2022年度 山梨県
数学

kmkm

$\boxed{1}$

1. 与式 $= -8$

2. 与式 $= \frac{4}{5} \times \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{8}{5}$

$= -\frac{1}{5} + \frac{8}{5}$

$= \frac{7}{5}$

3. 与式 $= 36 - 9$

$= 27$

4 与式 $= 7\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}$

※ $\frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3}$

5. 与式 $= \frac{xy \times (-18x)}{6}$

$= -3x^2y$

6. 与式 $= 14x - 7y - x + 5y$

$= 13x - 2y$

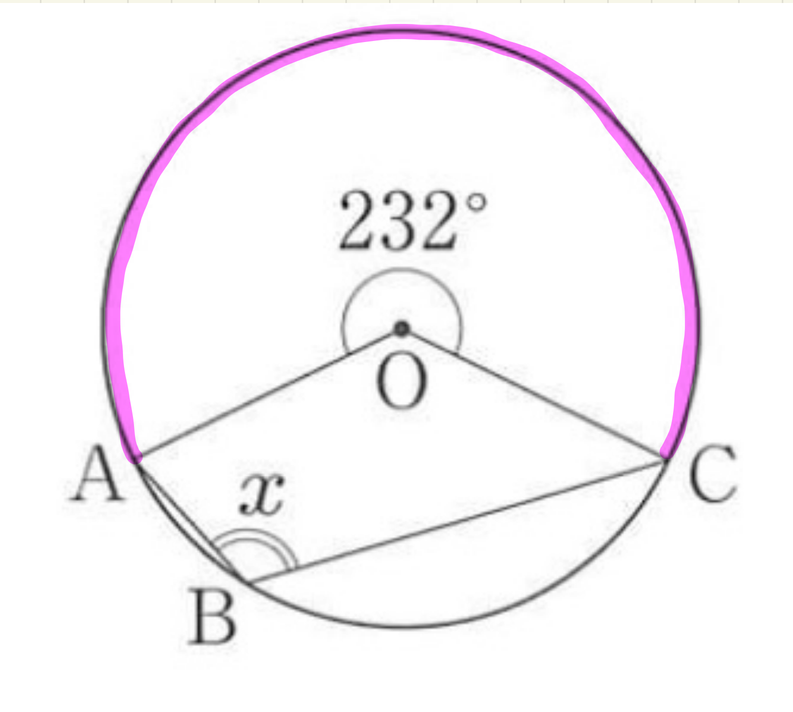
2

1. 解の公式より

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \times 2 \times 8}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{4}$$

2.



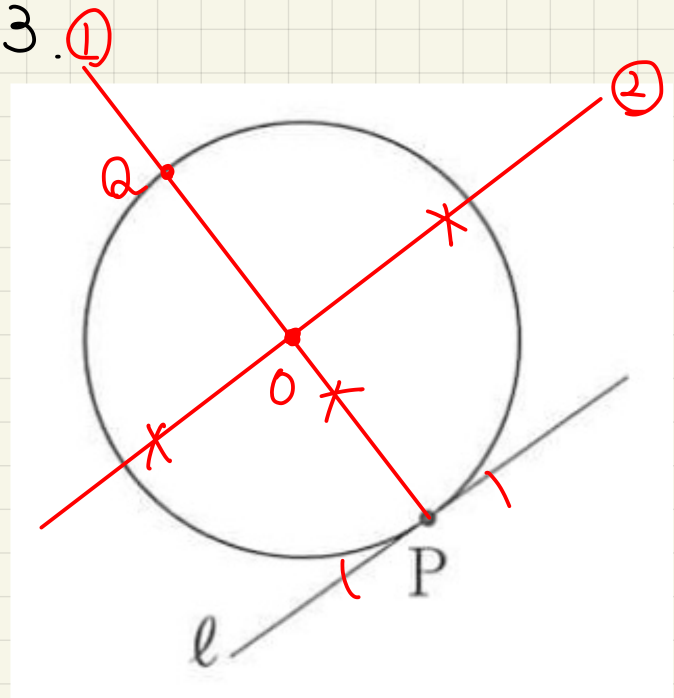
$\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角と中心角より

$$\angle x = \frac{1}{2} \angle AOC$$

$$= \frac{1}{2} \times 232$$

$$= 116°$$

3.



① 点Pを通り、ℓに垂直な線を描く

② ①と円の交点のうち、Pと異なる点をQとする。PQの垂直二等分線を描く

③ ①、②の交点が円の中心である。

4.

ア : $y = \dfrac{x}{5}$ ⇒ 比例

イ : $xy = 50$ ∴ $y = \dfrac{50}{x}$ ⇒ 反比例

ウ : $y = 3x$ ⇒ 比例

エ : $y = (1-0.2)x = 0.8x$ ⇒ 比例.

5. 2つのさいころを同時に投げたとき，出る目は.

$6 \times 6 = 36$ 通り.

出た目の積は最大で，$6 \times 6 = 36$ なので，

考えられる10の倍数は，10，20，30である

(i) 積が10のとき，

(2, 5)，(5, 2) の 2 通り

(ii) 積が20のとき.

(4, 5)，(5, 4) の 2 通り

(iii) 積が30のとき.

(5, 6)，(6, 5) の 2 通り.

よって，積が10の倍数となるのは.

$2 + 2 + 2 = 6$ 通り

ゆえに，求める確率は

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$\boxed{3}$

1.(1) 最終得点を求める式に $x=12$ を代入して

$$6\times12-2\times(20-12)$$
$$=72-16$$
$$=56\text{点}$$

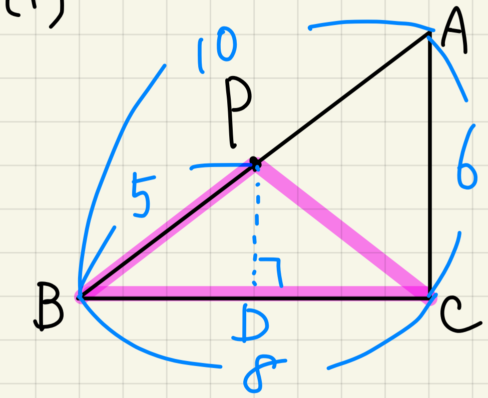
(2) 最終得点を求める式より

$$6x-2(20-x)=6x-40+2x$$
$$=8x-40$$
$$=8(x-5)$$

$x-5$ は整数だから $8(x-5)$ は8の倍数である。
したがって、最終得点は8の倍数となる。

2.

(1)



左図のように点Dをとる。
△PBDと△ABCで、
PD//ACより同位角が等しいので、

$\angle BPD=\angle BAC$ ―― ①

$\angle BDP=\angle BCA$ ―― ②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、△PBD∽△ABC
対応する辺の比は等しいので、

$$\underbrace{BP}_{5}:\underbrace{BA}_{10}=PD:\underbrace{AC}_{6} \Rightarrow 1:2=PD:6$$
$$\Rightarrow PD=3$$

よって、△PBCの面積は

$$\frac{1}{2}\times8\times3=12\,cm^2$$

(2) 点Pが辺BA上にあるとき、すなわち $0 \leqq x \leqq 10$ のとき

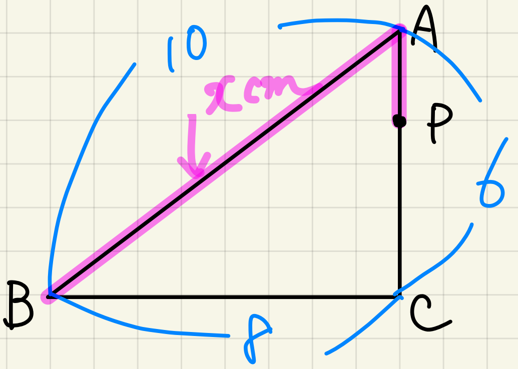
(1)より

$$x : 10 = PD : 6 \Rightarrow 10PD = 6x \Rightarrow PD = \frac{3}{5}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{3}{5}x$$

$$= \frac{12}{5}x.$$

点Pが辺AC上にあるとき、すなわち $10 \leqq x \leqq 16$ のとき.



$$PC = (10+6) - x$$

$$= 16 - x$$

よって.

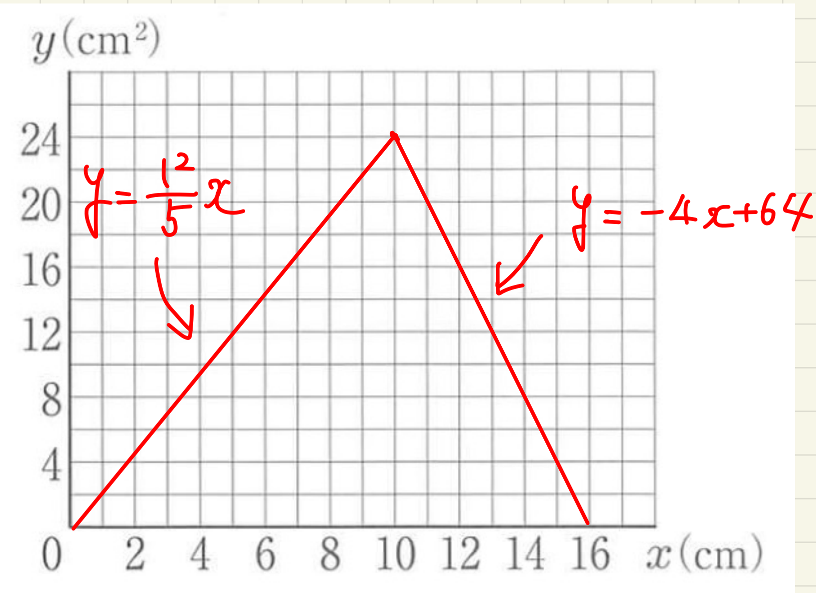
$$y = \frac{1}{2} \times 8 \times (16 - x)$$

$$= -4x + 64.$$

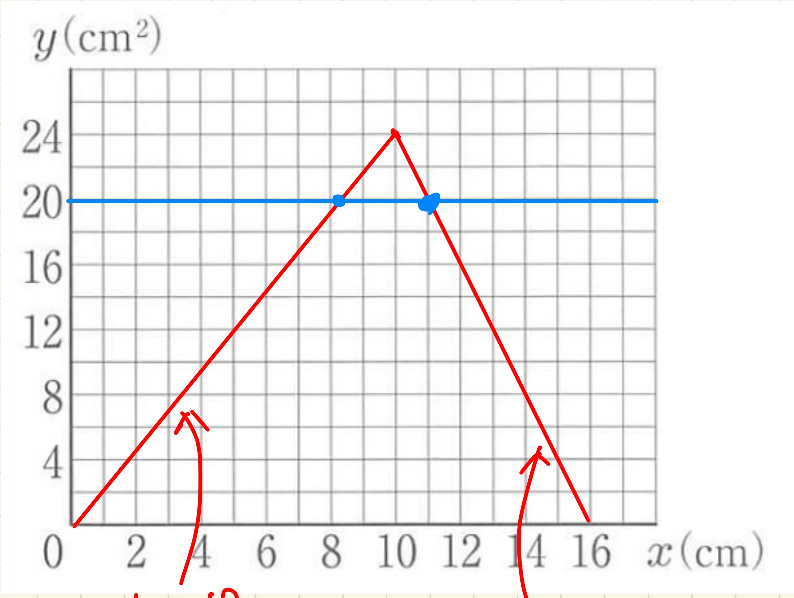
$x = 10$ のとき. △PBCは最大で, $y = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24.$

$x = 0, 16$ のとき. △PBCは最小で. $y = 0.$

よって. グラフは以下の通り



(3)



$y = \frac{12}{5}x$　　　$y = -4x + 64$

(i) $0 \leqq x \leqq 10$ のとき.

$y = \frac{12}{5}x$ で. $y = 20$ より

$$20 = \frac{12}{5}x$$

$$\therefore x = \frac{5}{12} \times 20$$

$$= \frac{25}{3}$$

(ii) $10 \leqq x \leqq 16$ のとき.

$y = -4x + 64$ で, $y = 20$ より

$$20 = -4x + 64$$

$$4x = 44 \Rightarrow x = 11$$

よって, $x = \frac{25}{3}$, 11

$\boxed{4}$

(1) 階級の幅：1つ1つの区間のこと

よって, 表1の階級の幅は 5回

(2)

ア. 5〜10の相対度数

データ①：$\frac{1}{16}$

データ②：$\frac{0}{12}$

データ① > データ②

イ. 10〜15の相対度数

データ① : $\frac{3}{16} = 0.1875$

データ② : $\frac{2}{12} = 0.1666\cdots$

データ① > データ②

ウ. 15〜20の相対度数

データ① : $\frac{6}{16} = 0.375$

データ② : $\frac{5}{12} = 0.416\cdots$

データ① < データ②

エ. 20〜25の相対度数

データ① : $\frac{3}{16} = 0.1875$

データ② : $\frac{2}{12} = 0.1666\cdots$

データ① > データ②

オ. 25〜30の相対度数

データ① : $\frac{2}{16} = 0.125$

データ② : $\frac{2}{12} = 0.1666\cdots$

データ① < データ②

カ. 30〜35の相対度数

データ① : $\frac{1}{16} = 0.0625$

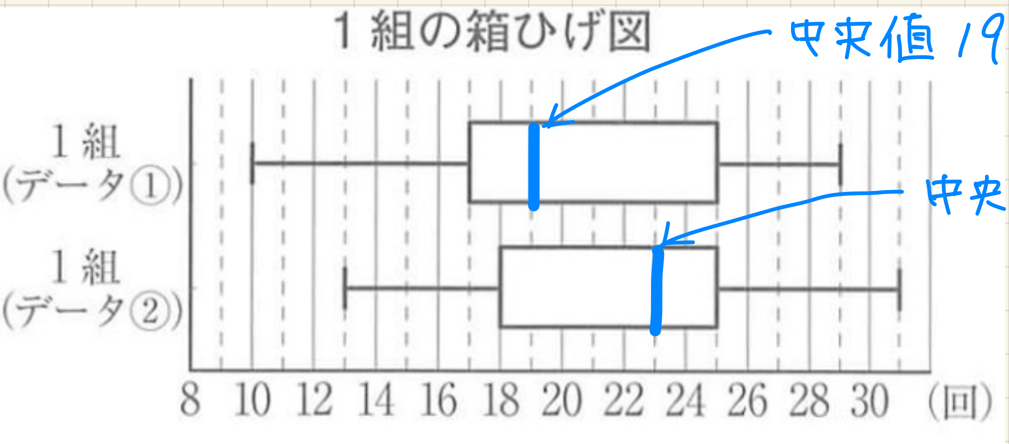
データ② : $\frac{1}{12} = 0.083\cdots$

データ① < データ②

よって, ウ, オ, カ

2.

(1)

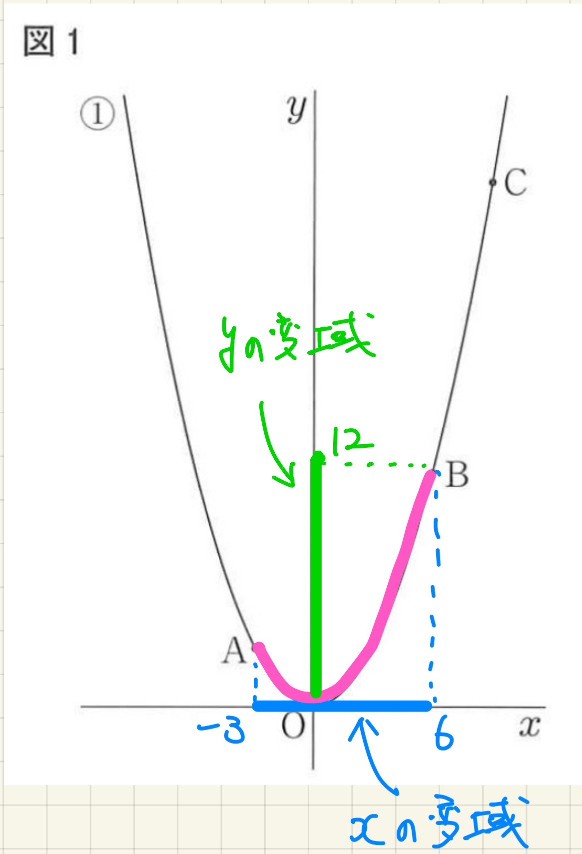


データ①：19回，データ②：23回

(2) 2つの箱ひげ図の箱の横の長さは，ほぼ同じで，4組のデータ②の箱の方が，4組のデータ①の箱より右にあるから，4組のデータ②は，4組のデータ①より記録が伸びている。

$\boxed{5}$

(1) 図 1



左図のグラフより，

$x=6$ のとき，

$y = \frac{1}{3} \times 6^2$

$= 12$

よって y の変域は

$0 \leqq y \leqq 12$

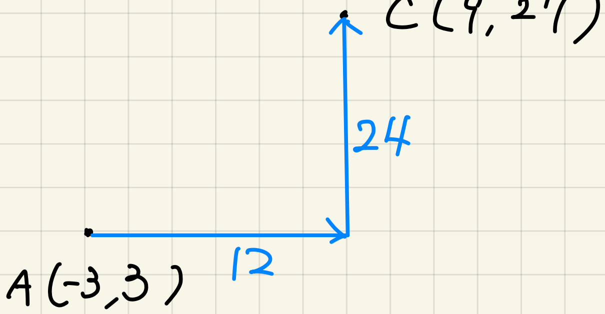
(2) 点Aは $y=\frac{1}{3}x^2$ 上にあり、$x=-3$ なので、

$$y=\frac{1}{3}\times(-3)^2=3 \qquad \therefore A(-3,3)$$

点Cは $y=\frac{1}{3}x^2$ 上にあり、$x=9$ なので、

$$y=\frac{1}{3}\times 9^2=27 \qquad \therefore C(9,27)$$

直線ACの式を $y=ax+b$ とおくと、1次関数では、傾き＝変化の割合なので



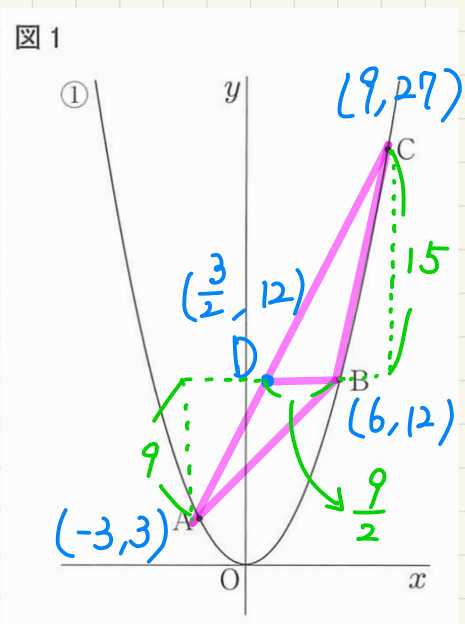
$$a=\frac{yの増加量}{xの増加量}=\frac{27-3}{9-(-3)}=\frac{24}{12}=2$$

よって、$y=2x+b$ で A(-3, 3) を通るので、

$$3=2\times(-3)+b \Rightarrow b=9$$

$$\therefore y=2x+9$$

(3)



点Bを通りx軸と平行な線を引き、直線ACとの交点をDとする。

$$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle DBC$$

点Dは、$y=2x+9$ 上にあり $y=12$ なので、

$$12=2x+9 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$$

よって.

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \frac{9}{2} \times 15 + \frac{1}{2} \times \frac{9}{2} \times 9$$

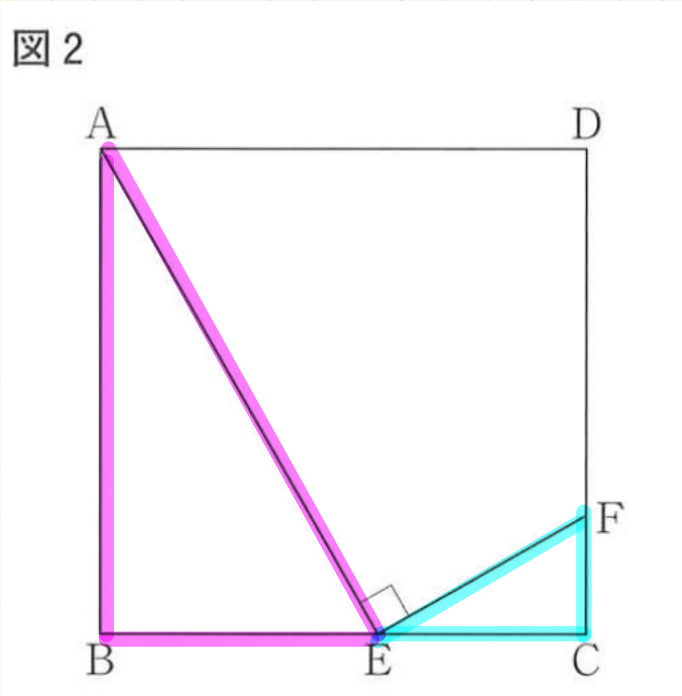
$$= \frac{1}{2} \times \frac{9}{2} \times (15+9)$$

$$= \frac{9}{4} \times 24$$

$$= 54$$

2.

(1)



$\triangle ABE$ と $\triangle ECF$ において,

仮定より

$\angle ABE = \angle ECF$ ― ①

三角形の内角の和は $180°$ だから

$\angle BAE + \angle AEB + 90 = 180°$

$\therefore \angle BAE = 90° - \angle AEB$ ― ②

点B, E, Cは1つの直線上にあるから.

$\angle CEF + \angle AEB + 90° = 180°$

$\therefore \angle CEF = 90° - \angle AEB$ ― ③

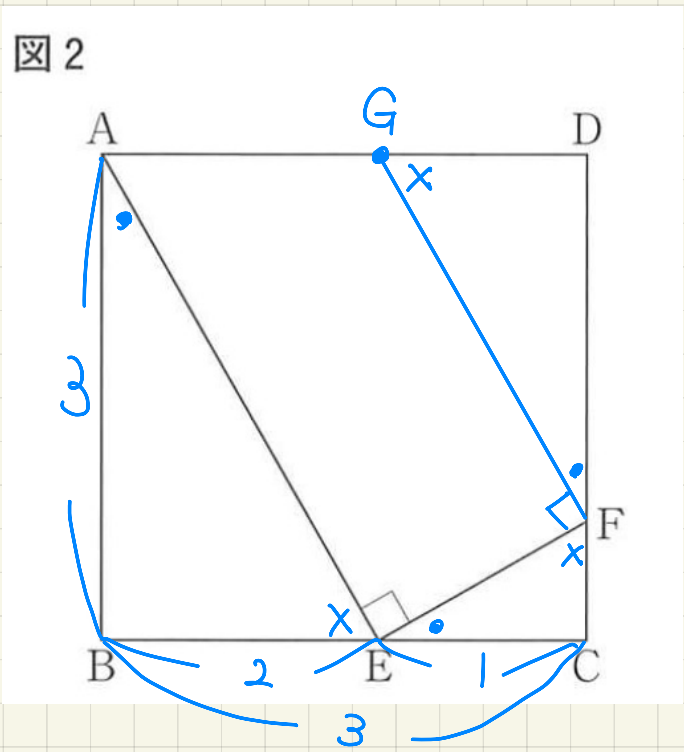
②, ③より

$\angle BAE = \angle CEF$ ― ④

①, ④より 2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABE \backsim \triangle ECF$ (証明終わり)

(2)



$\angle BAE = \bullet$, $\angle BEA = x$ と書くこととする。$\Rightarrow \bullet + x = 90°$

$\angle FEC = 180° - 90° - x$
$= 90° - x$

$\Rightarrow \angle FEC = \bullet$

$\angle CFE = 180° - 90° - x$
$= 90° - \bullet$

$\Rightarrow \angle CFE = x$

$\angle GFD = 180° - 90° - x$
$= 90° - x$

$\Rightarrow \angle GFD = \bullet$

$\angle DGF = 180° - 90° - \bullet$
$= 90° - x$

$\Rightarrow \angle DGF = \bullet$

よって、2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABE \backsim \triangle FDG$ ——— ㋐

仮定より

$AB = BC$ $\therefore BC = 3cm$

$BE = 2cm$

よって、$EC = 1cm$

(1)より $\triangle ABE \backsim \triangle ECF$ なので、対応する辺の比は等しいから

$AB : EC = BE : CF$

$$3 : 1 = 2 : CF$$

$$\therefore 3CF = 2 \Rightarrow CF = \frac{2}{3}\ \text{cm}$$

仮定より

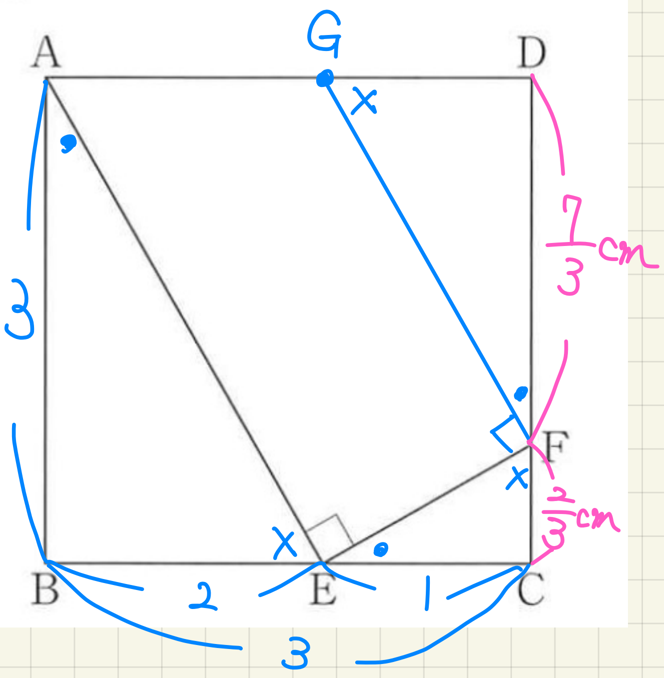
$$AB = CD \quad \therefore CD = 3\ \text{cm}$$

よって,

$$FD = 3 - \frac{2}{3}$$

$$= \frac{9-2}{3} = \frac{7}{3}\ \text{cm}$$

図 2



⑦より $\triangle ABE \backsim \triangle FDG$
なので,対応する辺の比は
等しいから

$$\underbrace{AB}_{3} : \underbrace{FD}_{\frac{7}{3}} = \underbrace{BE}_{2} : DG$$

$$\therefore 3DG = \frac{14}{3}$$

$$DG = \frac{14}{9}$$

仮定より $AB = DA \quad \therefore DA = 3\ \text{cm}$

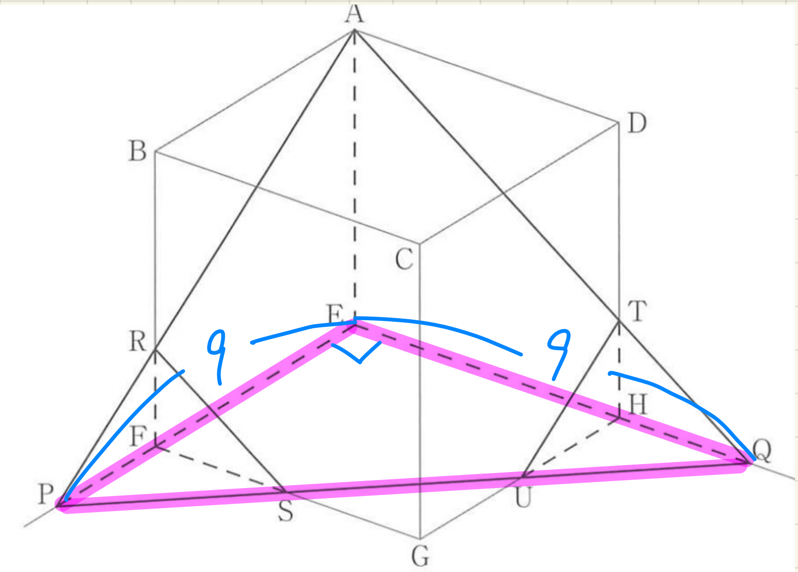
よって,

$$AG = 3 - \frac{14}{9} = \frac{27-14}{9} = \frac{13}{9}$$

したがって, $AG : GD = \frac{13}{9} : \frac{14}{9} = 13 : 14$

$\boxed{6}$

1.

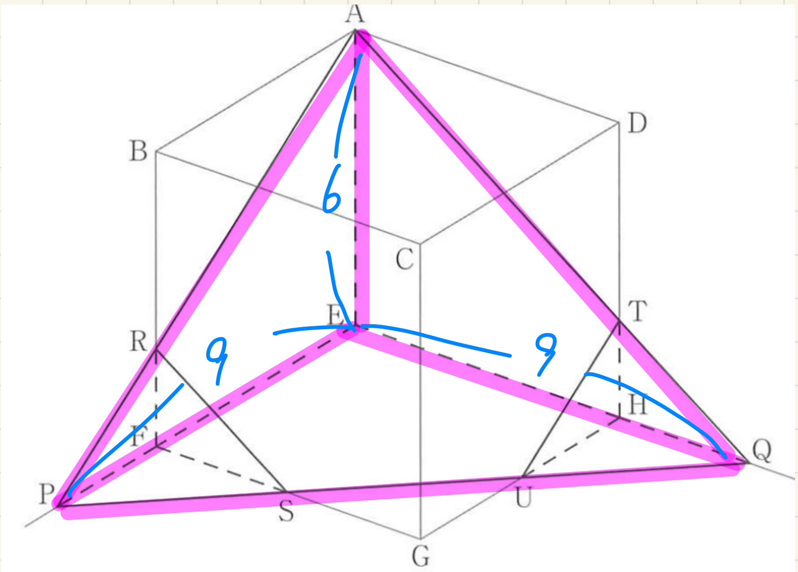


△EPQで三平方の定理より

$$PQ = \sqrt{9^2+9^2} = \sqrt{81+81} = \sqrt{162} = 9\sqrt{2}$$

$= 9\sqrt{2}$ cm

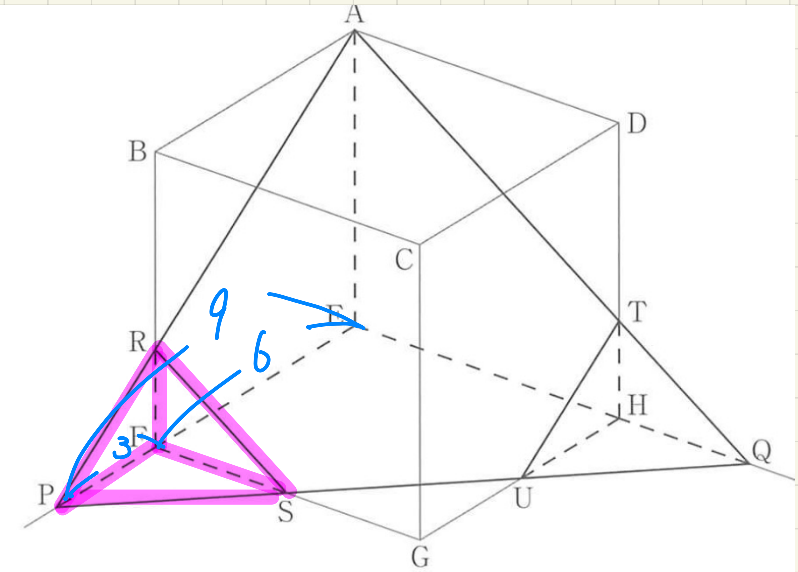
2.



三角錐AEPQの体積は

$$\underbrace{\frac{1}{2}\times 9\times 9}_{\triangle EPQ}\times \underbrace{6}_{高さ}\times\frac{1}{3}$$

$= 81\ \mathrm{cm}^3$



三角錐AEPQ ∽ 三角錐RFPS

であり、相似比は

$9:3 = 3:1$ —— ㋐

立体な図形の体積比は

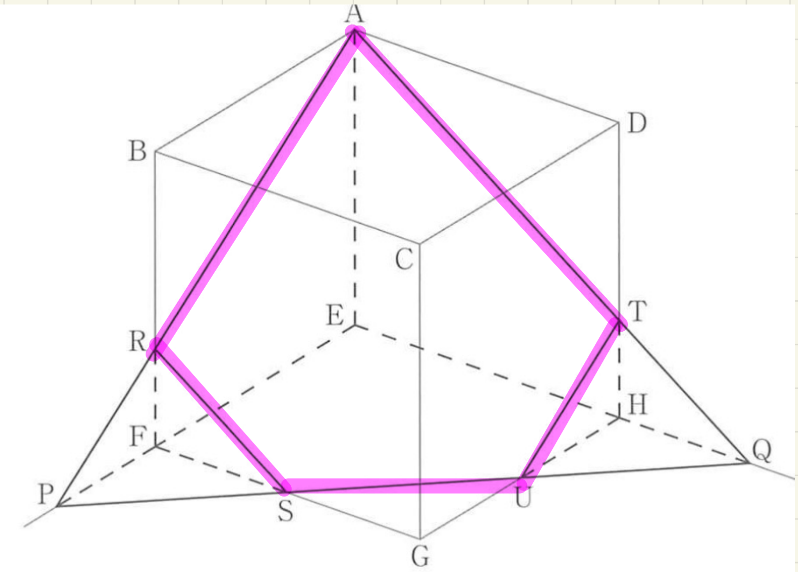
相似比の3乗に等しいので、

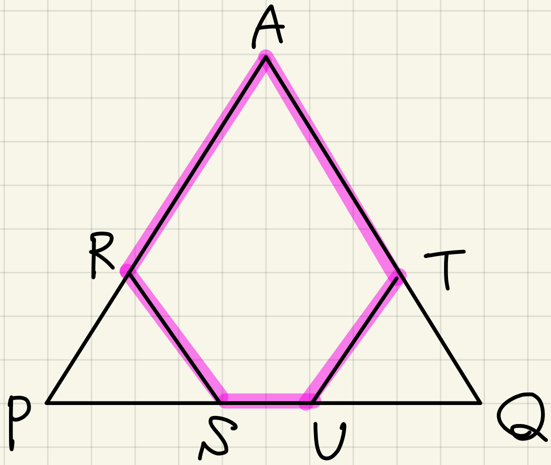
三角錐AEPQ : 三角錐RFPS $= 3^3 : 1^3$

$\therefore\ 27 \times \text{三角錐}RFPS = 81 \times 1$

$\therefore\ \text{三角錐}RFPS = \dfrac{81}{27} = 3\ \text{cm}^3$

3. 難問





各辺の長さを求める.

$\triangle APE$ で 三平方の定理より

$AP = \sqrt{6^2 + 9^2}$ … $AE = 6\text{cm},\ PE = 9\text{cm}$

$= \sqrt{117}$

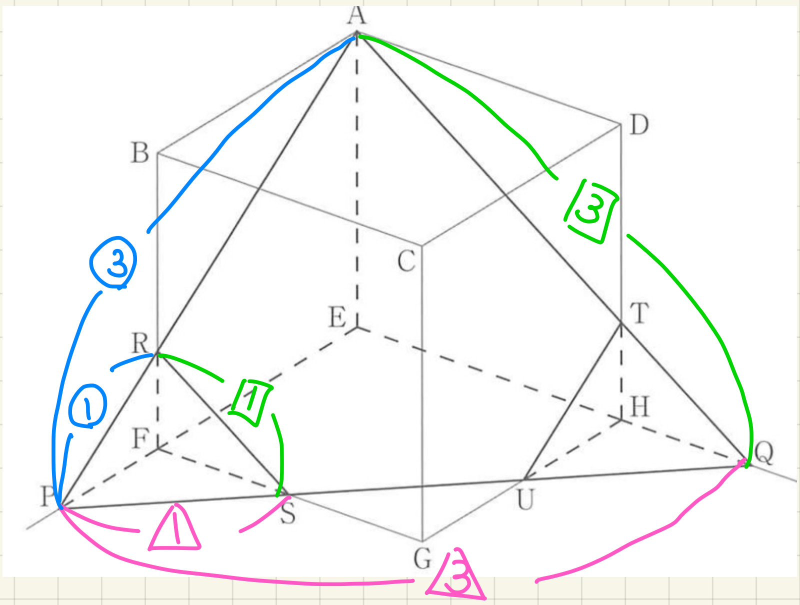
$= 3\sqrt{13}\ \text{cm}$

左右対称な図形より

$AQ = 3\sqrt{13}\ \text{cm}$

1. より

$PQ = 9\sqrt{2}\ \text{cm}$

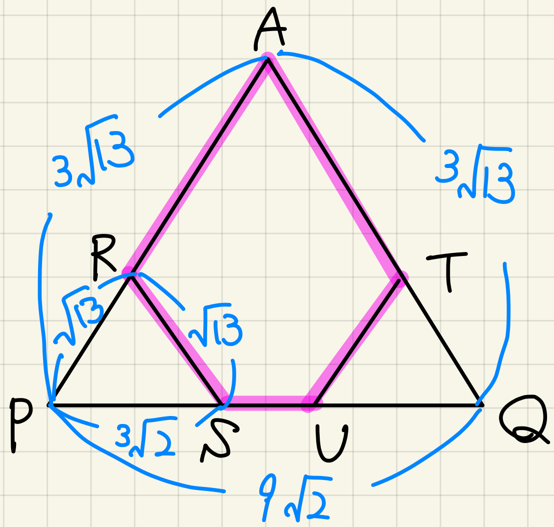


2. アの相似比より

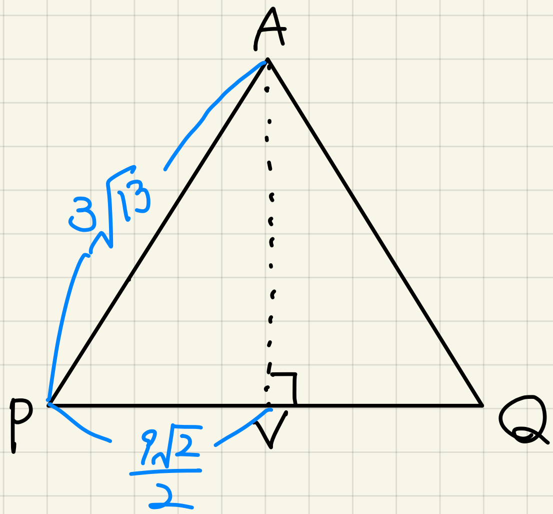
$RP : \underbrace{AP}_{3\sqrt{13}} = 1 : 3 \Rightarrow AP = \sqrt{13}\ \text{cm}.$

$$RS : \underbrace{AQ}_{3\sqrt{13}} = 1 : 3 \quad \Rightarrow \quad RS = \sqrt{13}\ \text{cm}$$

$$PS : \underbrace{PQ}_{9\sqrt{2}} = 1 : 3 \quad \Rightarrow \quad PS = 3\sqrt{2}\ \text{cm}$$



$\Rightarrow$



△APQで，AからPQに垂線を下ろした足をVとする．

△APQは，AP＝AQの二等辺三角形なので，

$$PV = VQ \quad \Rightarrow \quad PV = \frac{9\sqrt{2}}{2}\ \text{cm}$$

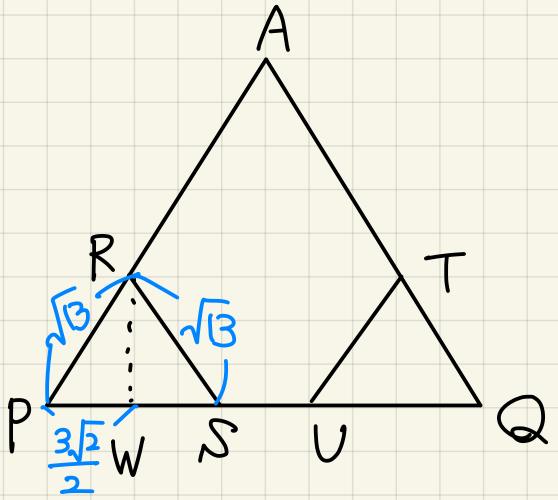
よって，△APVで三平方の定理より

$$AV = \sqrt{(3\sqrt{13})^2 - \left(\frac{9\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{117 - \frac{81}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{153}{2}}$$

$$= \frac{3\sqrt{17}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{34}}{2}\ \text{cm.}$$



同様に、△RPSでRからPSに垂線を下ろした足をWとする。
△RPSはRP = RSの二等辺三角形なので、

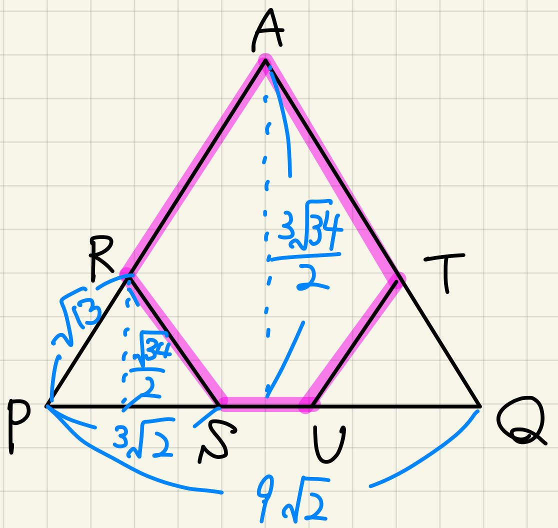
$$PW = WS \Rightarrow PW = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

よって、△RPWで三平方の定理より

$$RW = \sqrt{(\sqrt{13})^2 - \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{13 - \frac{9}{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{34}}{2}\ \text{cm}$$



※ 左右対称なので
△RPS ≡ △TUQ
⇒ 2つの三角形の面積は等しい。

よって、

五角形ARSUT = △APQ − △RPS − △TUQ

$$= \underbrace{\frac{1}{2} \times 9\sqrt{2} \times \frac{3\sqrt{34}}{2}}_{\triangle APQ} - \underbrace{\frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{34}}{2}}_{\triangle RPS} - \underbrace{\frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{34}}{2}}_{\triangle TUQ}$$

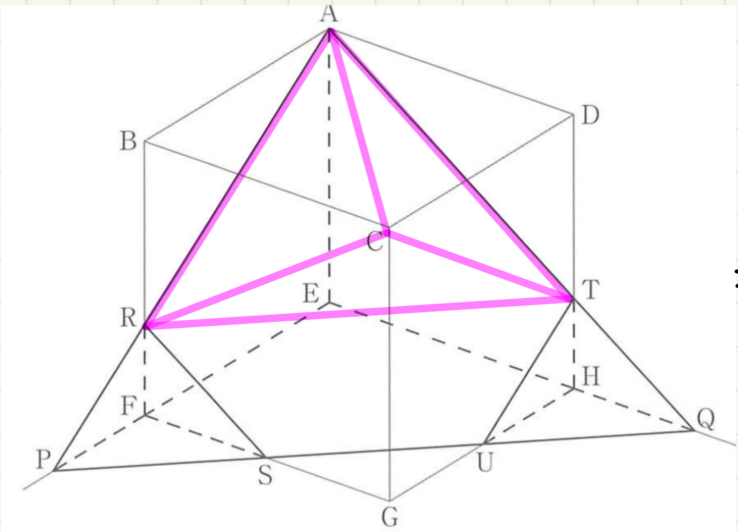
$$= \frac{27\sqrt{68}}{4} - \frac{3\sqrt{68}}{4} - \frac{3\sqrt{68}}{4}$$

$$= \frac{21\sqrt{68}}{4}$$

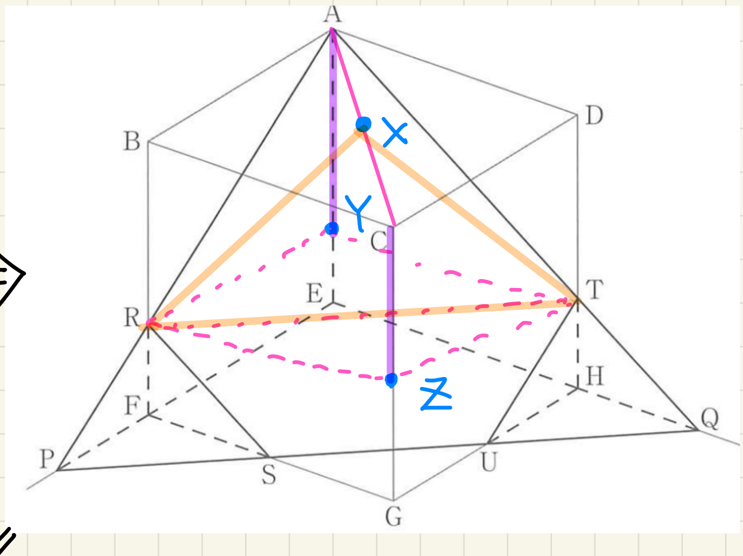
$$= \frac{21 \times 2\sqrt{17}}{4}$$

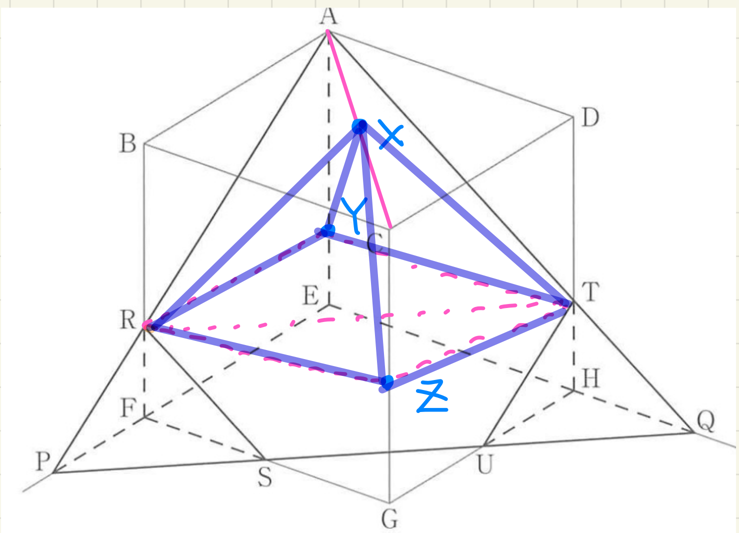
$$= \frac{21\sqrt{17}}{2} \text{ cm}^2$$

4. 難問



⇒





・ACの中点をX
・Aの真下で、R, Tと同じ高さをY
・Cの真下でR, Tと同じ高さをZ
とする。

$\triangle XRT$ と AY, CZ は平行であるから,
等積変形により,

点A → 点Y

点C → 点Z

に移す。これにより立体ACRT と立体XYRZT の体積は等しい。

$$\text{立体XYRZTの体積} = 6 \times 6 \times 4 \times \frac{1}{3}$$
$$= 48 \text{ cm}^3$$

よって,求める体積は 48 cm^3