2022年度　岡山県
数学

KmKm

$\boxed{1}$

① 与式 $= 2+4$

$= 6$

② 与式 $= -8-3$

$= -11$

③ 与式 $= 6a-2b-a+5b$

$= 5a+3b$

④ 与式 $= 7ab^2$

⑤ 与式 $= 1^2+2\times1\times\sqrt{3}+\sqrt{3}^2$

$= 1+2\sqrt{3}+3$

$= 4+2\sqrt{3}$

⑥ $ax^2-16a = a(x^2-16)$

$= a(x+4)(x-4)$

⑦ おうぎ形の面積 $=$ 半径 $\times$ 半径 $\times\pi\times\dfrac{\text{中心角}}{360°}$

$= 4\times4\times\dfrac{150}{360}$

$= \dfrac{20}{3}\pi\ \mathrm{cm}^2$

⑧

㋐ $x=1$ のとき

$3-y-1=0 \iff y=2$ 不適

㋑ $x=1$ のとき

$3+2y+1=0 \iff y=-2$ 適する

㋒ $x=1$ のとき

$3y=-6 \iff y=-2$ 適する

㋓ $x=1$ のとき

$1+1=2$ 不適

よって、㋑、㋒

⑨

ア：四分位範囲＝第3四分位数－第1四分位数

A組：四分位範囲＝11－5＝6点

B組：四分位範囲＝14－7＝7点

よって、四分位範囲はA組よりもB組の方が大きい

イ：A組の最大値＝20点

B組の最大値＝18点

よって、得点が一番高い生徒はA組にいる。

ウ：A組の第3四分位数＝11点

B組の第2四分位数＝12点

よって、A組の第3四分位数はB組の第2四分位数より小さい

エ：

A組の第3四分位数＝11点、

全データの上位25%

よって、A組の上位25%の生徒は11点以上である。

A組は40人なので、11点以上の生徒は、

$40 \times 0.25 = 10$人

B組の第2四分位数＝12点、

全データの50%

よって、B組の上位50%の生徒は12点以上である。

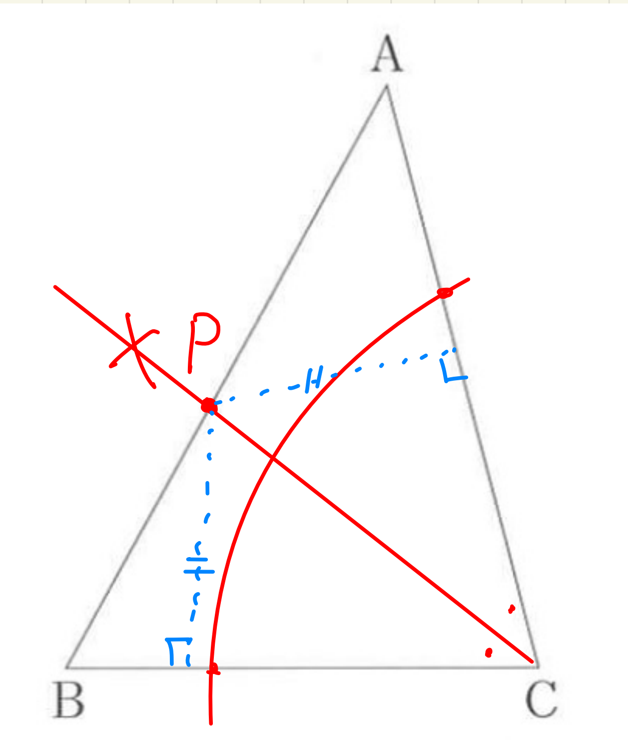
B組は40人なので、12点以上の生徒は、

$40 \times 0.5 = 20$人

よって、得点が12点以上の生徒は、B組がA組の2倍以上である。

よって、ア，エ

⑩



距離

$$\begin{cases} P \perp AC \\ P \perp BC \end{cases}$$

∠BCAの二等分線

2

① ペットボトルは1kgあたり20ポイント
新聞紙は1kgあたり7ポイント
よって,

$$20a+7b \geqq 500$$

注 「500ポイントより大きい」であれば

$$20a+7b>500$$

②

(1) アルミ缶とスチール缶あわせて39kgなので,

$$x+y=39$$

アルミ缶は1kgあたり45ポイント,スチール缶は1kgあたり10ポイントなので,

$$45x+10y=1160$$

よって,

$$\begin{cases} x+y=39 & \text{—— ①} \\ 45x+10y=1160 & \text{—— ②} \end{cases}$$

(2) ①×2 − ②÷5 より

$$\begin{array}{rrl} & 2x+2y &= 78 \\ -) & 9x+2y &= 232 \\ \hline & -7x &= -154 \\ & x &= 22 \end{array}$$

$x=22$ を①に代入して,

$$22+y=39$$

$$\therefore y=39-22=17$$

よって,アルミ缶22kg,スチール缶17kg

$\boxed{3}$

①

(1) 点Aは $y=ax^2$ 上にあり、$x=2$, $y=2$ なので、

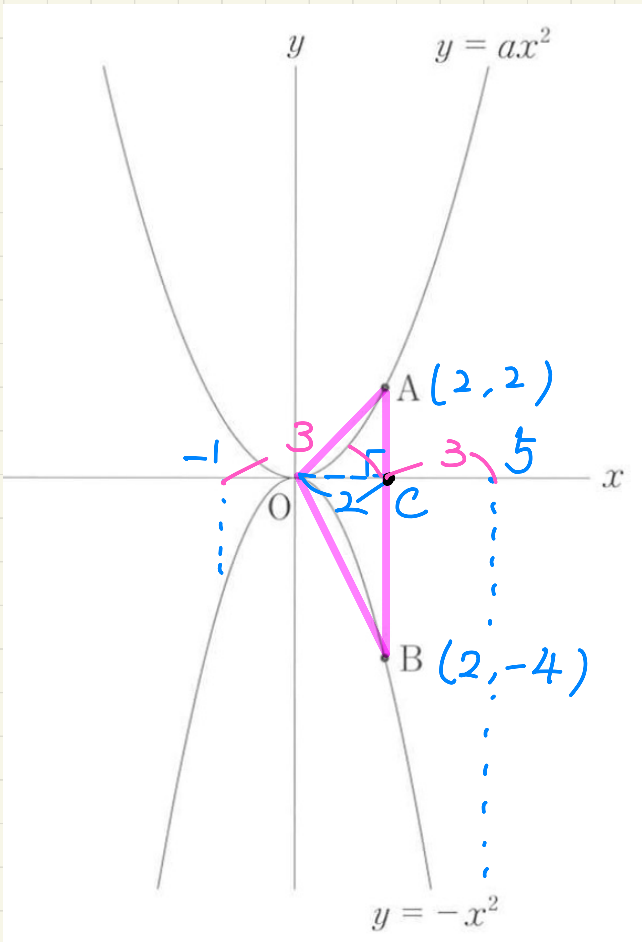
$$2=a\times 2^2$$

$$\Leftrightarrow\ 4a=2 \quad \Rightarrow\ a=\frac{1}{2}$$

(2) 点Aと点Bのx座標は等しいので、点Bのx座標は2。点Bは $y=-x^2$ 上にあるので、

$$y=-2^2$$
$$=-4$$

(3)



△OABと△PABにおいて、
底辺を共通のABとする。
△OAB ： △PAB ＝ 2：3 より
高さの比が 2：3 となれば良い
△OABの高さは2なので、
△PABの高さは3である。

よって、点Pのx座標は、
-1, 5

注 ABとx軸との交点をCとすると、C (2, 0)

よって、△PABの高さのx座標は、
$2-3$, $2+3$ $\Rightarrow$ -1, 5

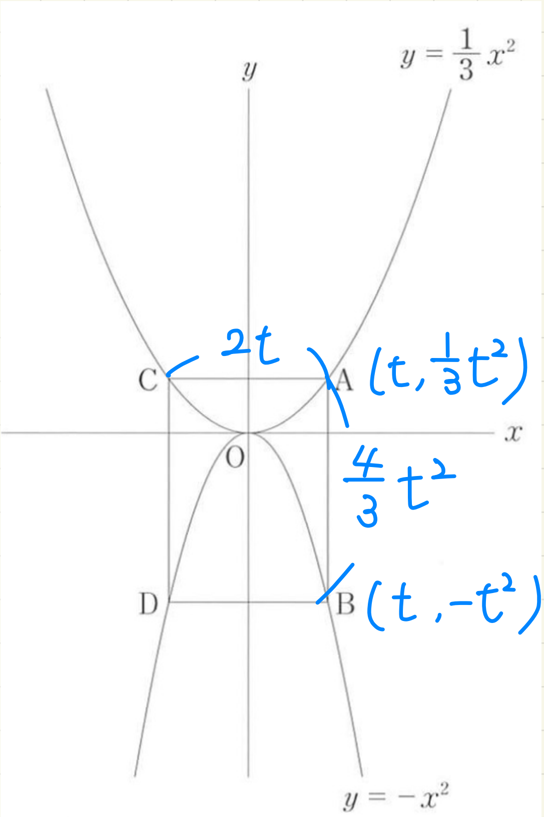
②

(1) 点Aと点Cはy軸について対称なので、

点Cのx座標は $-t$

よって、$AC = t-(-t) = 2t$

(2)



点Aは $y=\frac{1}{3}x^2$ 上にあり、$x=t$ なので

$$y = \frac{1}{3}t^2 \quad \therefore A\left(t, \frac{1}{3}t^2\right)$$

点Bは $y=-x^2$ 上にあり、$x=t$ なので

$$y = -t^2 \quad \therefore B(t, -t^2)$$

よって、

$$AB = \frac{1}{3}t^2 - (-t^2) = \frac{4}{3}t^2$$

□ABCDは長方形なので、

$$\underbrace{2t}_{AC} + \underbrace{\frac{4}{3}t^2}_{AB} + \underbrace{2t}_{BD} + \underbrace{\frac{4}{3}t^2}_{DC} = \frac{8}{3}t^2 + 4t.$$

この長さが12なので

$$\frac{8}{3}t^2 + 4t = 12$$

$$\Leftrightarrow 8t^2 + 12t - 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2t^2 + 3t - 9 = 0$$

解の公式より

$$t=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times(-9)}}{2\times2}$$

$$=\frac{-3\pm9}{4}$$

$$=\frac{-12}{4},\ \frac{6}{4}$$

$$=-3,\ \frac{3}{2}$$

点Aのx座標は正より. $t>0$ $\therefore t=\frac{3}{2}$.

点Aは$y=\frac{1}{3}x^2$上にあり、$x=\frac{3}{2}$なので.

$$y=\frac{1}{3}\times\left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$=\frac{1}{3}\times\frac{9}{4}$$

$$=\frac{3}{4}$$

よって、$A\left(\frac{3}{2},\frac{3}{4}\right)$

$\boxed{4}$

①

(1)

・出た目の数の和は. $6+4=10$ … 8以上

・出た目の数の差は $6-4=2$ … 差は2

・出た目の数の積は $6\times4=24$ … 奇数

よって、A, Bを満たすので、2個

(2) 2つのさいころを投げるときの出る目は. $6\times6=36$ 通り

出た目の差が2となるのは.

(大, 小) = (6, 4), (5, 3), (4, 2), (3, 1)

の4通り。よって, 求める確率は

$$\frac{4}{36}=\frac{2}{9}$$

② 出た目の和が8以上となるのは.

(大, 小) = (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)
(5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)
(4, 4), (4, 5), (4, 6)
(3, 5), (3, 6)
(2, 6)

の15通り。よって確率は $\frac{15}{36}$

出た目の積が奇数となるのは.

偶×偶=偶, 偶×奇=偶, 奇×偶=偶, 奇×奇=奇
より, (大, 小) = (奇, 奇)

(大, 小) = (1, 1), (1, 3), (1, 5)
(3, 1), (3, 3), (3, 5)
(5, 1), (5, 3), (5, 5)

の9通り. よって確率は $\frac{9}{36}$

以上より, Aの起こる確率は $\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$, Cの起こる確率は $\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$ よりAの起こる確率が大きいので, Aの方が起こりやすい.

③ ゲームを1800回行ううち、$\frac{2}{9}$はBが起こるので、

$$1800 \times \frac{2}{9} = 400回$$

④ ③と同様に、Aは$\frac{5}{12}$、Cは$\frac{1}{4}$で起こるので、

$$A : 1800 \times \frac{5}{12} = 750回$$

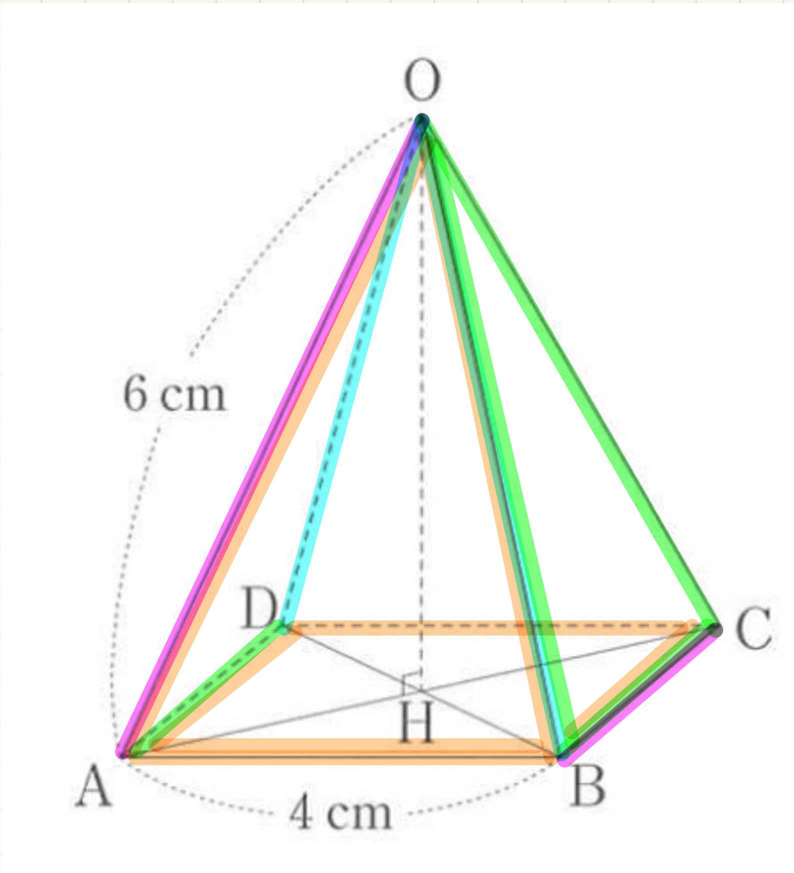
$$C : 1800 \times \frac{1}{4} = 450回$$

A、B、Cのいずれかが起こるたびに、あめ玉を1個渡すので、

$$750 + 400 + 450 = 1600個$$ ウ

5

①



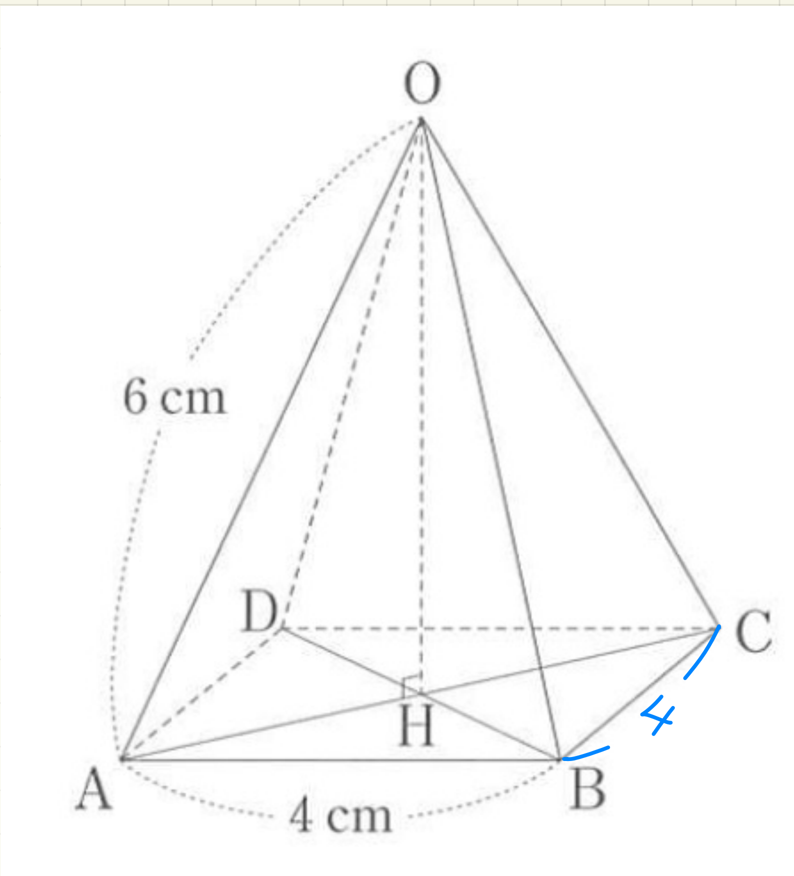
ア：ねじれの位置

イ：交わる

ウ：平行

エ：交わる

②



△ABCは，BA = BC，
∠ABC = 90° の直角二等辺三角形
⇒ AH = HC
△ABCで三平方の定理より

$AC = \sqrt{4^2 + 4^2}$
$= 4\sqrt{2}$

$\therefore AH = AC \div 2$
$= 4\sqrt{2} \div 2$
$= 2\sqrt{2}$ cm

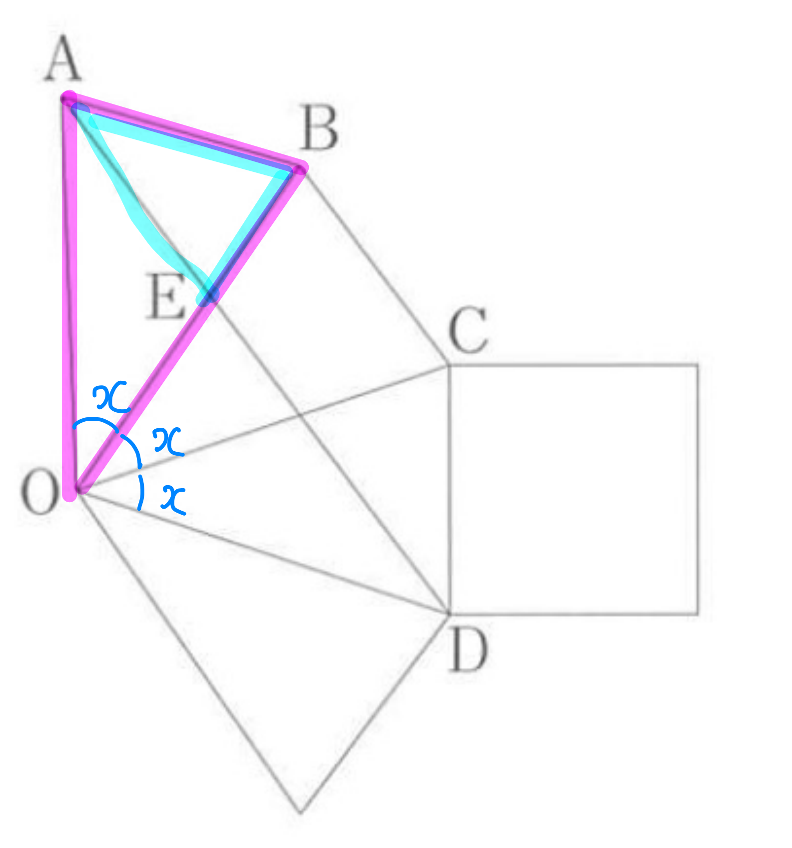
③ △OAHで三平方の定理より

$OH = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{2})^2}$
$= \sqrt{36 - 8}$ $= \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$
$= 2\sqrt{7}$ cm

よって，
正四角錐OABCDの体積 $= 4 \times 4 \times 2\sqrt{7} \times \frac{1}{3}$
$= \frac{32\sqrt{7}}{3}$ cm³

④

(1)



$\triangle OAB$ と $\triangle AEB$ において、

$\angle AOB = \angle x$ とすると、

$\triangle OAB$ は $OA = OB$ の二等辺三角形だから

$$\angle OAB = \frac{180° - \angle x}{2}$$

$$= 90° - \frac{1}{2}\angle x$$ オ

また、$\triangle OAD$ は、$\angle AOD = 3\angle x$ イ、$OA = OD$ の

二等辺三角形だから

$$\angle OAD = \frac{180° - 3\angle x}{2}$$

$$= 90° - \frac{3}{2}\angle x$$ カ

$$\angle EAB = \angle OAB - \angle OAD$$

$$= \left(90° - \frac{1}{2}\angle x\right) - \left(90° - \frac{3}{2}\angle x\right)$$

$$= \angle x$$

よって

$\angle AOB = \angle EAB$ ―①

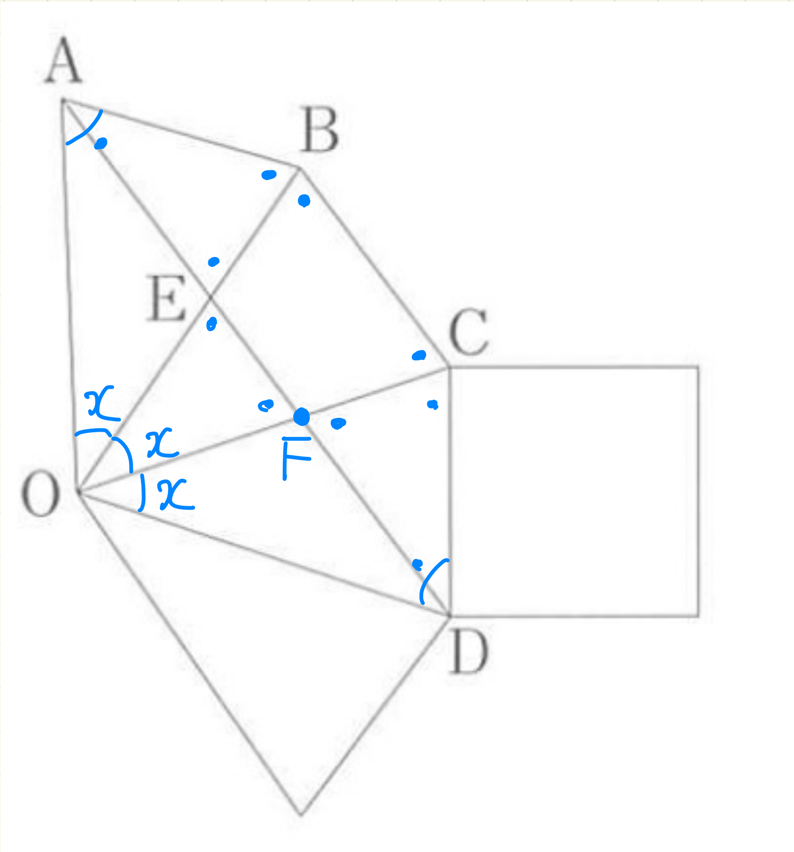
また，共通な角は等しいから

$\angle OBA = \angle ABE$ ― ②

①，②より2組の角がそれぞれ等しいので，

$\triangle OAB \sim \triangle AEB$ (証明終わり)

(2)



点Aから点Dまで，ひもをかけたとき，最短となるのは，左図のように，ADが直線のときである。

$\angle OAB = \bullet$ と書くこととすると． $90^\circ - \frac{1}{2}\angle x$

$\triangle OAB$は二等辺三角形なので，

$\angle OAB = \angle OBA$

$\Rightarrow \angle OBA = \bullet$

(1)より$\triangle OAB \sim \triangle AEB$より対応する角は等しいから

$\angle OAB = \angle AEB \Rightarrow \angle AEB = \bullet$

対頂角は等しいので，

$\angle AEB = \angle OED \Rightarrow \angle OED = \bullet$

対称性から

$\angle ODC = \angle OCD = \angle OCB = \angle OBC = \bullet$

(1)と同様に$\triangle OCD \sim \triangle DFC$より

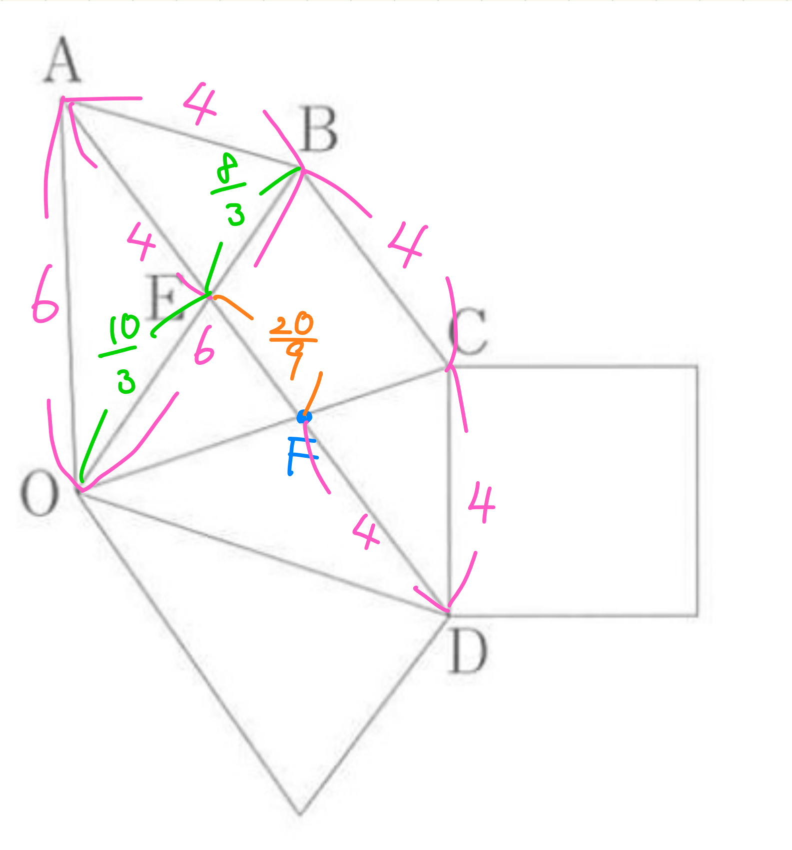
$\angle OCD = \angle DFC \Rightarrow \angle DFC = \bullet$

対頂角は等しいので.

$\angle DFC = \angle OFE \Rightarrow \angle OFE = \bullet$

よって、2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle OEF \backsim \triangle OBC$.



$\triangle AEB$, $\triangle DFC$は
二等辺三角形なので.

$AE = 4$ cm

$DF = 4$ cm.

(1) より $\triangle OAB \backsim \triangle AEB$
なので、対応する辺の比は
等しいから

$\underbrace{OA}_{6} : \underbrace{AE}_{4} = \underbrace{AB}_{4} : EB$

$\Rightarrow 6EB = 16 \quad \therefore EB = \dfrac{8}{3}$

よって.

$OE = 6 - \dfrac{8}{3}$

$= \dfrac{10}{3}$

$\triangle OEF \backsim \triangle OBC$ より対応する辺の比は等しいから

$\underbrace{OE}_{\frac{10}{3}} : \underbrace{OB}_{6} = EF : \underbrace{BC}_{4}$

$\Rightarrow 6EF = \dfrac{40}{3} \quad \Rightarrow EF = \dfrac{20}{9}$

36+36+

72+20

よって. $AD = 4 + \dfrac{20}{9} + 4 = \dfrac{92}{9}$ cm