2023年度　大分県

数学

kmkm

[1]

(1)

① 与式 $= 3$

② 与式 $= 6 - 9 \times 2$

$= 6 - 18$

$= -12$

③ 与式 $= \dfrac{x + 5y + 4(x-y)}{8}$

$= \dfrac{x + 5y + 4x - 4y}{8}$

$= \dfrac{5x + y}{8}$

④ 与式 $= 4x + y^2$

⑤ 与式 $= \sqrt{12} + \sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3} + \sqrt{3}$

$= 3\sqrt{3}$

※ $\dfrac{3}{\sqrt{3}} = \dfrac{3}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$

(2) $x^2 - 6x - 16 = 0$

$\Leftrightarrow (x + 2)(x - 8) = 0$

$\therefore x = -2, 8$

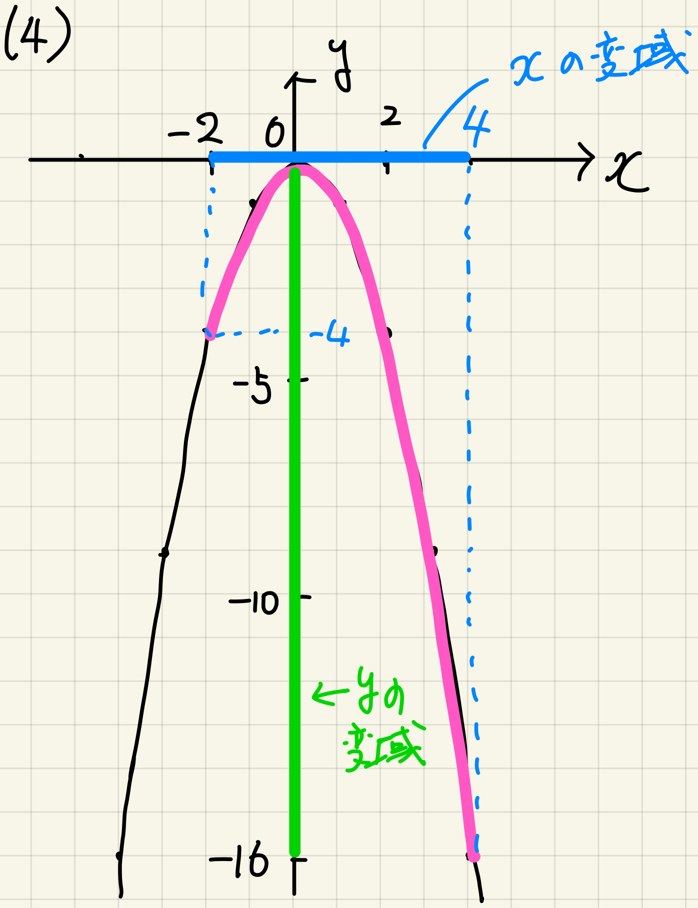
(3) $5 < \sqrt{6a} < 7$ を2乗して.

$25 < 6a < 49$

よって, $a = 5, 6, 7, 8$

$a=5 \rightarrow 6a=30$
$a=6 \rightarrow 6a=36$
$a=7 \rightarrow 6a=42$
$a=8 \rightarrow 6a=48$

(4)



① a の範囲が $-2<a\leqq 2$ のとき, y の変域は

$-4 \leqq y \leqq b$

となるため, 問題文と一致しない

よって, a は2より大きい

② $2<a$ のとき.

$-16 \leqq y \leqq b$

となるためには. $a=4$.

このとき, y の変域は. $-16 \leqq y \leqq 0$ となる。

よって,

$-2 \leqq x \leqq 4$ のとき, $-16 \leqq y \leqq 0$

よって.

$a=-4, b=0$

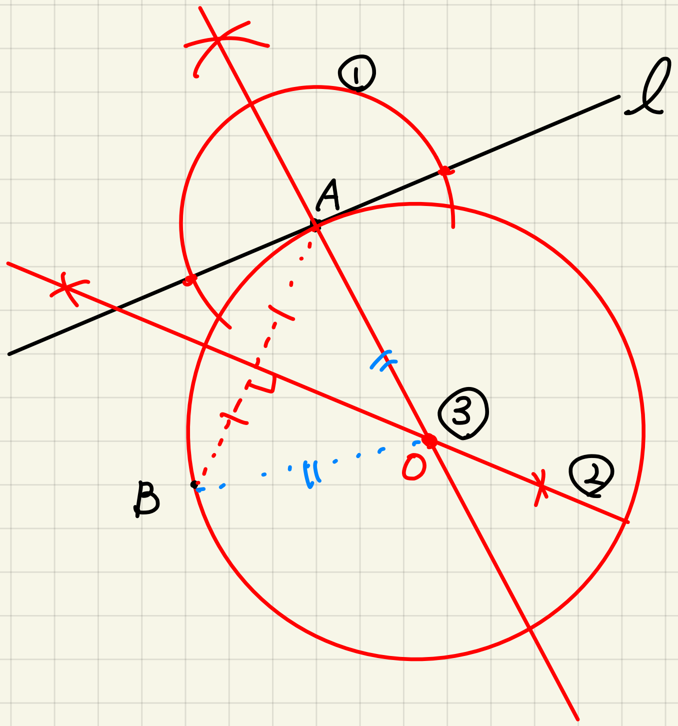
(5)

おうぎ形の面積 $= 5 \times 5 \times \pi \times \dfrac{144}{360}$

$\quad$ 半径 × 半径 × π × $\dfrac{\text{中心角}}{360}$

$= 10\pi$ cm^2

(6)



① 点Aを通り直線ℓに垂直な線を作図する.

② 線分ABの垂直二等分線を作図する.

③ ①と②の交点が, 求める円の中心O

[2]

(1) 点Aは $y=ax^2$ 上にあり、$x=-4$, $y=4$ なので、

$$4=a\times(-4)^2$$

$$\therefore 16a=4 \quad \Rightarrow \quad a=\frac{1}{4}$$

(2) 点Bは $y=\frac{1}{4}x^2$ 上にあり、$x=2$ なので、

$$y=\frac{1}{4}\times 2^2$$

$$=1 \qquad \therefore B(2,1)$$

直線ABの式を $y=mx+n$ とおくと、1次関数では、傾き＝変化の割合なので、

$$m=\frac{yの増加量}{xの増加量}$$

$$=\frac{1-4}{2-(-4)} \quad \cdots A\rightarrow Bの変化の割合$$

$$=-\frac{1}{2}$$

よって、$y=-\frac{1}{2}x+n$ で、B(2,1)を通るので、

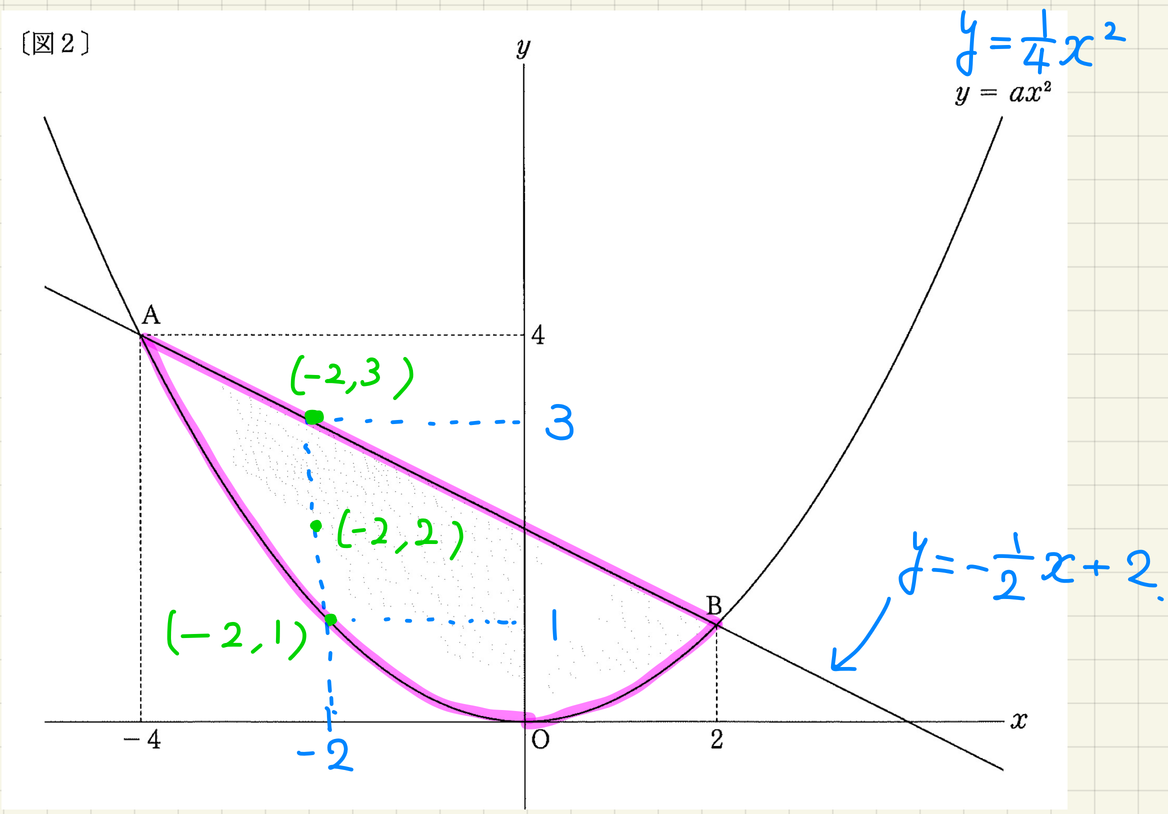
$$1=-\frac{1}{2}\times 2+n \quad \Rightarrow \quad n=2$$

よって、

$$y=-\frac{1}{2}x+2$$

(3)

①



図形Dは、$y = -\frac{1}{2}x + 2$ が上で、$y = \frac{1}{4}x^2$ が下である。

$x = -2$ のとき、

$$y = \frac{1}{4}x^2 = \frac{1}{4} \times (-2)^2 = 1$$

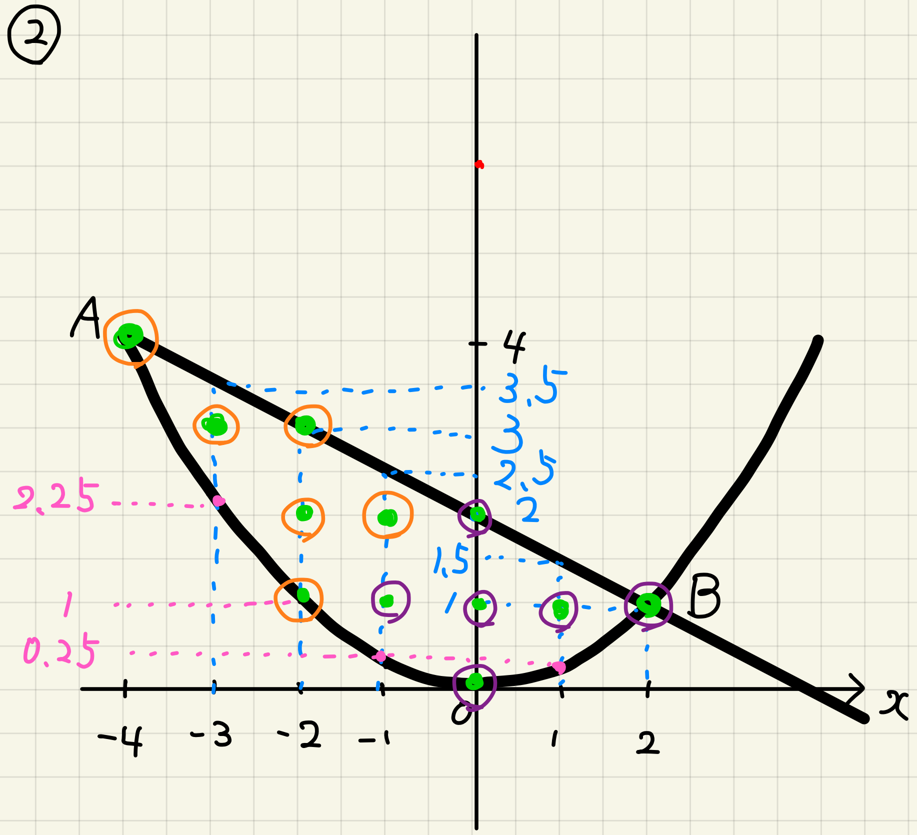
$$y = -\frac{1}{2}x + 2 = -\frac{1}{2} \times (-2) + 2 = 3$$

よって、図形Dに含まれる点のうち、$x = -2$ で、y 座標が整数となるのは

$(-2, 1)$, $(-2, 2)$, $(-2, 3)$

の3個である。

②



図形Dの中で、x, yがともに整数となるのは、左図のように(•)12個ある。

したがって、図形Dを $y=\frac{9}{2}x+b$ で2つに分けたとき x, yがともに整数となる点が6個ずつになれば良い

$y=\frac{9}{2}x+b$ は、傾きが0より大きいため、右上がりのグラフとなるから、6個の点は、上図のように○と○で分ける必要がある。

したがって、$y=\frac{9}{2}x+b$ の直線は、$x=-1$ において、yの値が1より大きく2より小さい範囲を通ることとなる。

$1<y<2$

$y=\frac{9}{2}x+b$ において、$x=1$ のとき

$$y=-\frac{9}{2}+b$$

なので、

$$1 < -\frac{9}{2} + b < 2$$

となる．b が整数であることに注意すると，これをみたす b は．$b = 6$ のみである．

※ $b = 6$ のとき $-\frac{9}{2} + b = -\frac{9}{2} + 6 = \frac{3}{2}$

よって，$b = 6$

[3]

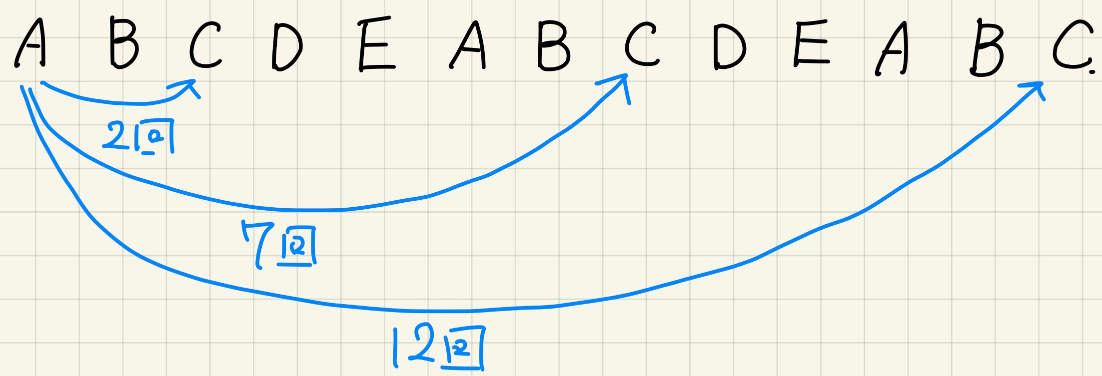
(1)

① $A \to B \to C \to D \to E \to A \to B$

よって，6回カードを移動させたとき，一番上になるカードのアルファベットは B である．

② 大小2つのさいころを同時に投げたときの，出る目の場合の数は．$6 \times 6 = 36$ 通り．

出る目の和の最小は．$1 + 1 = 2$，最大は $6 + 6 = 12$ なので，カードは2回〜12回移動できる．



よって，1番上のカードが C になるには，さいころの目の和が $2, 7, 12$ のいずれかになれば良い．

㋐ 和が2のとき

(大, 小) = (1, 1) ⇒ 1通り

㋑ 和が7のとき

(大, 小) = (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2),
(6, 1) ⇒ 6通り

㋒ 和が12のとき

(大, 小) = (6, 6) ⇒ 1通り

よって、Cが一番上となるさいころの目の出方は、

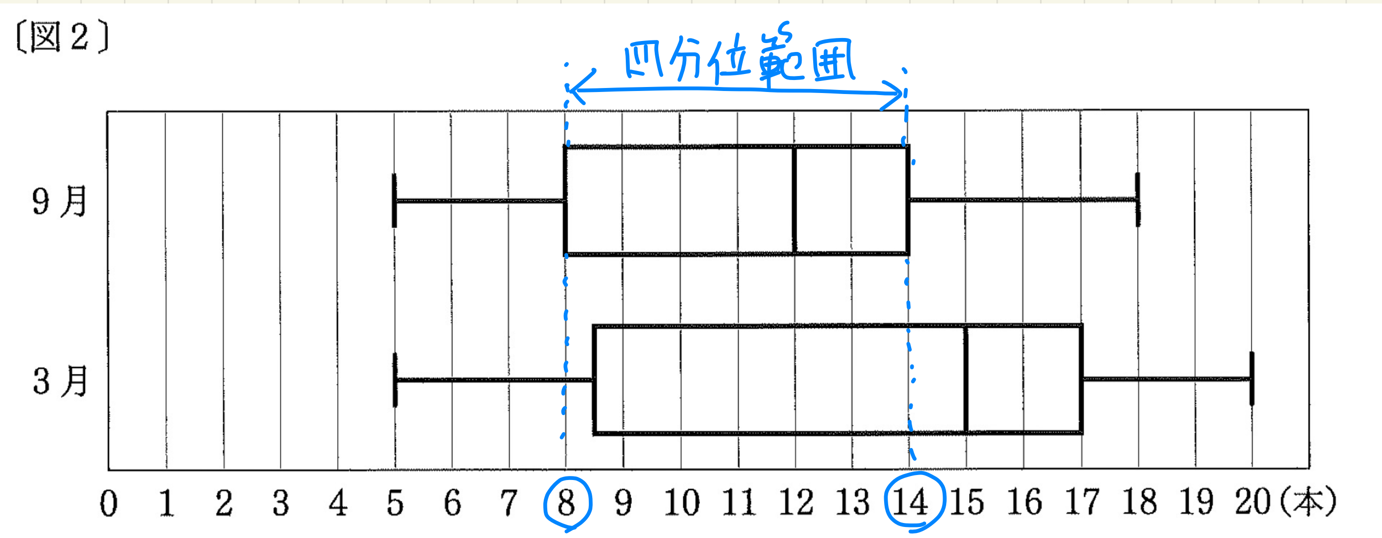
1 + 6 + 1 = 8通り

したがって、求める確率は

$$\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

(2)

① 〔図2〕

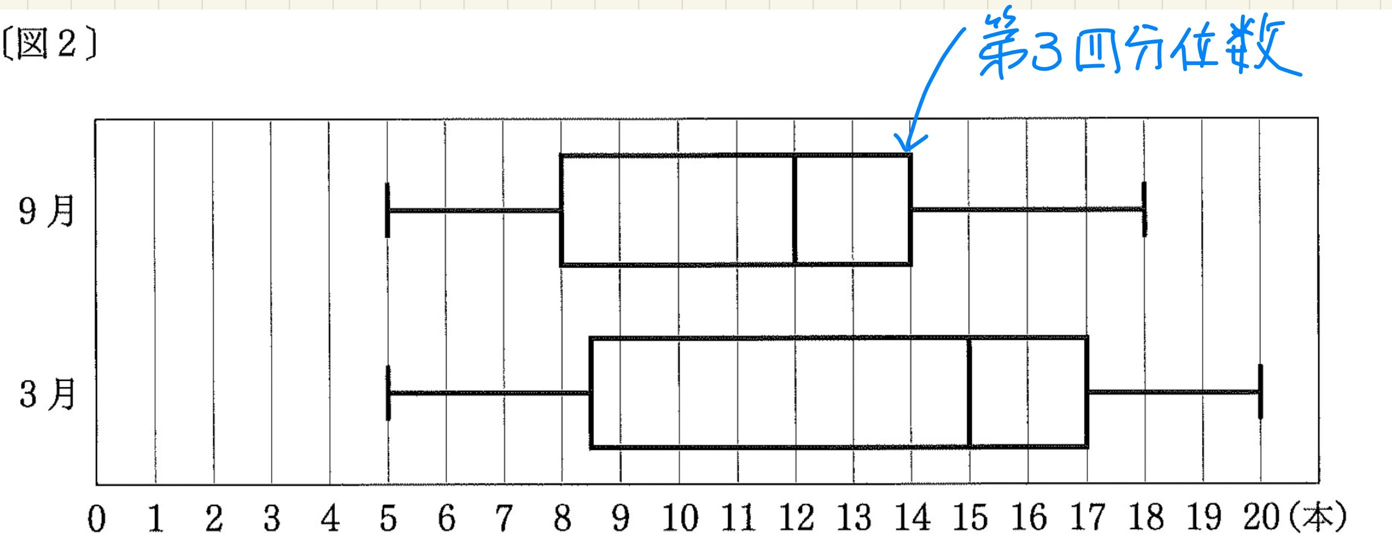


9月の四分位範囲 = 14 − 8

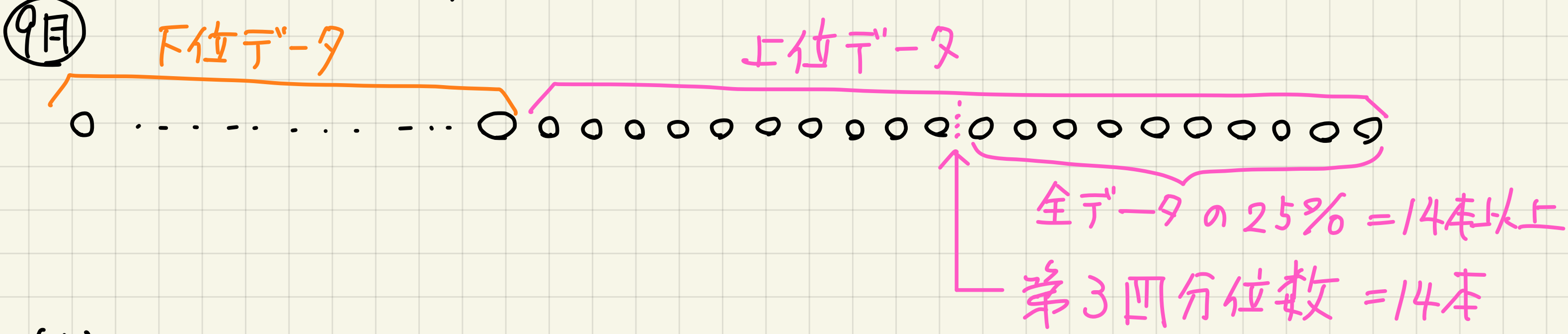
= 6本

②

〔図2〕

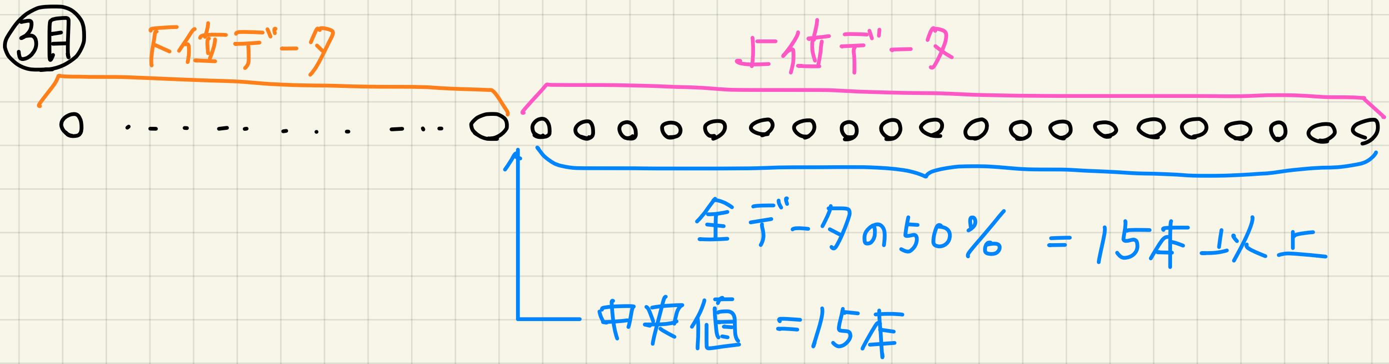


9月の第3四分位数は14本（ア）であるため，15本以上成功した部員の割合は，25%以下である.



(イ)

3月の中央値は15本であるため，15本以上成功した部員の割合は50%以上である



ゆえに，9月に比べ3月は，目標を達成した部員の割合が増えたと判断できる.

[4]

〔仮定〕

1 定期演奏会の開始時刻は 14 時 30 分とする。

2 入場開始時刻は 13 時 15 分とする。ゲートの前には入場開始時点で 45 人が 1 列で並んでいるものとする。

3 13 時 15 分から 14 時 15 分までの 60 分間は，ゲートの前に並んでいる人の列に新たに加わる人数は，1 分間あたり 12 人とする。それより後は，列に新たに人は並ばないものとする。

4 13 時 15 分から 13 時 45 分までの 30 分間は，通過できるゲートを 1 つとし，13 時 45 分からゲートの前に並ぶ全員の入場が完了するまでは，通過できるゲートを 3 つとする。

5 通過できるゲートが 1 つの場合でも 3 つの場合でも，いずれのゲートも通過する人数は 1 分間あたり 5 人とする。

ア：仮定5より，ゲートを通過する人数は，1分あたり5人なので，30分間では

$5 \times 30 = 150$ 人

イ：仮定3より1分間当たり12人ずつ増えるので，60分間では

$12 \times 60 = 720$ 人

以降は新たに列に並ばない。

仮定2より，最初に45人並んでいたので，入場を開始してから完了するまでのゲートを通過する人数は

$720 + 45 = 765$ 人

ウ：3つのゲートを通過できるようになるのは，仮定4より13時45分からである。

アより13時15分～13時45分まで150人が通過するので，3つのゲートを通過する人数は

$765 - 150 = 615$ 人

エ：仮定図より 1つのゲートを適過する人数は，1分あたり5人なので，3つのゲートでは1分あたり15人である。
3つのゲートを適過する人数はウより 615人なので，全員が適過しおわる時間は，

$$615 \div 15 = 41 \text{ 分}$$

よって，13時45分から41分後は，14時26分である。

(2) 適過できるゲートを1つから3つに変更する時刻を13時x分とする。
13時15分から13時x分までは，1つのゲートを使用し，1分あたり5人が適過するので，この間に適過する人数は

$$5(x-15) \text{ 人} \quad \text{——} ①$$

である。
一方，13時x分から14時20分までは，3つのゲートを適過でき，3つのゲート合計で1分あたり15人が適過するので，この間に適過する人数は

$$15(\underbrace{60-x}_{}+20) \text{ 人} \quad \text{——} ②$$

→13時x分から14時まで $60-x$分

①と②の合計が，(1)イより765人なので，

$$5(x-15)+15(60-x+20)=765$$

$$5x-75+900-15x+300=765$$

$$-10x=-360 \Rightarrow x=36$$

よって，求める時刻は，13時36分

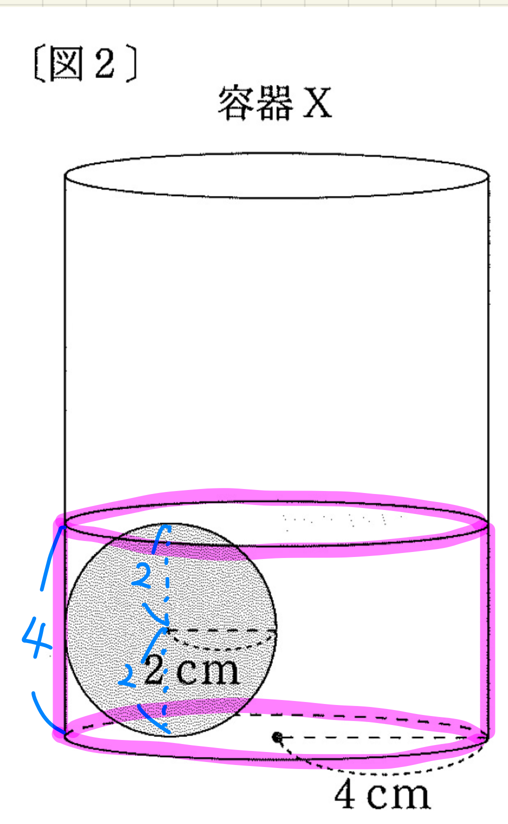
[5]

(1) 容器Xの体積 $= \underbrace{4 \times 4 \times \pi \times 10}_{\text{半径}\times\text{半径}\times\pi\times\text{高さ}}$

$= 160\pi \text{ cm}^3$

(2)

①



次のピンク部分の体積は、

$4 \times 4 \times \pi \times 4 = 64\pi \text{ cm}^3$

球の体積は、

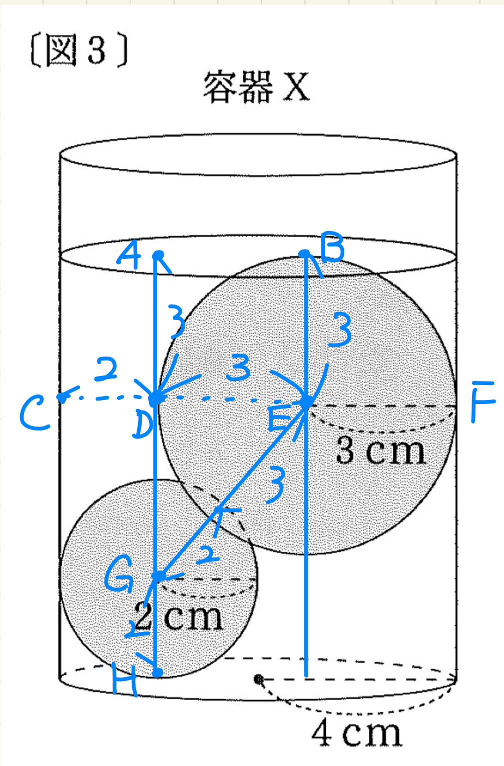
$\underbrace{\frac{4}{3}\pi \times 2^3}_{\frac{4}{3}\times\pi\times(\text{半径})^3} = \frac{32}{3}\pi \text{ cm}^3$

よって、水の体積は

$64\pi - \frac{32}{3}\pi = \frac{192-32}{3}\pi$

$= \frac{160}{3}\pi \text{ cm}^3$

②



左図のように補助線を引く。

球の半径より

DE = EF = 3cm

よって、

CD = CF − DF

= 8 − 6

= 2cm

したがって、点DはAG上にある。

△DEGで三平方の定理より

$$DG = \sqrt{5^2 - 3^2} \quad = \sqrt{25-9} \quad = \sqrt{16} = 4$$

$$= 4$$

よって, 水面の高さは.

$$AD + DG + GH = 3 + 4 + 2 = 9 \text{ cm}$$

また. 2cmと3cmの球を入れたときの水の体積は.

$$4 \times 4 \times \pi \times 9 - \left(\frac{4}{3}\pi \times 2^3 + \frac{4}{3}\pi \times 3^3\right)$$

$$= 144 - \left(\frac{32}{3}\pi + \frac{108}{3}\pi\right)$$

$$= \frac{432 - 32 - 108}{3}\pi$$

$$= \frac{292}{3}\pi \text{ cm}^3$$

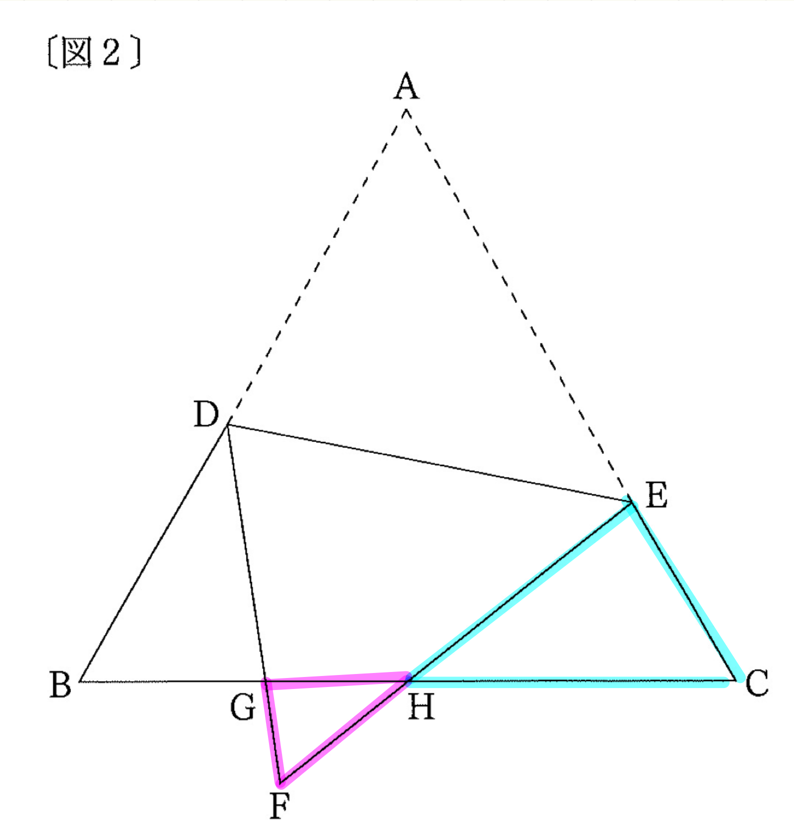
2cmの球だけが入っているときの水の体積は. ①より $\frac{160}{3}\pi \text{ cm}^3$ なので, 追加した水の体積は.

$$\frac{292}{3}\pi - \frac{160}{3}\pi = \frac{132}{3}\pi$$

$$= 44\pi \text{ cm}^3$$

[6]

(1)



△GFHと△ECHにおいて,

対頂角は等しいので.

$\angle GHF = \angle EHC$ —①

正三角形の1つの内角は60°なので.

$\angle BAC = \angle ECH = 60^\circ$ —②

点FはDEを折り目として,点Aが移った点なので,

$\angle BAC = \angle GFH$ —③

②,③より

$\angle GFH = \angle ECH$ —④

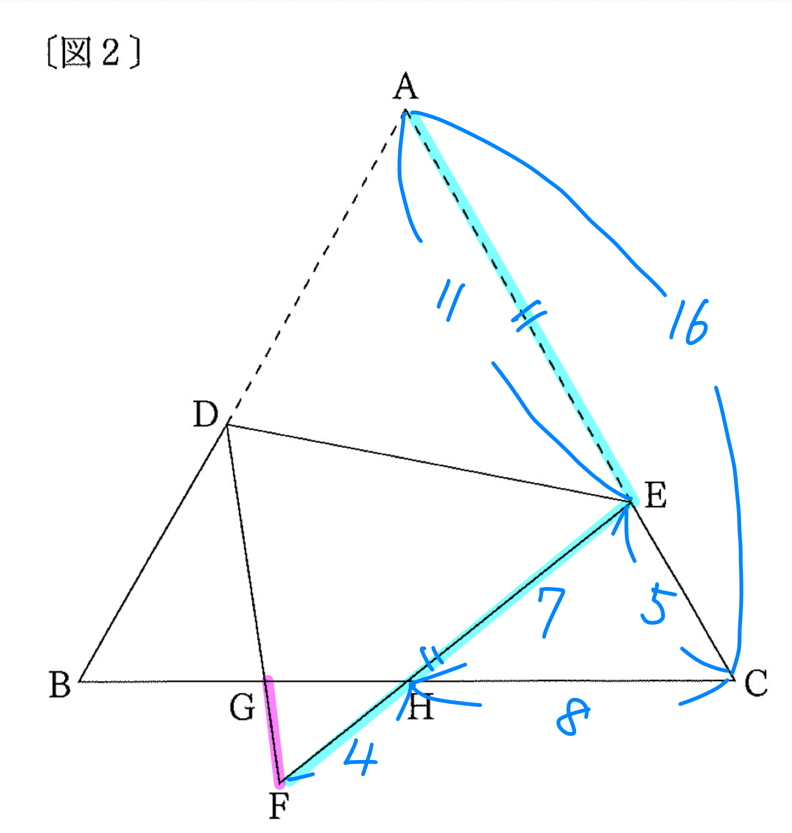
①,④より2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle GFH \backsim \triangle ECH$ (証明終わり)

(2)

①

〔図2〕



DEで折り返しているので、

$AE = EF = 11\,cm$

よって、

$EC = AC - AE$

$= 16 - 11 = 5\,cm$

(1)より $\triangle GFH \backsim \triangle ECH$

なので、対応する辺の比は等しいから

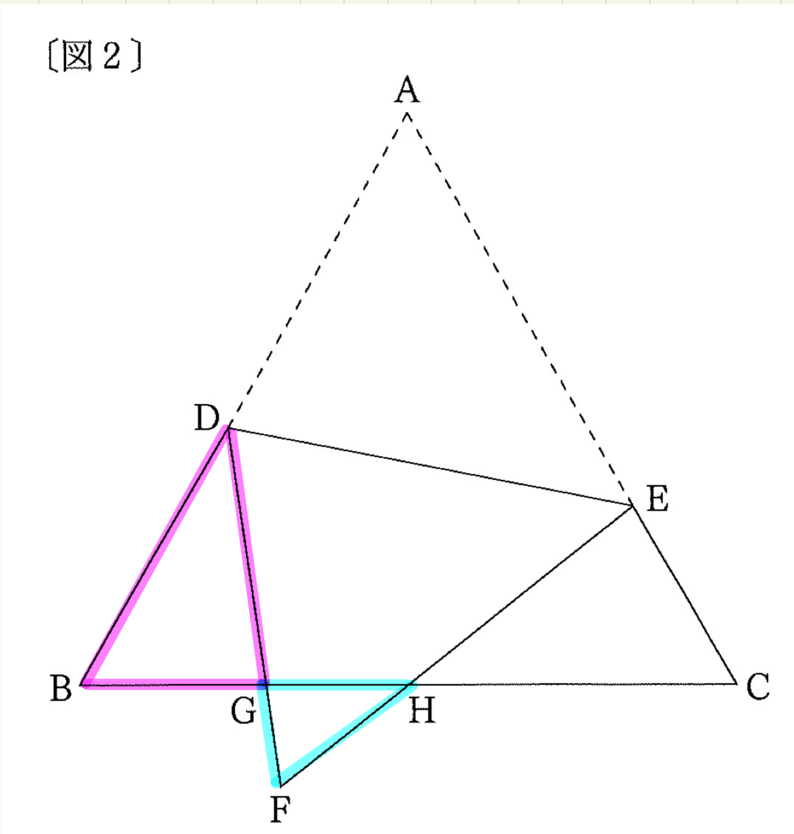
$FG : \underbrace{CE}_{5} = \underbrace{FH}_{4} : \underbrace{CH}_{8}$

よって、

$FG : 5 = 1 : 2 \Rightarrow 2FG = 5 \quad \therefore FG = \frac{5}{2}\,cm$

②

〔図2〕



$\triangle DBG$ と $\triangle HFG$

において、

対頂角は等しいので、

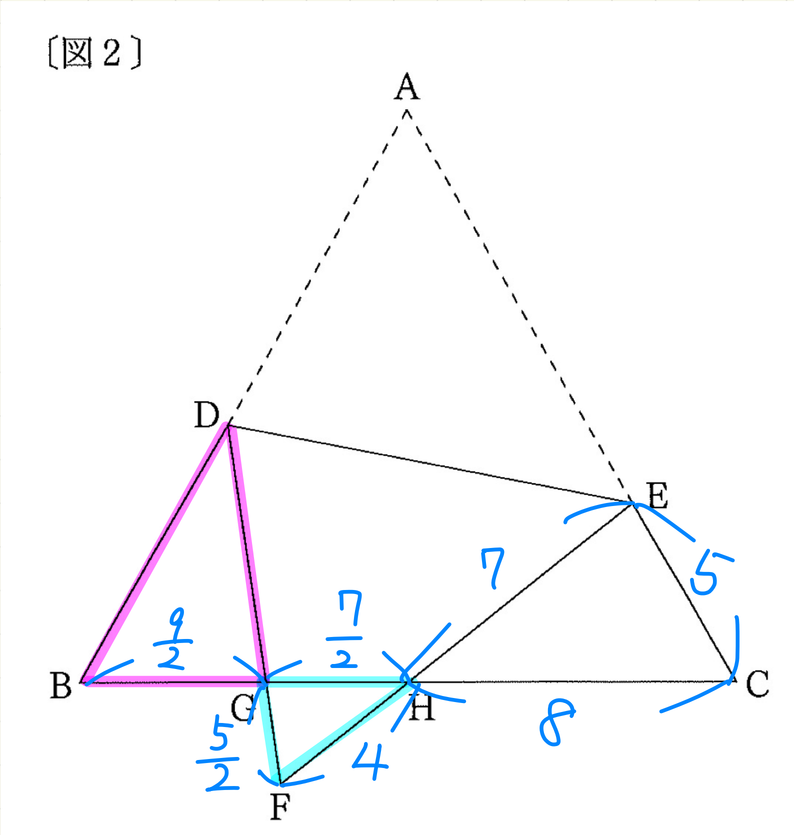
$\angle BGD = \angle FGH$ —①

正三角形の1つの内角は60°なので、

$\angle DBG = \angle HFG = 60^\circ$ —②

①,② より2組の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle DBG \backsim \triangle HFG$ —— ③



(1) より $\triangle GFH \backsim \triangle ECH$ なので, 対応する辺の比は等しいから

$$GH : \underset{7}{EH} = \underset{4}{FH} : \underset{8}{CH}$$

$\therefore GH : 7 = 1 : 2$

$2GH = 7 \Rightarrow GH = \frac{7}{2}$ cm

よって,

$BG = BC - GH - HC$

$= 16 - \frac{7}{2} - 8 = \frac{9}{2}$ cm

③ より対応する辺の比は等しいから

$$DB : \underset{4}{HF} = \underset{\frac{9}{2}}{BG} : \underset{\frac{5}{2}}{FG}$$

$\therefore DB : 4 = 9 : 5$

$5DB = 36 \Rightarrow DB = \frac{36}{5}$ cm

ここで, $AD = AB - DB$ より

$AD = 16 - \frac{36}{5} = \frac{44}{5}$ cm

DFは折り返しなので、

$$AD = DF = \frac{44}{5}\,cm$$

以上より

$$DB : DF = \frac{36}{5} : \frac{44}{5}$$

$$= 36 : 44$$

$$= 9 : 11$$