2021年度 青森県
数学

KmKm

$\boxed{1}$

(1)

ア ： 与式 $= -6$

イ ： 与式 $= 9 - 8$

$= 1$

ウ ： 与式 $= \dfrac{10xy^2 \times 3x}{-5y}$

$= -6x^2y$

エ ： 与式 $= \dfrac{3(2x-y) - (5x+y)}{3}$

$= \dfrac{6x - 3y - 5x - y}{3}$

$= \dfrac{x - 4y}{3}$

オ ： 与式 $= \sqrt{5}^2 - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 6$

$= 5 - \sqrt{5} - 6$

$= -1 - \sqrt{5}$

(2) $\ell = 2\pi r$

$\Leftrightarrow \quad 2\pi r = \ell$

$\Leftrightarrow \quad r = \dfrac{\ell}{2\pi}$

(3) $x^2 = 9x$

$\Leftrightarrow x^2 - 9x = 0$

$\Leftrightarrow x(x-9) = 0$

$\therefore x = 0, 9$

(4) y は x に比例するので、$y = ax$ とおく。

$x = -3$ のとき、$y = 18$ なので、

$18 = -3a \Leftrightarrow a = -6$

よって、$y = -6x$ で、$x = \frac{1}{2}$ のとき、

$y = -6 \times \frac{1}{2}$

$= -3$　　　$\therefore y = -3$

(4) 正 n 角形の内角の和は、

$180(n-2)$

である。また、1つの内角が $140°$ のとき、正 n 角形の内角の和は、

$140n$

よって、

$180(n-2) = 140n$

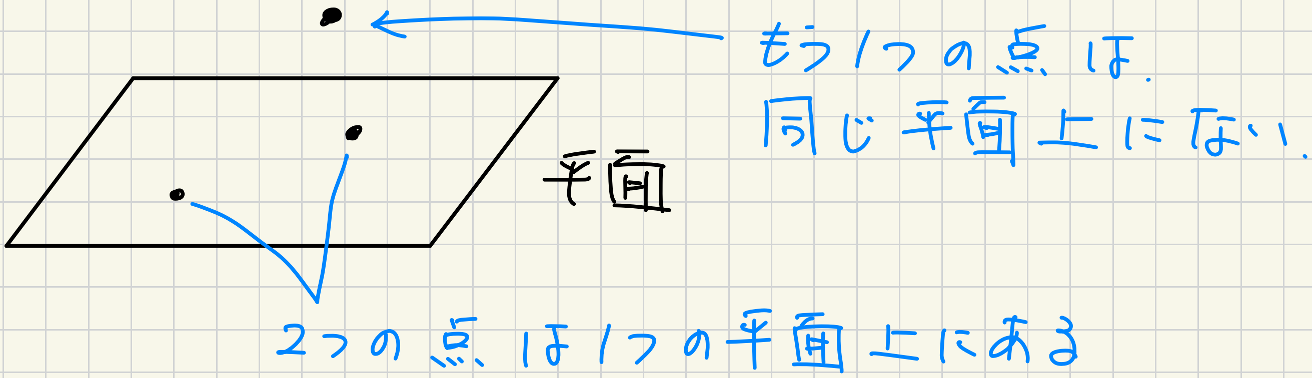
$180n - 360 = 140n$

$40n = 360$

$n = 9$

(6)

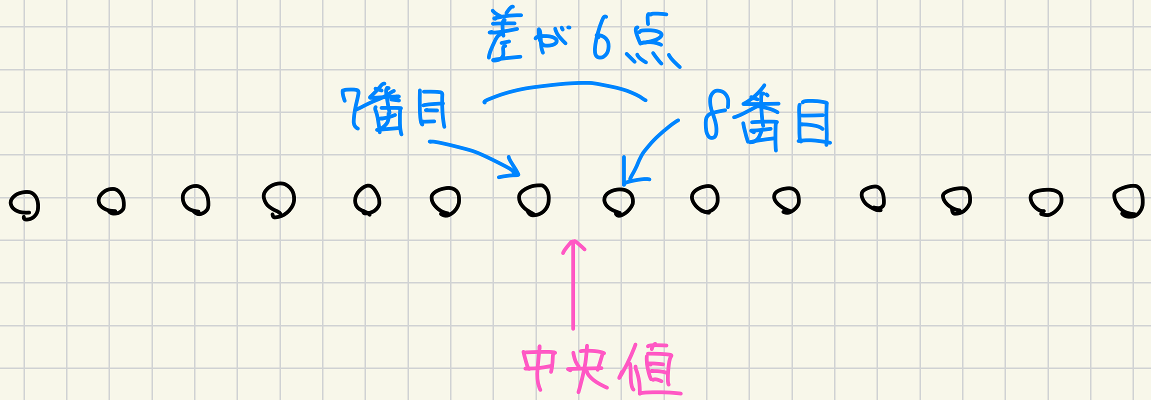
ア：以下のような点が考えられるため、誤り



イ～ウ：2つの点、直線は、1つの平面で決まるので、正しい

よって、答えはア。

(7)



7番目の生徒の回数をx回とおくと、
8番目の生徒の回数は、$x+6$回である。
7番目の生徒との差が6回

また、中央値は、

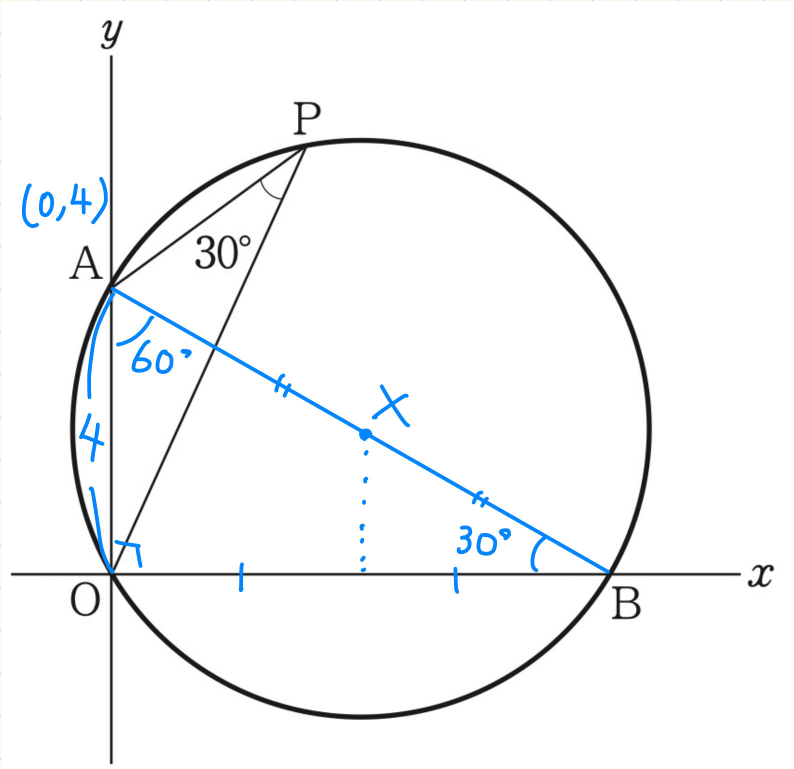
$$\frac{x+(x+6)}{2}=\frac{2x+6}{2}=x+3$$

であり、これが48.0回なので、

$$x+3=48 \quad \therefore x=45$$

よって、7番目の生徒は、45回

(8)



$\overset{\frown}{AO}$ に対する円周角は等しいので

$\angle OPA = \angle OBA$

$\therefore \angle OBA = 30°$

$\angle AOB = 90°$ であるから

$\triangle AOB$ は、30°, 60°, 90° の直角二等辺三角形である。

よって、

$OA : AB : OB = 1 : 2 : \sqrt{3}$

$OA = 4$ であるから

$\underbrace{OA}_{4} : OB = 1 : \sqrt{3}$ $\quad\therefore OB = 4\sqrt{3}$

$\angle AOB = 90°$ より、AB は円の直径である。

直径に対する円周角は 90°

したがって、円の中心は、線分 AB の中点である。

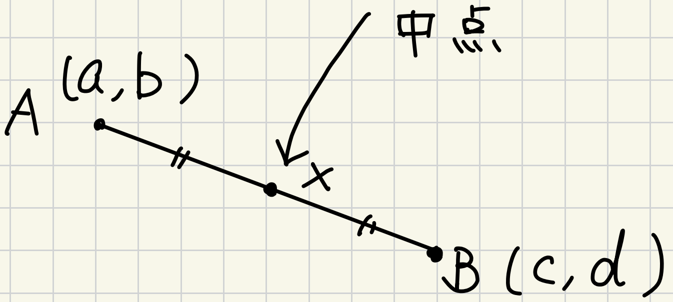
この中心の点を X とすると、

$$X \text{ の } x \text{ 座標} = \frac{0 + 4\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$X \text{ の } y \text{ 座標} = \frac{4 + 0}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

よって、円の中心の座標は、$(2\sqrt{3}, 2)$

(補足)



A (a,b)、B (c,d) において、線分ABの中点Xの座標は

$$X\text{ の }x\text{ 座標} = \frac{a+c}{2} \cdots \frac{x\text{座標どうしの和}}{2}$$

$$X\text{ の }y\text{ 座標} = \frac{b+d}{2} \cdots \frac{y\text{座標どうしの和}}{2}$$

$\boxed{2}$

(1)

ア：$2m+2n = 2\underline{(m+n)}$

イ：$m+n$ は自然数なので、$2(m+n)$ は必ず<u>偶数</u>になる。

ウ〜オ：異なる2つの自然数が、ともに偶数であるが、その積が8の倍数にならない数の例を挙げれば良い。例えば

$$\underbrace{2}_{ウ} \times \underbrace{6}_{エ} = \underbrace{12}_{オ}$$

2, 6 はともに偶数であるが、12は8の倍数でない。

(2)

ア：左の袋から白玉1個を取り出す確率は

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

右の袋から白玉1個を取り出す確率は

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

よって、2つの袋から取り出す玉が、どちらも白玉である確率は

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

イ

(あ) 赤玉の取り出し方は、左の袋から1通り、右の袋から1通りなので、

$1 \times 1 =$ 1通り

(い) 白玉の取り出し方は左の袋から2通り右の袋から2通りなので

$2 \times 2 =$ 4通り

(う) 白玉の取り出し方は左の袋から3通り右の袋から3通りなので

$3 \times 3 =$ 9通り

㋓ 赤玉1個と白玉1個の取り出し方は

(i) 左の袋から赤を取り出す ⇒ 1通り

右の袋から白を取り出す ⇒ 2通り

∴ $1 \times 2 = 2$ 通り

(ii) 左の袋から白を取り出す ⇒ 2通り

右の袋から赤を取り出す ⇒ 1通り

∴ $2 \times 1 = 2$ 通り

よって、$2 + 2 =$ 4通り

㋔ 白玉1個と黒玉1個の取り出し方は

(i) 左の袋から白を取り出す ⇒ 2通り

右の袋から黒を取り出す ⇒ 3通り

∴ $2 \times 3 = 6$ 通り

(ii) 左の袋から黒を取り出す ⇒ 3通り

右の袋から白を取り出す ⇒ 2通り

∴ $3 \times 2 = 6$ 通り

よって、$6 + 6 =$ 12通り

か 赤玉1個と黒玉1個の取り出し方は

(i) 左の袋から赤を取り出す ⇒ 1通り

右の袋から黒を取り出す ⇒ 3通り

∴ $1 \times 3 = 3$ 通り

(ii) 左の袋から黒を取り出す ⇒ 3通り

右の袋から赤を取り出す ⇒ 1通り

∴ $3 \times 1 = 3$ 通り

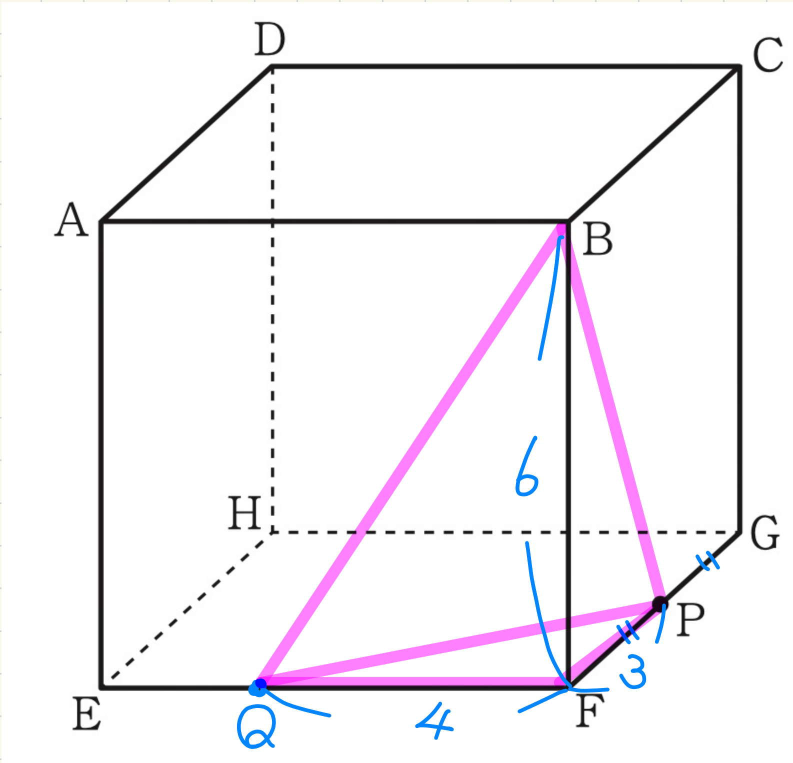
よって、$3 + 3 =$ 6通り

以上より、最も起こりやすいのは㋔である

12通り

$\boxed{3}$

(1)

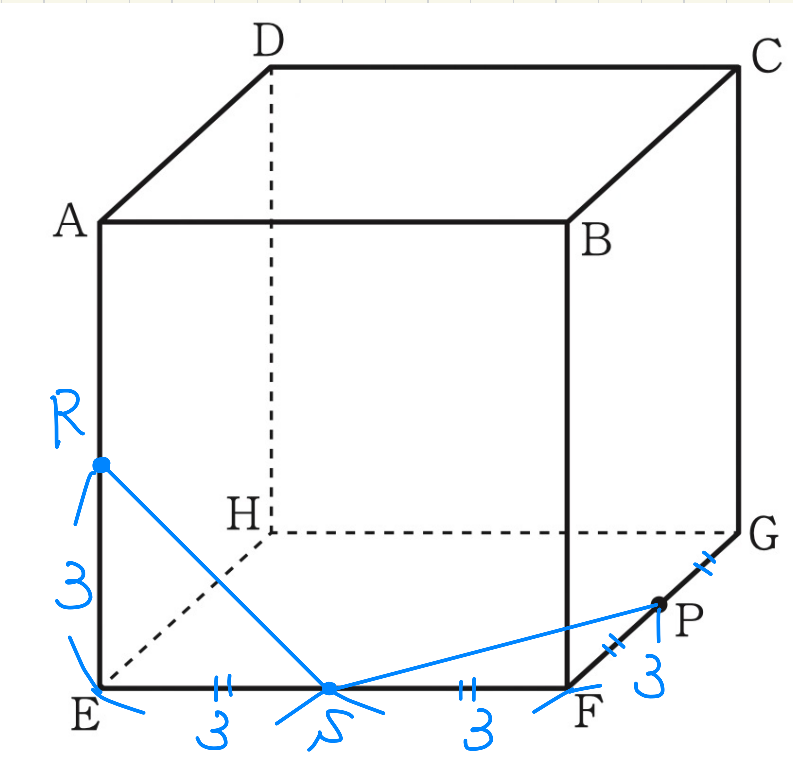


三角すいBQFPの体積

$= \underbrace{\frac{1}{2} \times 4 \times 3}_{\triangle QFP} \times \underbrace{6}_{高さ} \times \frac{1}{3}$

$= 12\ cm^3$

(2)



点Rから辺EFを通って点Pまで糸をかけるとき、糸の長さが最も短くなるのは、辺EF上の中点を通るときである。

辺EFの中点をSとする。

△RFSで三平方の定理より

$RS = \sqrt{3^2 + 3^2}$

$= 3\sqrt{2}$ cm

$= \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

△SFPで三平方の定理より

$SP = \sqrt{3^2 + 3^2}$

$= 3\sqrt{2}$ cm

$= \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

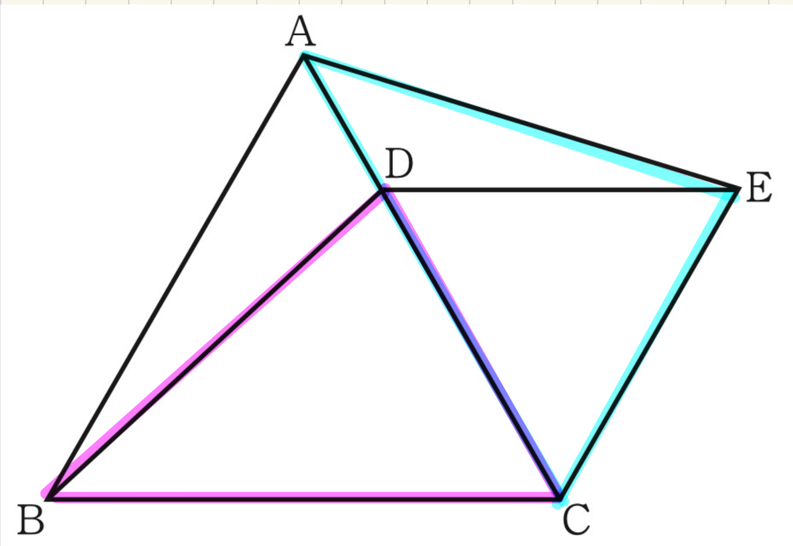
よって、糸の長さは

$RS + SP = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$

$= 6\sqrt{2}$ cm

(2)

ア.



△BCDと△ACEにおいて、

△ABCと△DCEは正三角形だから

BC = AC あ … ①

CD = CE … ②

∠BCD = ∠ACE い = 60° … ③

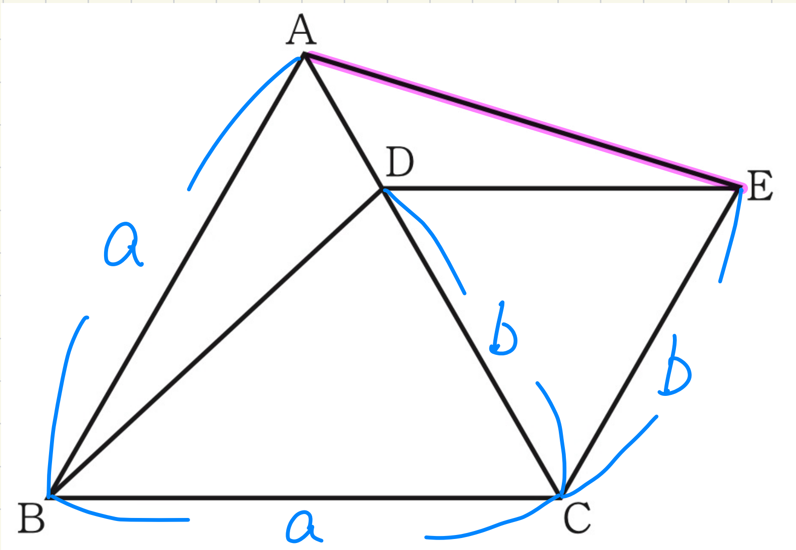
①,②,③から

2組の辺とその間の角 う がそれぞれ等しいので

△BCD ≡ △ACE (証明終わり)

1

(ア)



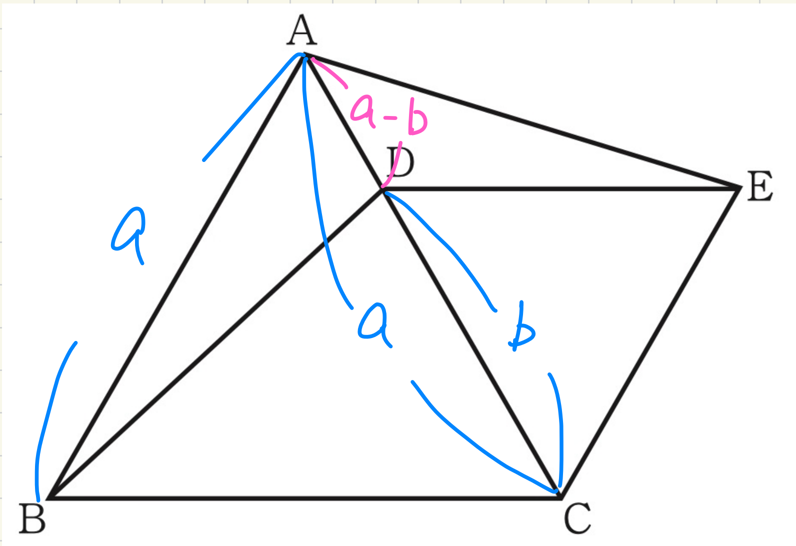
$\underbrace{AB}_{a} + \underbrace{BC}_{a} + \underbrace{CE}_{b} + AE = 21$ … □ABCEの周の長さが21cm

よって

$AE = 21 - a - a - b$

$= 21 - 2a - b$ cm

(イ)



$AD = AC - DC$

$= a - b$ cm

ア.より $\triangle BCD \equiv \triangle ACE$ なので

$BD = AE$

(ア)より $AE = 21 - 2a - b$ なので

$BD = 21 - 2a - b$ cm

$\underbrace{AB}_{a} + \underbrace{BD}_{21-2a-b} + \underbrace{AD}_{a-b} = 13\text{ cm}$ …△ABDの周の長さが13 cm

$$\therefore a + 21 - 2a - b + a - b = 13$$
$$21 - 2b = 13$$
$$-2b = 13 - 21$$
$$= -8$$

よって、$b = 4$ cm

$\boxed{4}$

(1) 点Bは $y = -\frac{4}{9}x^2$ 上にあり、$y = -4$ なので、

$$-4 = -\frac{4}{9}x^2 \Leftrightarrow 4x^2 = 36$$
$$x^2 = 9$$
$$\therefore x = \pm 3$$

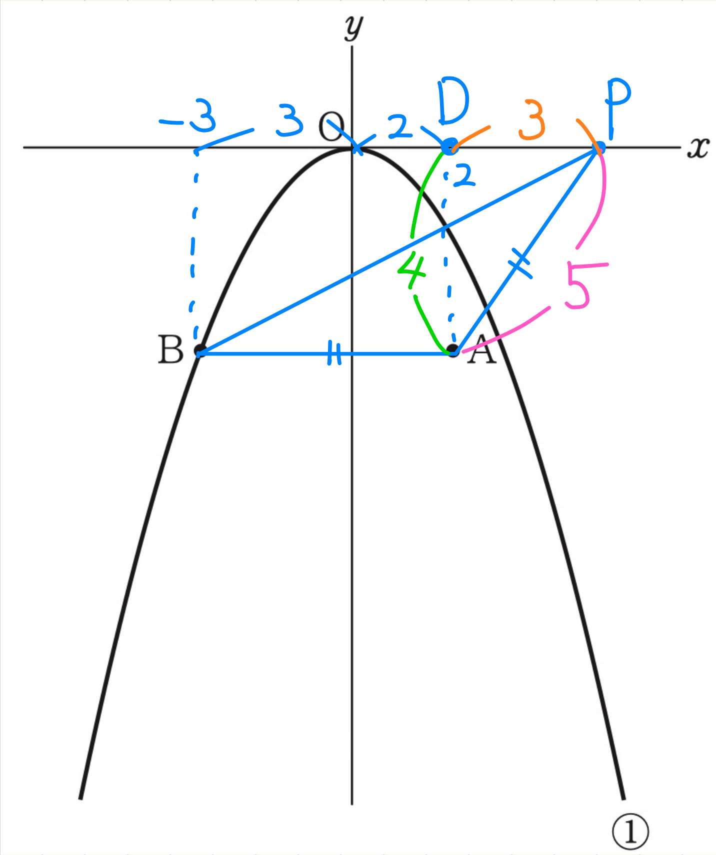
点Bのx座標は負なので、$x = -3$

(2) $y = ax^2$ において、x が p から q まで変化するときの変化の割合は、$a(p+q)$ で表される。

よって、$y = -\frac{4}{9}x^2$ において、x が 3から6まで変化するときの変化の割合は、

$$-\frac{4}{9}(3+6) = -\frac{4}{9} \times 9$$
$$= -4$$

(3)



$A(2, -4)$, $B(-3, -4)$ より

$AB = 2 - (-3) = 5$

$AB = AP$ より

$AP = 5$

点 A から x 軸に垂線を下ろした足を D とする。

$A(2, -4)$ より

$AD = 4$

よって、$\triangle APD$ で三平方の定理より

$PD = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25-16} = \sqrt{9} = 3$

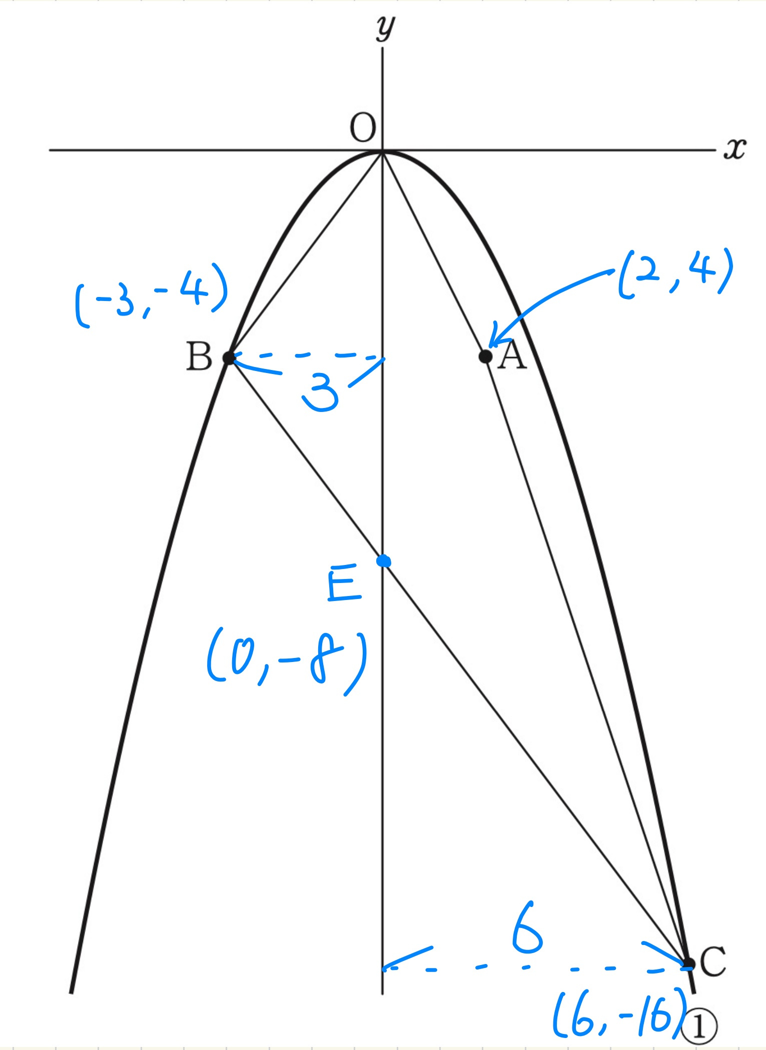
$= 3$

したがって、

$PO = 2 + 3 = 5$

よって、点 P の座標は $(5, 0)$

(4)



点Cは $y=-\frac{4}{9}x^2$ 上にあり、$x=6$ なので、

$$y=-\frac{4}{9}\times 6^2$$

$$=-\frac{4}{9}\times 36$$

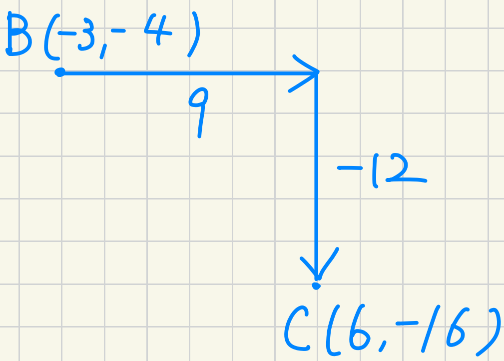
$$=-16$$

$\therefore$ C$(6, -16)$

線分BCとy軸との交点をEとする。
線分BCの式を $y=ax+b$ とおくと、

1次関数では、傾き＝変化の割合なので、

$$a=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$



$$=\frac{-16-(-4)}{6-(-3)}$$

$$=\frac{-12}{9}$$

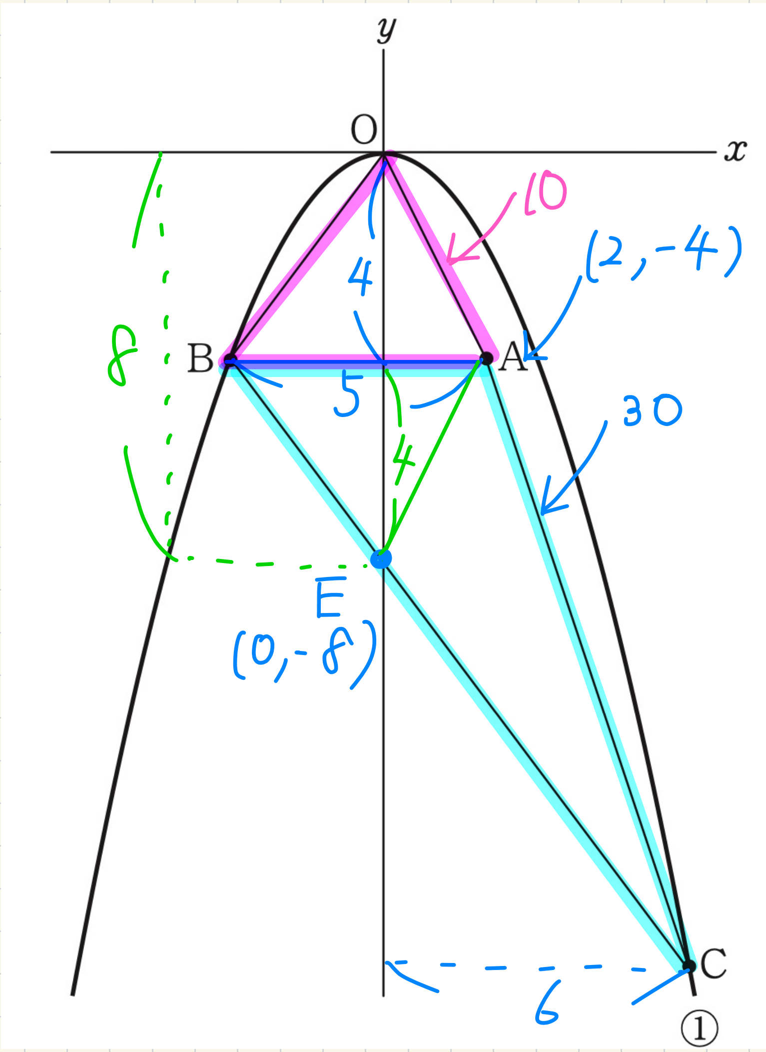
$$=-\frac{4}{3}$$

よって，$y=-\frac{4}{3}x+b$ で，B$(-3,-4)$ を通るので，

$$-4=-\frac{4}{3}\times(-3)+b \Rightarrow b=-8$$

∴ 線分BC：$y=-\frac{4}{3}x-8$

よって，E$(0,-8)$



ここで，

$$\triangle OBA=\frac{1}{2}\times5\times4$$
$$=10$$

$$\triangle BAC=\frac{1}{2}\times5\times6$$
$$=30$$

$$\square OBCA=\triangle OBA+\triangle BAC$$
$$=10+30$$
$$=40$$

であり，

$$\triangle BAE=\frac{1}{2}\times5\times4$$
$$=10$$

であるから，

$$\square OBEA=\triangle OBA+\triangle BAE=10+10=20$$
$$\triangle AEC=\triangle BAC-\triangle BAE=30-10=20$$

となり，直線AEが□OBCAを二等分する。

よって，直線AEが求める直線の式である。

この式を $y=mx-8$ とおく。

A(2, −4) を通るので

$$-4 = 2m - 8$$

$$2m = 4 \qquad \therefore\ m = 2$$

よって，求める直線の式は $y = 2x - 8$

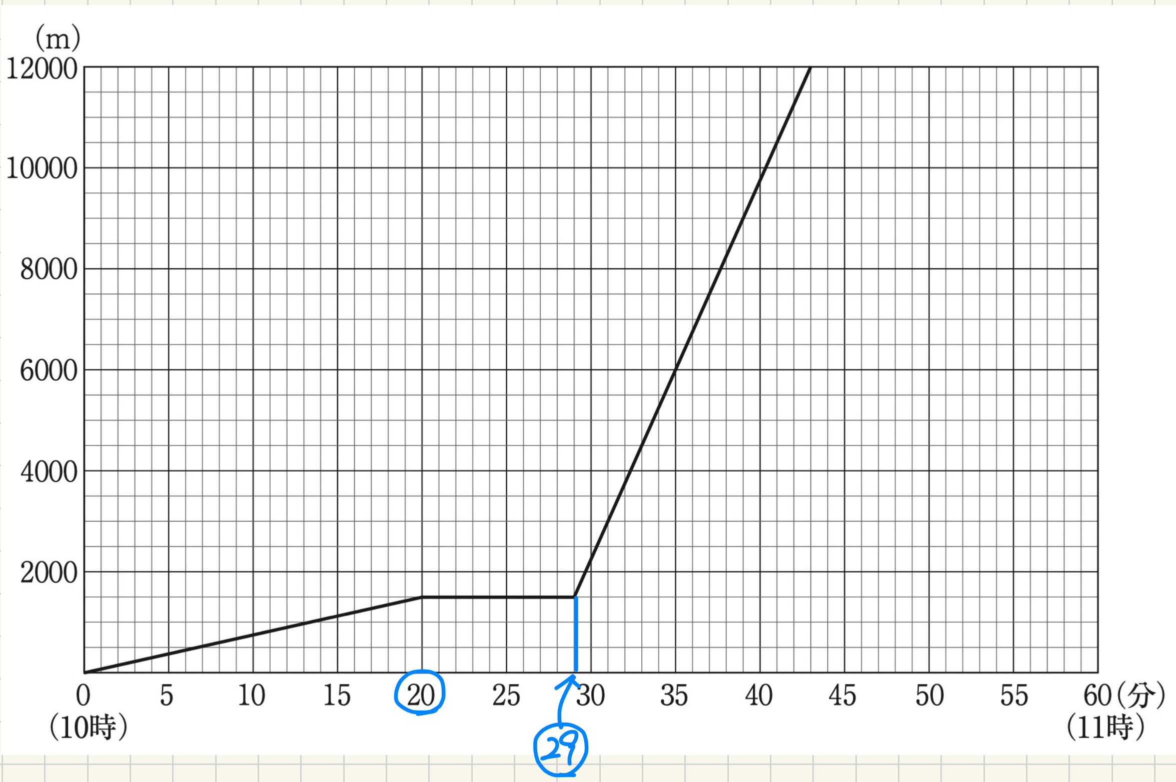
$\boxed{5}$

(1)

あ：自宅から分速75mで20分歩きバス停に着いたので，自宅からバス停までの距離は

$$75 \times 20 = 1500\text{m}$$

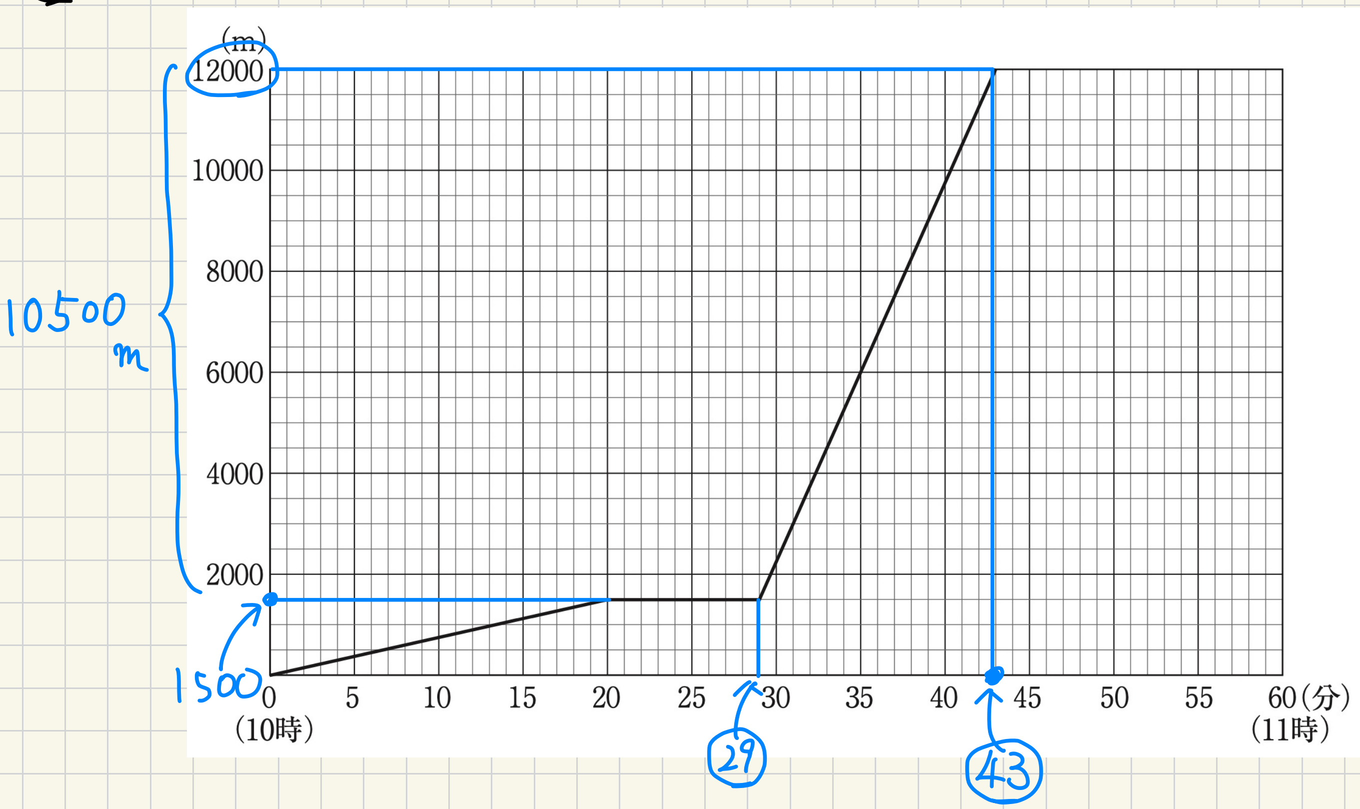
い



グラフより，バスを待っていた時間は

$$29 - 20 = 9\text{分}$$

③



グラフより

バス停から博物館の距離：12000－1500

＝10500m

バスに乗っていた時間：43－29＝14分

したがって、バスの速さは

10500 ÷ 14 ＝ 750

∴毎分750m

(2)

ア. 自宅から博物館まで12000mであり、

分速250mの速さで進んだので、移動した

時間は

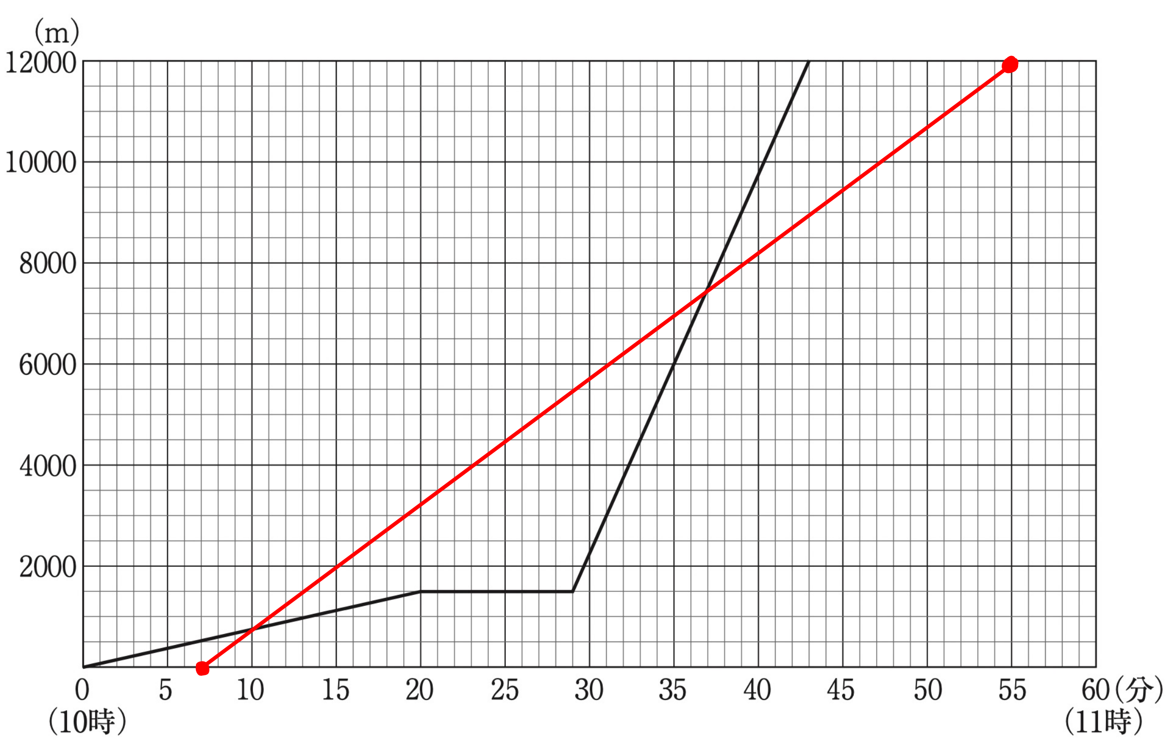
12000 ÷ 250 ＝ 48分

マユさんが自宅を出発して7分後に兄が出発

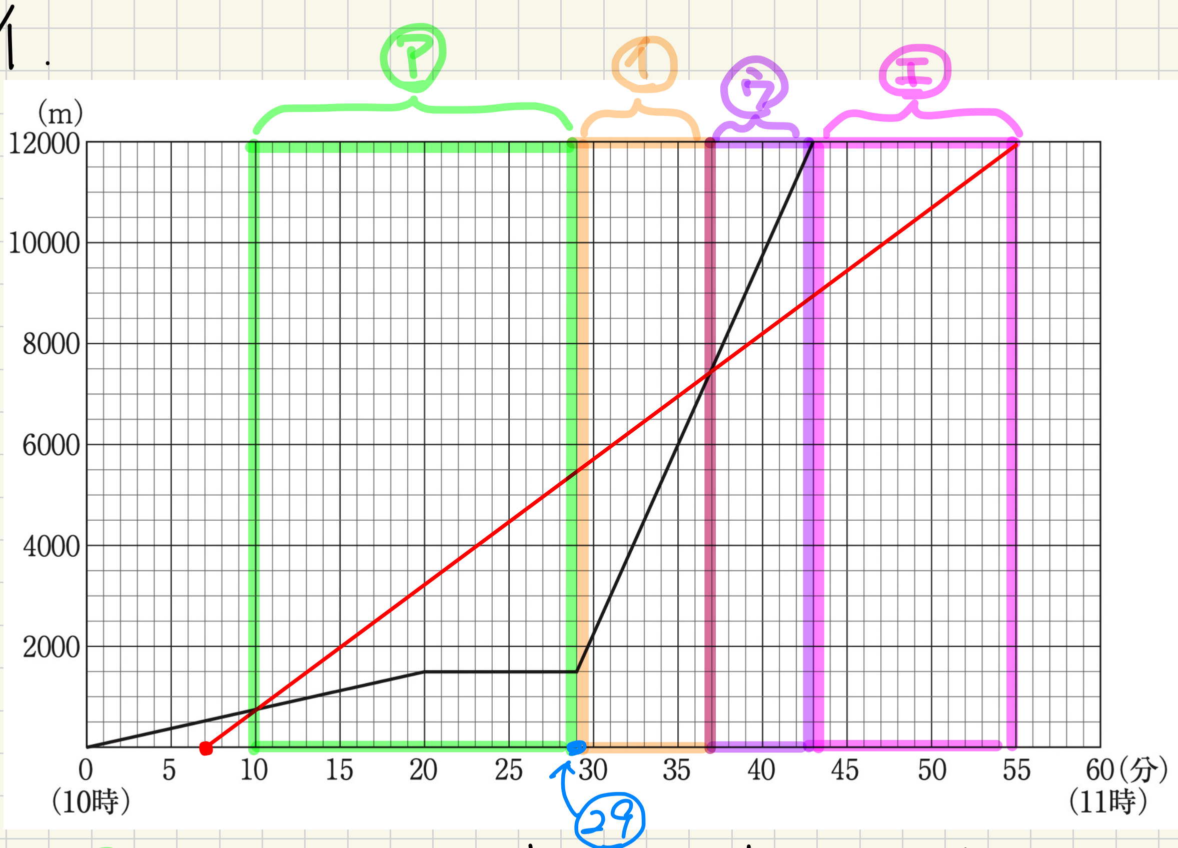
したので、兄が博物館に着いた時間は

$7+48=55 \Rightarrow$ 10時55分

よって，(7, 0)，(55, 12000)を通る直線となる



イ.



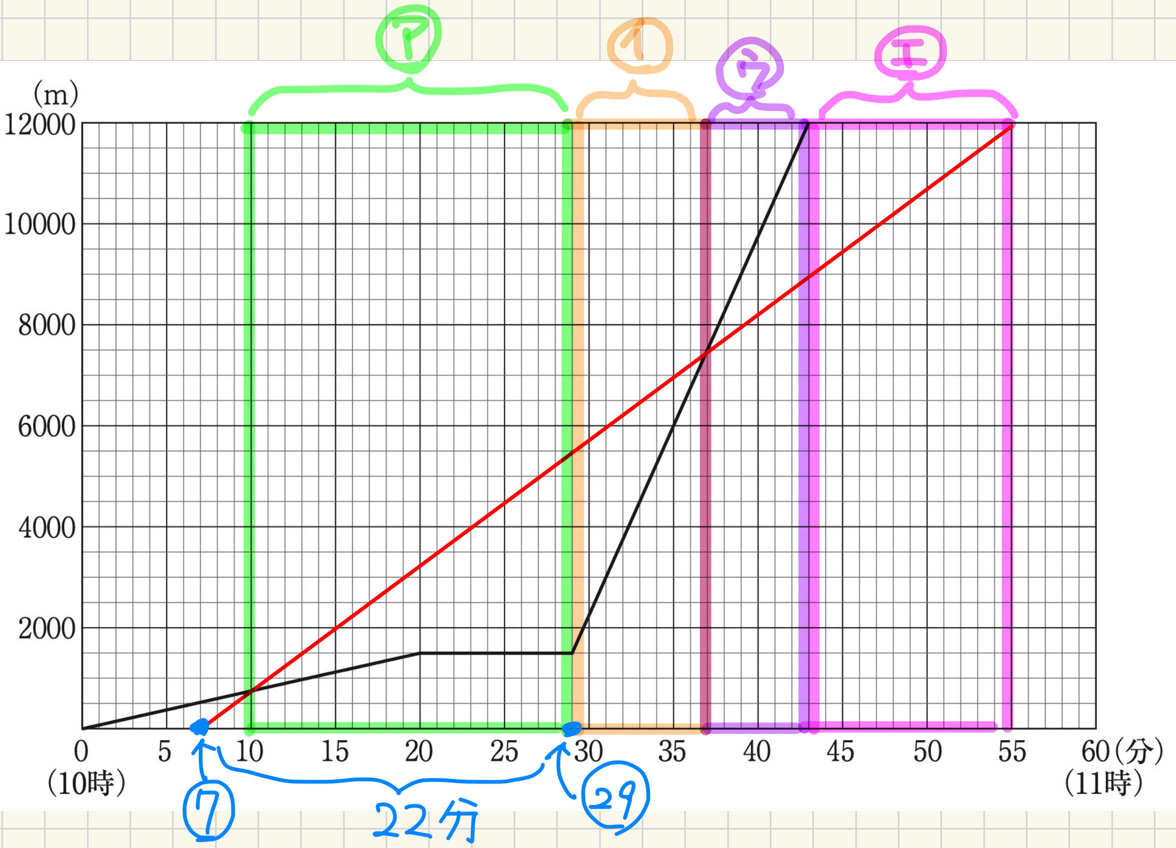
ア：2人の距離は徐々に離れる

イ：2人の距離は徐々に近づく

ウ：2人の距離は徐々に離れる

エ：2人の距離は徐々に近づく

グラフより、2人の距離が最も離れるのは
㋐と㋑の境界であり、そのときの時間は、
午前10時29分である。



このとき、マユさんはバス停にいるので、自宅から
1500mの地点にいる。
兄は、分速250mで22分進んだので、自宅から

$250 \times 22 = 5500$ m

の地点にいる。
したがって、2人が離れていた距離は、

$5500 - 1500 = 4000$ m

(3) 12000mの距離を分速250mの速さで進むと、

$12000 \div 250 = 48$ 分

かかる。したがって、10時43分に着くには、
9時55分に自宅を出れば良い
10時43分の48分前