2022年度　長崎県

数学

Km Km

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= 5 - 3 \times 4$

$= 5 - 12$

$= -7$

$\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

(2) 与式 $= \sqrt{3}^2 + 2 \times \sqrt{3} \times 1 + 1^2 - 2\sqrt{3}$

$= 3 + 2\sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{3}$

$= 4$

(3) 式を整理して.

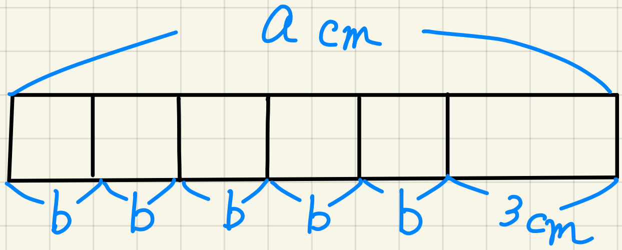
$2x^2 - 2x - 3 = x^2$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow (x+1)(x-3) = 0$

$\therefore x = -1, 3$

(4)



よって. $a - 5b = 3$

もしくは. $a = 5b + 3$

(5) yはxに反比例するので. $y = \frac{a}{x}$ とおく。

$x = 2$ のとき $y = 6$ なので.

$6 = \frac{a}{2} \Leftrightarrow a = 12$ よって. $y = \frac{12}{x}$

(6)

① $\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{4}=2$ より正しい

② 9の平方根は ± 3 なので正しい

2乗して9になる数 ⇒ 3と−3

③ $\sqrt{16}=4$ なので誤り

※ $\sqrt{16}=4$, $-\sqrt{16}=-4$

④ $(\sqrt{5})^2=5$ より正しい

以上より正しくないものは ③

(7) はじめに箱に入っていた当たりの本数を x 本とする。

50本中4本が当たりなので、当たりの割合は

$$\frac{4}{50} \quad \text{—— ①}$$

1000本中 x 本が当たりなので、当たりの割合は

$$\frac{x}{1000} \quad \text{—— ②}$$

①, ②が等しいとすると

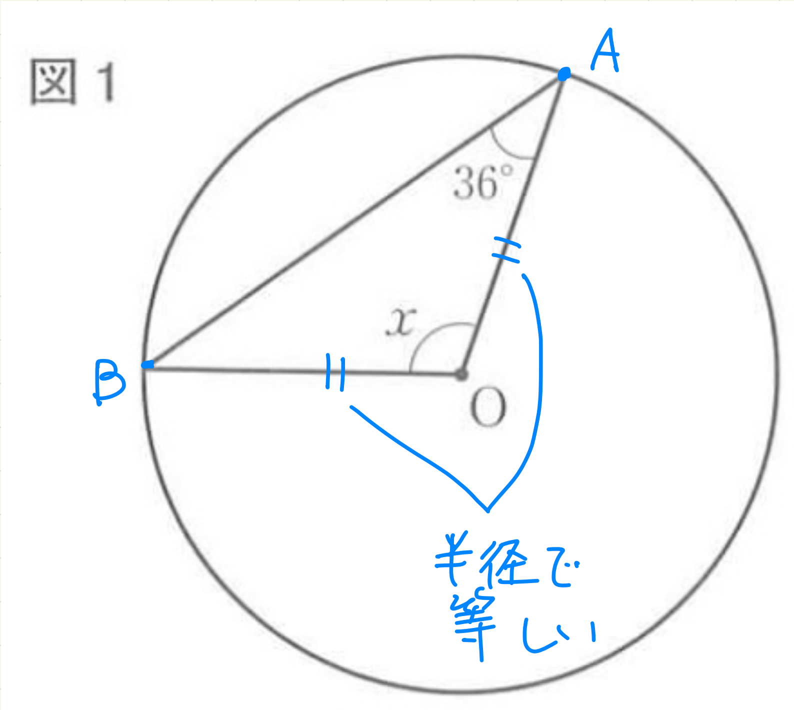
$$\frac{4}{50}=\frac{x}{1000}$$

$$\therefore x=\frac{4}{50}\times 1000$$

$$=80$$

よって、およそ80本

(8)



△OABは、OA = OBの二等辺三角形なので、

∠OAB = ∠OBA

よって、

∠OBA = 36°

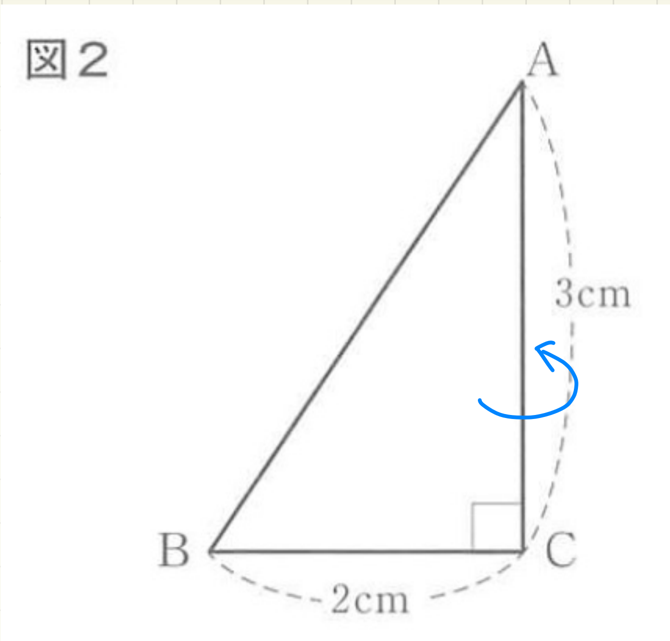
ゆえに、

$\angle x = 180° - (36° + 36°)$

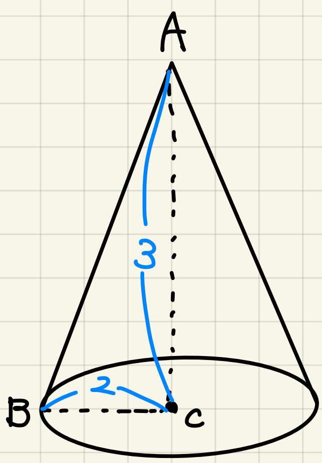
$= 180° - 72°$

$= 108°$

(9)



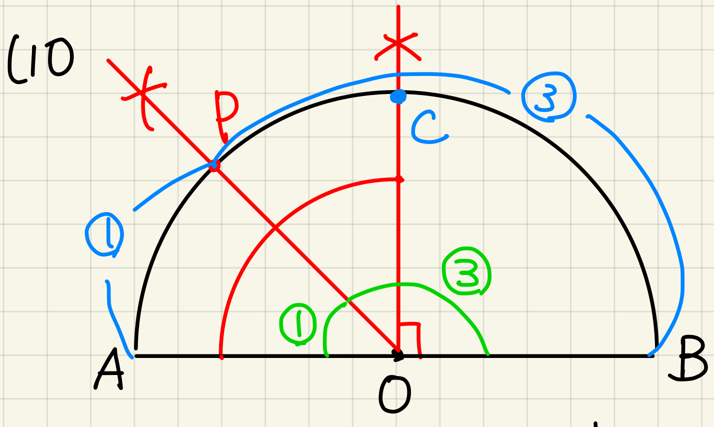
⇒



辺ACを軸として回転させてできる立体は、円すいである。よって、求める体積は、

$$2 \times 2 \times \pi \times 3 \times \frac{1}{3} = 4\pi \text{ cm}^3$$

(1)

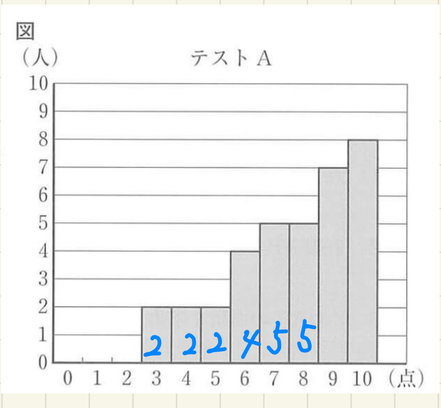


半円の中心をOとする
$\overset{\frown}{AP} : \overset{\frown}{PB} = 1 : 3$ より
$\angle AOP : \angle POB = 1 : 3$
$\angle AOB = 180^\circ$ であるから

$$\angle AOP = 180^\circ \times \frac{1}{1+3}$$
$$= 180^\circ \times \frac{1}{4}$$
$$= 45^\circ$$ ⇐ 90° の二等分線

以上より
① 線分ABの垂直二等分線を描く
⇒ ABとの交点が半円の中心Oである.
⇒ $\overset{\frown}{AB}$ との交点をCとする
② $\angle AOC = 90^\circ$ であり. $\angle AOC$ の二等分線を描く.
⇒ $\overset{\frown}{AB}$ との交点がPである.

$\boxed{2}$ 問1 (1)
平均値 : 7.6点
中央値 : 35人のデータを小さい順に並べたとき, 中央値は18人目のデータとなる.
図より. 8点の生徒は. 14人目〜19人目のデータなので, 中央値は8点.



最頻値：図より10点の生徒が8人で最も多い．

以上より

平均点 ＜ 中央値 ＜ 最頻値

$$\underbrace{\text{平均点}}_{7.6} < \underbrace{\text{中央値}}_{8} < \underbrace{\text{最頻値}}_{10}$$

なので、答えは ①

(2) 8点をとった人数をx人とする．

3点，4点，5点，6点，7点，8点，10点をとった生徒の合計人数は

$$\underbrace{1}_{3点} + \underbrace{1}_{4点} + \underbrace{2}_{5点} + \underbrace{3}_{6点} + \underbrace{5}_{7点} + \underbrace{x}_{8点} + \underbrace{8}_{10点} = 20 + x \text{ 人．}$$

全生徒は35人なので，9点をとった生徒の人数は．

$$35 - (20 + x) = 35 - 20 - x$$
$$= 15 - x \text{ 人．}$$

平均点が8点なので．

$$8 = \frac{1\times3 + 1\times4 + 2\times5 + 3\times6 + 5\times7 + 8x + 9(15-x) + 8\times10}{35}$$

$$\Leftrightarrow 8 = \frac{3 + 4 + 10 + 18 + 35 + 8x + 135 - 9x + 80}{35}$$

$$\Leftrightarrow 8 = \frac{285 - x}{35}$$

$$\Leftrightarrow 280 = 285 - x$$

$$\therefore x = 5$$

よって，8点をとった生徒は5人

問2

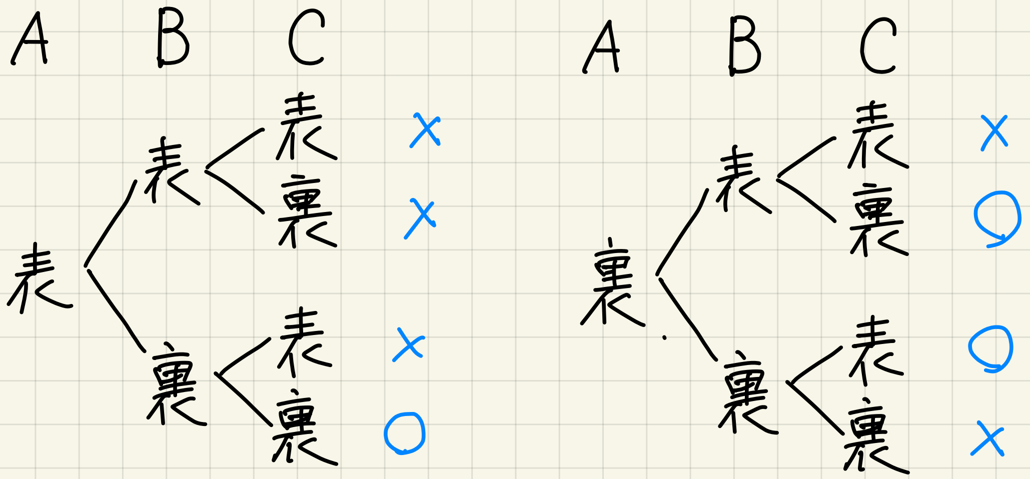
(1) 硬貨Aが表，硬貨Bが裏になる場合を[表，裏]と表すと，起こりうるすべての場合は

[表，表]，[表，裏]，[裏，表]，[裏，裏]

の4通りで，どの場合が起こることも同様に確からしい。このうち，2枚とも表になる場合は1通りである。したがって，求める確率は

$$\frac{1}{4}$$

(2) 樹形図は以下の通り



硬貨の表，裏の出方は全部で8通り。そのうち，1枚が表で，2枚が裏となる出方は3通り。よって，求める確率は

$$\frac{3}{8}$$

(3). 4枚の硬貨の表, 裏の出方は

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$ 通り.

このうち, 全てが裏となる出方は1通り。

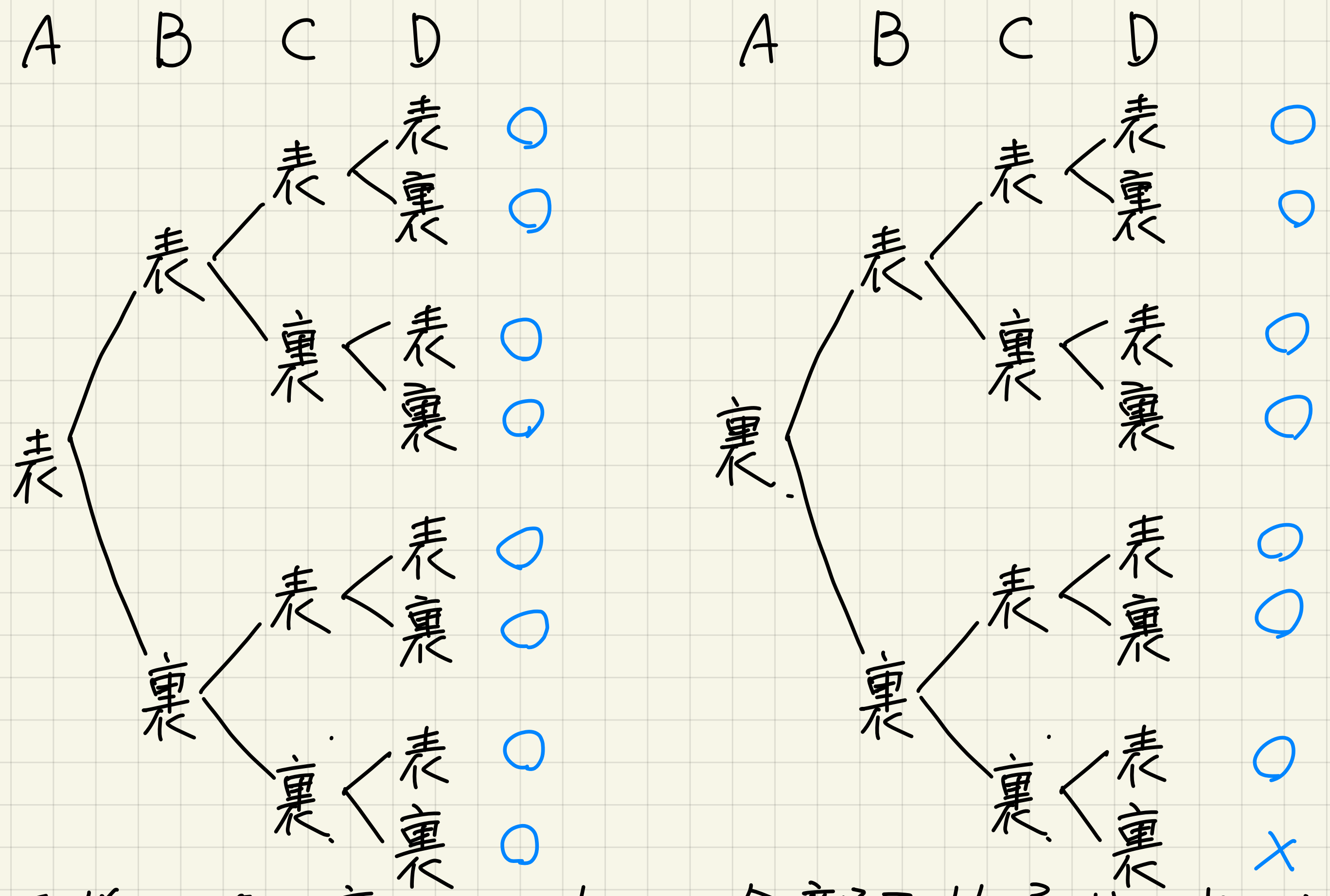
よって, 1枚以上が表となるのは

$$16 - 1 = 15$$ 通り。

ゆえに, 求める確率は

$$\frac{15}{16}$$

(別解) 樹形図は以下の通り.



硬貨の表, 裏の出方は全部で16通り。そのうち1枚以上が表となる硬貨の出方は15通り。

よって求める確率は

$$\frac{15}{16}$$

$\boxed{3}$

問1　点Aは、$y=x^2$ 上にあり、$x=-2$ なので、

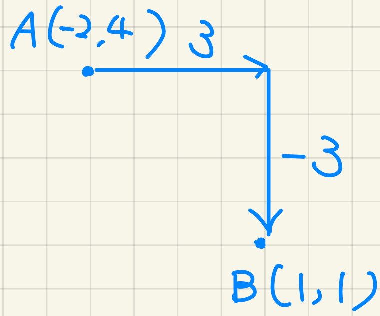
$$y=(-2)^2$$
$$=4$$

問2　点Bは、$y=x^2$ 上にあり、$x=1$ なので、

$$y=1^2$$
$$=1$$

よって、$A(-2,4)$、$B(1,1)$ を通る。ABを通る直線を $y=ax+b$ とおくと、1次関数では、傾き＝変化の割合なので、

$$a=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$
$$=\frac{1-4}{1-(-2)}$$
$$=\frac{-3}{3}$$
$$=-1$$



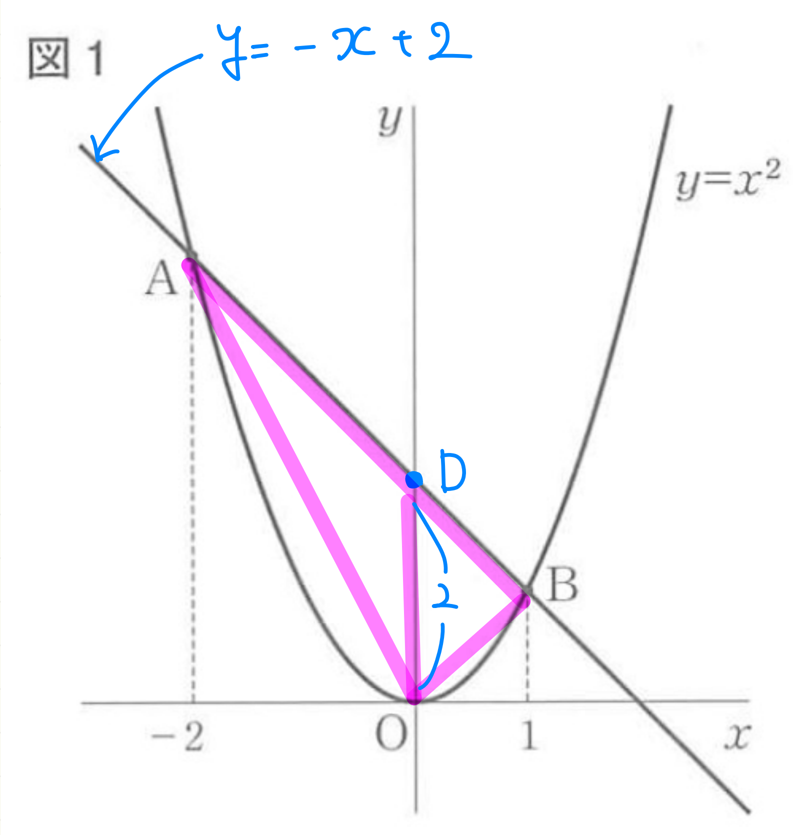
よって、$y=-x+b$ で、$B(1,1)$ を通るので、

$$1=-1+b \quad \Rightarrow \quad b=2$$

したがって、

$$y=-x+2$$

問3



直線ABの切片をDとする。⇒ D(0, 2)

$\triangle OAB = \triangle OAD + \triangle OBD$

$= \underbrace{\frac{1}{2} \times 2 \times 2}_{\triangle OAD} + \underbrace{\frac{1}{2} \times 2 \times 1}_{\triangle OBD}$

$= 2 + 1$

$= 3$

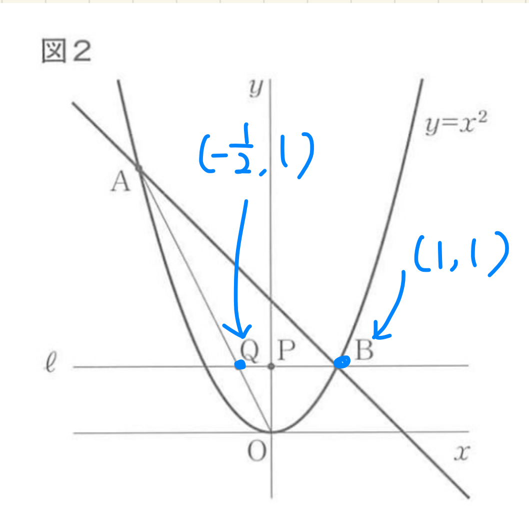
問4

(1) 直線OAの式を $y = ax$ とおく。A$(-2, 4)$を通るので.

$4 = -2a \Rightarrow a = -2$

点Qは $y = -2x$ 上にあり, 点B$(1, 1)$とy座標が等しいので, 点Qのy座標は1。よって.

$1 = -2x \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \quad \therefore Q\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$



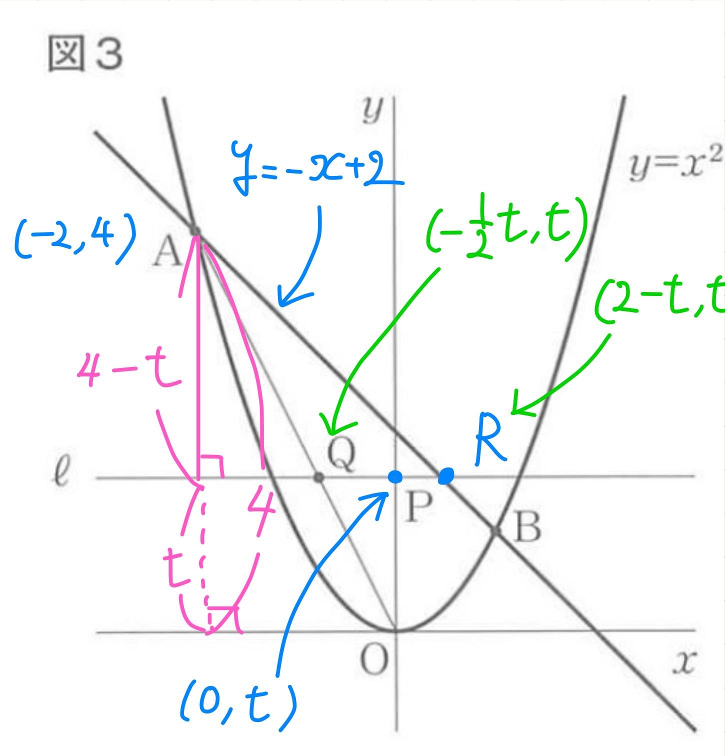
よって,

$BQ = 1 - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$

より. $\triangle OBQ$の面積は.

$\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 1 = \frac{3}{4}$

(2)



直線ℓと直線ABの交点をRとする。

P, Q, Rは直線ℓ上にあり、P(0, t)であるから、点Q, Rのy座標はともにy=tである。

点Qは $y=-2x$ 上にあり $y=t$ なので、

$$t=-2x \Rightarrow x=-\frac{1}{2}t$$

よって、$Q\left(-\frac{1}{2}t, t\right)$

点Rは $y=-x+2$ 上にあり、$y=t$ なので、

$$t=-x+2 \Rightarrow x=2-t$$

よって、$R(2-t, t)$

以上より

$$RQ = 2-t-\left(-\frac{1}{2}t\right)$$

$$= 2-\frac{1}{2}t$$

$8-2t-2$

△AQRの高さは

$$4-t$$

したがって、△AQRの面積は

$$\frac{1}{2}\times\left(2-\frac{1}{2}t\right)\times(4-t) = \left(1-\frac{1}{4}t\right)(4-t)$$

$\therefore$ △AQRの面積 $= 4 - t - t + \frac{1}{4}t^2$

$= \frac{1}{4}t^2 - 2t + 4$

これが △OAB $\underbrace{(=3)}_{\text{問1より}}$ の半分になれば良いので、

$$\frac{1}{4}t^2 - 2t + 4 = \frac{3}{2}$$

×4

$$t^2 - 8t + 16 - 6 = 0$$

$$t^2 - 8t + 10 = 0$$

$$\therefore\ t = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 1 \times 10}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{8 \pm 2\sqrt{6}}{2}$$

$$= 4 \pm \sqrt{6}$$

ここで、$0 < t < 2$ であり、$4 + \sqrt{6}$ は 2 より大きいので、不適。

よって、

$t = 4 - \sqrt{6}$

参考

$2 < \sqrt{6} < 3$ より

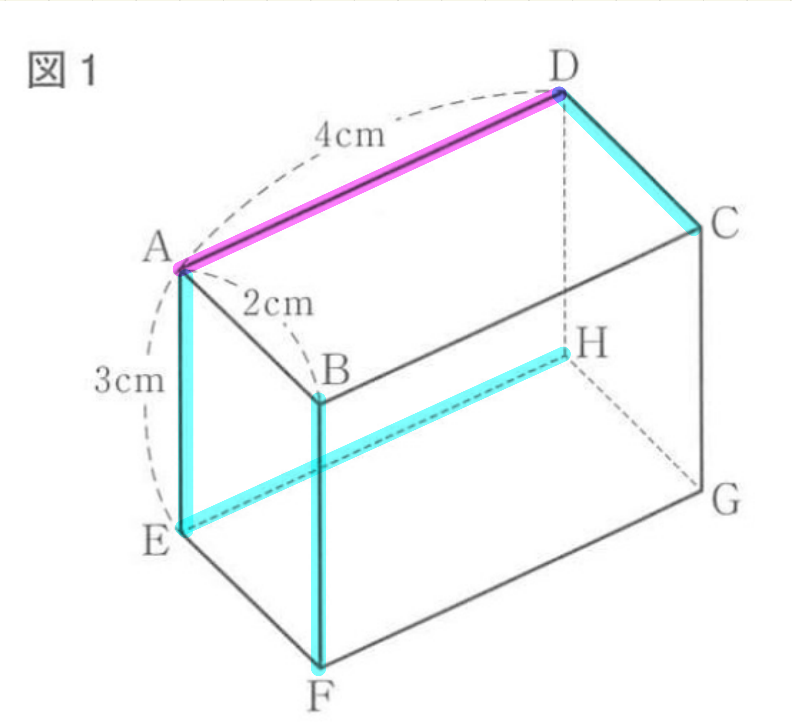
$4 - \sqrt{6} = 4 - 2.\cdots\cdots$

$= 1.\cdots\cdots$

$\therefore\ 0 < 4 - \sqrt{6} < 2$

4

問1



① 辺EH：平行
② 辺BF：ねじれの位置
③ 辺CD：交わる
④ 辺AE：交わる

よって ②

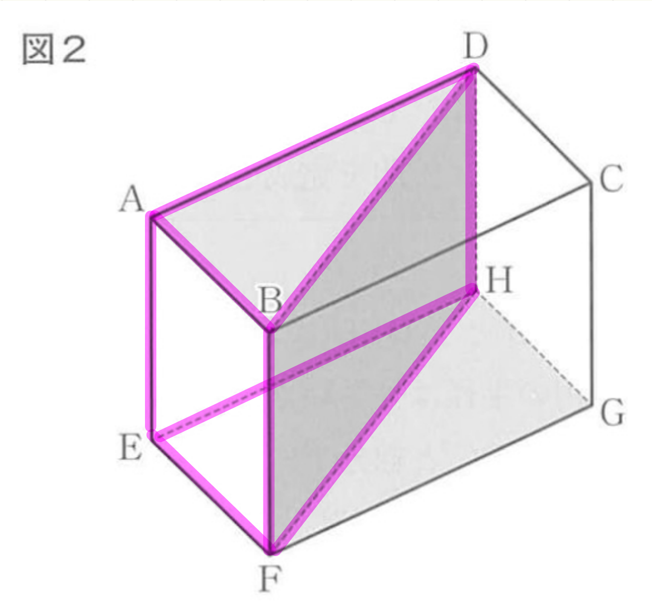
問2

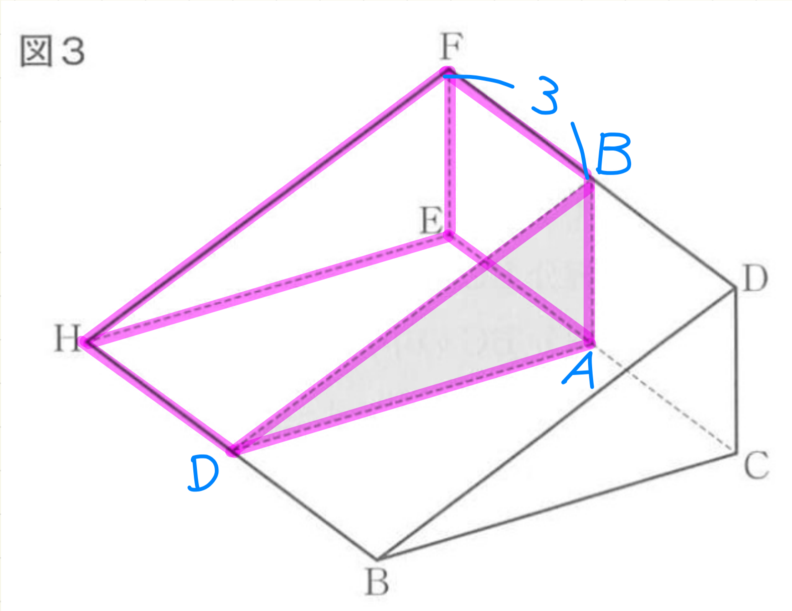
□AEFB = 3×2 = 6
□ABCD = 4×2 = 8
□AEHD = 3×4 = 12

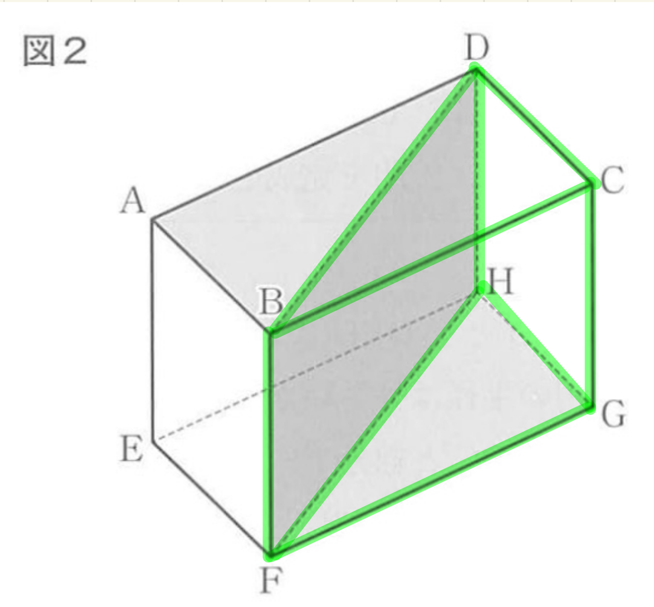
□DHGC = 3×2 = 6
□EFGH = 4×2 = 8
□BFGC = 3×4 = 12

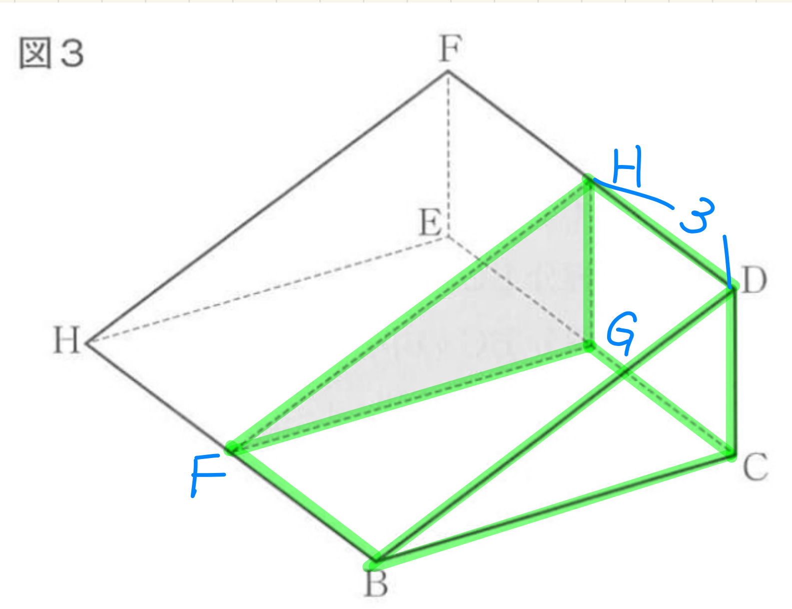
よって，求める表面積は．
6 + 8 + 12 + 6 + 8 + 12
= 52 cm²

問3
(1)









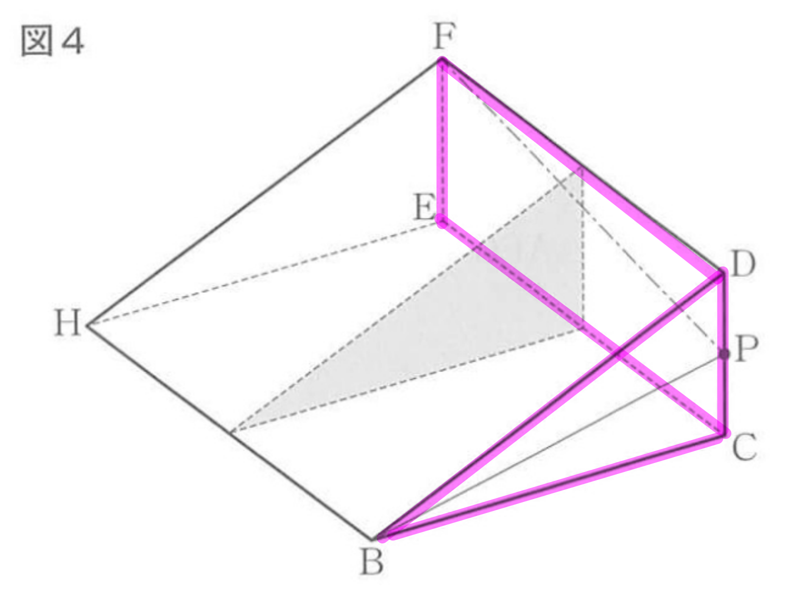
上の図より

$DF = FB + DH$

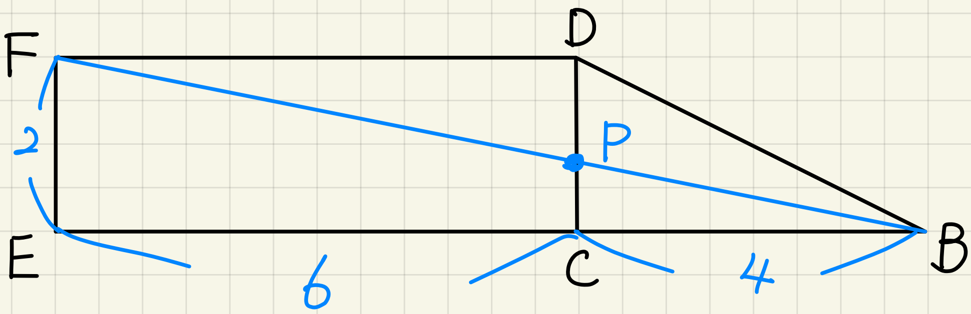
$= 3 + 3$

$= 6$ cm

(2)



BP, PF を含む面の展開図で考える.



BP + PF が最小となるのは, B, P, F が1つの直線上にあるときである.

△BPC と △BFE において,
DC // FE より同位角が等しいので.

∠BPC = ∠BFE —— ①
∠BCP = ∠BEF —— ②

①, ② より 2組の角がそれぞれ等しいので.

△BPC ∽ △BFE

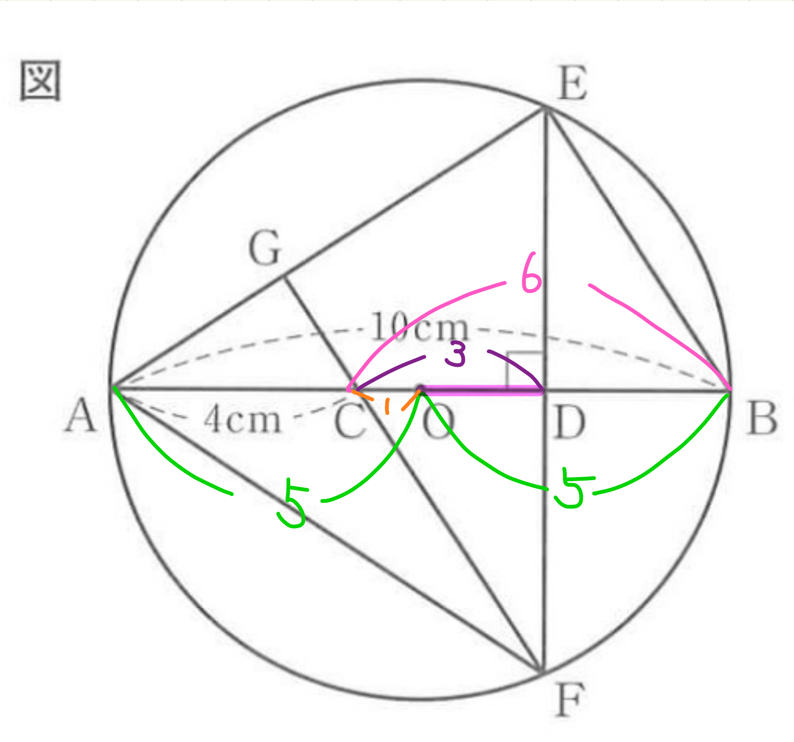
対応する辺の比は等しいので.

$\underbrace{BC}_{4} : \underbrace{BE}_{10} = PC : \underbrace{FE}_{2}$

$\therefore 10PC = 8 \Rightarrow PC = \dfrac{4}{5}$ cm

$\boxed{5}$

問 1



OA，OBは半径なので

$OA = OB = \underline{5\,cm}$

よって

$\underline{OC} = OA - CA$

$= 5 - 4$

$= \underline{1\,cm}$

ゆえに，

$\underline{BC} = OB + OC$

$= 5 + 1 = \underline{6\,cm}$

点DはBCの中点なので，

$\underline{CD} = \frac{1}{2} \times BC$

$= \frac{1}{2} \times 6$

$= \underline{3\,cm}$

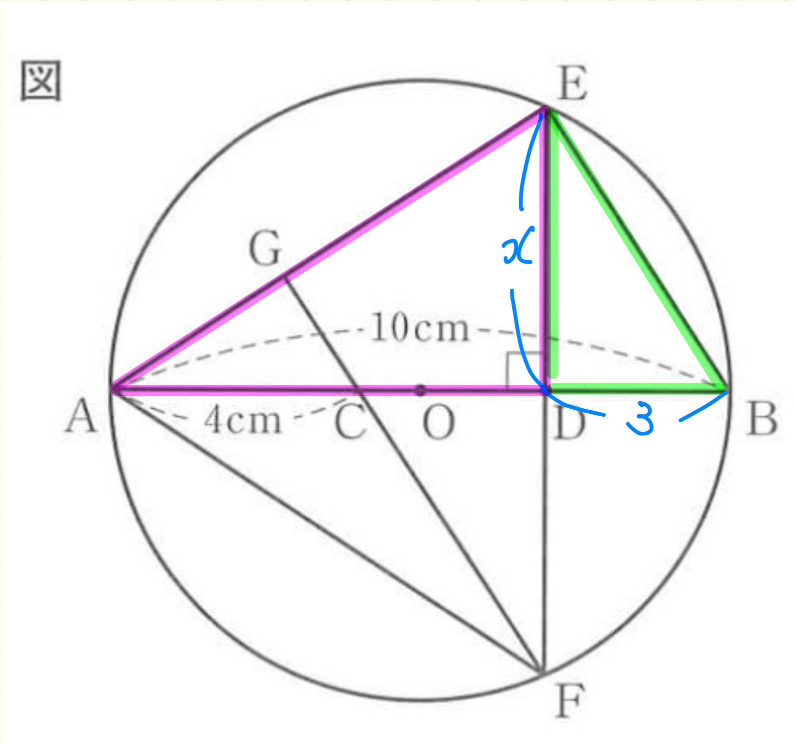
以上より

$OD = \underline{CD} - \underline{OC}$

$= 3 - 1$

$= \underline{2\,cm}$

問2



問1より

$OC = 1\,cm$, $OD = 2\,cm$

なので、

$AD = 4 + 1 + 2 = 7\,cm$

また、

$BD = AB - AD$

$= 10 - 7 = 3\,cm$

$DE = x\,cm$ とおく。

△EADで三平方の定理より

$AE^2 = x^2 + 7^2 = x^2 + 49$ ——— ①

△EDBで三平方の定理より

$EB^2 = x^2 + 3^2 = x^2 + 9$ ——— ②

∠AEBは直径に対する円周角なので90°。よって

△ABEは直角三角形である。

△ABEで三平方の定理より

$AE^2 + EB^2 = 10^2$

①, ②を代入して

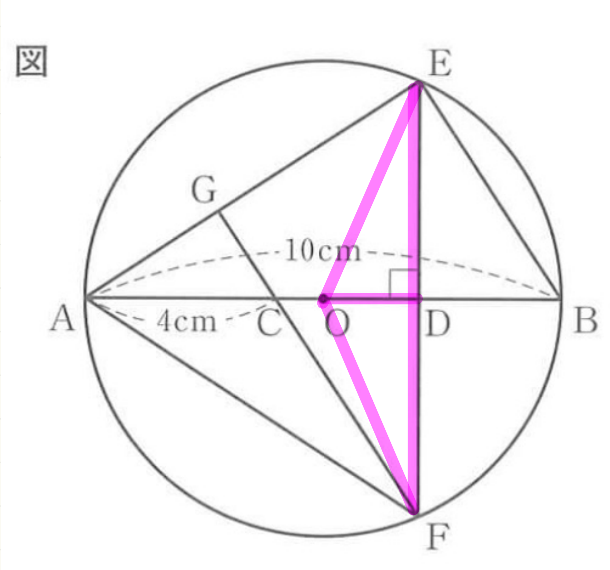
$x^2 + 49 + x^2 + 9 = 100$

$2x^2 = 42$

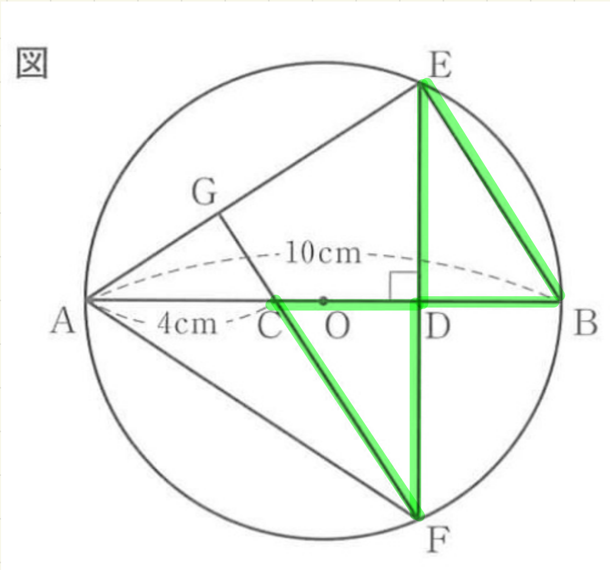
$x^2 = 21$

$x > 0$ より $x = \sqrt{21}$。よって、$DE = \sqrt{21}\,cm$

問3



△OEDと△OFDにおいて，
円の半径は等しいから
OE = OF ―①
線分BCと線分EFは垂直であるから
∠ODE = ∠ODF = 90° ―②
ODは共通 ―③
①，②，③より直角三角形の斜辺と他の1辺が(ア)
それぞれ等しいから
△OED ≡ △OFD ―④



次に△BDEと△CDFにおいて，
④より合同な三角形の対応する辺は等しいから
DE = DF ―⑤
線分BCと線分EFは垂直であるから
∠BDE = ∠CDF = 90° ―⑥
線分BCの中点がDであるから
BD = CD ―⑦
⑤，⑥，⑦より2組の辺とその間の角が(イ)それぞれ
等しいから
△BDE ≡ △CDF ―⑧

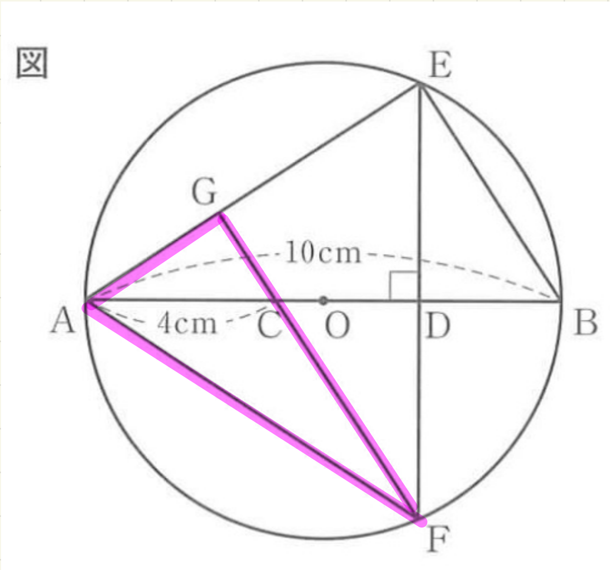
さらに，⑧より，合同な三角形の対応する角は等しいから

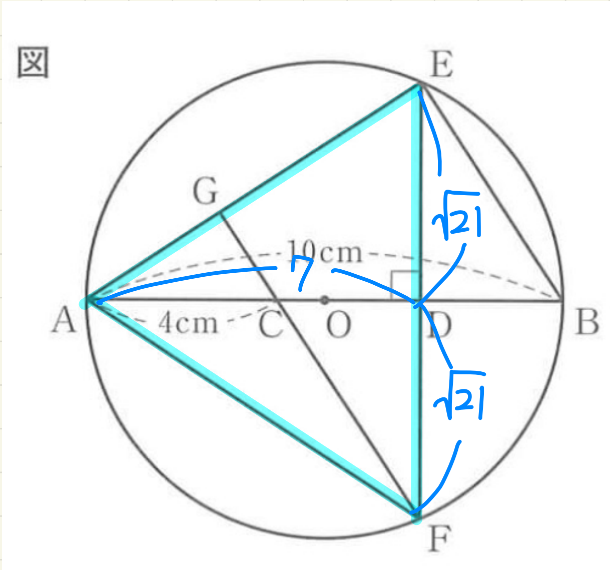
$\angle BED = \angle CFD$ —⑨

⑨より錯角(ウ)が等しいから

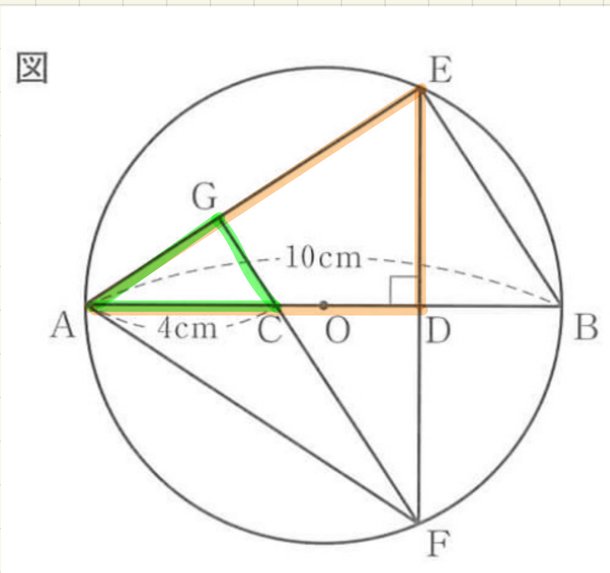
$EB /\!/ GF$ （証明終わり）

問4





△AFEの面積 $= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{21} \times 7 = 7\sqrt{21}\ \mathrm{cm}^2$



△ACGと△AEDにおいて．

$\angle AEB$は直径に対する円周角なので，$\angle AEB = 90^\circ$

問3より$EB /\!/ GF$なので，同位角は等しいから

$\angle AEB = \angle AGC$

よって，$\angle AGC = 90^\circ$．また，仮定より$\angle ADE = 90^\circ$

したがって，$\angle AGC = \angle ADE$ —①

共通な角は等しいから

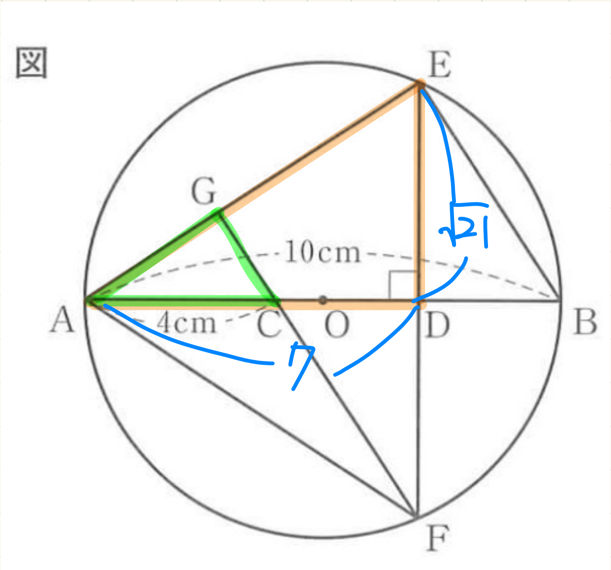
$\angle CAG = \angle EAD$ ― ②

①, ② より 2組の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle ACG \backsim \triangle AED$

対応する辺の比は等しいので

$AC : AE = AG : AD$



ここで, $\triangle ADE$ で三平方の定理より

$AE = \sqrt{7^2 + \sqrt{21}^2}$

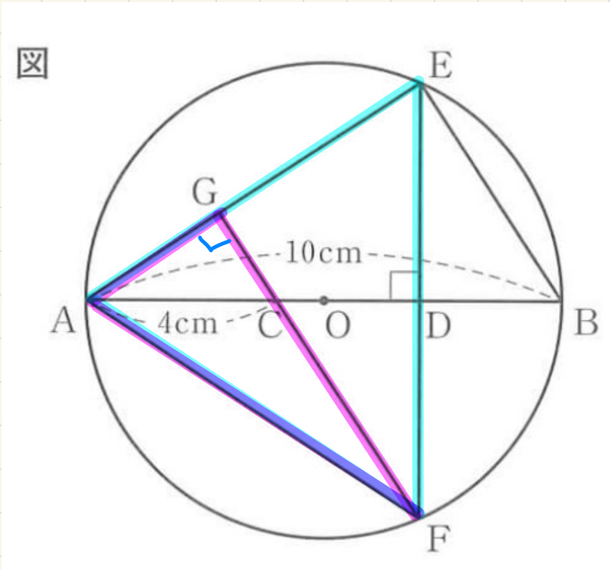
$= \sqrt{49 + 21}$

$= \sqrt{70}$ cm

よって,

$\underset{4}{AC} : \underset{\sqrt{70}}{AE} = AG : \underset{7}{AD}$

$\sqrt{70}AG = 28 \Rightarrow AG = \dfrac{28}{\sqrt{70}} = \dfrac{28\sqrt{70}}{70}$ cm



$\triangle AFG$ と $\triangle AFE$ において,
底辺をそれぞれ AG, AE とすると, 高さは GF で等しいから, 面積比は底辺比と等しい。

よって，

$$\underset{7\sqrt{21}}{\triangle AFG : \triangle AEE} = \underset{\frac{28\sqrt{70}}{70}}{AG} : \underset{\sqrt{70}}{AE}$$

$$\triangle AFG : 7\sqrt{21} = \frac{28\sqrt{70}}{70} : \sqrt{70}$$

$\div\sqrt{70}$

$$= \frac{28}{70} : 1$$

約分

$$= \frac{14}{35} : 1$$

$\times 35$

$$= 14 : 35$$

よって，

$$35\triangle AFG = 7\sqrt{21} \times 14$$

$$\triangle AFG = \frac{7\sqrt{21} \times 14}{35}$$

$$= \frac{14\sqrt{21}}{5}\ \mathrm{cm}^2$$

$\boxed{6}$

問1

(ア) 2022 の一の位の数2と一の位を取り去った数202に分ける。一の位の数2を4倍した数8を，一の位を取り去った数202に加えると，

202 + 8 = 210 となる。

(い) 1回目は(ア)より 210

回数	元の数	一の位×4 ㋐	一の位を取り去った数 ㋑	㋐+㋑
2回目	210	0	21	21
3回目	21	4	2	6

(う)

回数	元の数	一の位×4 ㋐	一の位を取り去った数 ㋑	㋐+㋑
3回目	21	4	2	6
4回目	6	24	—	24
5回目	24	16	2	18
6回目	18	32	1	33
7回目	33	12	3	15
8回目	15	20	1	21
9回目	21	4	2	6

上の表より2回目以降は

21 → 6 → 24 → 18 → 33 → 15 → 21 → 6・・・

のくり返しとなる。よって、6がでるのは

3回目, 9回目, 15回目, 21回目, ・・・

+6　+6　+6

である。20回続けて行う間に6がでるのは

3回

(エ) 最初の1回を除き，2回目以降は，

21, 6, 24, 18, 33, 15, ・・・

と6個の数がくり返される。よって，

$$(1000-1) \div 6 = 999 \div 6$$
$$= 166 \cdots 3$$

ー の列が166回表れる。

$\underbrace{21, 6, \cdots, 15}_{①}$, $\underbrace{21, 6, \cdots, 15}_{②}$, ・・・・,

$\underbrace{21, 6, \cdots, 15}_{166}$, $\underbrace{21, 6, 24}_{\text{余りの3個}}$

よって，答えは 24

問2

(1)

(オ) 一の位の数 b と一の位を取り去った数 a に分ける。一の位の数 b を4倍した数 $4b$ を一の位を取り去った数 a に加えると，

$a+4b$ と表せる。

(カ) $a+4b$ がもとの数 $10a+b$ と等しくなるとして，方程式をたてると，

$$a+4b = 10a+b$$

これを b について解くと，

$$3b = 9a$$
$$b = 3a$$

(2) $a=1$ のとき、$b=3\times1=3$ ∴ 13
$a=2$ のとき、$b=3\times2=6$ ∴ 26
$a=3$ のとき、$b=3\times3=9$ ∴ 39
$a=4$ 以降では、b が2ケタの自然数となるため不適。よって、13、26、39

問3
もとの数の一の位を取り去った数を X，もとの一の位を c とすると，もとの数は $10X+c$ と表される。

$$10X+c=13\times m \quad (m\text{は自然数})$$

とすると，

$$c=13m-10X$$

と変形できる。[操作] を1回行った後の数は

$X+4c$ …(一の位×4)+(一の位を取り去った数)

と表される。

$$\begin{aligned} X+4c &= X+4(13m-10X) \\ &= X+52m-40X \\ &= 52m-39X \\ &= 13(4m-3X) \end{aligned}$$

… $c=13m-10X$ を代入

$4m-3X$ は整数だから，$X+4c$ は13の倍数となる。よって，13の倍数に [操作] を1回行った後の数は，13の倍数となる。