2022年度　宮崎県

数学

Km Km

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= -4+8$

$= 4$

(2) 与式 $= \dfrac{3}{8} \times (-6)$

$= -\dfrac{9}{4}$

(3) 与式 $= 3a - 6b - 4a + 12b$

$= -a + 6b$

(4) 与式 $= \sqrt{3}^2 + 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} + \sqrt{2}^2$

$= 3 + 2\sqrt{6} + 2$

$= 5 + 2\sqrt{6}$

(5) 式を変形して.

$x^2 - 5x - 6 = 0$

$\Leftrightarrow (x+1)(x-6) = 0$

$\therefore x = -1, 6$

(6) n角形の内角の和は $180(n-2)^\circ$ より.

正十角形の内角の和は

$180 \times (10-2) = 180 \times 8$

$= 1440^\circ$

よって, 1つの内角の大きさは.

$1440^\circ \div 10 = 144^\circ$

(7)

ア：A組のヒストグラムより、30回以上の生徒は、

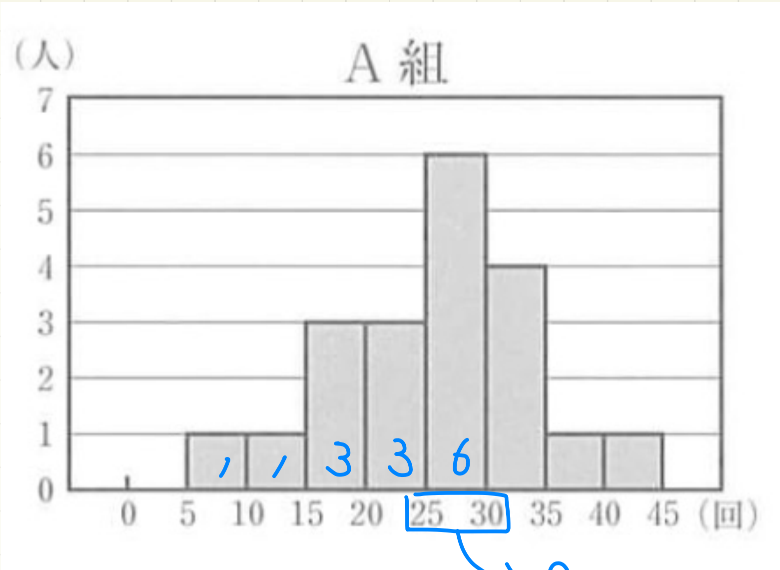
$\underbrace{4}_{30\sim35} + \underbrace{1}_{35\sim40} + \underbrace{1}_{40\sim45} = 6$ 人

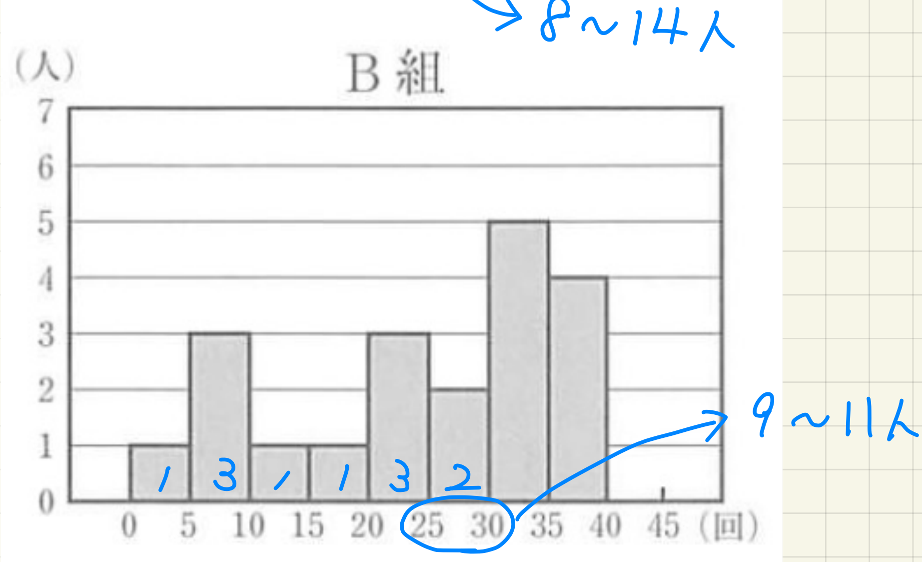
よって、正しい

イ：20人の中央値は、データを小さい順に並べたとき、10人、11人目のデータの平均値である。

ア　イ

$\text{中央値} = \dfrac{ア + イ}{2}$





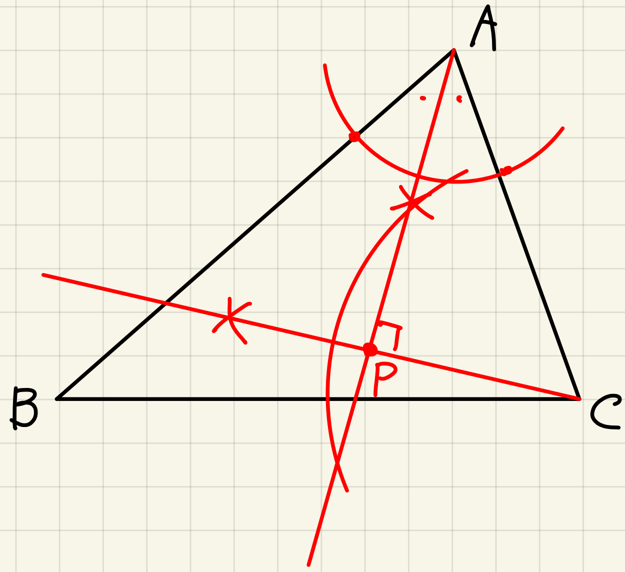
ヒストグラムより、10人、11人目の階級は、A組B組ともに、25~30回なので正しい。

ウ：ヒストグラムでは、データの範囲しか分からない
⇒各人の具体的な回数は不明
⇒最大値，最小値の具体的な回数は不明なので，範囲も計算できない。
よって，最大値と最小値の差はどちらの組も40回とは限らない．

エ：A組の最頻値は 25〜30回
B組の最頻値は 30〜35回
よって，最頻値はA組よりB組の方が大きいので正しい．

以上より答えはウ

(18)



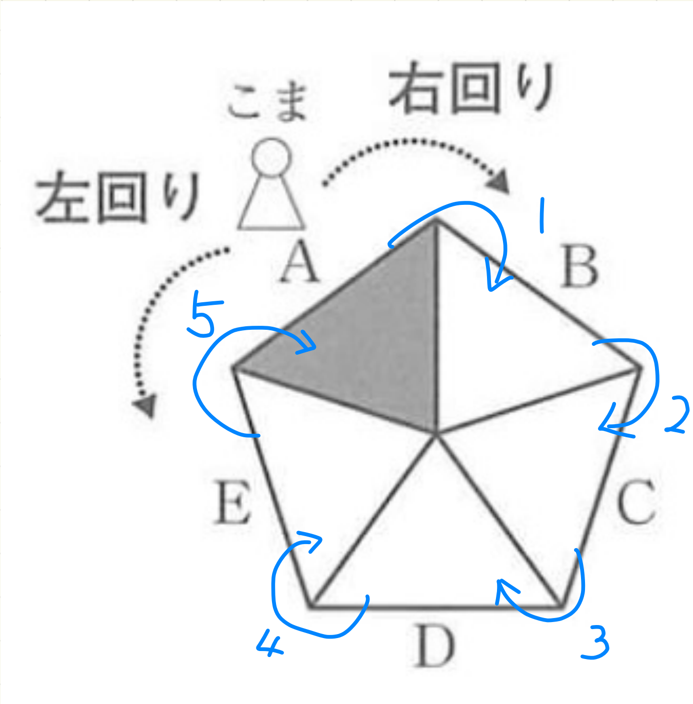
① AB, AC までの距離が等しい
⇒∠BACの二等分線

② 点Cから最も近い距離
⇒点Cを通り，①と垂直に交わる．

①，②の交点が作図する点P

2 1.

(1) ㋐ 5



①

1回目に5の目がでると、カードAがうら返る
⇒カードAが黒から白になる。したがって、1回目が終わったとき、全てのカードが白となるため、2回目でどの目が出ても黒色の面が上となるのは、1枚だけになる。

(2) さいころの出る目は $6\times6=36$ 通り

・1回目が1のとき

こまはBにいるので、A，Bが黒である。
A，Bととなり合うカードは、C，Eであるから、
2回目に2 ⇒ Eが黒
2回目に4 ⇒ Cが黒
} 2通り

・1回目が2のとき

こまはCにいるので、A，Cが黒である。
となり合うカード3枚が黒になるには、
2回目でこまがBに止まれば良い
⇒ 2回目に1 ⇒ Bが黒
2回目に6 ⇒ Bが黒
} 2通り

・1回目が3のとき.

こまは,Dにいるので,A,Dが黒である.
となり合うカード3枚が黒になるには.
2回目でこまがEに止まれば良い.
⇒ 2回目に4 ⇒ Eが黒 } 1通り

・1回目が4のとき

こまはEにいるので.A.Eが黒である。
A.Eととなり合うカードは.B,Dであるから.
2回目に1 ⇒ Dが黒
2回目に3 ⇒ Bが黒
2回目に6 ⇒ Dが黒
} 3通り

・1回目が5のとき.

(1)より黒の面となるのは.必ず1枚なので,0通り.

・1回目が6のとき

こまはBにいるので.1回目が1のときと同じである。よって.2通り

以上より.黒色の面が上になるカードが,となり合う3枚だけ黒となるのは.

$$2+2+1+3+0+2=10\text{通り}$$

よって,求める確率は

$$\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$$

2.

(1) 男子の「ある」と回答したのは75%
女子の「ある」と回答したのは、66%
よって、男女の「ある」と回答した人数の合計は、
$\underset{\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim}{0.75x+0.66y}$ 人

(2) 円グラフより「ある」と回答したのは、男女全体の70%なので、

$$0.75x+0.66y=0.7(x+y) \quad \text{——} \ ①$$

また、「ある」と回答したのは、女子の方が男子より3人多いので、

$$0.66y=0.75x+3 \quad \text{——} \ ②$$

女子の「あり」 = 男子の「あり」 + 3人

①を整理すると、

$$0.75x+0.66y=0.7x+0.7y$$
$$\Leftrightarrow \ 0.05x-0.04y=0$$
$$\Leftrightarrow \ 5x-4y=0 \quad \text{——} \ ③$$

②を整理すると、

$$0.66y-0.75x=3$$
$$\Leftrightarrow \ 66y-75x=300$$
$$\Leftrightarrow \ 22y-25x=100$$
$$\Leftrightarrow \ -25x+22y=100 \quad \text{——} \ ④$$

×100
÷3

よって、

$$\begin{cases} 5x-4y=0 & \text{——} \ ③ \\ -25x+22y=100 & \text{——} \ ④ \end{cases}$$

③ × 5 + ④ より

$$\begin{array}{rrl} & 25x - 20y &= 0 \\ +) & -25x + 22y &= 100 \\ \hline & 2y &= 100 \\ & y &= 50 \end{array}$$

$y = 50$ を ③ に代入して.

$$5x - 200 = 0$$
$$5x = 200$$
$$\therefore x = 40$$

以上より 3年生全員の人数は.

$$40 + 50 = 90 \text{人}$$

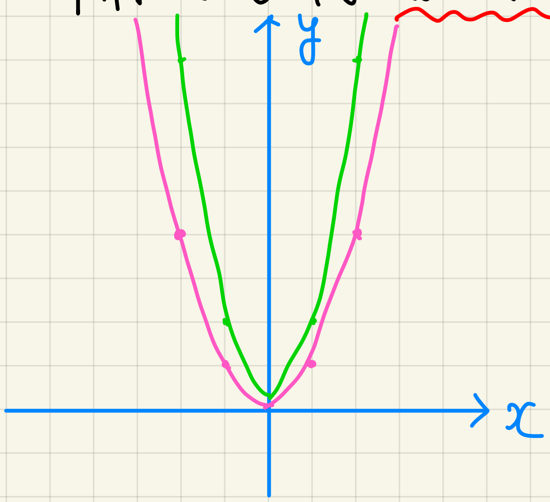
$\boxed{3}$

1.

(1) グラフは. 放物線 とよばれる曲線である.

(2) 〇

(3) 比例定数 a の値が大きいほど, グラフの開き方は小さくなる



U … $y = 2x^2$

U … $y = x^2$

⇒ 比例定数が大きいほど グラフの開き方は小さい.

2.

(1) 点Aは $y=\frac{1}{3}x^2$ 上にあり、$x=-3$ なので

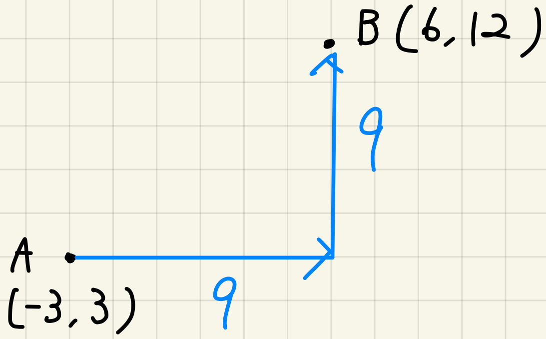
$$y=\frac{1}{3}\times(-3)^2$$
$$=3 \qquad \therefore A(-3,3)$$

点Bは、$y=\frac{1}{3}x^2$ 上にあり、$x=6$ なので.

$$y=\frac{1}{3}\times 6^2$$
$$=12 \qquad \therefore B(6,12)$$

直線ℓは、点A, Bを通る。直線ℓの式を
$y=mx+n$ とおくと、1次関数では、傾き＝変化の割合なので.

$$m=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$
$$=\frac{12-3}{6-(-3)}$$
$$=\frac{9}{9}=1$$

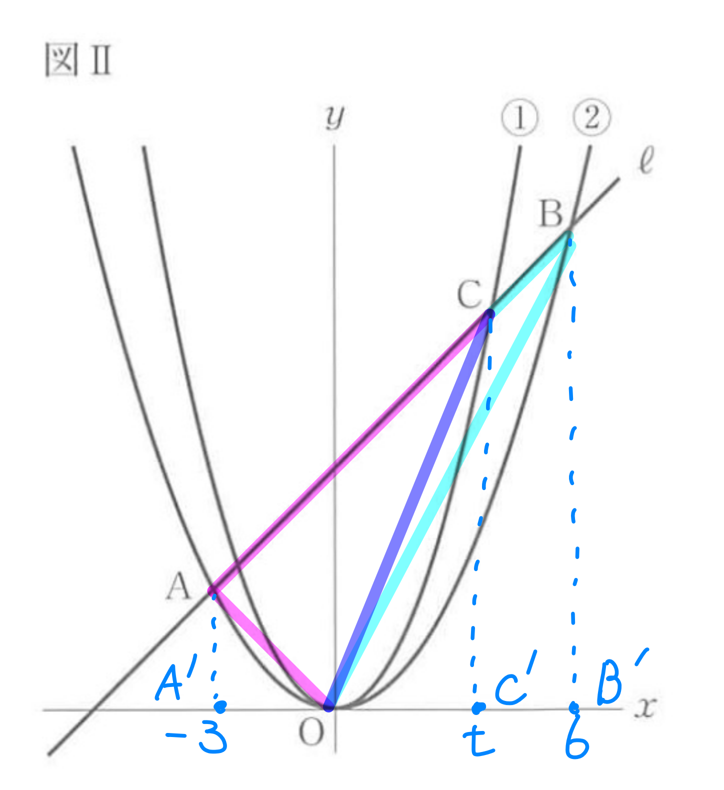


よって、$y=x+n$ で. A(-3,3) を通るので.

$$3=-3+n \Rightarrow n=6$$

$\therefore \underline{y=x+6}$

(2)



$\triangle AOC$ と $\triangle COB$ において、
底辺をそれぞれ AC, CB
とすると、高さが等しいので、
面積比は、底辺比と
等しい。

$\triangle AOC : \triangle COB = 7 : 2$
より

$AC : CB = 7 : 2$

ここで、A, B, C の x 座標の点を A', B', C' とし、
点 C の x 座標を t とすると、

$$AC : CB = A'C' : C'B'$$

ここで、

$$A'C' = t - (-3) = t + 3$$
$$C'B' = 6 - t$$

であるから、

$$\underbrace{A'C'}_{7} : \underbrace{C'B'}_{2} = t + 3 : 6 - t$$

よって、

$$2(t+3) = 7(6-t)$$
$$\Leftrightarrow \quad 2t + 6 = 42 - 7t$$
$$\Leftrightarrow \quad 9t = 36 \qquad \therefore \underbrace{t = 4}_{\text{点Cの}x\text{座標}}$$

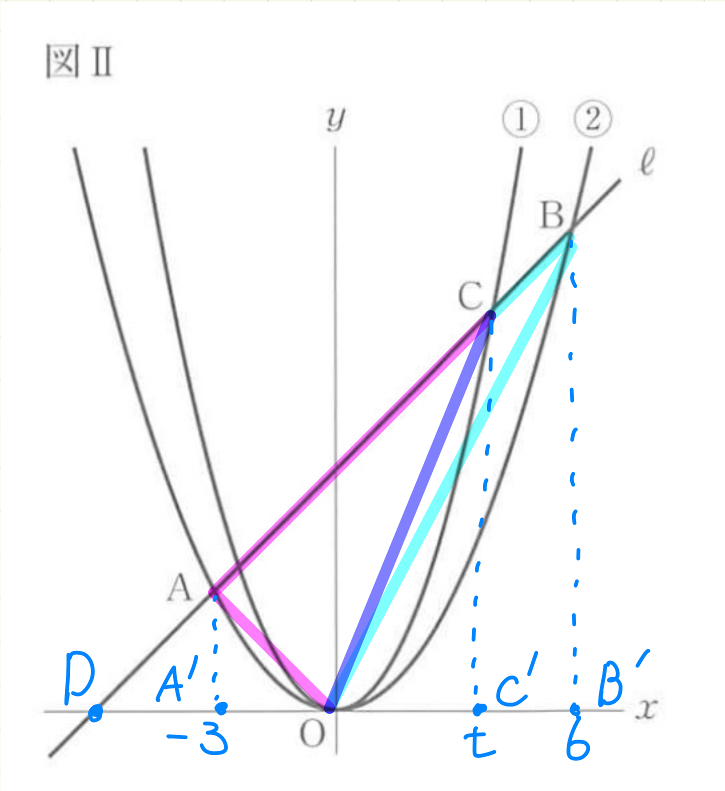
点Cは直線ℓ：$y=x+6$上にあり$x=4$なので

$$y=4+6$$
$$=10 \qquad \therefore C(4,10)$$

また，点Cは$y=ax^2$上にあるので

$$10=a\times 4^2 \iff a=\frac{10}{16}=\frac{5}{8}$$

(補足) $AC:CB=A'C':C'B'$について



直線ℓとx軸との交点をDとする。

$\triangle DAA'$と$\triangle DCC'$において，

$AA' \parallel CC'$より

$\angle DAA'=\angle DCC'$ —①

$\angle DA'A=\angle DC'C$ —②

①，②より2組の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle DAA' \backsim \triangle DCC'$$

同様に，$\triangle DCC' \backsim \triangle DBB'$

よって，

$$\triangle DAA' \backsim \triangle DCC' \backsim \triangle DBB'$$

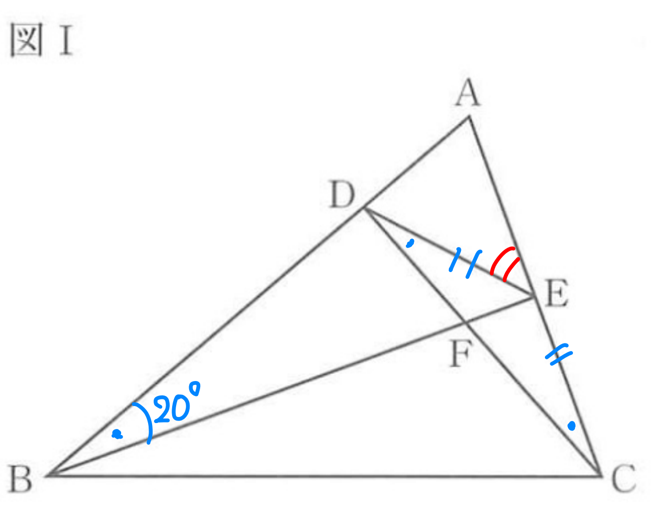
対応する辺の比は等しいから

$$DA:DC:DB=DA':DC':DB'$$

$$\therefore DA:AC:CB=DA':A'C':C'B'$$

$\boxed{4}$

1.



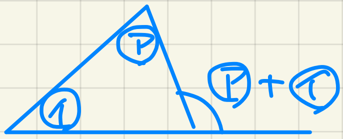
△DCEにおいて、CE=DEより二等辺三角形。よって

$\angle EDC = \angle ECD$

仮定より

$\angle DBE = \angle ECD$ で、

$\angle DBE = 20^\circ$ なので、



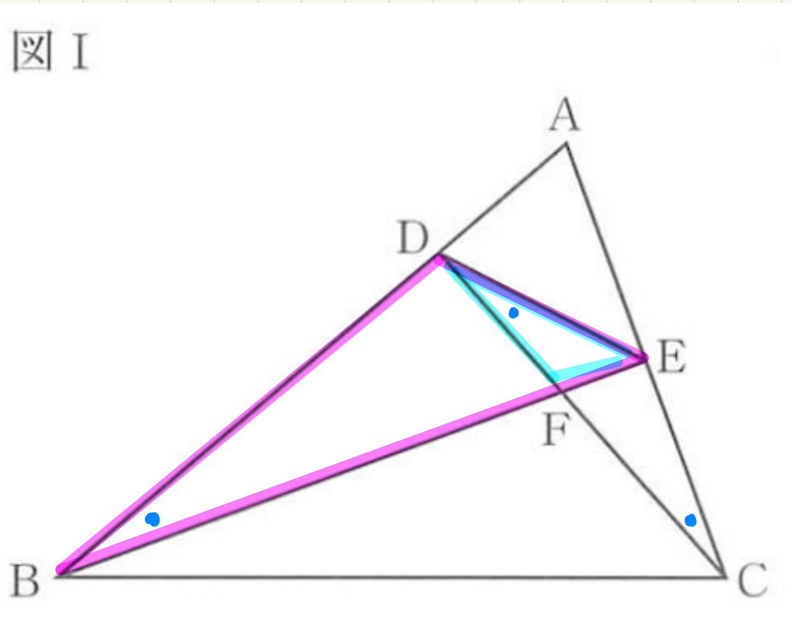
$\angle EDC = \angle ECD = 20^\circ$

△DCEで外角の定理より

$\angle AED = 20^\circ + 20^\circ$

$= 40^\circ$

2.



△BDEと△DFEで、

仮定より

$\angle DBE = \angle ECD$ —— ①

CE=DEより、△ECDは二等辺三角形なので、

$\angle EDC = \angle ECD$ —— ②

①、②より

$\angle DBE = \angle EDC$

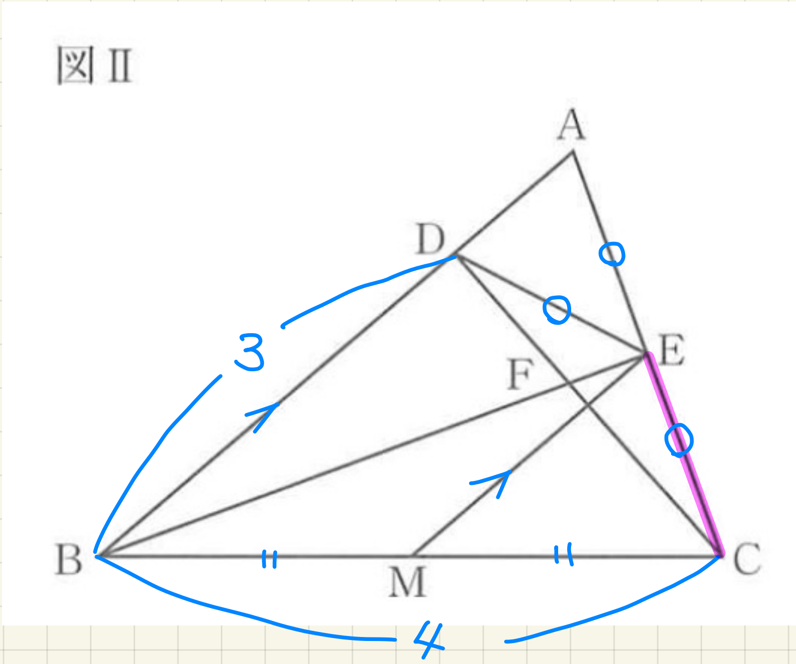
よって

$\angle DBE = \angle FDC$ —— ③

共通な角は等しいから
$\angle BED = \angle DEF$ ―― ④
③, ④より 2組の角がそれぞれ等しいので
$\triangle BDE \sim \triangle DFE$ (証明終わり)

3.

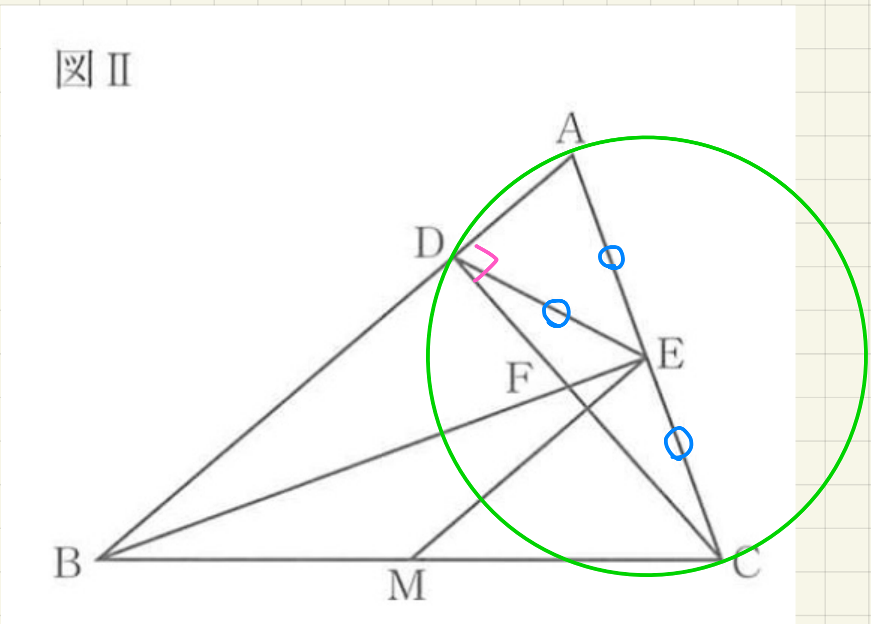
(1) 難問



点MはBCの中点であり，AB // EMであるから，中点連結定理より点EはACの中点である

⇒ $AE = CE$

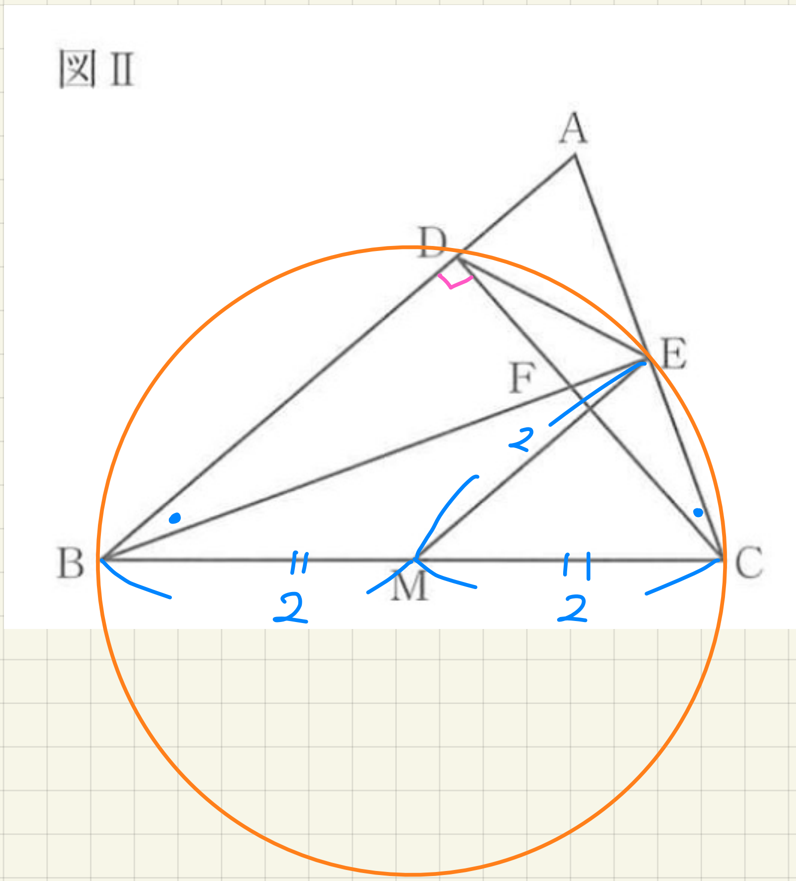
また，仮定より $DE = CE$ であるから，$AE = DE = CE$ ―― ①



そこで，点Eを中心として，半径AEの円を考える。

⇒ ①より，DE，CEも半径である。

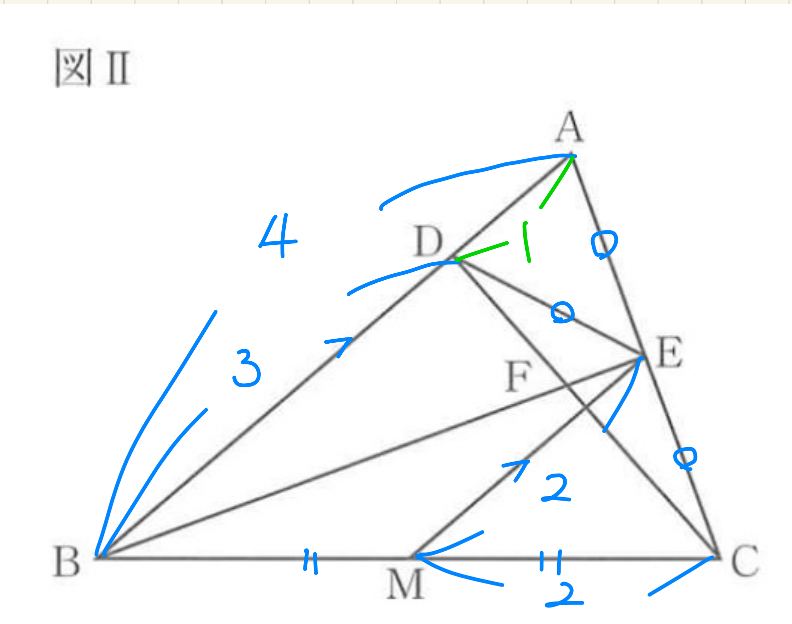
点A，D，Cは同一円周上にあり，ACは直径なので，$\angle ADC = 90°$



また，仮定より
∠DBE = ∠DCE
なので，円周角の逆の定理から，点 B, D, E, C は同一円周上にある．

∠BDC = 90° より
BC は直径であり，
点 M は BC の中点
なので，点 M はこの円の中心である。

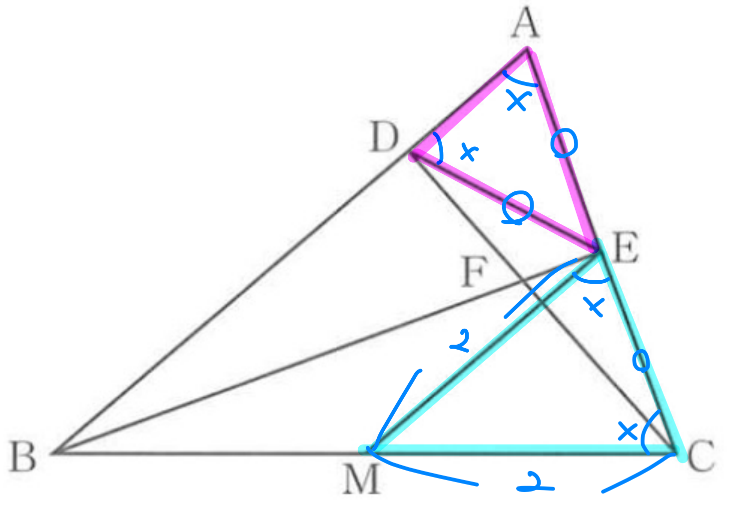
∴ BM = CM = ME = 2 cm.



中点連結定理より
AB = 2EM
= 2 × 2
= 4 cm

BD = 3 cm より
AD = 4 − 3
= 1 cm

図Ⅱ



$\triangle EAD$ と $\triangle MCE$ で、
$AB \parallel EM$ より同位角が等しいので、

$\angle EAD = \angle CEM$ —②

$\triangle EAD$ は、$EA = ED$ の二等辺三角形なので、

$\angle EAD = \angle EDA$ —③

$\triangle MCE$ は $MC = ME = 2cm$ の二等辺三角形なので、

$\angle CEM = \angle ECM$ —④

②、③、④より2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle EAD \sim \triangle MCE$

対応する辺の比は等しいから、

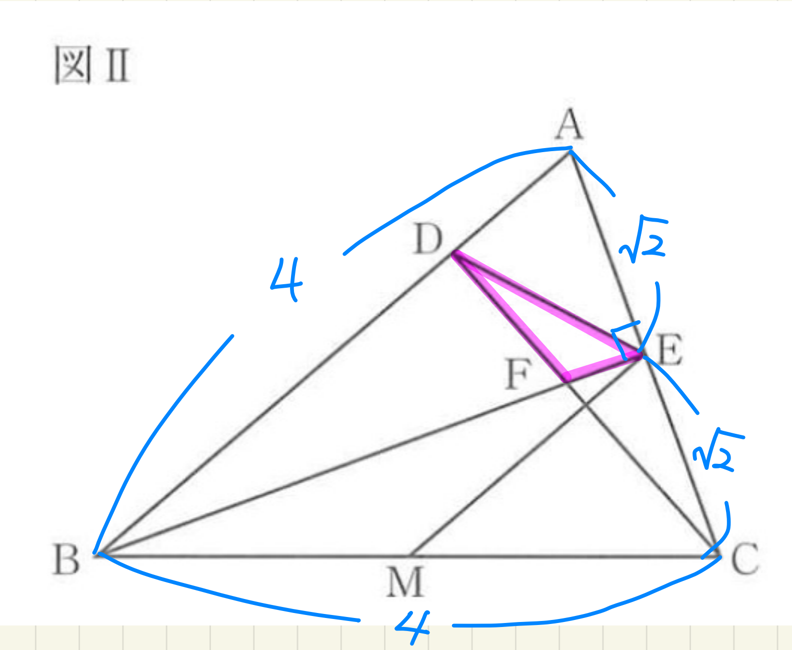
$$\underbrace{ED}_{=CE} : \underbrace{ME}_{2} = \underbrace{AD}_{1} : CE$$

$$\therefore CE^2 = 2$$

$CE > 0$ より

$$CE = \sqrt{2}\ cm$$

(2) 難問



$\triangle ABC$において、
$AB = BC = 4$ cm
なので、二等辺三角形
また、$AE = CE$より
点EはACの中点である。
よって、
$BE \perp CE$

(1)より$CE = \sqrt{2}$ cm なので、$AE = \sqrt{2}$ cm.
よって、$\triangle ABE$で三平方の定理より

$$BE = \sqrt{4^2 - \sqrt{2}^2} \quad = \sqrt{16-2} \quad = \sqrt{14}$$

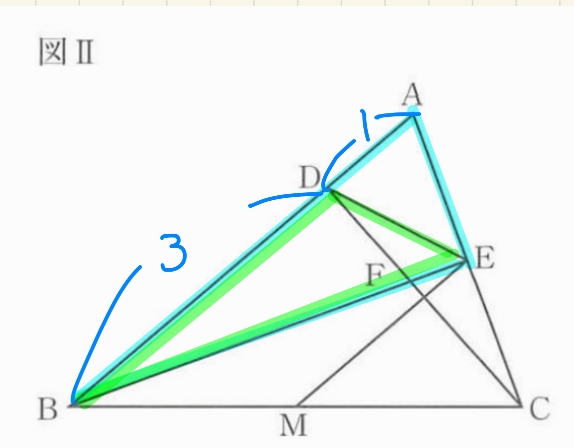
$$= \sqrt{14}\ \text{cm}$$

したがって、$\triangle ABE$の面積は

$$\frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{14} = \frac{1}{2} \times \sqrt{28}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{7}$$

$$= \sqrt{7}\ \text{cm}^2$$



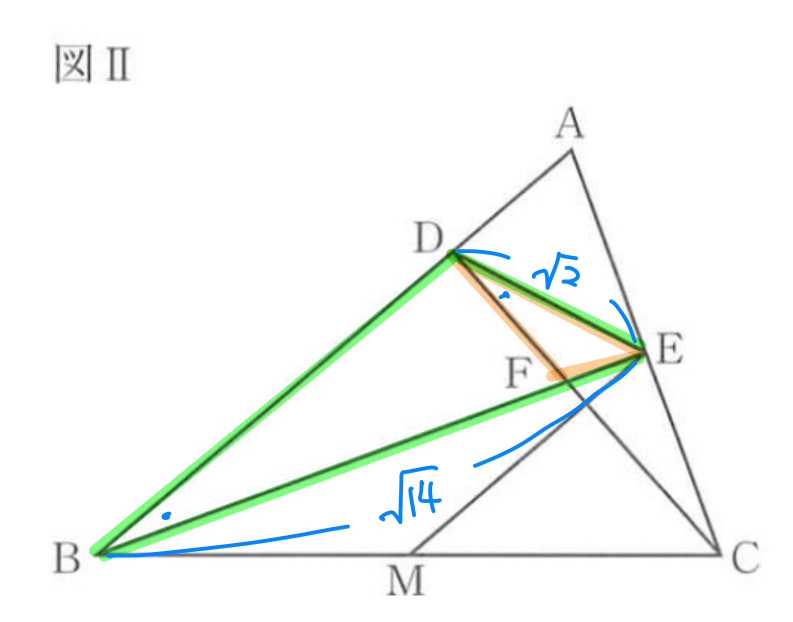
$\triangle ABE$と$\triangle BDE$で、底辺をそれぞれAB, BDとすると、高さが等しいので、面積比は底辺比と等しい。

よって

$$\underbrace{\triangle ABE}_{\sqrt{7}} : \triangle BDE = AB : BD$$
$$= 4 : 3$$

$$\therefore 4 \times \triangle BDE = 3\sqrt{7}$$

$$\Rightarrow \triangle BDE = \frac{3\sqrt{7}}{4} \text{ cm}^2$$



△BDEと△DFEにおいて，仮定より

∠DBE = ∠FDE —①

共通な角は等しいので，

∠BED = ∠DEF —②

①，②より2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle BDE \backsim \triangle DFE$

相似比は，

$$BE : DE = \sqrt{14} : \sqrt{2}$$

相似な三角形の面積比は，相似比の2乗に等しいので

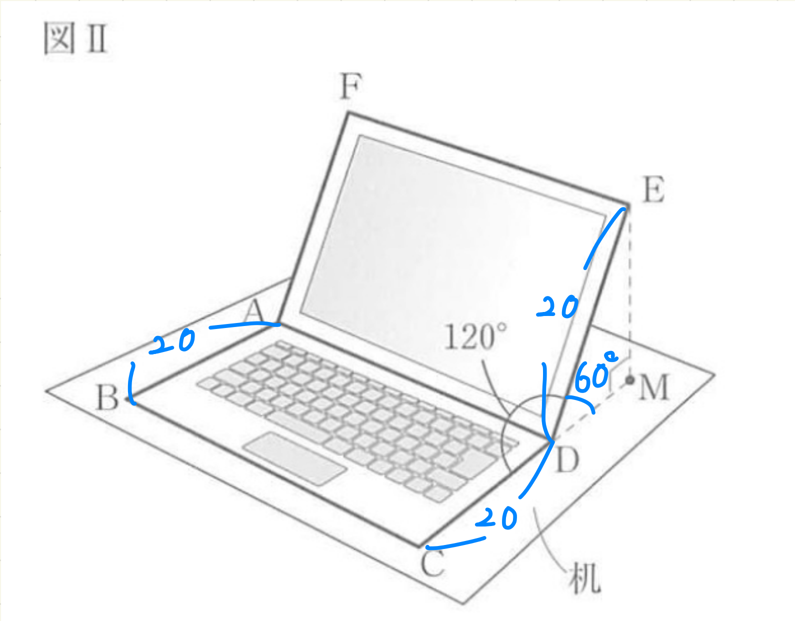
$$\underbrace{\triangle BDE}_{\frac{3\sqrt{7}}{4}} : \triangle DFE = \sqrt{14}^2 : \sqrt{2}^2$$
$$= 14 : 2$$
$$= 7 : 1$$

よって，

$$7 \times \triangle DFE = \frac{3\sqrt{7}}{4} \Rightarrow \triangle DFE = \frac{3\sqrt{7}}{4} \times \frac{1}{7} = \frac{3\sqrt{7}}{28}$$

$\boxed{5}$

1.



C, D, M は一直線上にあるので.

$\angle EDM = 60^\circ$

よって. $\triangle EDM$ は. $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ の直角三角形である.

したがって.

$$\underbrace{DM : DE}_{} : EM = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

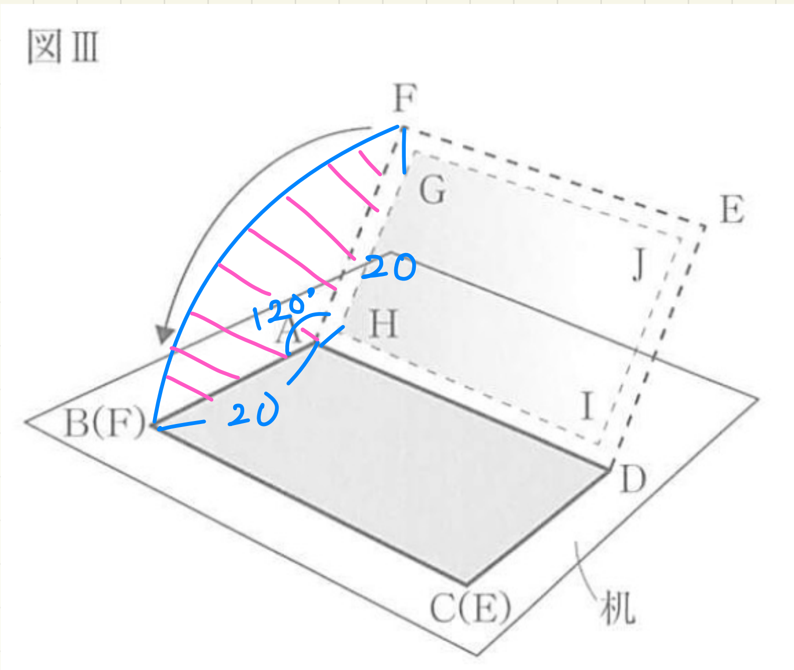
($DE = 20$)

$$\Rightarrow \underbrace{DE}_{20} : EM = 2 : \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 2EM = 20\sqrt{3} \qquad \therefore EM = 10\sqrt{3}\ \text{cm}$$

2.

(1)



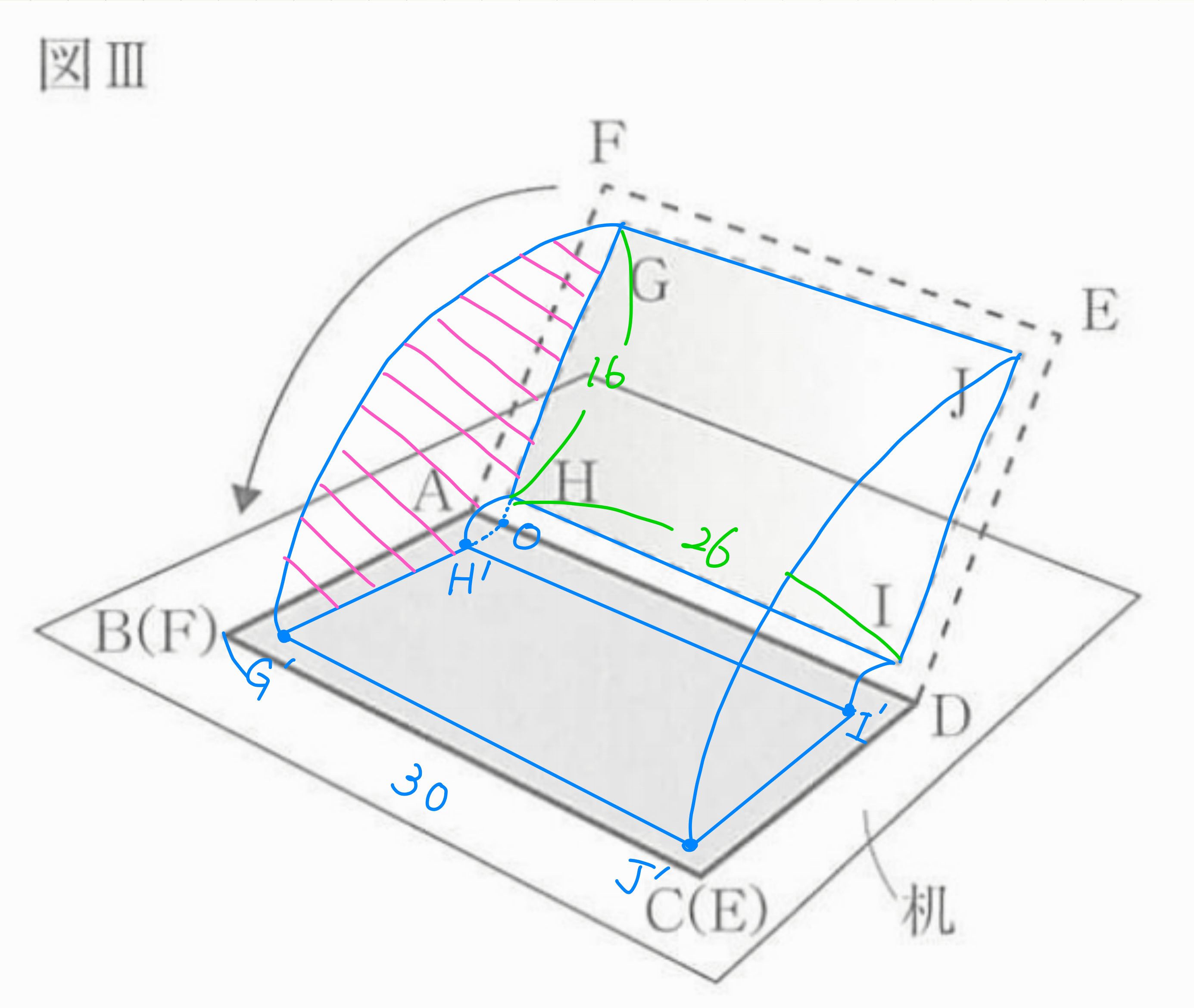
線分AFが動いてできる図形は. 左図(おうぎ形)である.

よって面積は.

$$20 \times 20 \times \pi \times \frac{120^\circ}{360^\circ}$$

$$= \frac{400}{3}\pi\ \text{cm}^2$$

(2)



面GHIJが動いてできる立体は上図の通り.
GHIJは、FADEの各辺から2cmだけ内側にあるので、

$GH = 20 - 2 - 2 = 16\,cm$

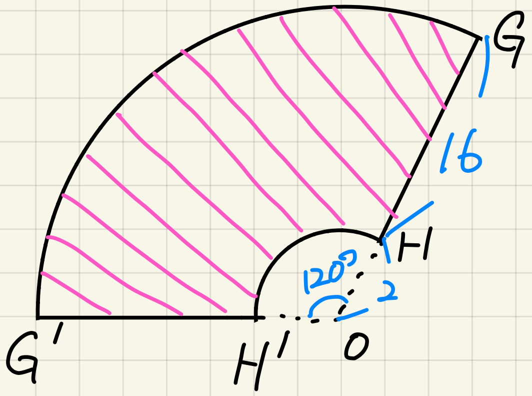
$HI = 30 - 2 - 2 = 26\,cm$.

また、GHの延長線とADの交点をOとすると、

$HO = 2\,cm$.

である。

底面GG'H'Hは以下の通り.



GG'H'H の面積 = おうぎ形OGG' − おうぎ形OHH'

$$= 18\times18\times\pi\times\frac{120^\circ}{360^\circ} - 2\times2\times\pi\times\frac{120^\circ}{360^\circ}$$

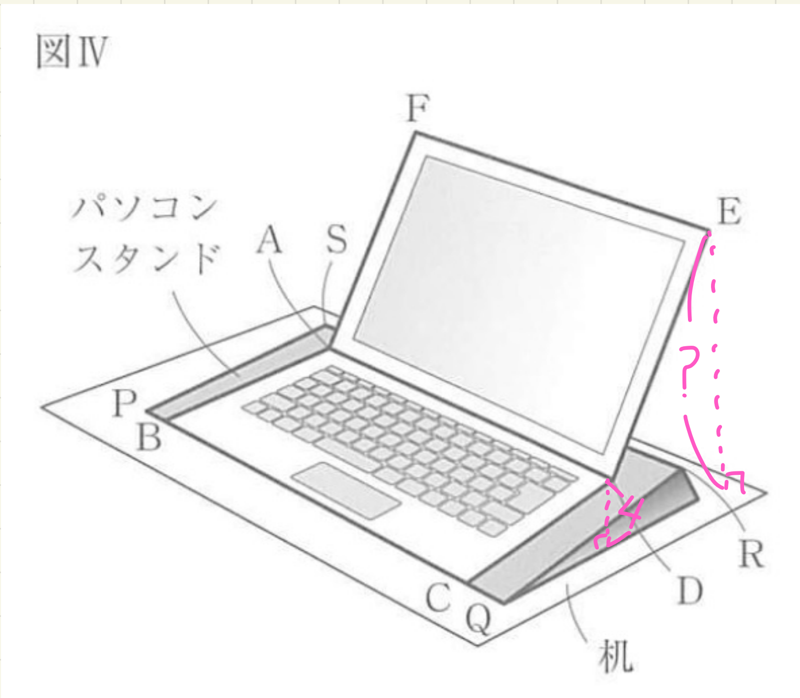
$$= \frac{324}{3}\pi - \frac{4}{3}\pi$$

$$= \frac{320}{3}\pi$$

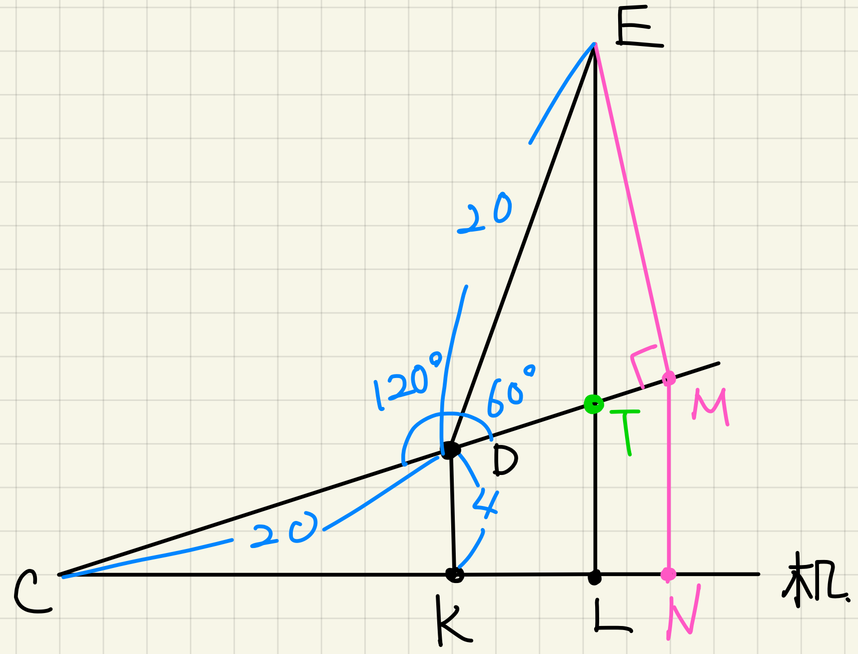
よって、求める体積は

$$\underbrace{\frac{320}{3}\pi}_{\text{底面}} \times \underbrace{26}_{\text{高さ}} = \frac{8320}{3}\pi \ \text{cm}^3$$

3. 難問



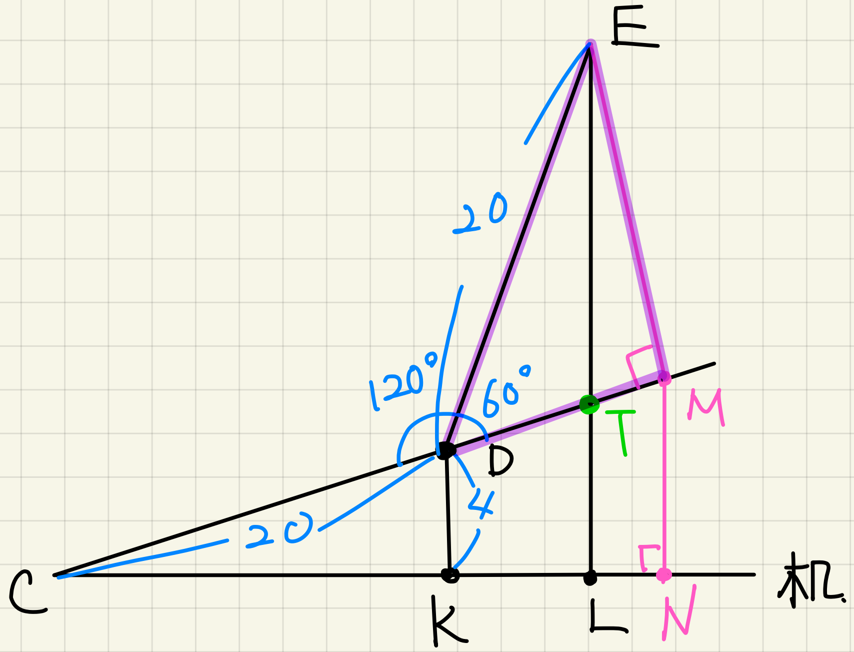
横から見た図は以下の通り



点Dから机に垂線を下ろした足をK.
点Eから机に垂線を下ろした足をLとする.
⇒求める長さはEL.

また,点EからCDの延長線に垂線を下ろした足をM,Mから机に垂線を下ろした足をNとする.

さらに,CMとELの交点をTとする



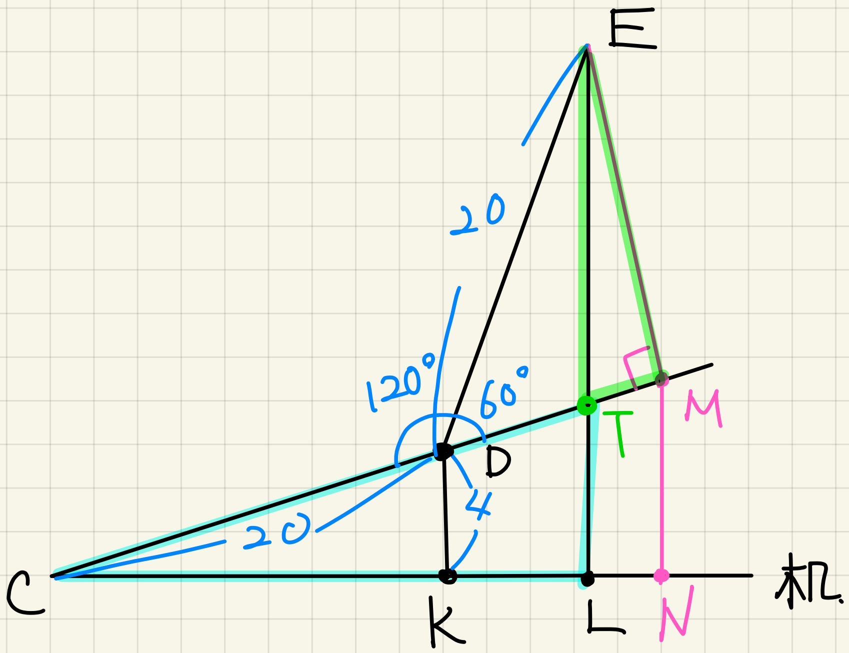
△EDMは.30°−60°−90°の直角三角形なので.

DM : DE : EM
= 1 : 2 : $\sqrt{3}$
⇒ DM : $\underbrace{\text{DE}}_{20\text{cm}}$ = 1 : 2

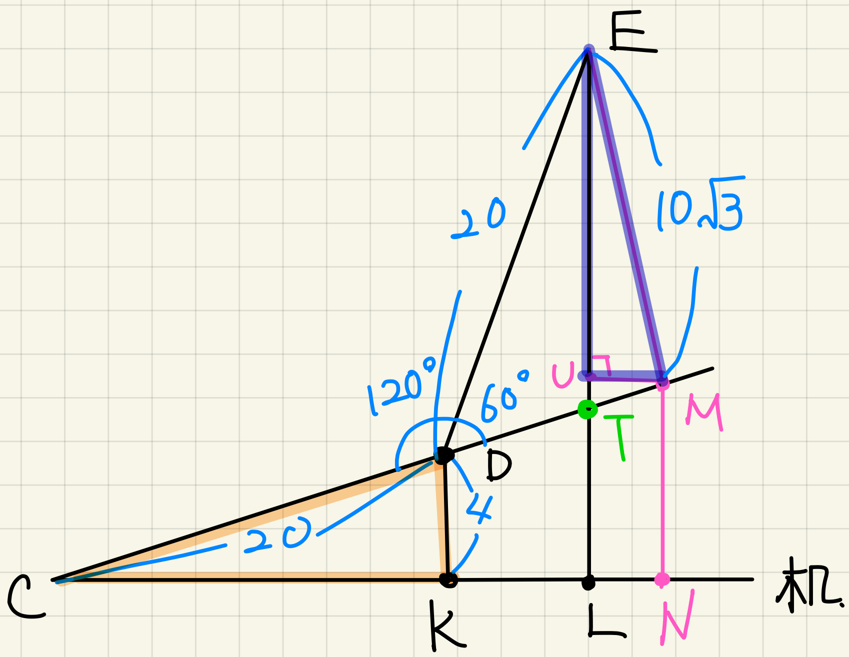
∴ DM = 10cm

また,$\underbrace{\text{DM}}_{10\text{cm}}$: EM = 1 : $\sqrt{3}$ より

EM = $10\sqrt{3}$ cm



△TCL と △TEM において.
対頂角は等しいから
∠CTL = ∠ETM ― ①
また,
∠CLT = ∠EMT = 90° ― ②
①, ② より 2組の角がそれぞれ等しいから
△TCL ∽ △TEM
対応する角は等しいから
∠TCL = ∠TEM ― ③



点MからELに垂線を下ろした足をUとする.

△DCKと△MEUにおいて

③より

$$\angle DCK = \angle MEU \quad ―― ④$$

また,

$$\angle DKC = \angle MUE = 90^\circ \quad ―― ⑤$$

④,⑤より2組の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle DCK \sim \triangle MEU$$

対応する辺の比は等しいので

$$\underset{20}{DC} : \underset{10\sqrt{3}}{ME} = CK : EU$$

△DCKで三平方の定理より

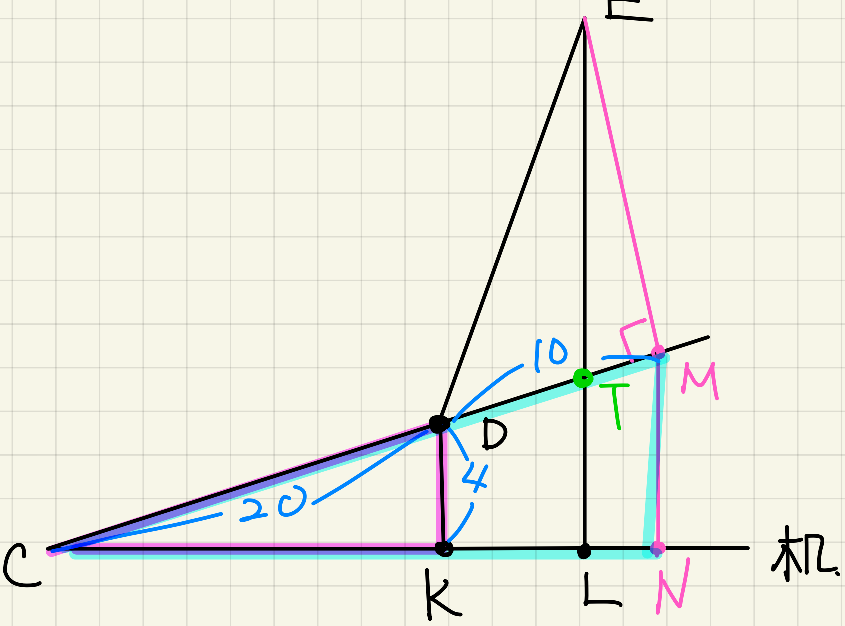
$$CK = \sqrt{20^2 - 4^2} = 8\sqrt{6}$$

よって,

$$20EU = 10\sqrt{3} \times 8\sqrt{6}$$

$$EU = \frac{10\sqrt{3} \times 8\sqrt{6}}{20} = \frac{80 \times \sqrt{18}}{20} = \frac{80 \times 3\sqrt{2}}{20}$$

$$= 12\sqrt{2}\ \text{cm} \quad ―― ⑥$$



△DCKと△MCLにおいて、
DK//MNより同位角が等しいので、

$\angle CDK = \angle CMN$ ―― ⑦

$\angle CKD = \angle CNM$ ―― ⑧

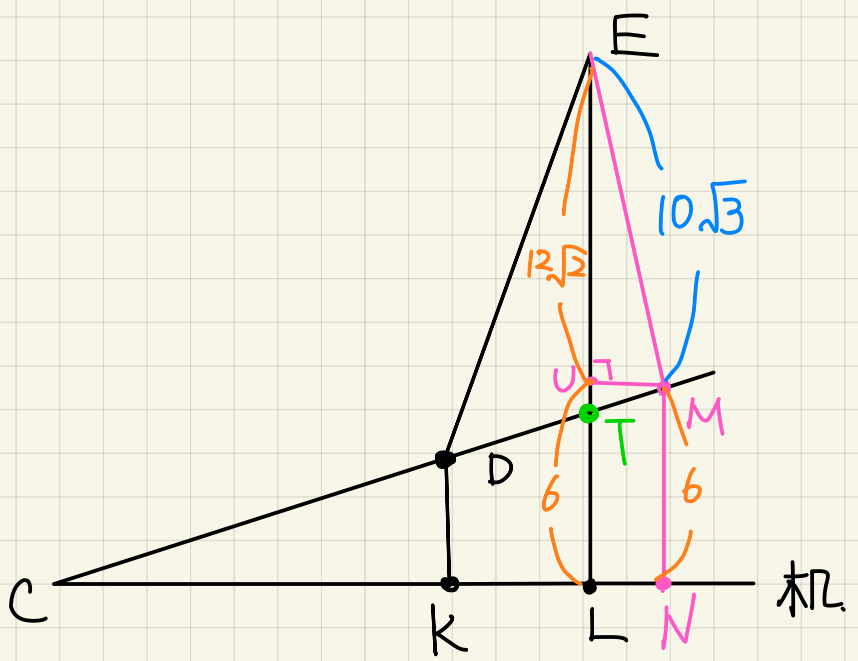
⑦, ⑧より2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle DCK \backsim \triangle MCL$

対応する辺は等しいから

$\underset{20}{DC} : \underset{30}{MC} = \underset{4}{DK} : ML$

$\Rightarrow 20ML = 120 \quad \therefore ML = 6\text{cm}$



MN = ULより

UL = 6cm ―― ⑨

⑥, ⑨より

$EL = UL + EU = 6 + 12\sqrt{2}\text{ cm}$