2021年度 岩手県
数学

Km Km

1.

(1) 与式 $= -6 + 8$

$= 2$

(2) 与式 $= 4a - 2b + 3a + 6b$

$= 7a + 4b$

(3) 与式 $= \sqrt{5}^2 + 4\sqrt{5} - \sqrt{5} - 4$

$= 5 + 3\sqrt{5} - 4$

$= 1 + 3\sqrt{5}$

(4) 与式 $= (x + 6)(x - 6)$

(5) 解の公式より

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

2. $L = 2\pi r$

$\Leftrightarrow\ 2\pi r = L$

$$r = \frac{L}{2\pi}$$

3. y が x に反比例しているので、$y = \frac{a}{x}$ とおく。

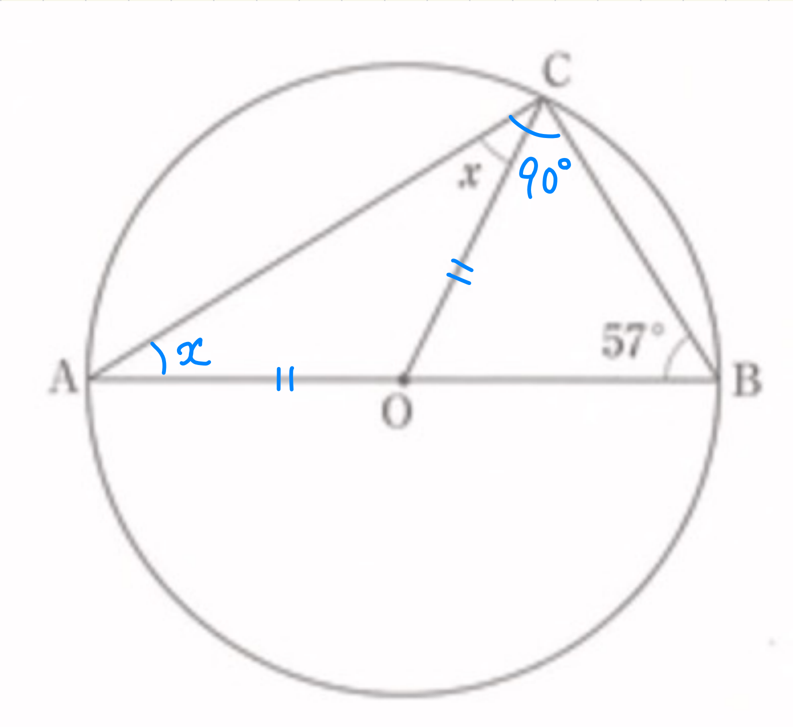
表より、$x = 1$, $y = 12$ なので

$$12 = \frac{a}{1} \qquad \therefore a = 12$$

よって、$y = \frac{12}{x}$

4.

(1)



OA, OCは円の半径なので

$OA = OC$

∴ △OACは二等辺三角形なので、

$\angle OAC = \angle OCA = x$

また、∠ACBは直径に対する円周角なので、

$\angle ACB = 90°$

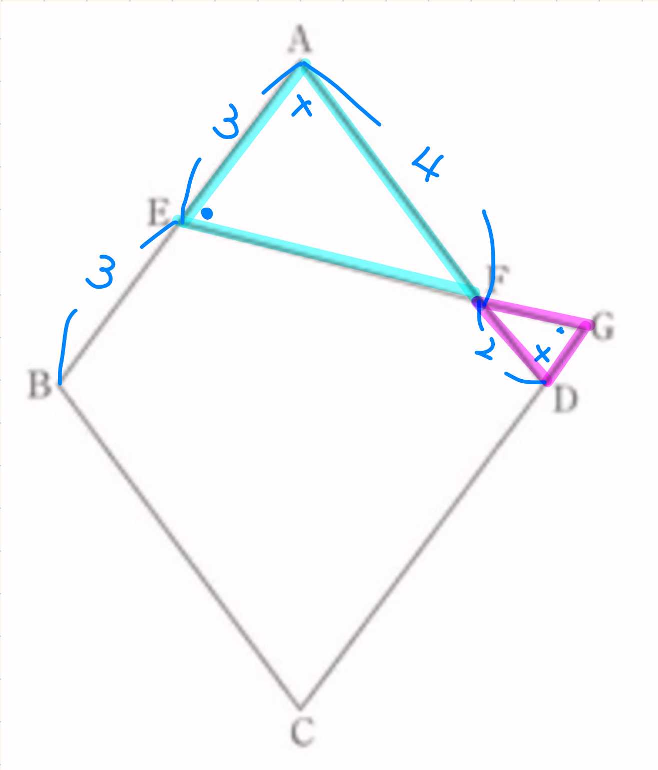
三角形の内角の和は180°なので、△ABCで、

$$\underbrace{\angle ABC}_{57°} + \underbrace{\angle BCA}_{90°} + \underbrace{\angle CAB}_{x} = 180°$$

よって、

$$\begin{aligned} x &= 180° - 90° - 57° \\ &= 33° \end{aligned}$$

(2)



△FAEと△FDGにおいて、

□ABCDはひし形なので、

$AB \parallel CD$

よって、

$AB \parallel CG$

錯角が等しいから、

$\angle FAE = \angle FDG$ —— ①

$\angle FEA = \angle FGD$ —— ②

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle FAE \backsim \triangle FDG$ —— ③

$AD = 6cm$, $FD = 2cm$ より、$AF = 4cm$

点EはABの中点なので、$AE = 3cm$.

③より対応する辺の比は等しいので、

$\underbrace{FA}_{4} : \underbrace{FD}_{2} = \underbrace{AE}_{3} : DG$

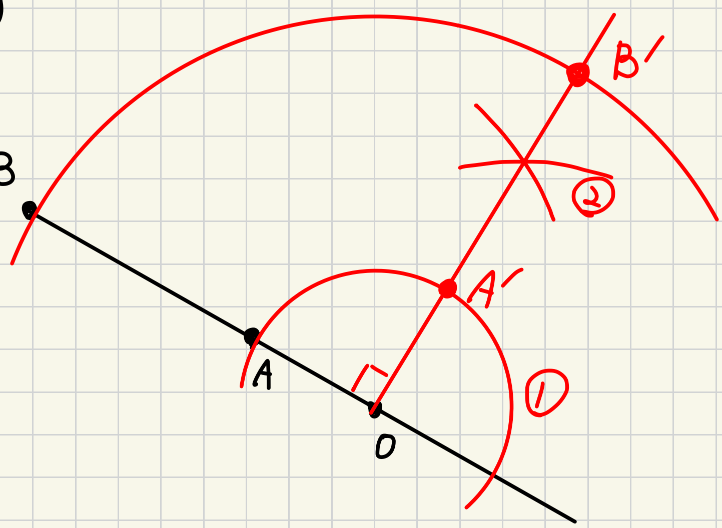
$\therefore\ 2 : 1 = 3 : DG$

$2DG = 3$

$DG = \dfrac{3}{2}\,cm$

5.

(1)



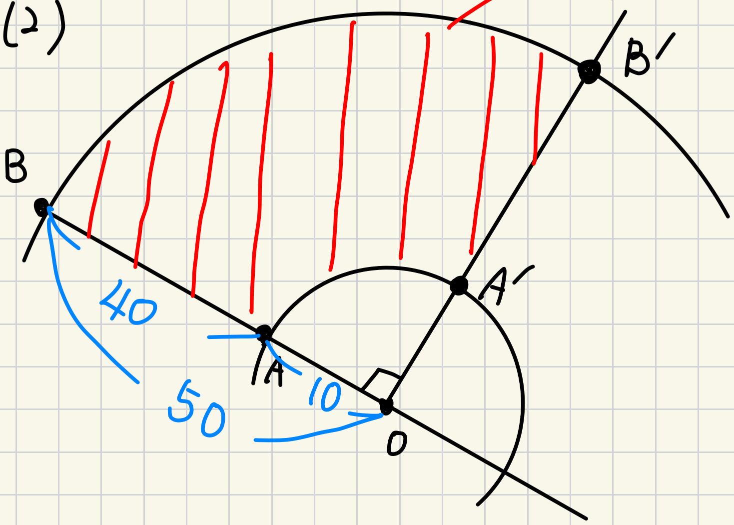
① OAを中心とした円を描く

② ①と線分のABの交点から、半径が等しい円を書き、その交点とOを結ぶ直線を描く。

③ OBを中心とした円を描く。

④ ①と②の交点がA'、②と③の交点がB'

(2)



求める面積 = おうぎ形OBB' − おうぎ形OAA'

$$= 50 \times 50 \times \pi \times \frac{90°}{360°} - 10 \times 10 \times \pi \times \frac{90°}{360°}$$

$$= \frac{90}{360}\pi(50^2 - 10^2)$$

$a^2 - b^2$
$= (a+b)(a-b)$

$$= \frac{1}{4}\pi \times (50+10)(50-10)$$

$$= \frac{1}{4}\pi \times 60 \times 40$$

$$= 600\pi \ cm^2$$

6.

7月の1人あたりの1日の家庭ごみの排出量を xg, 資源ごみの排出量を yg とすると

$$\begin{cases} x + y = 680 & \text{—— ①} \\ \frac{70}{100}x + \frac{80}{100}y = 680 - 195 & \text{—— ②} \end{cases}$$

②より

$$7x + 8y = 4850 \quad \text{—— ③}$$

①×7 − ③ より

$$\begin{array}{rl} & 7x + 7y = 4760 \\ -) & 7x + 8y = 4850 \\ \hline & -y = -90 \\ & y = 90 \end{array}$$

$y = 90$ を ① に代入して

$$x + 90 = 680$$

$$x = 680 - 90$$

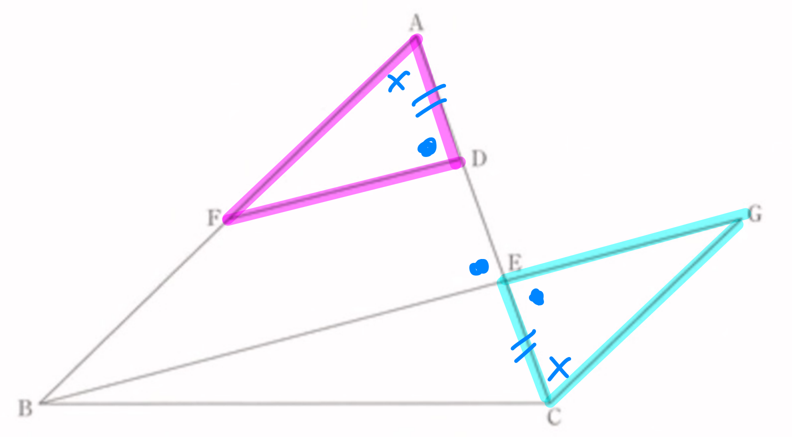
$$= 590$$

よって

家庭ごみの排出量 590g

資源ごみの排出量 90g

7.



△AFDと△CGEにおいて、

仮定から AD = CE ― ①

AB∥CGより錯角が等しいから

∠FAD = ∠GCE ― ②

FD∥BGより同位角が等しいから

∠ADF = ∠AEB ― ③

対頂角は等しいから

∠CEG = ∠AEB ― ④

③、④から

∠ADF = ∠CEG ― ⑤

①、②、⑤より1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△AFD ≡ △CGE （証明終わり）

8.

(1) 最頻値：最も頻度が高い階級値

表より、最も頻度が高い階級は、28.0～29.0秒なので、その階級値は

$$\frac{28.0+29.0}{2} = 28.5 \text{秒}$$

(2)

記録（秒）	度数（人）
以上　未満	
25.0 ～ 26.0	3
26.0 ～ 27.0	3
27.0 ～ 28.0	2
28.0 ～ 29.0	4
29.0 ～ 30.0	1
30.0 ～ 31.0	1
合計	14

階級値

$25.5 \rightarrow 25.5 \times 3 = 76.5$

$26.5 \rightarrow 26.5 \times 3 = 79.5$

$27.5 \rightarrow 27.5 \times 2 = 55$

$28.5 \rightarrow 28.5 \times 4 = 114$

$29.5 \rightarrow 29.5 \times 1 = 29.5$

$30.5 \rightarrow 30.5 \times 1 = 30.5$

合計 $= 385$

1年生の記録の合計は、

$25.5 + 27.5 + 28.1 + 28.9 + 30.2 + 30.8$

$= 171$

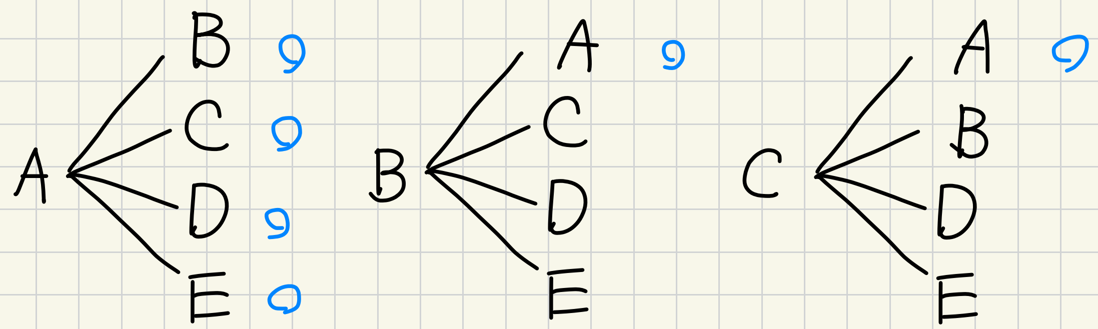
よって平均は

$$\frac{385 + 171}{\underbrace{14 + 6}_{2,3年生 + 1年生}} = \frac{556}{20} = 27.8 秒$$

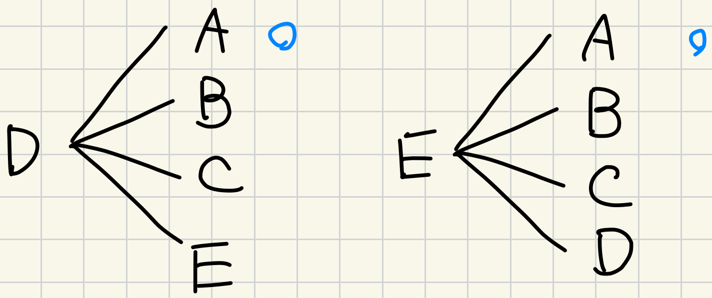
9.

れんさんの選び方の樹形図は以下の通り

1日目　2日目　1日目　2日目　1日目　2日目



1日目　2日目　1日目　2日目

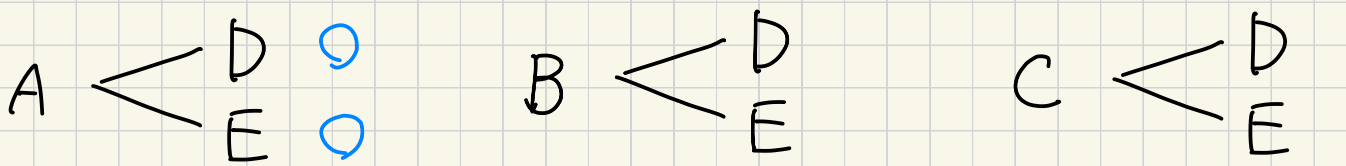


曲の選び方は20通り。そのうちAが選ばれるのは、8通り。よって確率は

$$\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$$

るいさんの選び方の樹形図は以下の通り

1日目　2日目　1日目　2日目　1日目　2日目



曲の選び方は6通り そのうちAが選ばれるのは、2通り。よって確率は

$$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

ここで

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$$

れんさん　るいさん

なので、$\frac{6}{15} > \frac{5}{15}$ より $\frac{2}{5} > \frac{1}{3}$

よって、れんさんの方法の方が、確率が大きい。

10.

(1)

$$変化の割合 = \frac{yの増加量}{xの増加量}$$

$$= \frac{31-15}{2-0} \quad \cdots \begin{cases} x=2,\ y=31 \\ x=0,\ y=15 \end{cases}$$

$$= \frac{16}{2}$$

$$= 8$$

(2)

強火のとき

1次関数の式を $y = ax + b$ とおくと、

1次関数では、傾き＝変化の割合なので、

$$a = \frac{yの増加量}{xの増加量}$$

$$=\frac{39-15}{2-0} \quad \cdots \begin{cases} x=2,\ y=39 \\ x=0,\ y=15 \end{cases}$$

$$=\frac{24}{2}$$

$$=12$$

よって、$y=12x+b$ で、$x=0$ のとき $y=15$ なので、

$$15=0+b \qquad \therefore\ b=15$$

したがって、強火のときの式は、$y=12x+15$

95°Cまで沸かすときの時間は

$$95=12x+15$$

$$12x=80$$

$$\therefore\ x=\frac{80}{12}$$

$$=\frac{20}{3}\text{分}$$

強火では1分あたり0.6円かかるので、95°Cまで沸かすときの電気料金は、

$$\frac{20}{3}\times0.6=\frac{20}{3}\times\frac{6}{10}$$

$$=4\text{円}$$

弱火のとき

強火のときと同様に、弱火のときの式を $y=ax+b$ とおくと、

$$a = \frac{23-15}{2-0} \quad \cdots \quad \begin{cases} x=2,\ y=23 \\ x=0,\ y=15 \end{cases}$$

$$= \frac{8}{2}$$

$$= 4$$

よって、$y=4x+b$で、$x=0$のとき、$y=15$なので、

$$15 = 0 + b \Rightarrow b = 15$$

したがって弱火のときの式は、$y=4x+15$

95°Cまで沸かすときの時間は

$$95 = 4x + 15$$

$$4x = 80$$

$$x = 20 \text{ 分}$$

弱火では、1分あたり0.2円かかるので、95°Cまで沸かすときの電気料金は、

$$20 \times 0.2 = 4\text{円}$$

以上より

強火のとき 4円

弱火のとき 4円

であり、料金は同じである。

11.

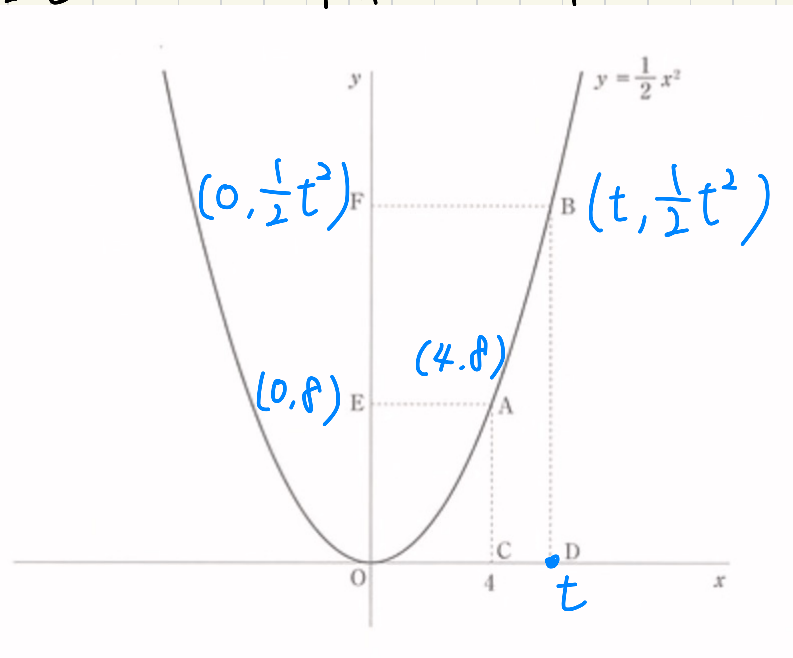
(1) 点Aは $y=\frac{1}{2}x^2$ 上にあり、$x=4$ なので、

$$y=\frac{1}{2}\times 4^2$$
$$=8$$

$\frac{1}{2}\times 16$
$=8$

(2)

㋐Bのx座標がAのx座標より大きいとき



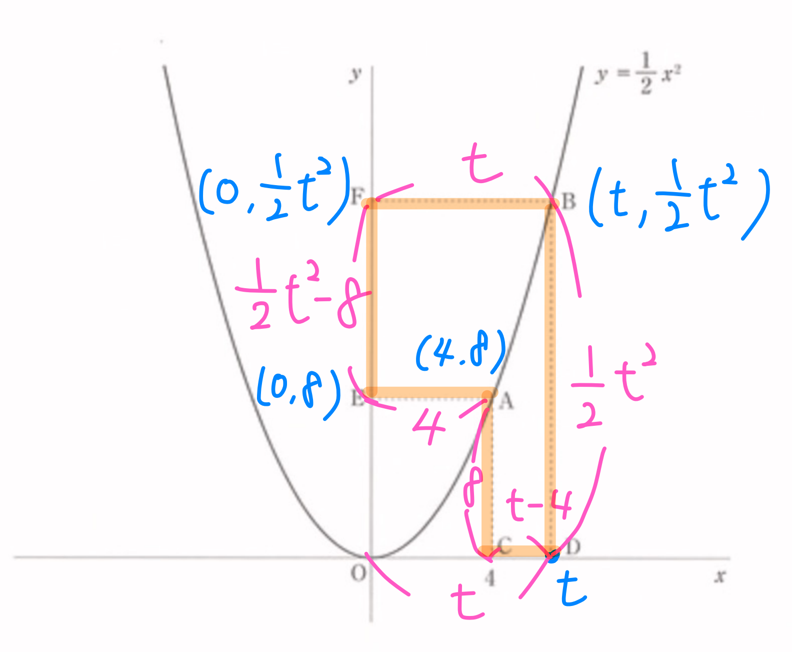
(1)より
A(4, 8)
点Cは、点Aとx座標が等しくx軸上にあるので、
C(4, 0)

点Eは、点Aとy座標が等しく、y軸上にあるので、
E(0, 8)

点Dの座標を$(t, 0)$とおく。点Bは、点Dとx座標が等しく、$y=\frac{1}{2}x^2$ 上にあるので、

$$y=\frac{1}{2}t^2 \qquad \therefore B\left(t, \frac{1}{2}t^2\right)$$

点Fは、点Bとy座標が等しく、y軸上にあるので、$F\left(0, \frac{1}{2}t^2\right)$



よって、各辺の長さは、
左図の通り

図形の周の長さは、

$AC+CD+DB+BF+FE+EA$

$= 8 + t-4 + \frac{1}{2}t^2 + t + \frac{1}{2}t^2 - 8 + 4$

$= t^2 + 2t$

これが35となれば良いので、

$t^2+2t=35$

$\Leftrightarrow t^2+2t-35=0$

$\Leftrightarrow (t-5)(t+7)=0$

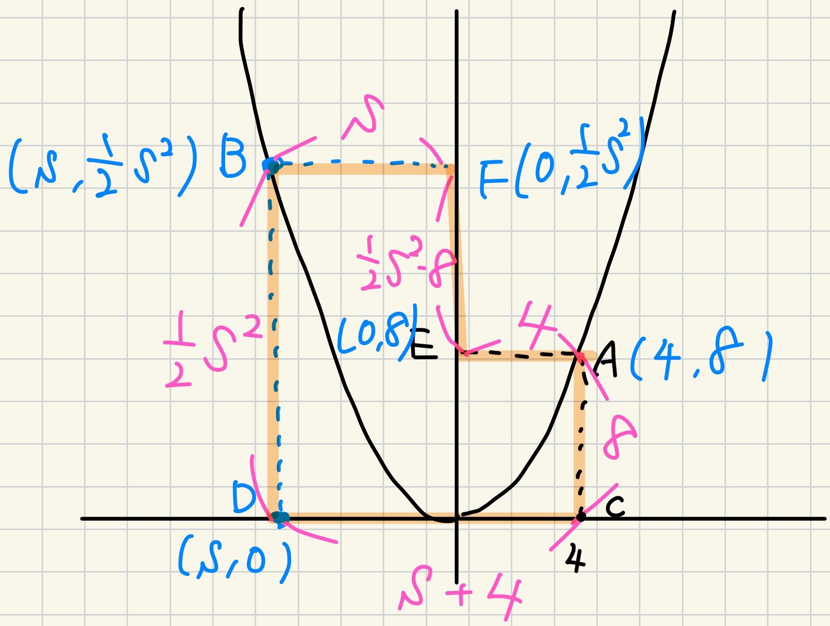
$\therefore t=5, -7$ …点Bのx座標

tはAのx座標(=4)より大きいので、

$t=5$

よって、点Bのx座標は5

①Bのx座標がAのx座標より小さいとき.



点Bのy座標は、点Aのy座標より大きい。したがって点Bのx座標の絶対値は4より大きい
⇒ x座標は-4より小さい.

$D(s, 0)$とおく

$A(4, 8)$, $B(s, \frac{1}{2}s^2)$, $C(4, 0)$, $D(s, 0)$
$E(0, 8)$, $F(0, \frac{1}{2}s^2)$より各辺の長さは上図の通り

図形の周の長さは.

$$AC+CD+DB+BF+FE+EA$$

$$=8+s+4+\frac{1}{2}s^2+s+\frac{1}{2}s^2-8+4$$

$$=s^2+2s+8$$

これが35となれば良いので.

$$s^2+2s+8=35$$

$$\Leftrightarrow s^2+2s-27=0.$$

解の公式より

$$s = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-27)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{112}}{2}$$

$$= \frac{-2 \pm 4\sqrt{7}}{2}$$

$$= -1 \pm 2\sqrt{7}$$

点Bのx座標は-4より小さいので.

$s = -1 - 2\sqrt{7}$　※$-1 + 2\sqrt{7} > 0$より不適

よって.点Bのx座標は.$-1 - 2\sqrt{7}$.

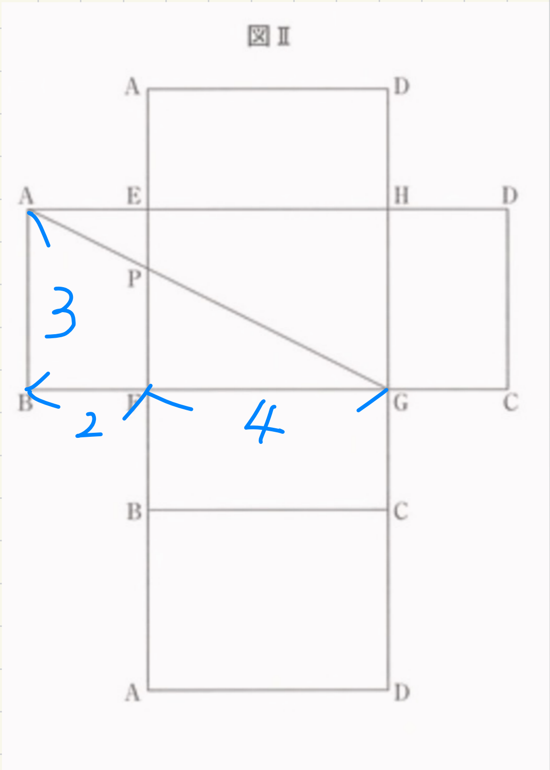
以上より

Aのx座標より大きい場合：5

Aのx座標より小さい場合：$-1 - 2\sqrt{7}$

12.

(1)



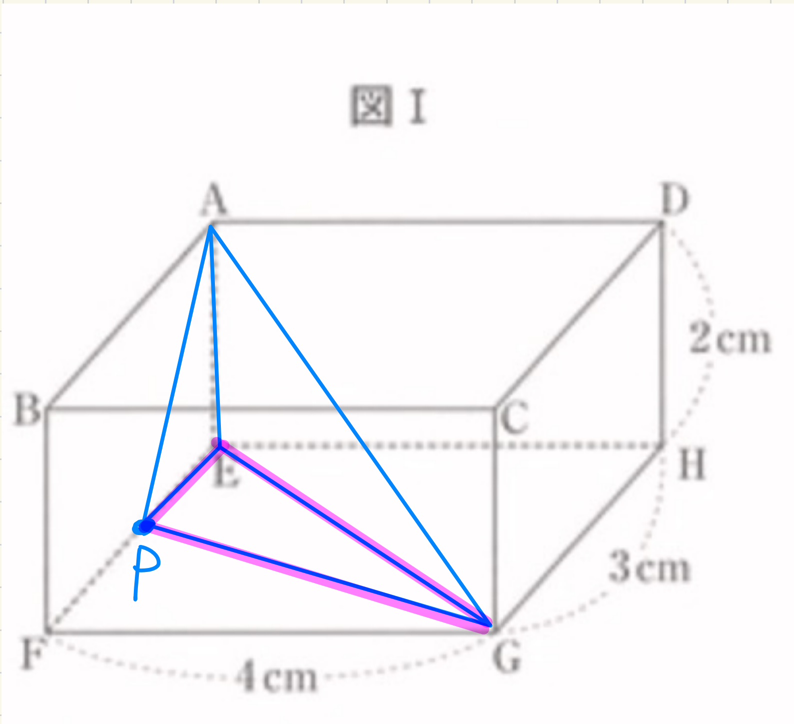
△ABGで三平方の定理より

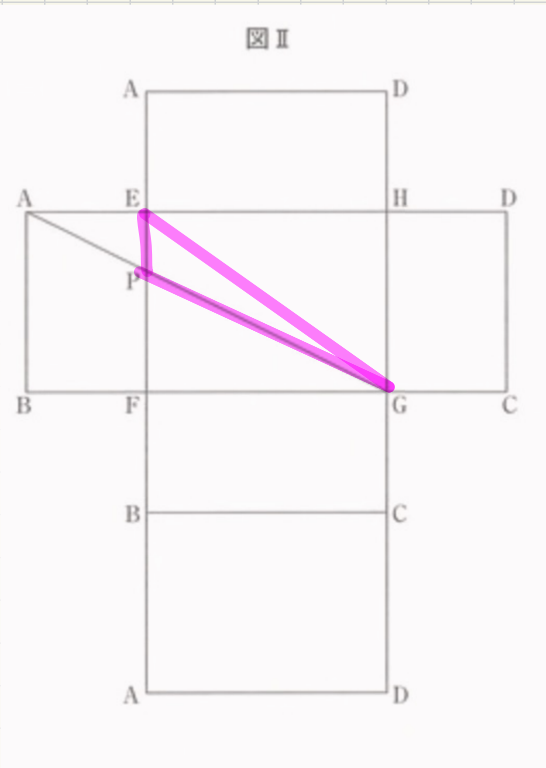
$AG = \sqrt{3^2+6^2} = \sqrt{9+36}$

$= \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

$= 3\sqrt{5}$ cm

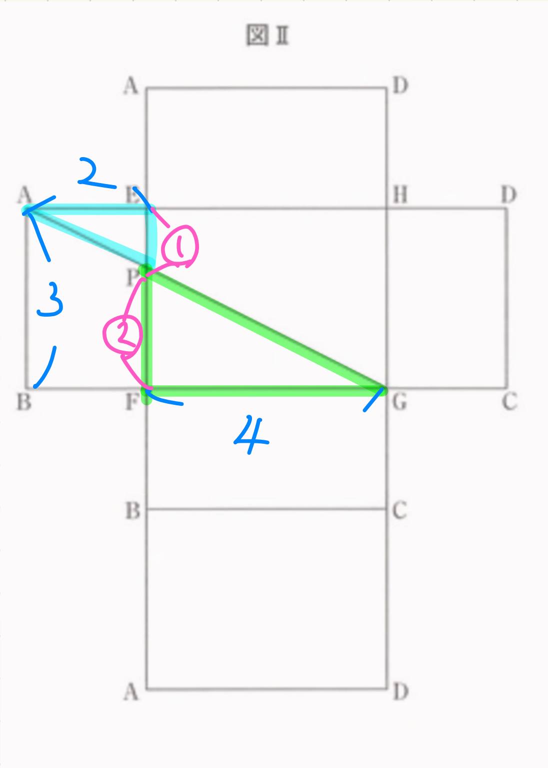
(2)





三角錐AEPGの体積 $= \triangle PEG \times \underbrace{AE}_{4} \times \frac{1}{3}$

であるから △PEGの面積を求める.



△APEと△GPFにおいて
AE // GFより錯角が等しいので.

$\angle EAP = \angle FGP$ ―①

$\angle AEP = \angle GFP$ ―②

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので.

$\triangle APE \backsim \triangle GPF$

対応する辺の比は等しいので.

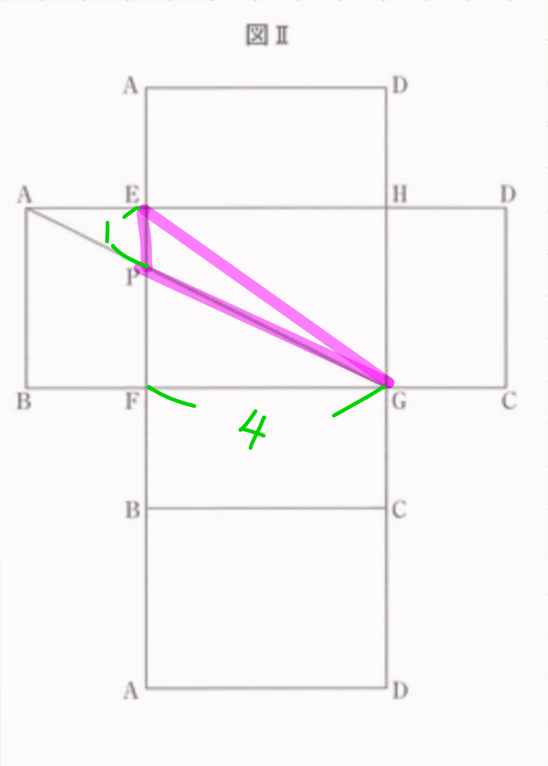
$$PE : PF = AE : GF$$
$$= 2 : 4$$
$$= 1 : 2$$

EF = 3 cm より

$$PE = 3 \times \frac{1}{1+2}$$

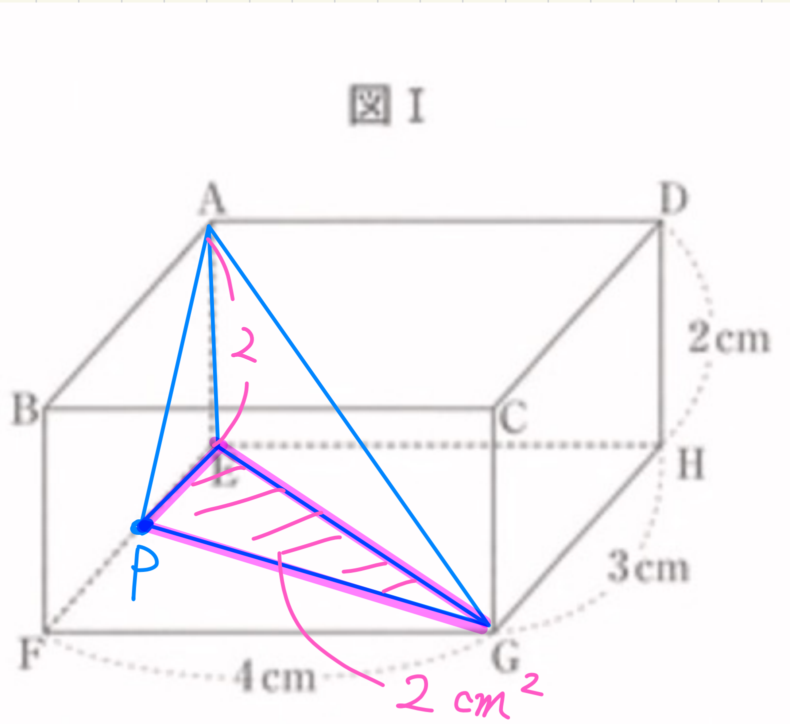
$$= 3 \times \frac{1}{3}$$

$$= 1\text{ cm}$$



したがって △PEG の面積は、

$$\frac{1}{2} \times 1 \times 4 = 2\,\text{cm}^2$$



以上より 三角錐 AEPG の体積は、

$$\underbrace{2}_{\triangle PEG} \times \underbrace{2}_{AE} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}\,\text{cm}^3$$