2022年度　鹿児島県

数学

Km Km

$\boxed{1}$

1.

(1) 与式 $= 32 - 5$

$= 27$

(2) 与式 $= \frac{1}{2} + \frac{7}{9} \times \frac{3}{7}$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

$= \frac{3+2}{6}$

$= \frac{5}{6}$

(3) 与式 $= \sqrt{6}^2 - \sqrt{2}^2$

$= 6 - 2$

$= 4$

(4) 1～99までの自然数のうち、3の倍数となるのは

$99 \div 3 = 33$ 個

このうち、1けたの自然数で3の倍数となるのは、3, 6, 9 の3個ある。

よって、2けたの自然数で3の倍数となるのは、

$33 - 3 = 30$ 個

(5) 三角すいABCD ∽ 三角すいAEFGであり，相似比は2：1である．

点EはABの中点なので，AB：AE＝2：1

相似な立体の体積比は，相似比の3乗に等しいので．

$$三角すいABCD : 三角すいAEFG = 2^3 : 1^3$$
$$= 8 : 1$$

よって，三角すいABCDは，三角すいAEFGの8倍

2. $3a - 2b + 5 = 0$

$$-2b = -3a - 5$$

$$b = \frac{3a+5}{2}$$

3. $\sqrt{ab}$ が自然数 ⇔ ab が平方数

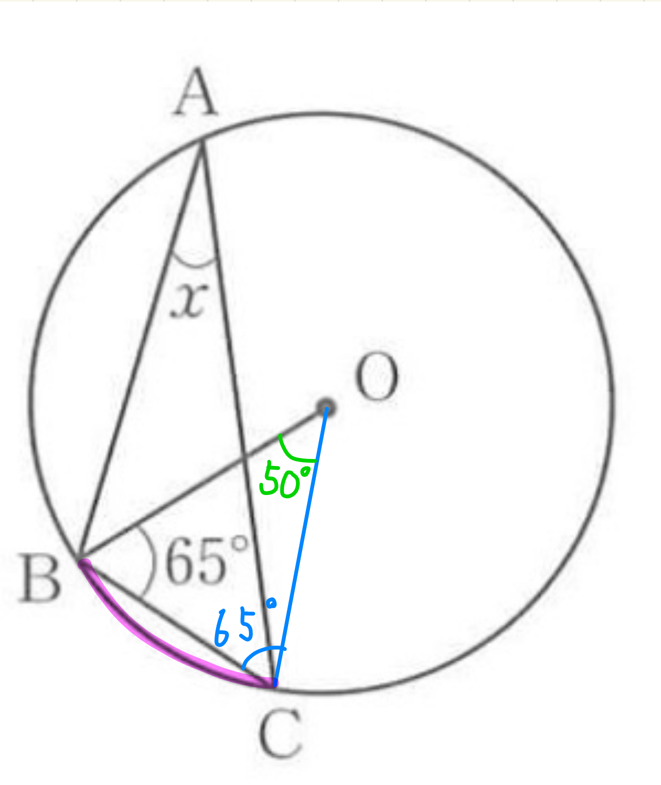
樹形図は以下の通り

a	b	ab
2	6	12
	7	14
	8	16
	9	18
4	6	24
	7	28
	8	32
	9	36
6	6	36
	7	42
	8	48
	9	54

玉の取り出し方は全部で12通り。このうち，abが平方数となるのは3通り．よって求める確率は．

$$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

4.



OB, OCは円Oの半径なので, OB=OC. よって, △OBCは二等辺三角形.
ゆえに,

$\angle OBC = \angle OCB$

$\therefore \angle OCB = 65°$

$\angle BOC = 180° - (65° + 65°)$
$= 50°$

$\overset{\frown}{BC}$に対して, 中心角と円周角より

$\angle x = \frac{1}{2} \angle BOC$

$= \frac{1}{2} \times 50°$

$= 25°$

5.
1964年の女性選手の人数は.

$5151 \times 0.13 = 669.63$

より約670人。一方, 2021年の女性選手の人数は.

$11092 \times 0.49 = 5435.08$

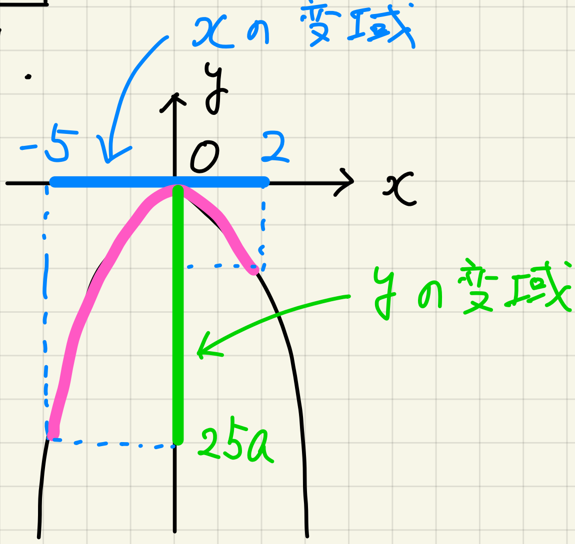
より約5435人。よって 2021年の女性選手は.
1964年の女性選手の

$5435 \div 670 = 8.11\cdots$

より約8倍. よって ウ

2

1.



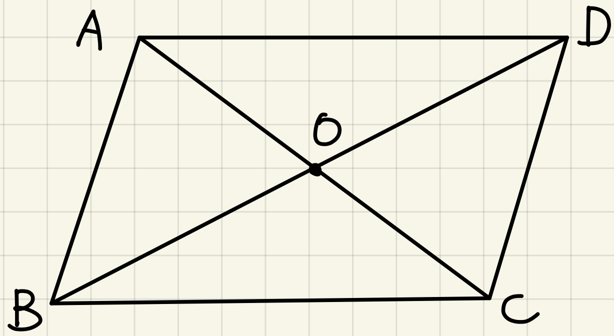
左のグラフより，$y=ax^2$ に
おいて，$x=-5$ のとき

$$y=a\times(-5)^2$$
$$=25a$$

よって，y の変域は

$$25a \leqq y \leqq 0$$

2.



〈平行四辺形になる条件〉

① 2組の向かい合う辺がそれぞれ平行
　⇒ AB // CD，AD // BC

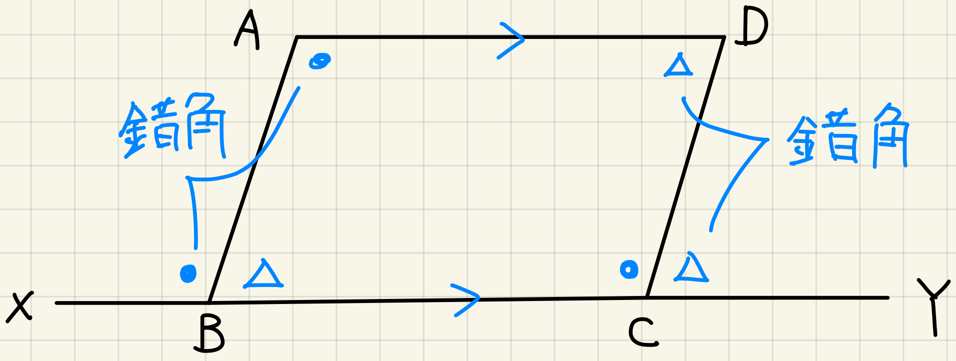
② 2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい
　⇒ AB = CD，AD = BC

③ 2組の向かい合う角がそれぞれ等しい
　⇒ ∠A = ∠C，∠B = ∠D

④ 対角線が，それぞれの中点で交わる
　⇒ OA = OC，OB = OD

⑤ 1組の向かい合う辺が平行で，その長さが等しい
　⇒ AB // CD，AB = CD　または，AD // BC，AD = BC

ア：①～⑤に当てはまらない
イ：⑤より平行四辺形
ウ：①～⑤に当てはまらない
エ：③より平行四辺形



AD // BC より錯角が等しいので

$\underbrace{\angle ADC}_{\triangle} = \underbrace{\angle DCY}_{\triangle}$

仮定より

$\underbrace{\angle A}_{\bullet} = \underbrace{\angle C}_{\bullet}$

図より

$\underbrace{\angle C}_{\bullet} + \underbrace{\angle DCY}_{\triangle} = 180^\circ$ ⇒ $\bullet + \triangle = 180^\circ$

⇒ $\triangle = 180^\circ - \bullet$

さらに，AD // BC より

$\underbrace{\angle A}_{\bullet} = \underbrace{\angle ABX}_{\bullet}$

よって，

$\underbrace{\angle ABC}_{\triangle} = 180^\circ - \underbrace{\angle ABX}_{\bullet}$ ⇒ $\angle ABC = 180^\circ - \bullet$

なので $\angle ABC = \triangle$

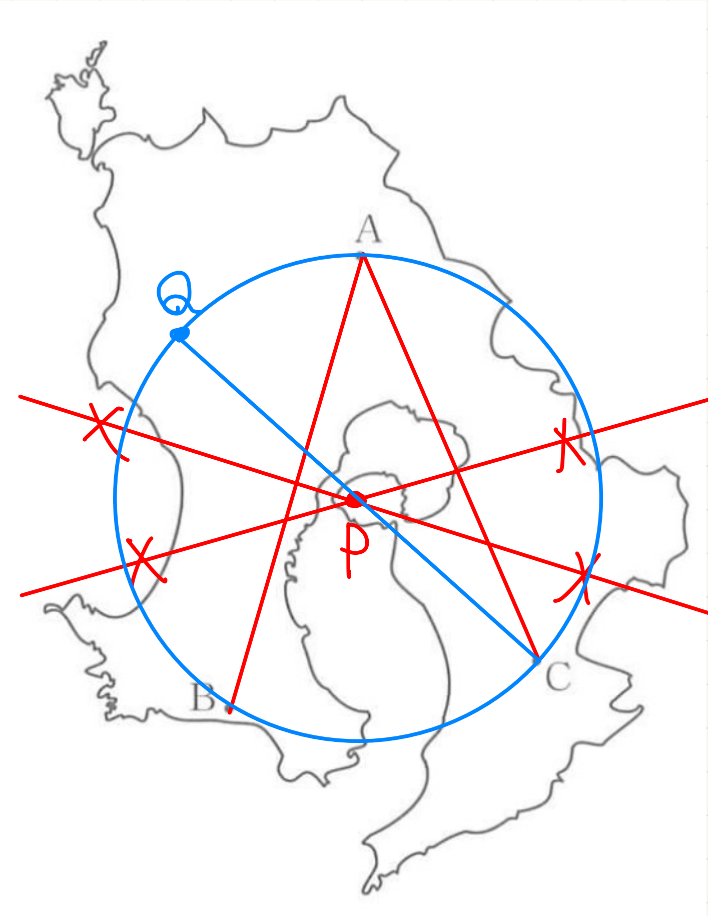
以上より，$\angle ABC = \angle ADC$

よって，③より平行四辺形となる

オ：①～⑤に当てはまらない

答えは，イ，エ

3.



点P：A, B, Cから等距離にある
⇒点Pを中心とした円周上に、A, B, Cがある。

よって、AB, ACの垂直二等分線を作図し、交点が点P.

点Q：点Pを中心として180°だけ回転移動
⇒点Pを中心とした半径CPの円を描く。
CPを結び、その延長線と円の交点が点Q.

4.

(1) 表1より、100人中、学習時間が60分以上の生徒は、

$$\underbrace{27}_{60\sim80} + \underbrace{13}_{80\sim100} = 40人$$

よって、学習時間が60分以上の割合は

$$\frac{40}{100}$$

1200人中、学習時間が60分以上の生徒をx人とおくと、割合は

$$\frac{x}{1200}$$

これらの割合が等しいと仮定すると.

$$\frac{40}{100} = \frac{x}{1200}$$

$$\therefore x = \frac{40}{100} \times 1200$$

$$= 480人$$

よって, 約480人

(2)

表

階級(分)	度数(人)	階級値
以上 0 ～ 20 未満	8	10
20 ～ 40	x	30
40 ～ 60	y	50
60 ～ 80	27	70
80 ～ 100	13	90
計	100	—

各階級の階級値は上の表の通りである。

$$\begin{cases} x + y = 100 - (8 + 27 + 13) & \text{—①} \\ \dfrac{10 \times 8 + 30 \times x + 50 \times y + 70 \times 27 + 90 \times 13}{100} = 54 & \text{—②} \end{cases}$$

①を整理して

$$x + y = 52 \quad \text{——③}$$

②を整理して

$$80 + 30x + 50y + 1890 + 1170 = 5400$$

$$\Leftrightarrow \quad 30x + 50y = 2260$$

$$\Leftrightarrow \quad 3x + 5y = 226 \quad \text{——} \quad ④$$

③ × 3 − ④ より

$$\begin{array}{rl} & 3x + 3y = 156 \\ -) & 3x + 5y = 226 \\ \hline & -2y = -70 \\ & y = 35 \end{array}$$

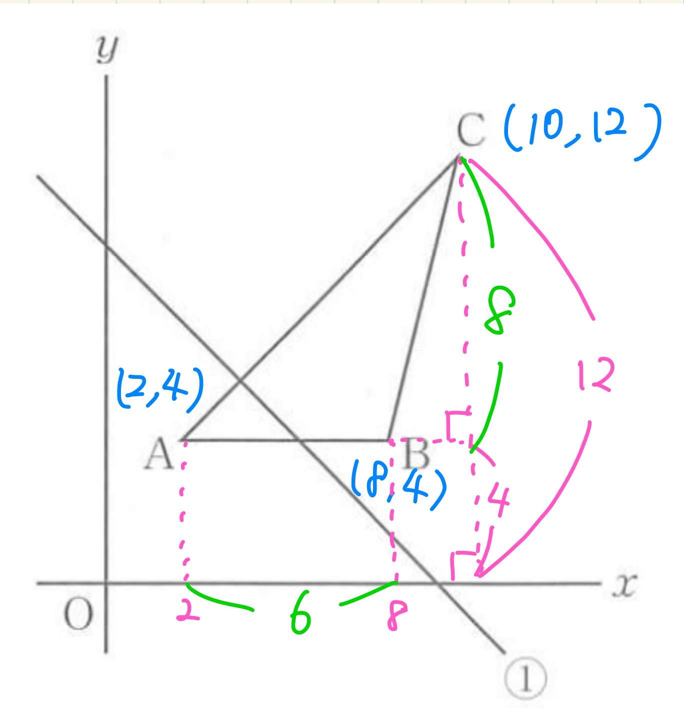
$y = 35$ を ① に代入して

$$x + 35 = 52 \quad \therefore \; x = 17$$

よって. $x = 17, \; y = 35$

3

1.



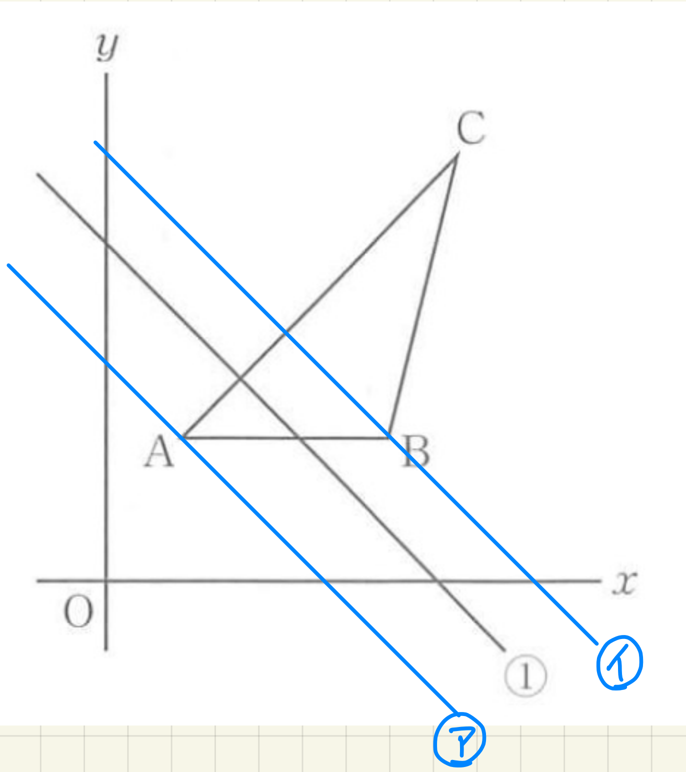
$\triangle ABC$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8$

$= 24$

2.

(1)



ア 直線①が点Aを通るとき、$y=-x+2a$ に A(2, 4) を代入して.

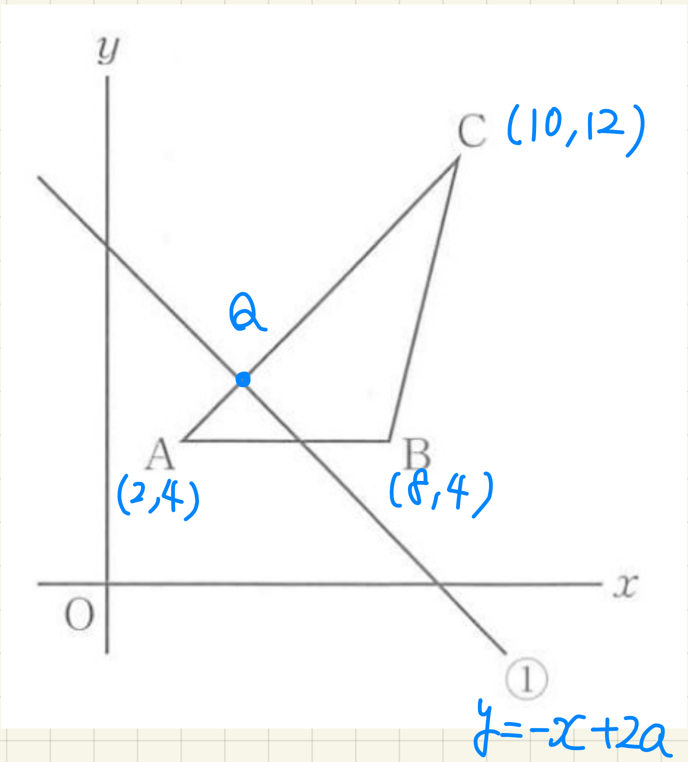
$$4=-2+2a$$
$$2a=6 \quad \therefore a=3$$

イ 直線①が点Bを通るとき、$y=-x+2a$ に B(8, 4) を代入して.

$$4=-8+2a$$
$$2a=12 \quad \therefore a=6$$

よって, 求める範囲は. $3 \leqq a \leqq 6$

(2)



直線ACの式を $y=mx+n$ とおく。1次関数では.
傾き = 変化の割合なので.

$$m=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$
$$=\frac{12-4}{10-2}$$
$$=\frac{8}{8}=1$$

よって，$y=x+n$ で $A(2, 4)$ を通るので

$$4=2+n \qquad \therefore n=2$$

したがって，直線ACの式は，$y=x+2$ である．

点Qは直線ACと直線①の交点なので

$$\begin{cases} y=x+2 & \text{——①} \\ y=-x+2a & \text{——②} \end{cases}$$

①を②に代入して

$$x+2=-x+2a$$

$$2x=2a-2$$

$$\therefore x=a-1$$

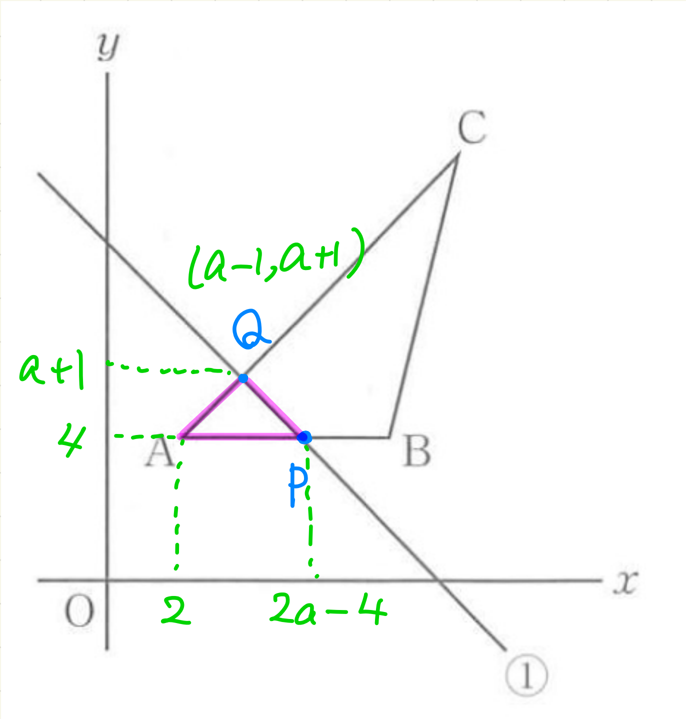
また，①＋②より

$$2y=2+2a$$

$$\therefore y=a+1$$

よって，$Q(a-1, a+1)$

(3)



点Pのx座標をaを用いて表す．点Pは線分AB上にあるので，y座標は4である．

また，点Pは直線①上にあるので，$y=-x+2a$ に $y=4$ を代入して

$$4=-x+2a$$

$$\therefore x=2a-4$$

よって、△APQの面積は、

$$\frac{1}{2}\times(2a-4-2)\times(a+1-4)$$

$$=\frac{1}{2}\times(2a-6)(a-3)$$

$$=\frac{1}{2}\times 2(a-3)(a-3)$$

$$=(a-3)^2$$

よって、△APQの面積が△ABCの面積の$\frac{1}{8}$であるとき、

$$(a-3)^2=24\times\frac{1}{8}$$

$$\Leftrightarrow (a-3)^2=3$$

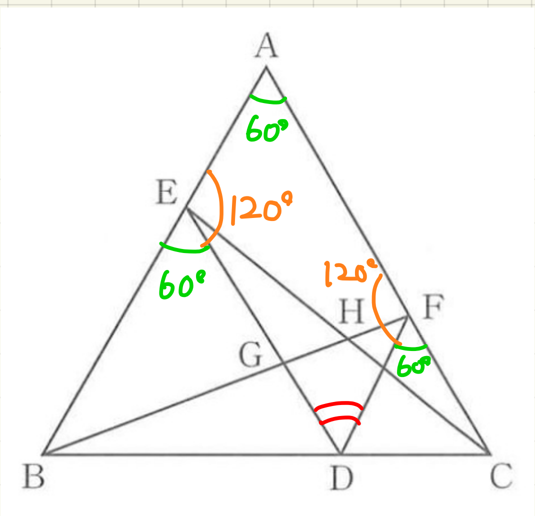
$$\therefore a-3=\pm\sqrt{3}$$

$$a=3\pm\sqrt{3}$$

2.(1)より $3\leqq a\leqq 6$ なので、$a=3+\sqrt{3}$

$\boxed{4}$

1.



△ABC、△EBD、△FDCが正三角形なので、

$\angle BAC=\angle BED=\angle DFC=60°$

よって.

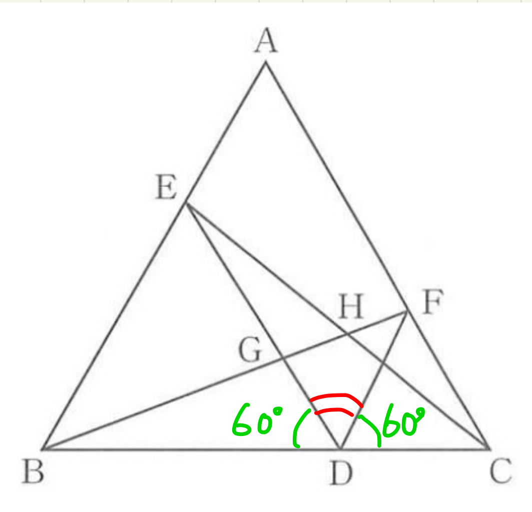
$\angle AED = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

$\angle AFD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

四角形の内角の和は 360° なので.

$$\angle EDF = 360^\circ - (60^\circ + 120^\circ + 120^\circ)$$
$$= 60^\circ$$

(別解)



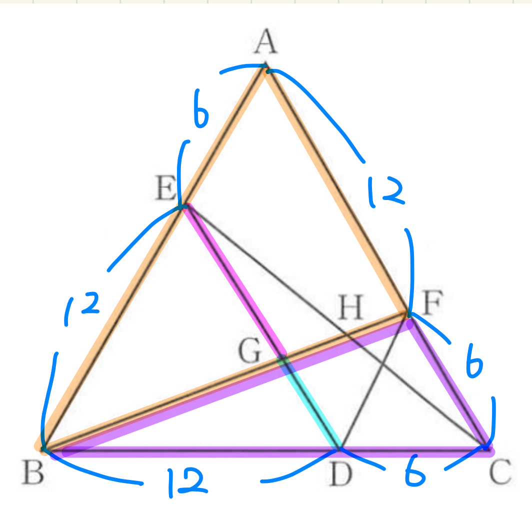
△EBD, △FDC は正三角形なので.

$\angle EDB = \angle FDC = 60^\circ$

直線は 180° なので.

$$\angle EDF = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ)$$
$$= 60^\circ$$

2.



△ABF と △EBG において.

$\angle BAF = \angle BEG = 60^\circ$ —— ①

共通な角は等しいので.

$\angle ABF = \angle EBG$ —— ②

①, ② より 2組の角がそれぞれ等しいので. $\triangle ABF \backsim \triangle EBG$.

対応する辺の比は等しいので.

$$\underbrace{AB}_{18} : \underbrace{EB}_{12} = \underbrace{AF}_{12} : EG$$

$\therefore\ 3:2=12:EG$

$3EG=24 \quad \therefore\ EG=8$

同様に、$\triangle FBC$ と $\triangle GBD$ において、

$\angle BCF=\angle BDG=60^\circ$ —— ③

共通な角は等しいので

$\angle FBC=\angle GBD$ —— ④

③、④より2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle FBC \backsim \triangle GBD$

対応する辺の比は等しいので、

$\underbrace{BC}_{18}:\underbrace{BD}_{12}=\underbrace{FC}_{6}:GD$

$\therefore\ 3:2=6:GD$

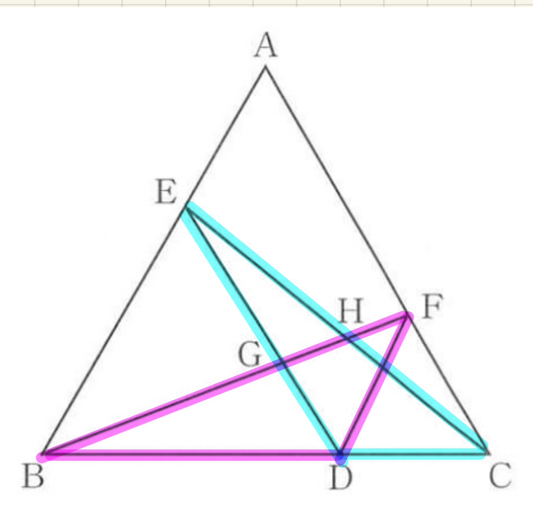
$3GD=12 \quad \therefore\ GD=4$

以上より

$EG:GD=8:4$

$=2:1$

3.



$\triangle BDF$ と $\triangle EDC$ において、

$\triangle EBD$ と $\triangle FDC$ は正三角形なので、

$BD=ED$ —— ①

$DF=DC$ —— ②

$\angle BDE = 60^\circ$, $\angle FDC = 60^\circ$ であるから

$$\angle BDF = 180^\circ - \angle FDC$$
$$= 180^\circ - 60^\circ$$
$$= 120^\circ$$

$$\angle EDC = 180^\circ - \angle BDE$$
$$= 180^\circ - 60^\circ$$
$$= 120^\circ$$

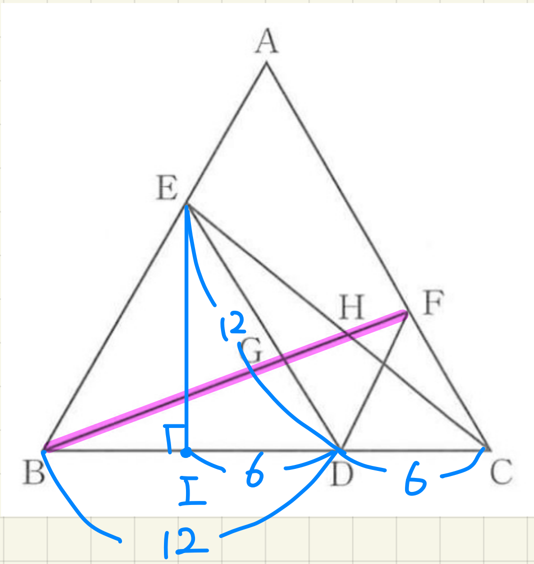
したがって.

$\angle BDF = \angle EDC$ —— ③

①, ②, ③より2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$\triangle BDF \equiv \triangle EDC$ (証明終わり)

4.



点EからBCに垂線を下ろした足をIとする。$\triangle EBD$は正三角形なので.

$BI = DI$ $\therefore DI = 6cm$

$DC = 6cm$ より

$IC = 6 + 6 = 12cm$.

よって. $\triangle EID$で三平方の定理より

$EI = \sqrt{12^2 - 6^2}$ $= \sqrt{144 - 36}$

$= \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$

$= 6\sqrt{3}\ cm$

また，△EICで三平方の定理より

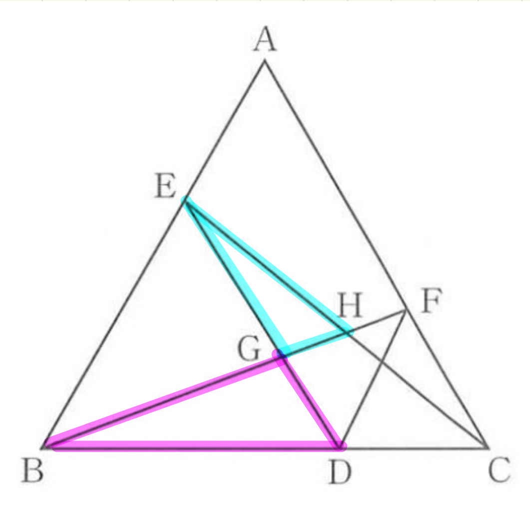
$$EC = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + 12^2} = \sqrt{108 + 144} = \sqrt{252} = 6\sqrt{7}$$

$$= 6\sqrt{7}\ \text{cm}$$

3. より △BDF ≡ △EDCなので，対応する辺は等しいから

$BF = EC$ ∴ $BF = 6\sqrt{7}$ cm

5.



△BDG と △EHG において，
対頂角は等しいから

∠BGD = ∠EGH ― ①

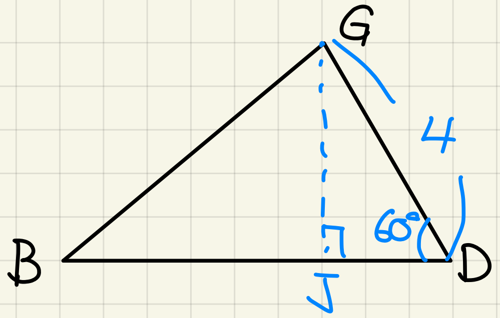
3. より △BDF ≡ △EDCなので
対応する角は等しいので，

∠DBG = ∠HEG ― ②

①, ② より2組の角がそれぞれ等しいので，

△BDG ∽ △EHG ― ③

相似な三角形の面積比は，相似比の2乗に等しいので，△BDGと△EHGの相似比を求める。



点GからBDに垂線を下ろした足をJとする。

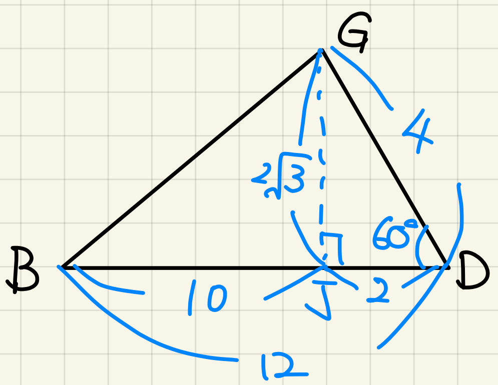
△GJDは 30°-60°-90° の直角三角形なので，

$JD : \underbrace{DG}_{4\text{cm}} : GI = 1 : 2 : \sqrt{3}$

よって.

$$JD : 4 = 1 : 2 \Rightarrow JD = 2\,cm$$

$$2 : GI = 1 : \sqrt{3} \Rightarrow GI = 2\sqrt{3}\,cm$$



△GBJで三平方の定理より

$$GB = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 10^2} = \sqrt{12+100} = \sqrt{112} = 4\sqrt{7}$$

$$= 4\sqrt{7}\ cm$$

よって. ③の相似比は

$$BG : EG = 4\sqrt{7} : 8$$

※ 2. より EG = 8cm

$$= \sqrt{7} : 2$$

したがって. △BDGと△EHGの面積比は.

$$\triangle BDG : \triangle EHG = \sqrt{7}^2 : 2^2$$

$$= 7 : 4$$

よって.

$$4 \times \triangle BDG = 7 \times \triangle EHG$$

$$\therefore \triangle BDG = \frac{7}{4} \times \triangle EHG$$

以上より. △BDGの面積は. △EHGの面積の

$\frac{7}{4}$倍である

5

1. 長方形13は、白、赤、白、青、白、赤、白、青、白、赤、白、青、白 の順に13枚並べるので、右端は白色

また、長方形13は、

白：7枚 … 1枚あたり1cm

赤：3枚 … 1枚あたり3cm

青：3枚 … 1枚あたり5cm

使うので横の長さは

$7\times1+3\times3+3\times5=7+9+15$

$=31$ cm

2.

(1)

ア：$2n$ は偶数なので

$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\underbrace{白,赤}_{n=1},白,青}_{n=2},白,赤}_{n=3},白,青}_{n=4}\cdots$

と白赤もしくは白青の組み合わせがつづく。

よって、白の色紙はn枚

イ. ウ.

nが偶数($n=2, 4, \cdots$)のとき、右端の色紙は青色である。

$n=2$のとき. 赤1枚, 青1枚

$n=4$のとき 赤 2枚, 青2枚

$\div 2$

$\div 2$

よって,

赤 : $\underbrace{\frac{n}{2}枚}_{(イ)}$, 青 : $\underbrace{\frac{n}{2}}_{(ウ)}$枚

エ.

白 n枚, 赤 $\frac{n}{2}$枚, 青 $\frac{n}{2}$枚より

$$\underbrace{n \times 1}_{白} + \underbrace{\frac{n}{2} \times 3}_{赤} + \underbrace{\frac{n}{2} \times 5}_{青}$$

$$= n + \frac{3}{2}n + \frac{5}{2}n$$

$$= n + 4n$$

$$= \underline{5n}$$

(2) 白、赤、白、青、白、赤、白、青 ・・・・

$n=1$

$n=2$

$n=3$

$n=4$

nが奇数のとき、右端の色紙は赤色であるから、
赤の色紙は青の色紙より1枚多い。

$n=1$ のとき、赤 1枚、青 0枚

$n=3$ のとき、赤 2枚、青 1枚

$n=5$ のとき、赤 3枚、青 2枚

+1 +1 +1 +1

$\frac{n+1}{2}$枚

$\frac{n+1}{2}-1=\frac{n-1}{2}$枚

よって、白 n枚、赤 $\frac{n+1}{2}$枚、青 $\frac{n-1}{2}$枚使うので、

$$n\times 1+\frac{n+1}{2}\times 3+\frac{n-1}{2}\times 5$$

$$=\frac{2n+3(n+1)+5(n-1)}{2}$$

$$=\frac{2n+3n+3+5n-5}{2}$$

$$=\frac{10n-2}{2}$$

$$=5n-1 \text{ cm}$$