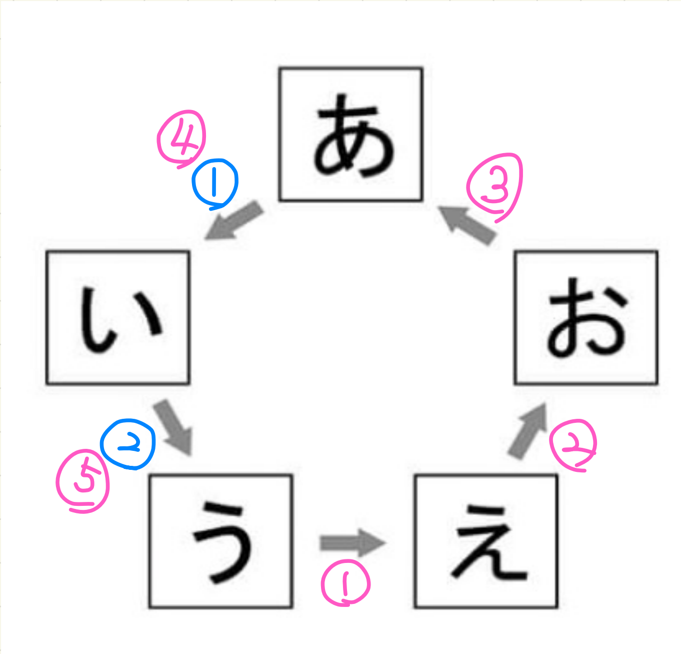
よって 2通り

以上よりこまがⅠ面に止まるのは $1+2+2+2=7$ 通り。

ゆえに、求める確率は $\dfrac{7}{36}$

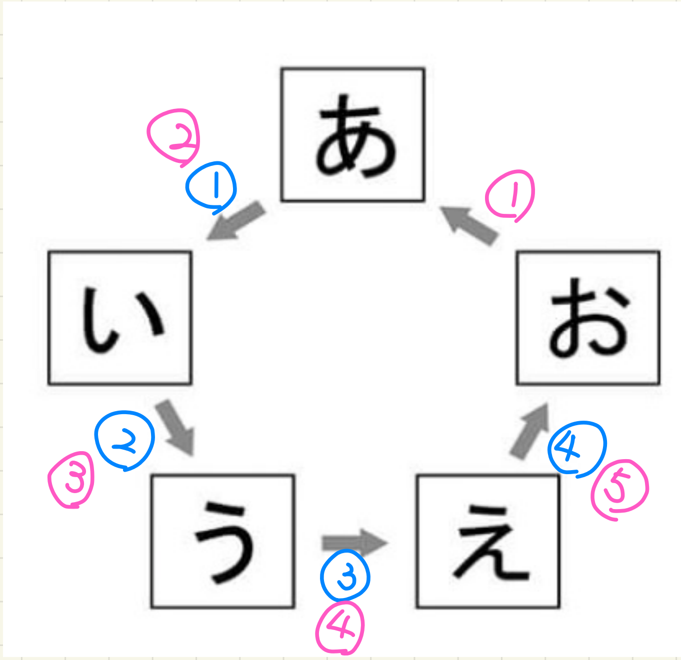
(2) 1回目に出る目は、1〜6のいずれでも良い。
2回目に出る目が5のとき、1回目で止まったこまと同じマスにいる。

(例) $x=2$ のとき。



⇒1回目でう、2回目でうにとまる

$x=4$ のとき。



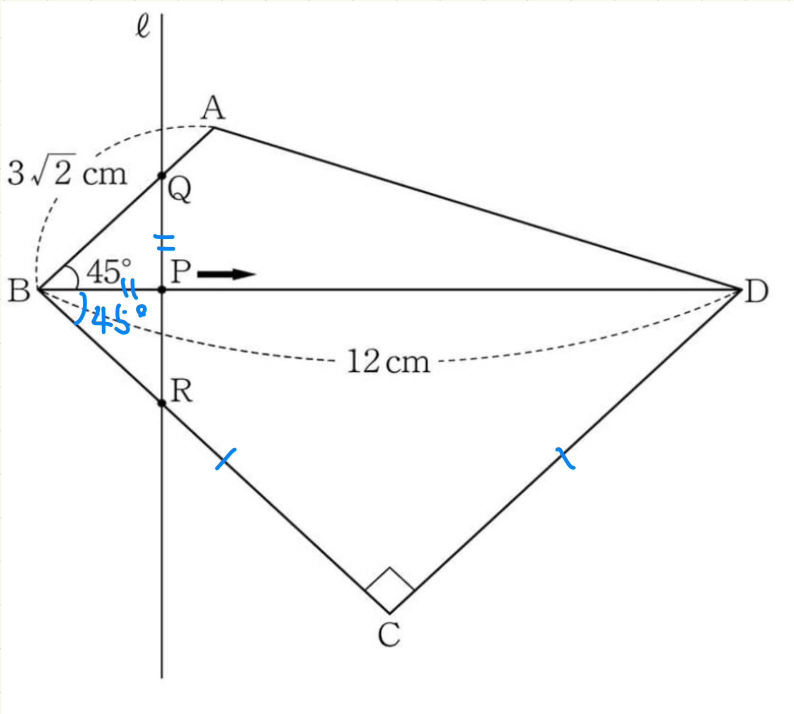
⇒1回目にお、2回目におにとまる

したがって、1回目と2回目で異なるマスに止まるには、2回目のさいころの目が5以外(1, 2, 3, 4, 6)であれば良い。よって、求める確率は

$$\frac{5}{6}$$

4

(1)



△BPQ は、45°−45°−90° の直角二等辺三角形なので、

BP = PQ ── ①

また、△BCD は、BC = CD の直角二等辺三角形なので、

∠DBC = 45° ⇒ ∠PBR = 45°

よって、△BPR も 45°−45°−90° の直角三角形なので、

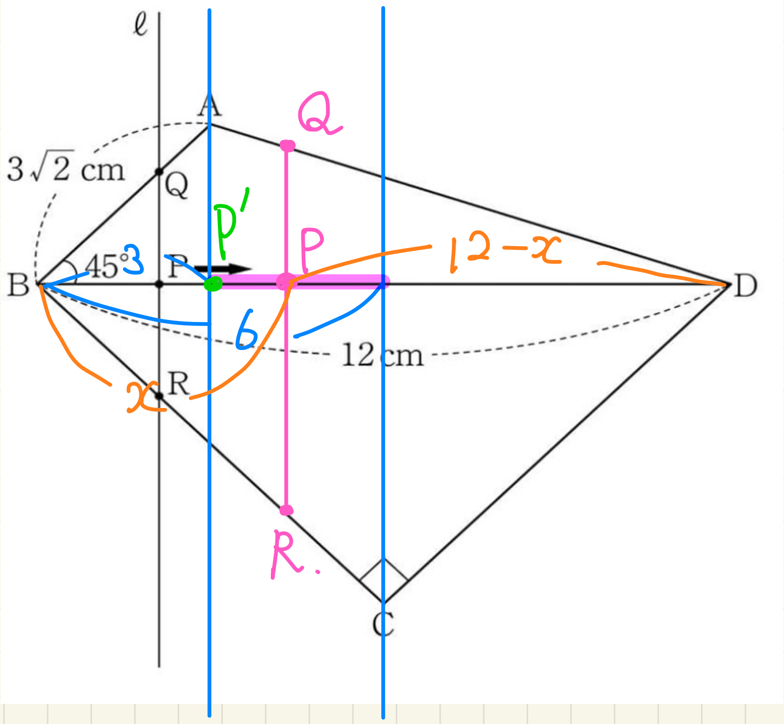
BP = PR ─ ②

①、②より

$$\left.\begin{aligned} QR &= PQ + PR \\ &= 2BP \end{aligned}\right) \Rightarrow y = 2x$$

BP = 3 cm より、QR = 6 cm. ∴ $y = 6$

(2) $x=3$ $x=6$



$3 \leqq x \leqq 6$ のとき、P, Q, R の位置は左図の通り。

$x = 3$ のとき、ℓ と BD の交点を P′ とする。

QP について

△DQP と △DAP′ において、

QP // AP′ より同位角が等しいので

$\angle DQP = \angle DAP'$ —— ①
$\angle DPQ = \angle DP'A$ —— ②

①.② より 2組の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle DQP \backsim \triangle DAP'$

ここで,

$BP' = AP'$ で $BP' = 3$ より $AP' = 3$ cm.

$DP' = 12 - 3 = 9$ cm

$DP = 12 - x$ cm.

よって,

$$\underbrace{DP}_{12-x} : \underbrace{DP'}_{9} = QP : \underbrace{AP'}_{3}$$

$\Rightarrow 9QP = 3(12 - x)$

$\therefore QP = \frac{1}{3}(12 - x)$ cm —— ㋐

PRについて

(1) より $BP = PR$ で, $BP = x$ cm より $PR = x$ cm

以上より

$$y = \frac{1}{3}(12 - x) + x$$

$$= -\frac{1}{3}x + x + 4$$

$$= \frac{2}{3}x + 4$$

(3)

$0 \leqq x \leqq 3$ のとき

(1) より $y = 2x$ である。$y = 4$ を代入して.

$4 = 2x \Rightarrow x = 2$

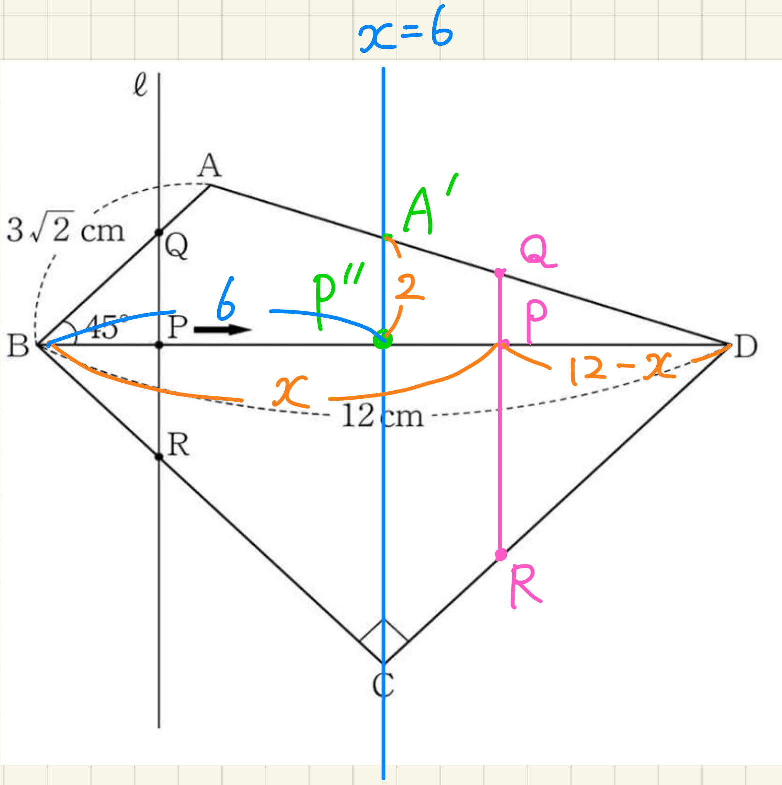
$3 \leqq x \leqq 6$ のとき.

(2) より $y = \frac{2}{3}x + 4$ である。$y = 4$ を代入して

$4 = \frac{2}{3}x + 4 \Rightarrow x = 0$

これは. $3 \leqq x \leqq 6$ を満たさないので. 不適

$6 \leqq x \leqq 12$ のとき.



P, Q, R の位置は左図の通り。

$x = 6$ のとき, ℓ と AD の交点を A', ℓ と BD の交点を P'' とする。

QP について

(2) ㋐ より. $x = 6$ のとき.

$A'P'' = \frac{1}{3}(12 - 6) = 2$

また, $\triangle DQP \backsim \triangle DA'P''$ より.

$\underbrace{DP}_{12-x} : \underbrace{DP''}_{6} = QP : \underbrace{A'P''}_{2}$

$\Rightarrow 6QP = 2(12-x)$

$\therefore \underline{QP = \frac{1}{3}(12-x)}$

PRについて

$\triangle DPR$ と $\triangle DP''C$ において、

$PR \parallel P''C$ より同位角が等しいので、

$\angle DPR = \angle DP''C$ ―― ①

$\angle DRP = \angle DCP''$ ―― ②

①, ② より 2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle DPR \sim \triangle DP''C$

よって、

$\underbrace{DP}_{12-x} : \underbrace{DP''}_{6} = PR : \underbrace{P''C}_{6}$

$\Rightarrow 6PR = 6(12-x)$

$\therefore \underline{PR = 12-x}$

以上より

$y = \frac{1}{3}(12-x) + 12 - x$

$= -\frac{1}{3}x - x + 4 + 12$

$= -\frac{4}{3}x + 16$

これに、$y=4$ を代入して、

$4 = -\frac{4}{3}x + 16$

$$\frac{4}{3}x = 12 \Rightarrow \underline{x = 9}$$

したがって，$y = 4$ を満たす x の値は．

$$\underline{x = 2,\ 9}$$

$\boxed{5}$

(1) 点 A は $y = ax^2$ 上にあり $x = 6,\ y = 12$ なので．

$$12 = a \times 6^2$$
$$36a = 12 \Rightarrow \underline{a = \frac{1}{3}}$$

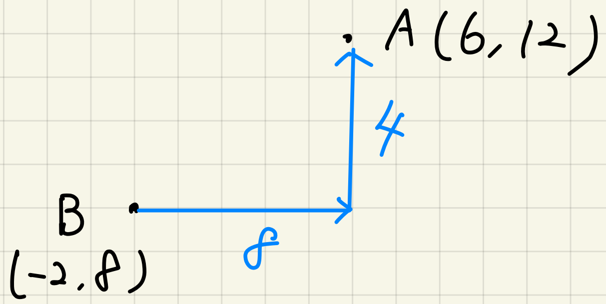
(2) 点 B は $y = 2x^2$ 上にあり，$x = -2$ なので．

$$y = 2 \times (-2)^2$$
$$= 8 \qquad \therefore B(-2,\ 8)$$

A, B を通る直線を $y = mx + n$ とおくと，

1次関数では，傾き = 変化の割合なので．

$$m = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$
$$= \frac{12 - 8}{6 - (-2)}$$
$$= \frac{4}{8}$$
$$= \frac{1}{2}$$

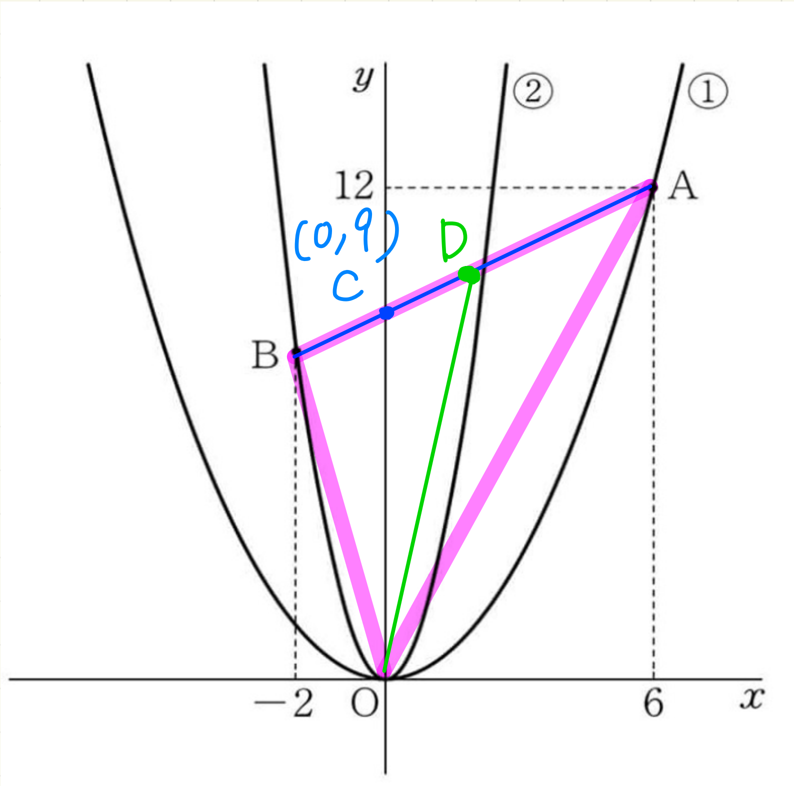


よって，$y = \frac{1}{2}x + n$ で，A(6，12) を通るので．

$$12 = \frac{1}{2} \times 6 + n \Rightarrow n = 9$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + 9$$

(3) 難問



点Cは直線ABの切片なので、(2)より

C (0, 9)

線分ABの中点をDとすると、Dのx座標は、

$$x = \frac{6 + (-2)}{2}$$

$$= 2.$$

㊟ A (x_1, y_1), B (x_2, y_2) の中点は、

$$x\text{座標} = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y\text{座標} = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

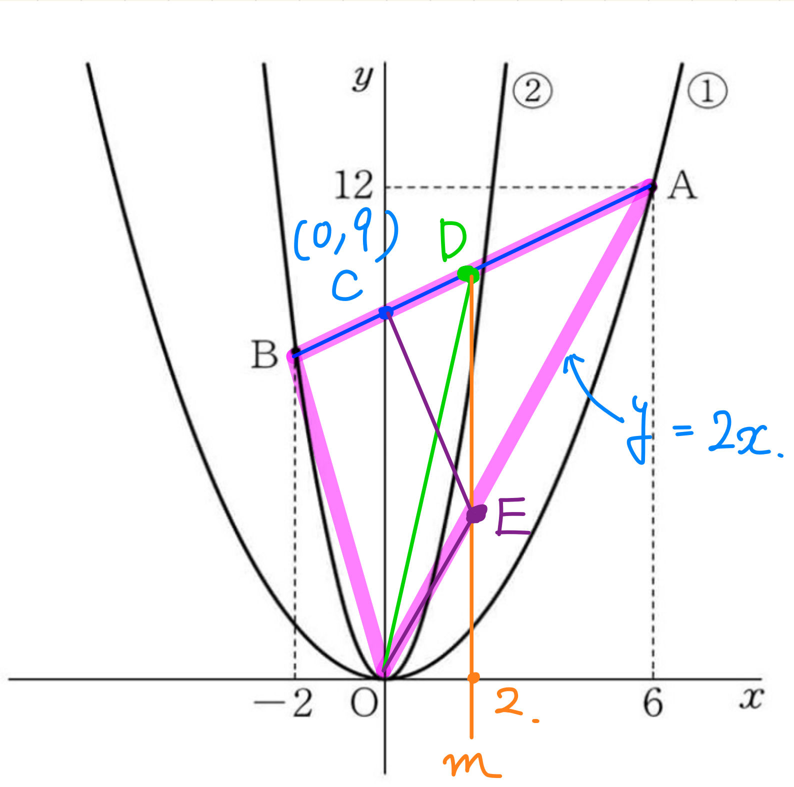
△OABと△ODBにおいて、底辺をそれぞれAB、DBとすると、高さは等しいので、面積比は底辺比と等しい。AB : DB = 2 : 1 より、

△OAB : △ODB = 2 : 1.

⇒ △ODBは△OABの半分である。

ここで、

△ODB = △OBC + △ODC. —— ①



ここで、Dを通り、y軸に平行な直線mをひく。

直線mとOAの交点をEとする。

△ODCと△OECにおいて、底辺をOCとすると、OC//直線mであるから

△ODC = △OEC —②

面積が等しい。

よって、①、②より

△ODB = △OBC + △OEC　※ △OAB = $\frac{1}{2}$△ODB

直線OAの式を $y = mx$ とすると、A(6, 12)を通るので、

$$12 = 6m \Rightarrow m = 2 \qquad \therefore y = 2x$$

点Eは $y = 2x$ 上にあり、$x = 2$ なので、

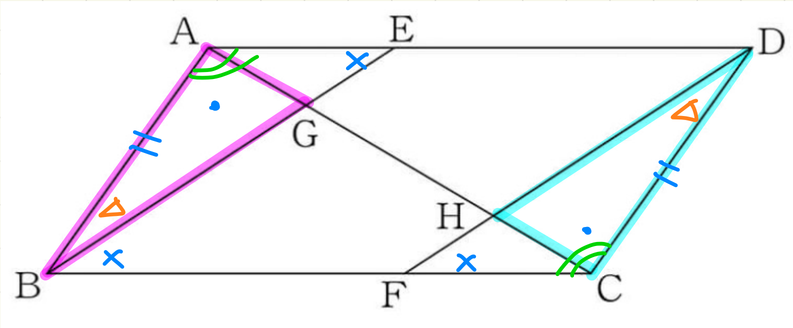
$$y = 2 \times 2$$
$$= 4 \qquad \therefore E(2, 4)$$

よって、直線CEの傾きは、

$$傾き = \frac{yの増加量}{xの増加量}$$
$$= -\frac{5}{2}$$

6

(1) やや難問



△ABGと△CDHにおいて、
平行四辺形ABCDの2組の対辺はそれぞれ等しいから、

$AB = CD$ ―― ①

$AB \parallel DC$より錯角が等しいから

$\angle BAG = \angle DCH$ ―― ②

$AD \parallel BC$より錯角が等しいから

$\angle AEB = \angle CBE$ ―― ③

$BE \parallel FD$より同位角が等しいから

$\angle CBE = \angle CFD$ ―― ④

③, ④より

$\angle AEB = \angle CFD$ ―― ⑤

平行四辺形ABCDの2組の対角は、それぞれ等しいから、

$\angle BAD = \angle DCB$ ―― ⑥

また、

$\angle ABG = 180° - \underbrace{\angle AEB}_{\times} - \underbrace{\angle BAD}_{//}$

$\angle CDH = 180° - \underbrace{\angle CFD}_{\times} - \underbrace{\angle DCB}_{//}$

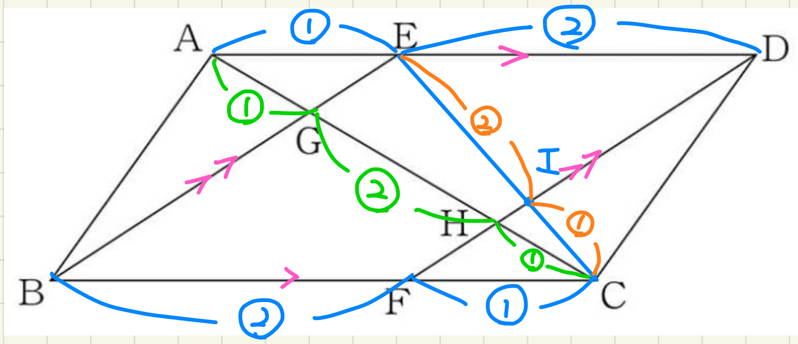
⑤, ⑥より

$\angle ABG = \angle CDH$ ―― ⑦

①. ②. ⑦ より 1辺 とその両端 の角 が それぞれ 等しいので

$$\triangle ABG \equiv \triangle CDH$$ (証明終わり)

(2) 難問



AE : ED = 2 : 1

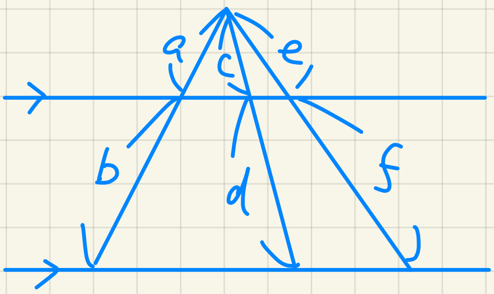
□EBFD は 2組の対辺が平行なので、平行四辺形。

よって、ED = BF

∴ BF : FC = 2 : 1

BE // FI より

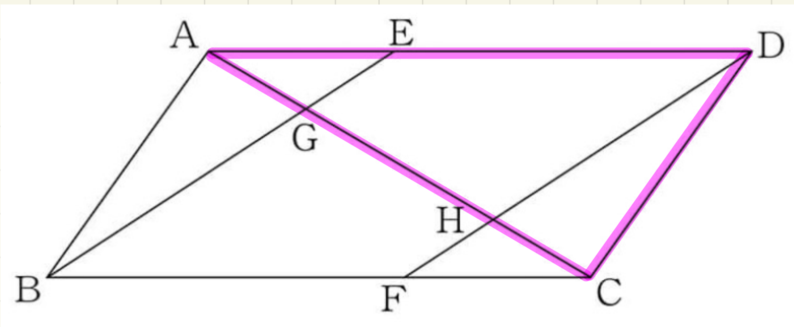
BF : FC = GH : HC = EI : IC



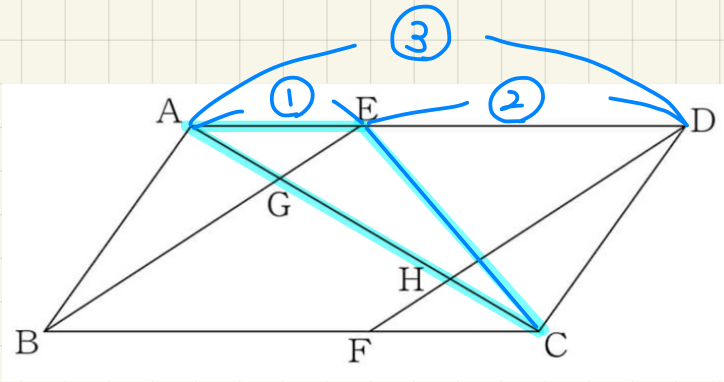
⇒ a : b = c : d = e : f

(1) より △ABG ≡ △CDH より 対応する辺の長さは 等しいから

AG = CH
①



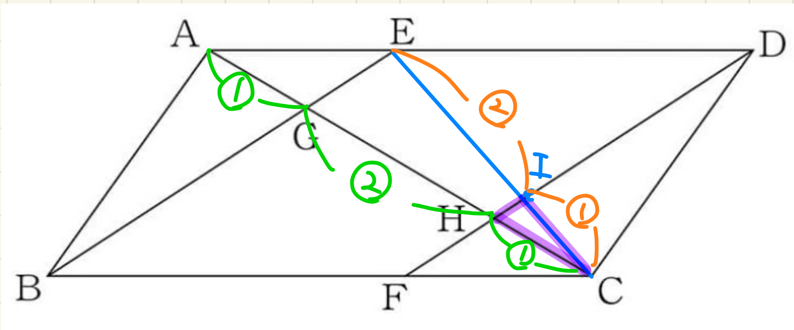
□ABCD = 2△ACD



$\triangle ACD = 3\triangle ACE$

$\triangle ACE$と$\triangle ACD$の底辺をそれぞれAE, ADとすると高さは等しいので、面積比は底辺比と等しい。
よって、

$\triangle ACE : \triangle ACD = 1 : 3$



$$\triangle IHC = \underbrace{\frac{1 \times 1}{4 \times 3}}_{\text{隣辺比}} \triangle ACE$$

$$= \frac{1}{12} \triangle ACE$$

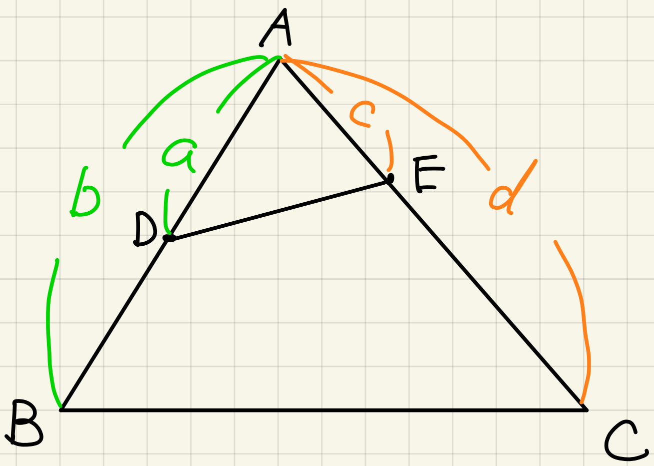
$$\Rightarrow \triangle ACE = 12\triangle IHC$$

以上より

$$\square ABCD = 2\triangle ACD$$
$$= 2 \times (3\triangle ACE)$$
$$= 6\triangle ACE$$
$$= 6 \times (12\triangle IHC)$$
$$= 72\triangle IHC$$

よって、□ABCDは△IHCの72倍

(参考) 隣辺比について



$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ で 1つの角が共通である
(上の図では、$\angle A$ が共通である) とき、

$$\triangle ABC\text{の面積} : \triangle ADE\text{の面積} = b \times d : a \times c$$
$$= bd : ac$$

よって、

$$\triangle ADE\text{の面積} = \frac{ac}{bd} \times \triangle ABC\text{の面積}$$