2021年度　宮崎県

数学

KmKm

第一問

1. 与式 $= -14+5$

$= \underset{\sim\sim}{-9}$

2. 与式 $= \frac{3}{2} \times (-4)$

$= -6$

3. $2a^2b^3 \div ab = 2ab^2$ より $a=3$, $b=-2$ を代入して

$$2ab^2 = 2\times3\times(-2)^2$$
$$= 2\times3\times4$$
$$= 24$$

4. $4a-5b=3c$

$\Leftrightarrow 4a = 5b+3c$

$\Leftrightarrow a = \frac{5b+3c}{4}$ (もしくは、$a = \frac{5}{4}b + \frac{3}{4}c$)

5. 与式 $= 3\sqrt{3} + \frac{3}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$= 3\sqrt{3} + \frac{3\sqrt{3}}{3}$

$= 3\sqrt{3} + \sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}$

6. 与式 $= (x+5y)(x-5y)$

7.

ア：表より 0〜60分 に 8人いる。この8人のうち、学習時間が 0分の人もいる可能性があるため、誤り

イ：最頻値：データのなかで最も度数が高い階級値。

表より、最も度数が高いのは、60〜120分であり、そのときの階級値は、

$$\frac{60+120}{2} = \frac{180}{2} = 90\text{分}$$

よって正しい

ウ.

学習時間（分）	度数（人）	階級値
以上　未満		
0 〜 60	8	30
60 〜 120	13	90
120 〜 180	11	150
180 〜 240	6	210
240 〜 300	2	270
合計	40	

$\cdots \frac{0+60}{2} = 30$

$\cdots \frac{60+120}{2} = 90$

$\cdots \frac{120+180}{2} = 150$

$\cdots \frac{180+240}{2} = 210$

$\cdots \frac{240+300}{2} = 270$

よって、平均値は、

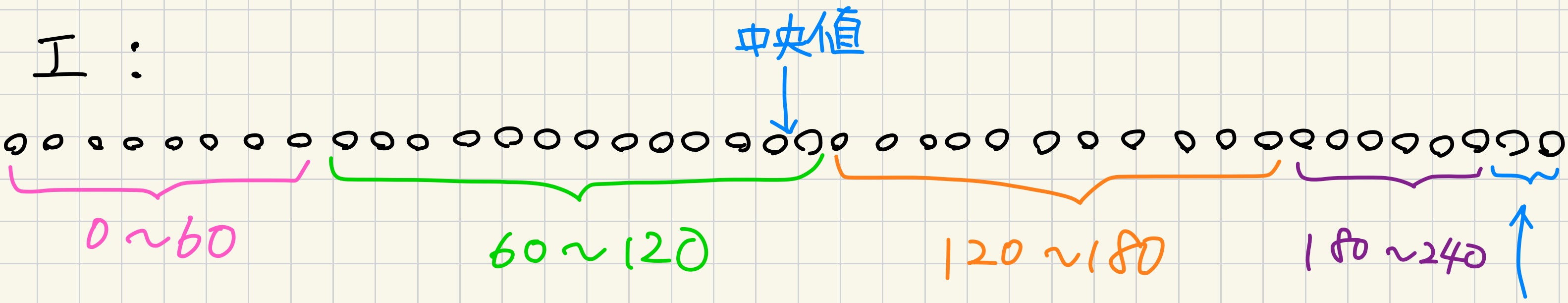
$$\frac{30\times 8+90\times 13+150\times 11+210\times 6+270\times 2}{40}$$

$$=\frac{240+1170+1650+1260+540}{40}$$

$$=\frac{4860}{40}=121.5$$

よって誤り

エ：



中央値は、60~120分の間にあるので、誤り

オ：

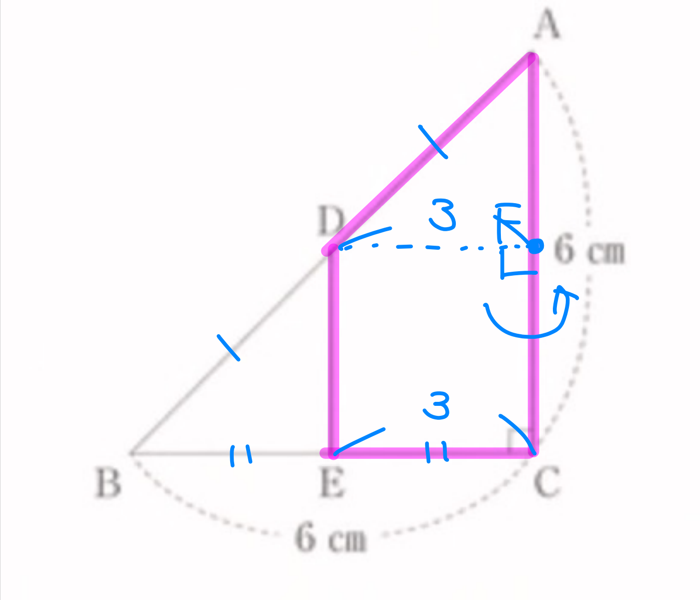
$$\text{相対度数}=\frac{2}{40}$$

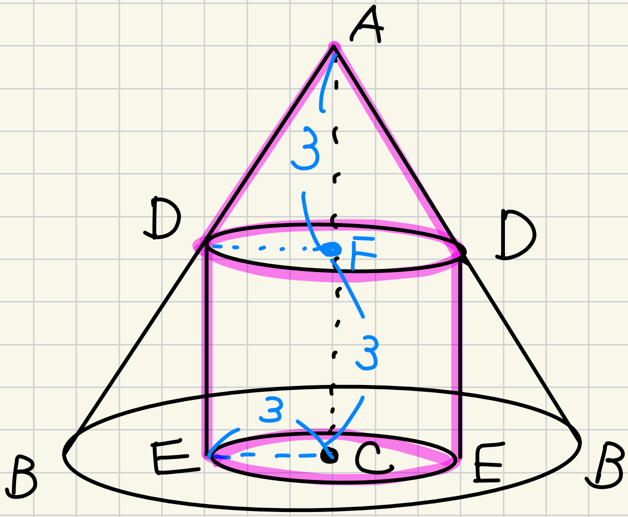
$$=0.05$$

よって正しい

以上より、答えは、イ、オ

8.





DからACに垂線を下ろした足をFとする。
DはABの中点であり DF//BC なので、中点連結定理より、

$AF = FC \Rightarrow$ FはACの中点。

$AC = 6cm$ より、

$AF = FC = 3cm$

よって、求める体積は、

$$\underbrace{3 \times 3 \times \pi \times 3}_{\text{円柱}} + \underbrace{3 \times 3 \times \pi \times 3 \times \frac{1}{3}}_{\text{円錐}}$$

$= 27\pi + 9\pi$

$= 36\pi \ cm^3$

第二問

1. (1) $10a+b$

(2) $P=10a+b$，十の位と一の位を入れ替えた
2けたの自然数Qは，$Q=10b+a$ と表せる．

$$P-Q=10a+b-(10b+a)$$
$$=10a+b-10b-a$$
$$=9a-9b$$
$$=9(a-b)$$

$P-Q=63$ より
$$9(a-b)=63$$
両辺÷9
$$\therefore a-b=7.$$
$$\Leftrightarrow a=b+7$$

(i) $b=1$ のとき
$a=1+7=8$ $\therefore P=81$
81は奇数なので適する．

(ii) $b=2$ のとき．
$a=2+7=9$ $\therefore P=92$
92は偶数なので不適

(iii) $b>3$ のとき
$a=b+7>10$ で，a は2けたの自然数
になるので不適

以上より，求める自然数は 81

2.

(1)

最初：Aに2個、Bに2個、Cに0個

1回まわしたとき：Aに2個、Bに1個、Cに1個

したがって、1回まわしたとき、BからCに球を1回移せば良い ⇒ 3に止まったとき。
円盤は1〜4に止まるので、円盤の数字の出方は4通りで、そのうち、3に止まるのは1通り。したがって、求める確率は

$$\frac{1}{4}$$

(2) 樹形図は以下の通り

1（A B C：1 3 0）

	A	B	C	
1	0	4	0	
2	0	4	0	
3	1	2	1	○
4	1	3	0	

2（A B C：1 3 0）

	A	B	C	
1	0	4	0	
2	0	4	0	
3	1	2	1	○
4	1	3	0	

3（A B C：2 1 1）

	A	B	C	
1	1	2	1	○
2	1	2	1	○
3	2	0	2	○
4	2	1	1	○

4（A B C：2 2 0）

	A	B	C	
1	1	3	0	
2	1	3	0	
3	2	1	1	○
4	2	2	0	

円盤の数字の出方は、全部で16通り。そのうちCに少なくとも1個は球が入っているのは7通り。よって、求める確率は

$$\frac{7}{16}$$

Cに1個か2個入っていれば良い。

3.

(1) Aは $y=x^2$ 上にあり、$x=-2$ なので

$y=(-2)^2=4$　　∴ $A(-2,4)$

Bは $y=x^2$ 上にあり、$x=1$ なので

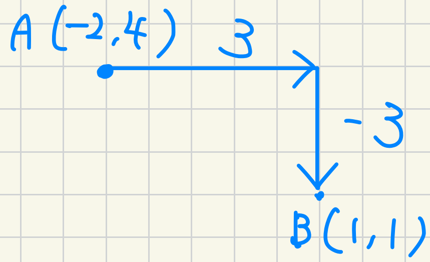
$y=1^2=1$　　∴ $B(1,1)$

よって、直線ABの式を $y=mx+n$ とおくと、1次関数では傾き＝変化の割合なので

$$m=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$=\frac{1-4}{1-(-2)}$$

$$=\frac{-3}{3}=-1$$



(2) 直線ABは $y=-x+n$ で、$B(1,1)$ を通るので

$1=-1+n \Rightarrow n=2$

したがって、直線ABは $y=-x+2$

Cは$y=-x+2$上にあり、$y=-2$なので、

$$-2=-x+2 \quad \therefore\ x=4$$

$\therefore\ C(4,-2)$

$y=ax^2$はC$(4,-2)$を通るので、

$$-2=a\times4^2$$

$$16a=-2 \quad \therefore\ a=-\frac{1}{8}$$

4.

(1)

商品B ＝ $\underbrace{\text{商品A}}_{x\text{箱}}$の半分

$=\frac{1}{2}x$ 個

商品C ＝ $\underbrace{\text{商品B}}_{\frac{1}{2}x\text{箱}}$の3倍

$=\frac{3}{2}x$ 箱

(2)

$\underbrace{\text{商品A}}_{x\text{箱}}$ ＝ ドーナツ2個 ＋ カップケーキ1個

⇒ ドーナツ$2x$個, カップケーキx個

商品B ＝ ドーナツ4個 ＋ カップケーキ2個
$\frac{1}{2}x$箱

⇒ドーナツ $\frac{1}{2}x \times 4 = 2x$個
カップケーキ $\frac{1}{2}x \times 2 = x$個

商品C ＝ ドーナツ1個 ＋ カップケーキ2個
$\frac{3}{2}x$個

⇒ドーナツ $\frac{3}{2}x$個，カップケーキ $\frac{3}{2}x \times 2 = 3x$個

したがって，ドーナツは

$$2x + 2x + \frac{3}{2}x = \frac{11}{2}x \text{ 個}$$

これが176個なので

$$\frac{11}{2}x = 176$$

$$11x = 352 \quad \therefore x = 32$$

また，カップケーキは．

$$x + x + 3x = 5x \text{ 個}$$

$x = 32$ より

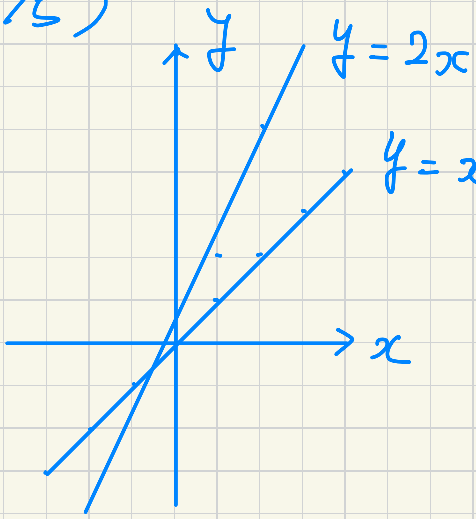
$$5x = 5 \times 32$$
$$= 160 \text{ 個}$$

第三問

1.

$y=ax+b$ において、a の値を大きくすると、傾きは急になる。

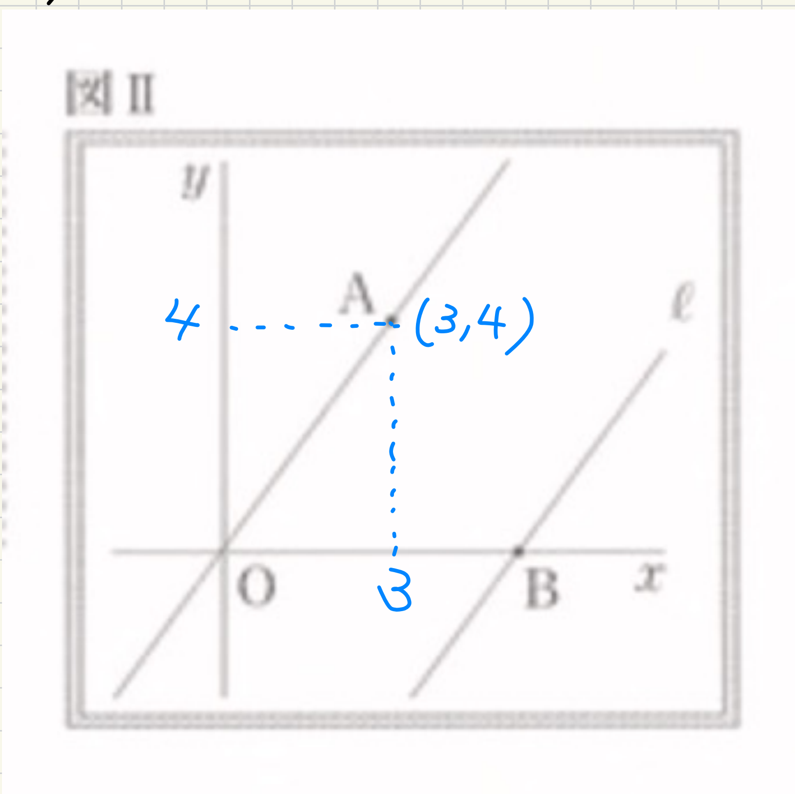
(参考)



したがって、ア～エのうち、$y=x$ より傾きが急になっているのは、ウ

2.

(1)



三平方の定理より

$$OA=\sqrt{3^2+4^2}$$

$$=5$$

(2) 直線 OA の式を $y=ax$ とおくと、A(3,4)を通るので、

$$4=3a \iff a=\frac{4}{3}$$

よって，直線OAは $y=\frac{4}{3}x$．ℓ の式を $y=mx+n$ とおくと，OAと ℓ は平行なので，傾きが等しい．
よって，ℓ の式は

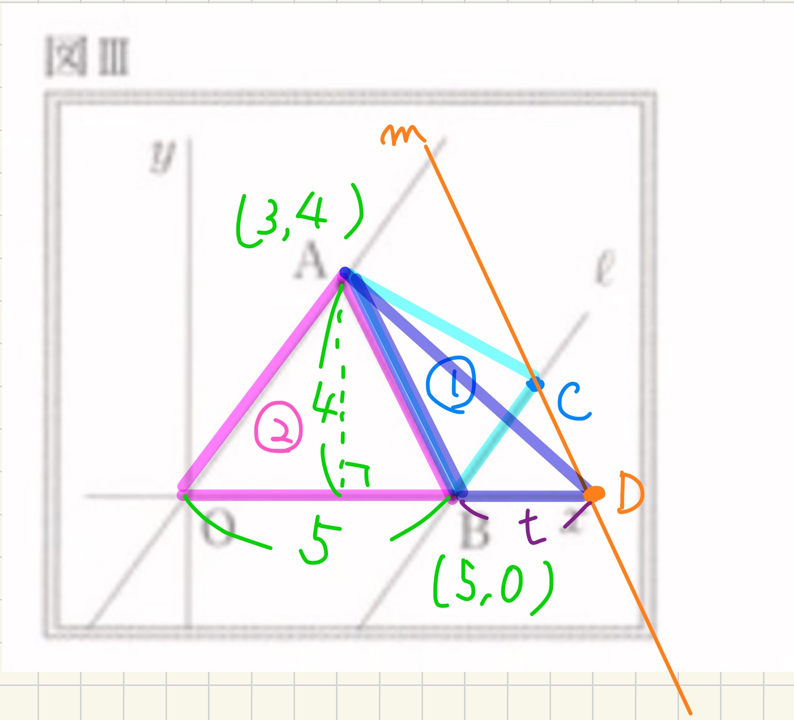
$$y=\frac{4}{3}x+n$$

とおける。ℓ は B(5,0) を通るので

$$0=\frac{4}{3}\times5+n \Leftrightarrow n=-\frac{20}{3}$$

したがって，ℓ の式は，$y=\frac{4}{3}x-\frac{20}{3}$

(3)



△ABOの面積は，

$$\frac{1}{2}\times5\times4=10.$$

$$\triangle ABC:\underbrace{\triangle ABO}_{10}=1:2$$

より

$$2\triangle ABC=10$$

$$\therefore \triangle ABC=5$$

点Cを通り直線ABと平行な直線を引く。
この直線をmとする。mの式を $y=ax+b$ とおく
また，mとx軸の交点をDとする。
等積変形より，$\triangle ABC=\triangle ABD \Rightarrow \triangle ABD=5$

BD = t とおくと.

$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times t \times 4$

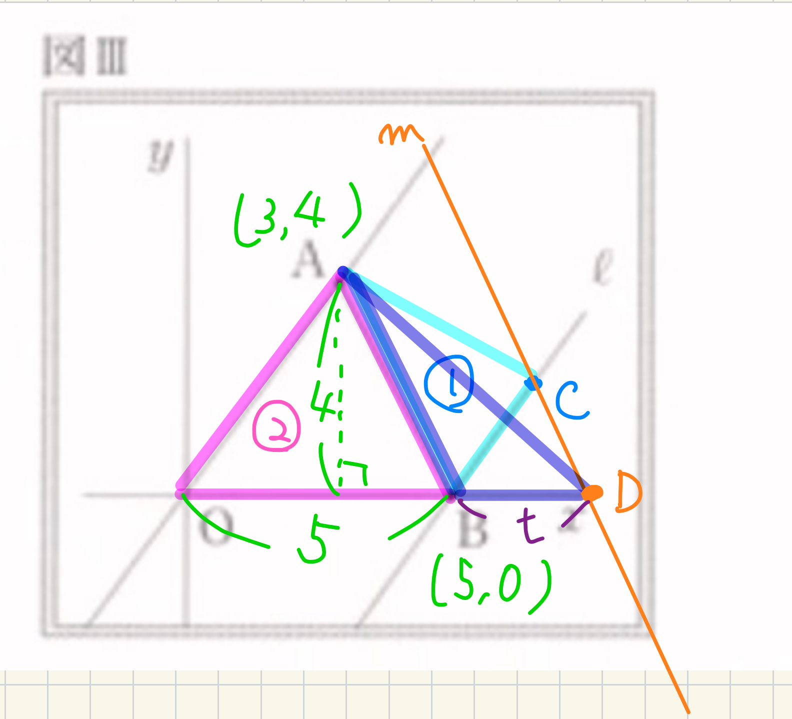
$= 2t$.

$\triangle ABD = 5$ より

$2t = 5 \Leftrightarrow t = \frac{5}{2}$

よって, 点Dの座標は.

$D(5 + \frac{5}{2}, 0) = D(\frac{15}{2}, 0)$.



直線ABは
A(3,4). B(5,0)を
通るので. $y = cx + d$ とおくと.

$4 = 3c + d$ ――①

$-) \ 0 = 5c + d$ ――②

$4 = -2c$

$c = -2$

$c = -2$ を②に代入して

$0 = 5 \times (-2) + d \quad \therefore d = 10$

$\therefore AB : y = -2x + 10$

平行な直線は. 傾きが等しいので.

$m : y = -2x + n$ とおける.

$D\left(\frac{15}{2}, 0\right)$ を通るので

$$0 = -2 \times \frac{15}{2} + n \iff n = 15$$

$\therefore$ m : $y = -2x + 15$

C は ℓ と m の交点なので

$$\begin{cases} y = \frac{4}{3}x - \frac{20}{3} & \text{—— ③} \\ y = -2x + 15 & \text{—— ④} \end{cases}$$

③ を ④ に代入して

$$\frac{4}{3}x - \frac{20}{3} = -2x + 15$$

両辺 $\times 3$

$$4x - 20 = -6x + 45$$

$$10x = 65$$

$$x = \frac{65}{10} = \frac{13}{2}$$

$x = \frac{13}{2}$ を ④ に代入して

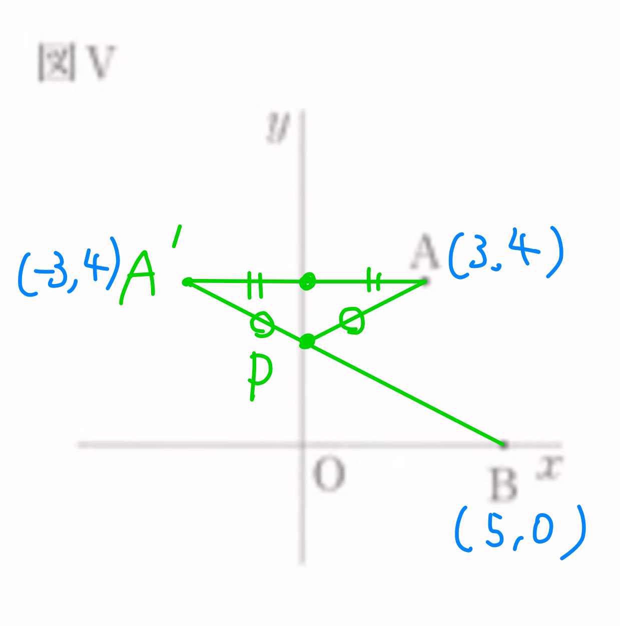
$$y = -2 \times \frac{13}{2} + 15$$

$$= -13 + 15$$

$$= 2$$

よって、点 C の座標は $\left(\frac{13}{2}, 2\right)$

(4)



Aとy軸について対称な点をA'とする。

$AP = A'P$ より

$AP + PB = A'P + PB$

したがって、$AP + PB$ が最小となるのは、$A'P + PB$ が最小となることである ⇒ A', P, B は1つの直線上である。

A'(−3, 4), B(5, 0) より、直線A'Bの式を $y = ax + b$ とおくと、

$$
\begin{array}{rrcl}
 & 4 &=& -3a + b \quad \text{—— ⑤} \\
-) & 0 &=& 5a + b \quad \text{—— ⑥} \\
\hline
 & 4 &=& -8a \qquad \therefore a = -\frac{1}{2}
\end{array}
$$

$a = -\frac{1}{2}$ を⑥に代入して、

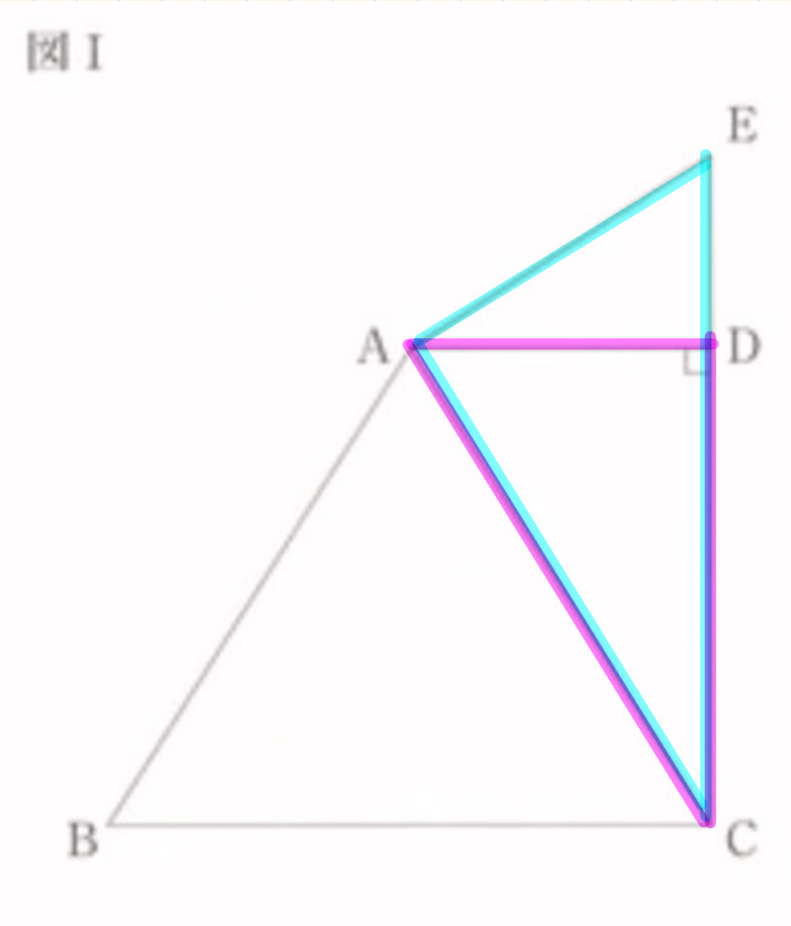
$$0 = 5 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + b \iff b = \frac{5}{2}$$

$\therefore$ A'B : $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

点Pは、A'Bのy切片であるから、点Pのy座標は、$\frac{5}{2}$ である。

第四問

1.



△ACDと△ECAにおいて、

仮定から

$\angle ADC = \angle EAC = 90^\circ$ —— ①

共通な角だから

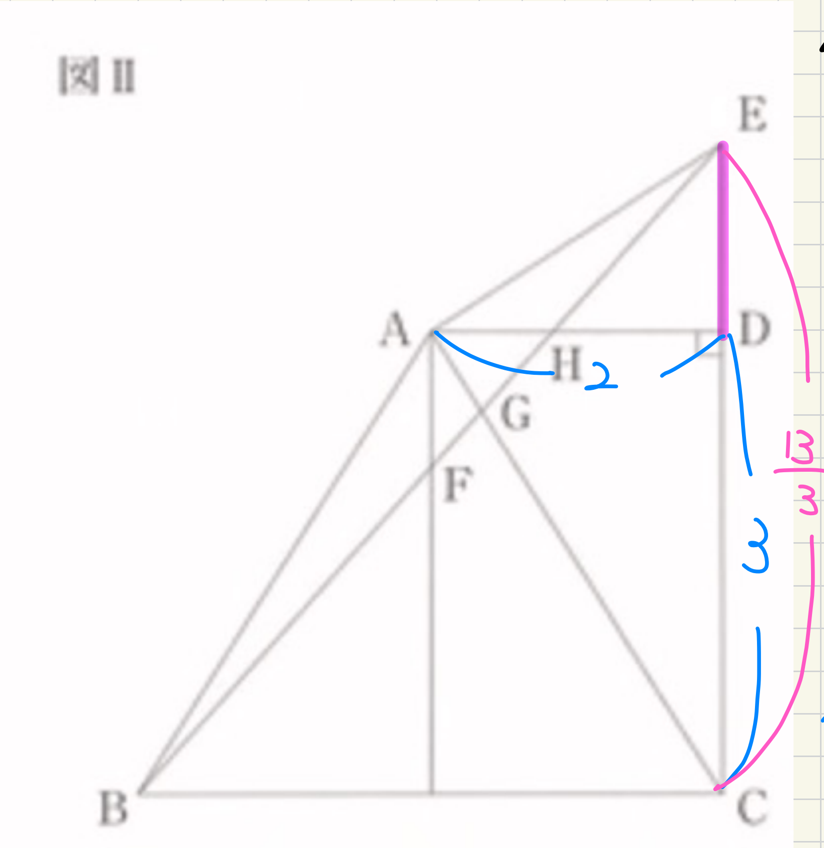
$\angle ACD = \angle ECA$ —— ②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、

△ACD ∽ △ECA（証明終わり）

2.

(1)



△ACDで三平方の定理より

$AC=\sqrt{2^2+3^2}$　　$=\sqrt{4+9}$

　　　$=\sqrt{13}$　　　$=\sqrt{13}$

1より △ACD ∽ △ECA なので、対応する辺の比は等しいから

$\underbrace{AC}_{\sqrt{13}} : EC = \underbrace{CD}_{3} : \underbrace{CA}_{\sqrt{13}}$

$\therefore\ 3EC = 13$

$EC = \dfrac{13}{3}$

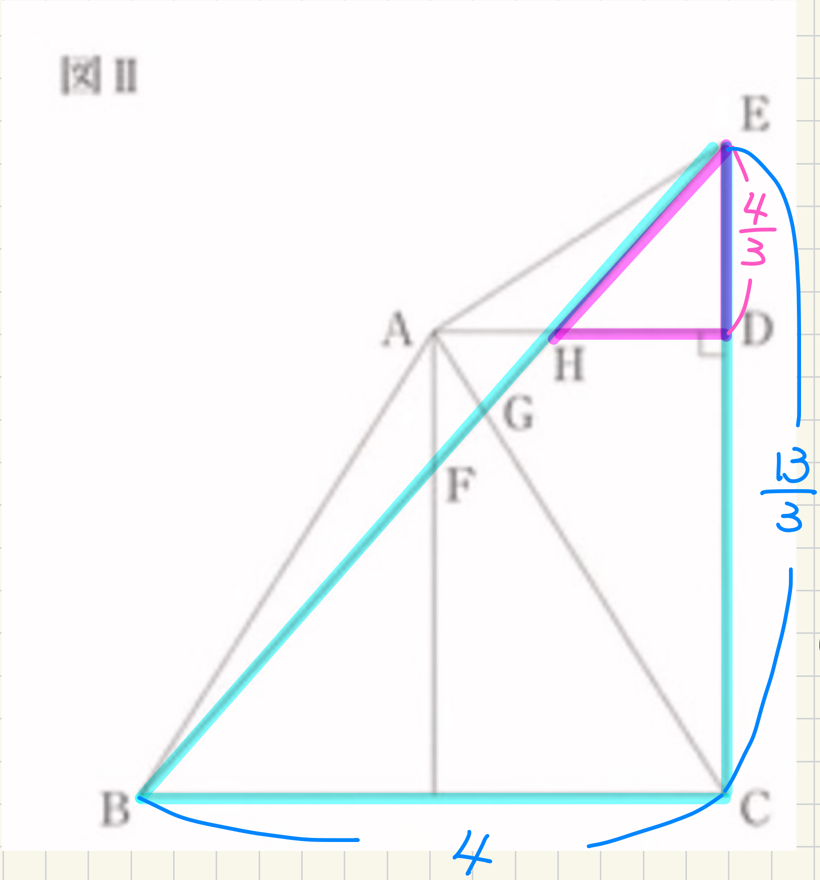
よって、

$DE = EC - CD$

$= \dfrac{13}{3} - 3$　　$= \dfrac{13}{3} - \dfrac{9}{3}$

$= \dfrac{4}{3}$ cm　　$= \dfrac{4}{3}$

(2)



△EHDと△EBCにおいて

ADll BCより

HDllBC。よって、同位角が等しいから

∠EHD＝∠EBC ―①

∠EDH＝∠ECB ―②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので

△EHD ∽ △EBC

ここで、仮定より BC＝2AD なので

$BC = 2 \times 2$

$= 4$ cm

相似な三角形の対応する辺の比は等しいから

$\underbrace{ED}_{\frac{4}{3}} : \underbrace{EC}_{\frac{13}{3}} = HD : \underbrace{BC}_{4}$

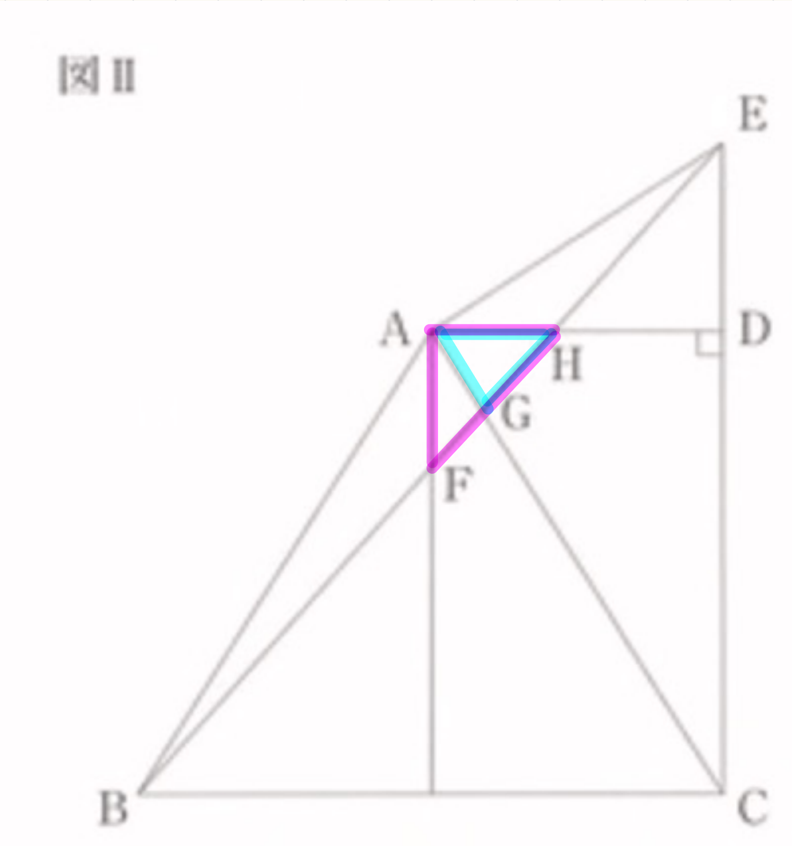
$\Leftrightarrow 4 : 13 = HD : 4$

$13HD = 16 \qquad \therefore HD = \frac{16}{13}$

よって、△EHDの面積は

$\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{16}{13} = \frac{32}{39}$ cm^2

(3) 難問

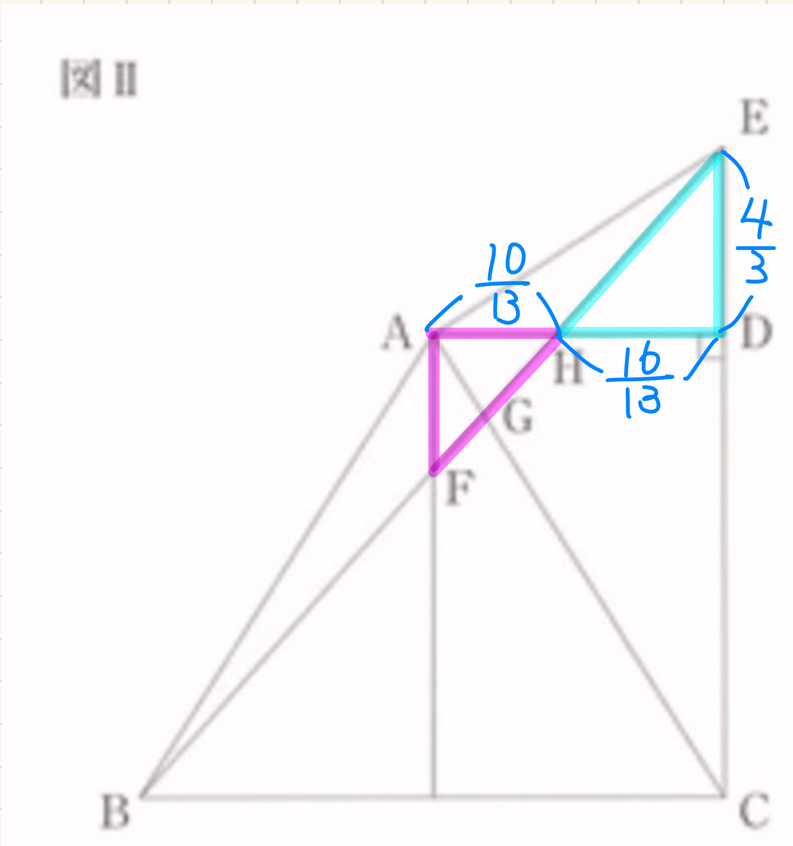


〈方針〉

△AFH と △AGH の面積を求める。

FH と GH を底辺とすると、高さは等しいので、
△AFH : △AGH = FH : GH
※面積比 = 底辺比

△AFHの面積について



△AFH と △DEH において
∠FAH = ∠EDH = 90° —①
対頂角は等しいから
∠AHF = ∠DHE —②
①, ② より 2組の角がそれぞれ等しいので
△AFH ∽ △DEH

ここで, AD = 2 cm, 2 (2) より HD = $\frac{16}{13}$ cm なので.

$$AH = 2 - \frac{16}{13} = \underline{\frac{10}{13}\text{cm}}$$

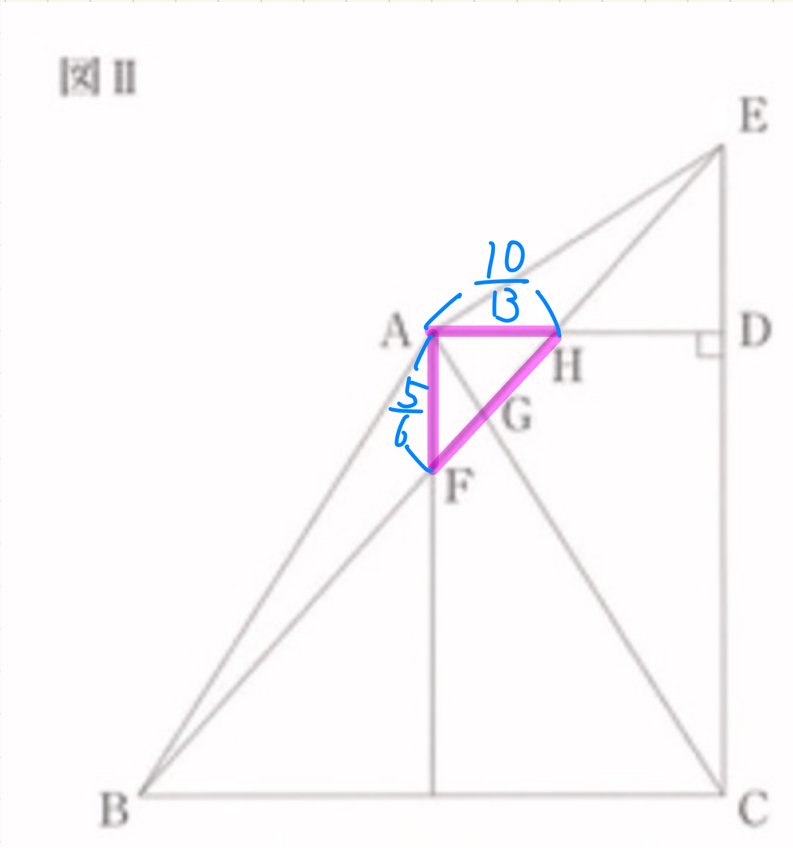
対応する辺の比は等しいから.

$$AF : \underbrace{DE}_{\frac{4}{3}} = \underbrace{AH}_{\frac{10}{13}} : \underbrace{DH}_{\frac{16}{13}}$$

$$\Leftrightarrow AF : \frac{4}{3} = 10 : 16$$

$$= 5 : 8$$

$$\therefore 8AF = \frac{20}{3} \qquad \therefore AF = \frac{20}{3} \times \frac{1}{8} = \underline{\frac{5}{6}\text{cm}}$$

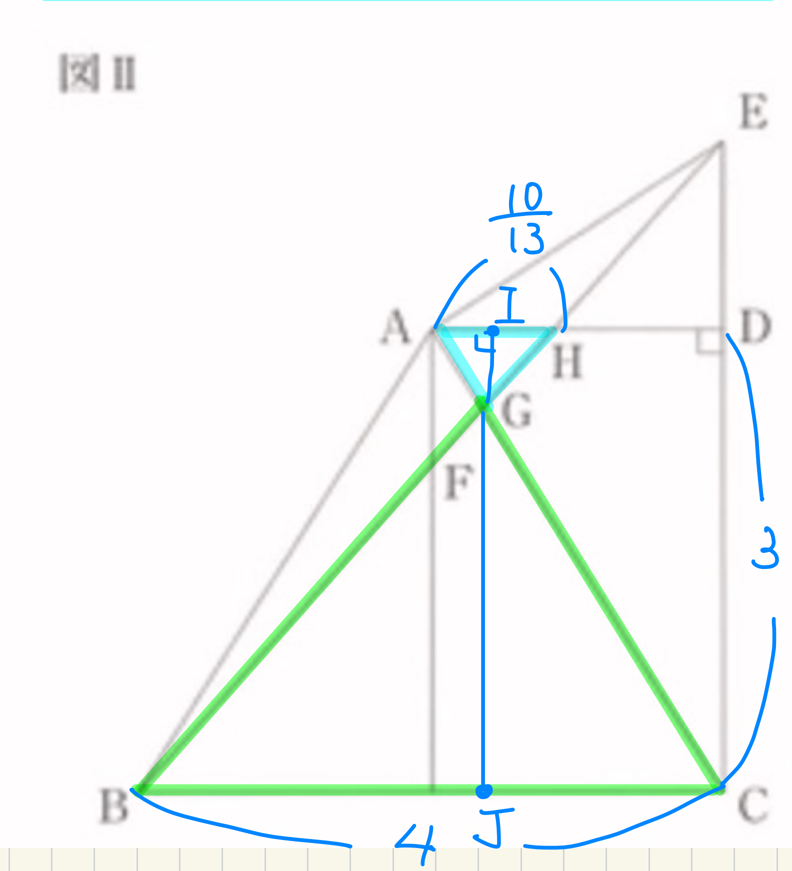


よって. △AFHの面積は.

$$\frac{1}{2} \times \frac{10}{13} \times \frac{5}{6}$$

$$= \underline{\frac{25}{78}\text{cm}^2}$$

△AGHの面積について



△AGHと△CGBにおいて,

AH∥BCより錯角が等しいので

∠GAH＝∠GCB ―③

∠GHA＝∠GBC ―④

③,④より2組の角がそれぞれ等しいので

△AGH∽△CGB

相似比は

$$AH : CB = \frac{10}{13} : 4$$

$$= 10 : 52$$

$$= 5 : 26$$

GからAHに垂線を下ろした足をI, GからBCに垂線を下ろした足をJとすると

$$GI : GJ = 5 : 26$$

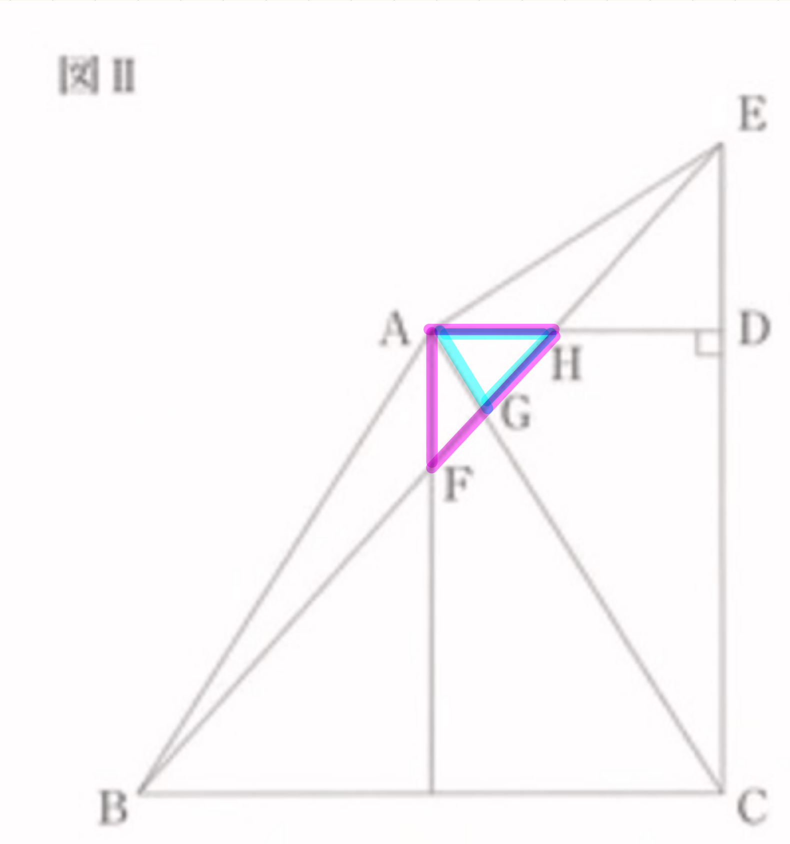
ここで, IJ＝DCより. IJ＝3cm. よって

$$GI = 3 \times \frac{5}{5+26}$$

$$= \frac{15}{31} \text{ cm}.$$

よって，△AGHの面積は，

$$\frac{1}{2}\times\frac{10}{13}\times\frac{15}{31}=\frac{75}{13\times31}$$



△AFHと△AGHにおいて，底辺をそれぞれAF，GHとすると，高さは等しいので，面積比＝底辺比となる。

よって，

$$\begin{aligned}
FH:GH &= \triangle AFH : \triangle AGH\\
&= \frac{25}{78} : \frac{75}{13\times31} && \div 25\\
&= \frac{1}{78} : \frac{3}{13\times31} && \text{78を素因数分解}\\
&= \frac{1}{2\times3\times13} : \frac{3}{13\times31} && \times 13\\
&= \frac{1}{6} : \frac{3}{31} && \times 186\ (\text{6，31の最小公倍数})\\
&= 31:18
\end{aligned}$$