2021年度　山形県

数学

KmKm

$\boxed{1}$

1.

(1) 与式 $= 2-(-5)$

$= 2+5$

$= 7$

(2) 与式 $= \left(\frac{4-9}{12}\right) \times \frac{6}{5}$

$= -\frac{5}{12} \times \frac{6}{5}$

$= -\frac{1}{2}$

(3) 与式 $= \frac{16x^2 \times 9xy^2}{12xy}$

$= 12x^2y$

(4) 与式 $= 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$

$= -2\sqrt{2}$

※ $\frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{2}$

$= 5\sqrt{2}$

2. 式を整理すると.

$3x^2 - 10x - 8 = -8x - 5$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 3 = 0$

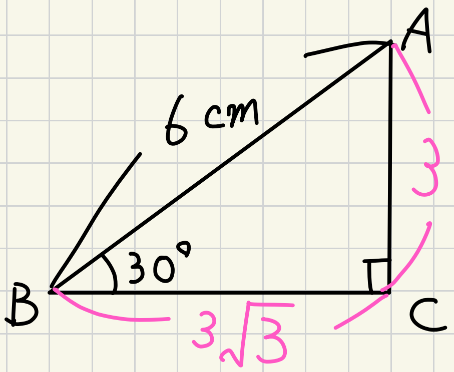
解の公式より

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 3 \times (-3)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{2 \pm 2\sqrt{10}}{6}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$$

3.



△ABCは，30°－60°－90°の直角三角形なので．

$$AC : \underbrace{AB}_{6} : BC = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

よって．

$AC : 6 = 1 : 2$　　$2AC = 6$　　$\therefore AC = 3$

$6 : AB = 2 : \sqrt{3}$　　$2AB = 6\sqrt{3}$　　$\therefore AB = 3\sqrt{3}$

したがって，三角柱の体積は．

$$\underbrace{\frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3}}_{\triangle ABC} \times \underbrace{4}_{BE} = 18\sqrt{3}\ cm^3$$

4.

箱A：$(1,2)$, $(1,3)$, $(2,3)$

$1+2=3$　$1+3=4$　$2+3=5$

よって確率は $\frac{1}{3}$

箱B：$(4,5)$, $(4,6)$, $(5,6)$

$4+5=9$　$4+6=10$　$5+6=11$

よって確率は $\frac{1}{3}$

箱C：$(7,8)$, $(7,9)$, $(7,10)$, $(8,9)$, $(8,10)$, $(9,10)$

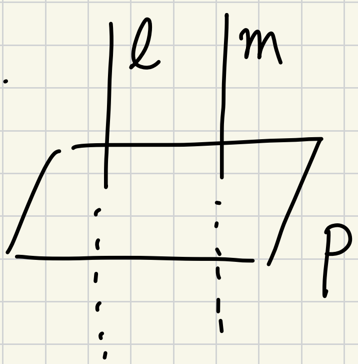
$7+8=15$　$7+9=16$　$7+10=17$　$8+9=17$　$8+10=18$　$9+10=19$

よって確率は $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

以上より、起こりやすさはどの箱も同じである。
答えは、エ

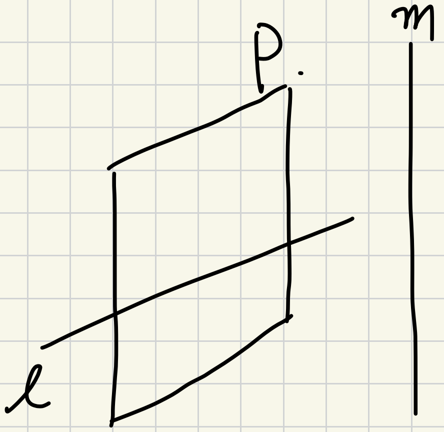
5.

ア.



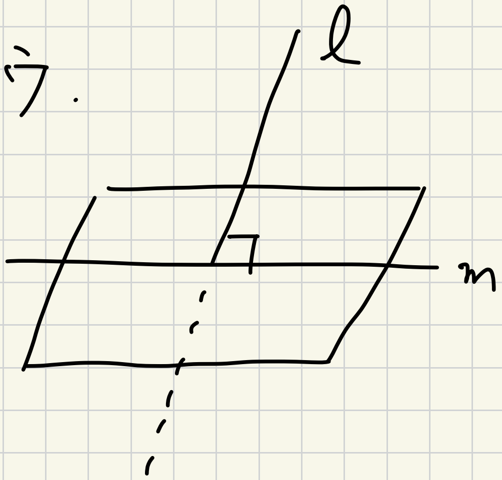
$l \parallel m$ のとき、l と m は、平面Pで交わるが、l と m は交わらない。
よって誤り

イ.



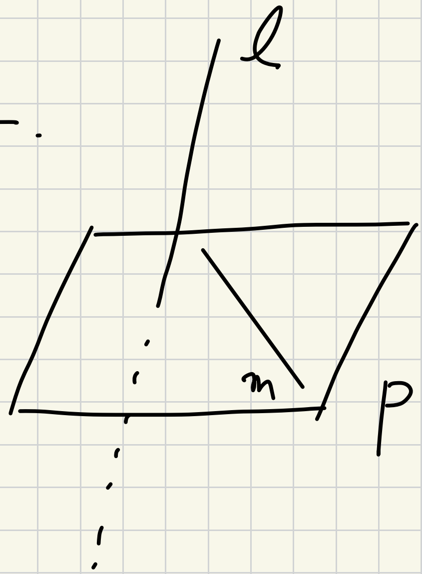
左図の場面、$\ell \parallel$ 平面P,
$m \parallel$ 平面P であるが、$\ell \parallel m$
でない。
よって誤り。

ウ.



左図の場合 平面P上にある
直線 $m \perp \ell$ であるが.
平面 $P \perp \ell$ でない.
よって誤り

エ.

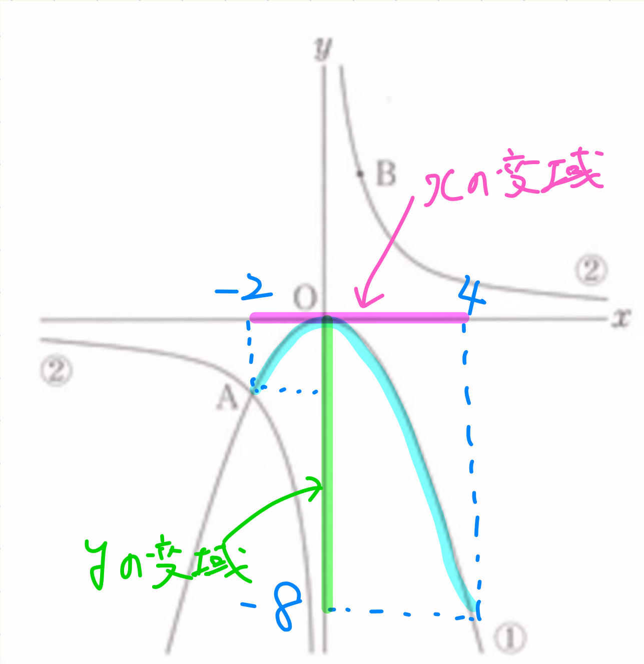


左図のように、ねじれの位置
にある。
ねじれの位置：交わらない！
平行でない！

よって、答えは、エ

$\boxed{2}$

(1)



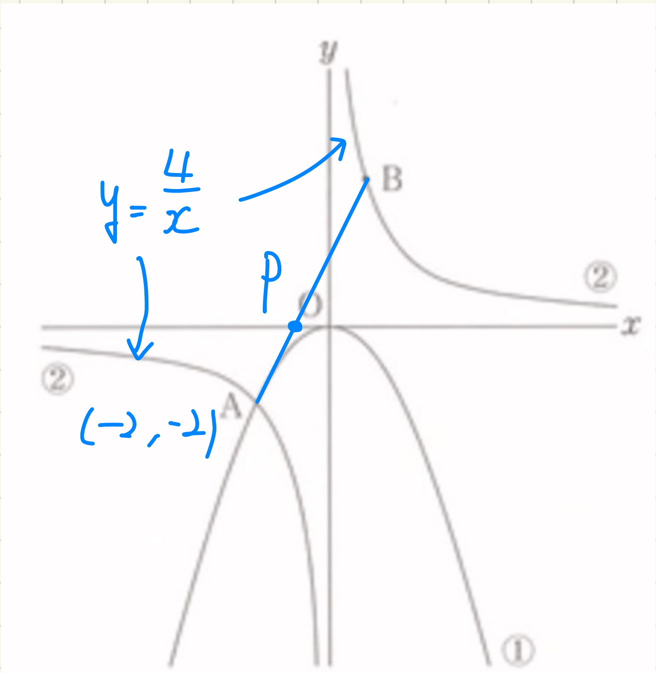
$x=4$ のとき.

$$y=-\frac{1}{2}\times 4^2$$
$$=-\frac{1}{2}\times 16$$
$$=-8$$

よって y の変域は.

$$-8\leqq y\leqq 0$$

(2) $AP+PB$ が最小 $\Rightarrow$ AB上に P があるとき.



点 A は $y=-\frac{1}{2}x^2$ 上にあり

$x=-2$ なので.

$$y=-\frac{1}{2}\times(-2)^2$$
$$=-\frac{1}{2}\times 4$$
$$=-2.\quad\therefore A(-2,-2)$$

また, ① のグラフを $y=\frac{a}{x}$ と

おくと. $A(-2,-2)$ を通るので.

$$-2=\frac{a}{-2}\Leftrightarrow a=4$$

よって. ① : $y=\frac{4}{x}$

点Bは $y=\frac{4}{x}$ 上にあり、$x=1$ なので、

$$y=\frac{4}{1}=4 \qquad \therefore B(1,4)$$

直線ABの式を $y=ax+b$ とおくと、$A(-2,-2)$、$B(1,4)$ を通るので、

$$\begin{array}{rl} -2=-2a+b & —① \\ -)\ 4=a+b & —② \\ \hline -6=-3a & \Rightarrow a=2 \end{array}$$

$a=2$ を②に代入して

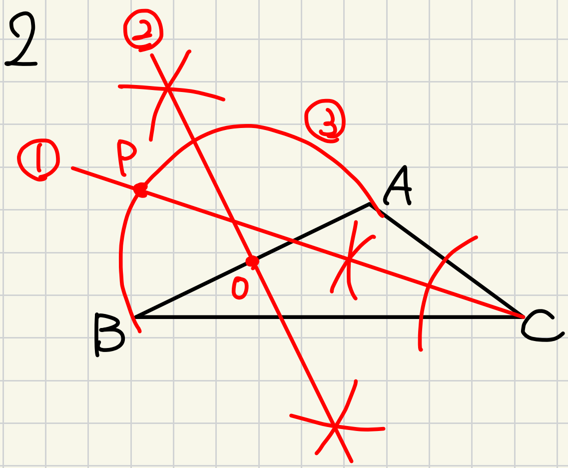
$$4=2+b \Rightarrow b=2$$

よって直線AB：$y=2x+2$。点Pは $y=2x+2$ 上にあり、$y=0$ なので

$$0=2x+2 \qquad \therefore x=-1$$

よって、点Pの x 座標は -1

2



① ∠ACBの二等分線を作図する

② ABの垂直二等分線を作図する。

③ ②とABの交点Oを中心として、半径OAの円を描く。

④ ①と③の交点がP

3.

(1)

(1次方程式)

大きい袋の枚数を x 枚とすると、小さい袋の枚数は、$50-x$ 枚である。

$$\underbrace{8x}_{\text{大袋}} + \underbrace{5(50-x)}_{\text{小袋}} \underbrace{+67}_{\text{余り}} = \underbrace{10x}_{\text{大袋}} + 6\underbrace{(50-x-2)}_{\text{小袋の枚数}-2\text{袋が}6\text{個入り}} + 5\times2$$

(連立方程式)

大きい袋の枚数を x 枚、小さい袋の枚数を y 枚とする。

$$\begin{cases} x+y=50 & \text{——①} \\ 8x+5y+67=10x+6(y-2)+5\times2 & \text{——②} \end{cases}$$

(2)

(1次方程式)

式を整理すると、

$$8x+250-5x+67=10x+300-6x-12+10$$

$$\Leftrightarrow 8x-5x-10x+6x=-250-67+300-12+10$$

$$-x=-19$$

$$x=19 \quad \cdots \text{大きい袋の枚数}$$

よって、里芋の個数は、

$$8\times19+5\times(50-19)+67$$

$$=152+155+67$$

$$=374 \text{ 個}$$

(連立方程式)

②式を整理すると.

$$8x+5y+67=10x+6y-12+10$$

$$\Leftrightarrow 8x-10x+5y-6y=-67-12+10$$

$$\Leftrightarrow -2x-y=-69$$

$$\Leftrightarrow 2x+y=69 \quad —— ③$$

① − ③ より

$$\begin{array}{rl} x+y=50 & —— ① \\ -)\ 2x+y=69 & —— ③ \\ \hline -x=-19 & \end{array}$$

$$x=19$$

$x=19$ を①に代入して

$$19+y=50 \quad \therefore y=31$$

よって, 里芋の個数は.

$$8\times19+5\times31+67=152+155+67$$

$$=374\text{個}$$

4.

最頻値を比べると,

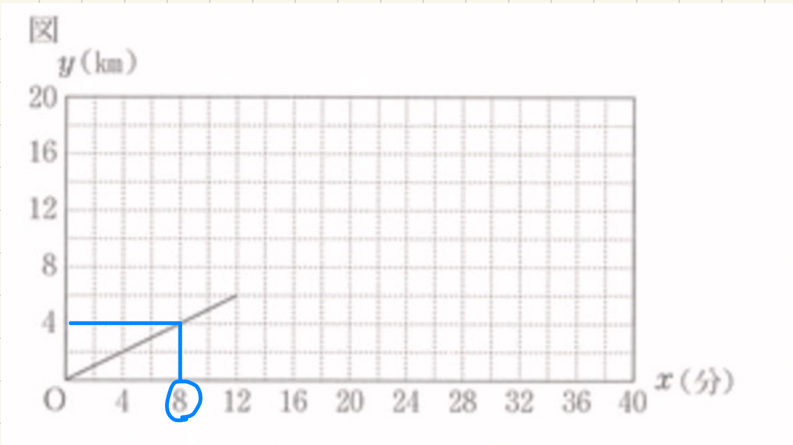
知也さん : 6 〜 7回 $\Rightarrow \dfrac{6+7}{2}=6.5\text{m}$

公太さん : 5 〜 6回 $\Rightarrow \dfrac{5+6}{2}=5.5\text{m}$

よって知也さんの方が大きいので. 本番では.
知也さんの方が公太さんよりも種を遠くに飛ばす
と予想できる.

$\boxed{3}$

1. (1)



グラフより

午前10時8分

(2)

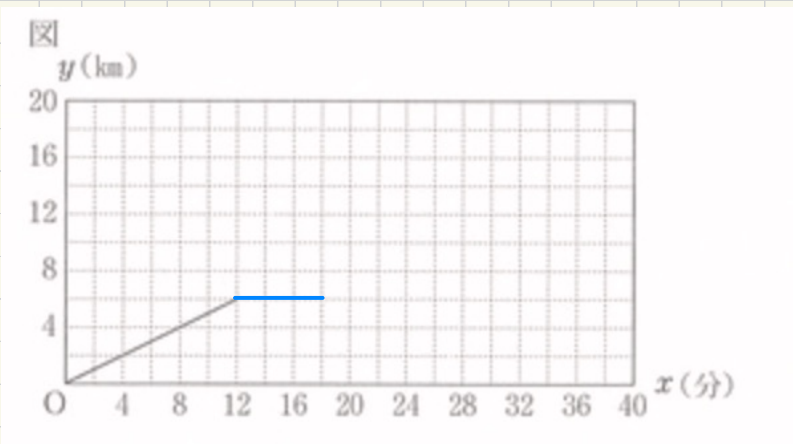
ア：$0 \leqq x \leqq 12$ では、グラフは原点と $(8, 4)$ を通るので、$y = ax$ とおくと、

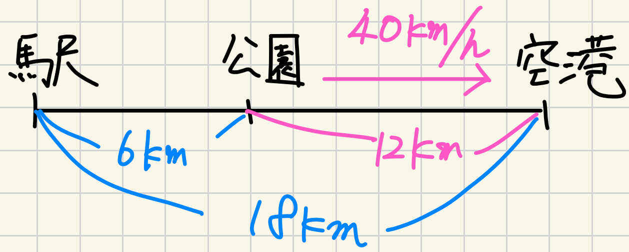
$$8 = 4a \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

よって、$y = \frac{1}{2}x$

イ：$12 \leqq x \leqq 18$ では $y = 6$ なので、

午前10時12分〜午前10時18分までは公園にいたことになる。





駅〜公園：6km

駅〜空港：18km

より、公園〜空港：$18 - 6 = 12$km

12kmの道のりを時速40kmで走ったので、かかる時間は

$$12 \div 40 = \frac{12}{40}$$

$$= \frac{3}{10} \text{時間} \quad \times 60$$

$$= 18\text{分}$$

公園を10時18分に出発したので、空港に着く時間は、10時36分。

よって、$18 \leqq x \leqq 36$

ウ. $18 \leqq x \leqq 36$ では、$(18, 6)$、$(36, 18)$ を通る直線なので、$y = ax + b$ とおくと、

$$6 = 18a + b \quad \text{——} ①$$

$$-)\ 18 = 36a + b \quad \text{——} ②$$

$$-12 = -18a$$

$$a = \frac{2}{3}$$

$a = \frac{2}{3}$ を①に代入して、

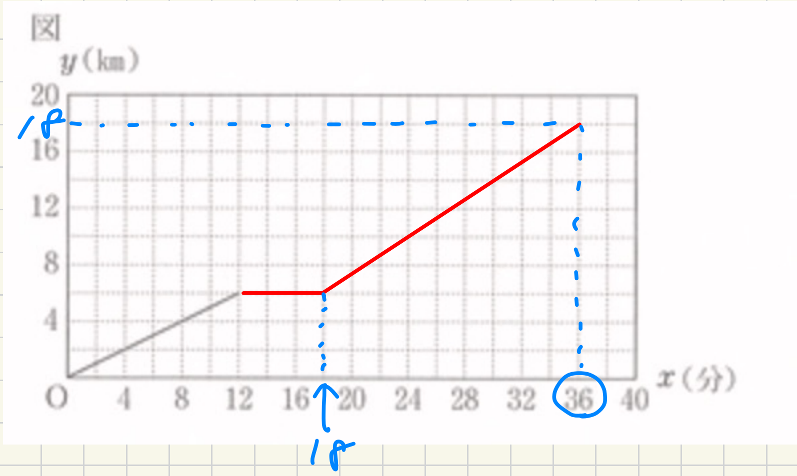
$$6 = 18 \times \frac{2}{3} + b$$

$$\therefore b = 6 - 12$$

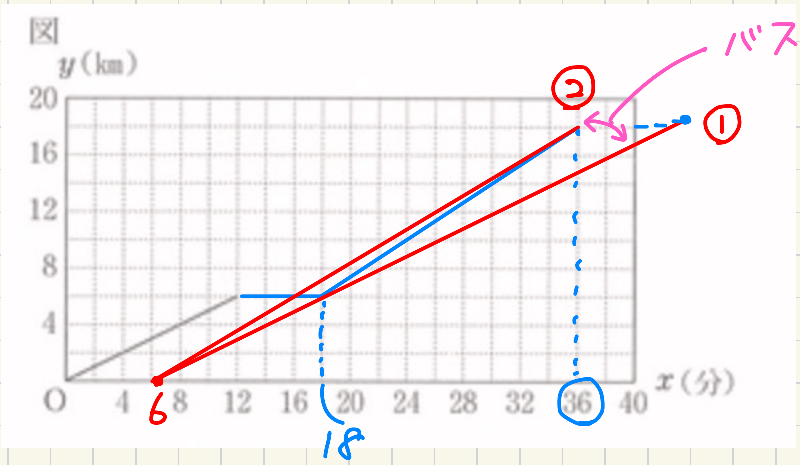
$$= -6$$

よって、$y = \frac{2}{3}x - 6$

グラフは、以下の通り。



2.



① 公園を自動車で出発したと同時に、バスが追いぬく。

12分間で6km進むので、速さは、

$\frac{12}{60} = \frac{1}{5}$ 時間

$6 \div \frac{1}{5} = 30$ km/h

② 空港に着くと同時にバスが追いぬく。

30分間で18km進むので、速さは、

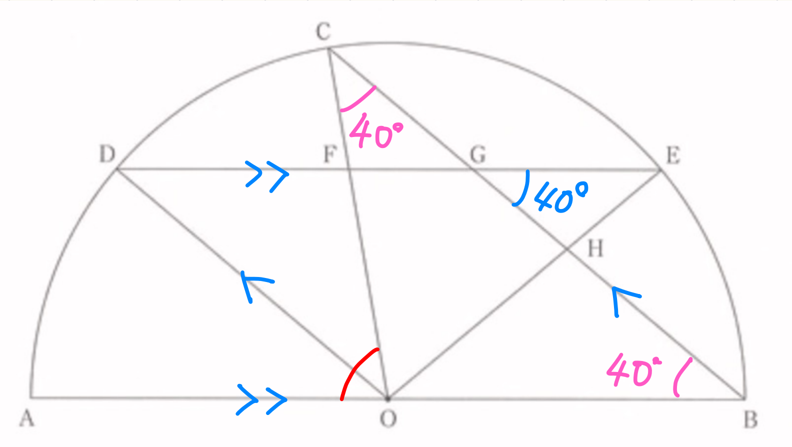
$\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$ 時間

$18 \div \frac{1}{2} = 36$ km/h

よって、㋓：30，㋔：36

4

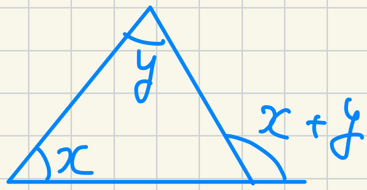
1.



AB // DEより錯角が等しいので
$\angle BGE = \angle OBC$
$\therefore \angle OBC = 40°$

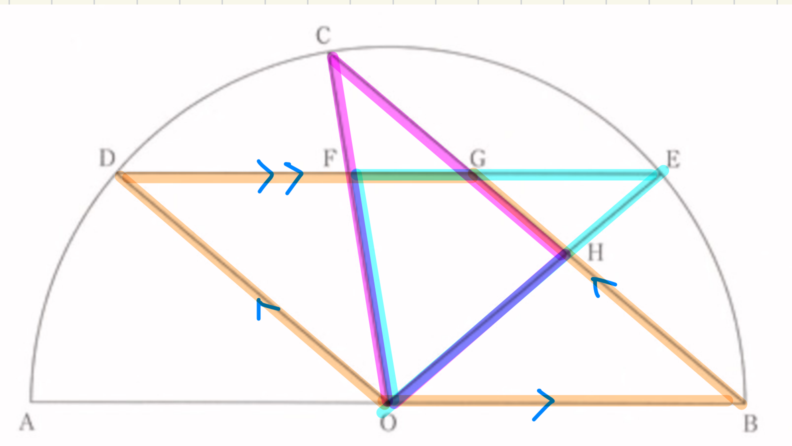
$\triangle OBC$において、OB, OCは半径なので、$OB = OC$
よって、$\triangle OBC$は二等辺三角形で、底角が等しいので、
$\angle OBC = \angle OCB$ $\therefore$ $\angle OCB = 40°$

三角形の外角の定理より



$\angle AOC = \angle OBC + \angle OCB$
$= 40° + 40° = 80°$

2.



$\triangle OCH$と$\triangle OEF$において、
共通だから
$\angle COH = \angle EOF$ —①
半円Oの半径だから
$OC = OE$ —②
$\triangle OCB$は$OC = OB$の二等辺三角形だから
$\angle OCH = \angle OBC$ —③
仮定より、□OBGDは平行四辺形であり、

平行四辺形の対角は等しいから

∠OBC = ∠ODE ―― ④

△ODE は OD = OE の二等辺三角形だから

∠ODE = ∠OEF ―― ⑤

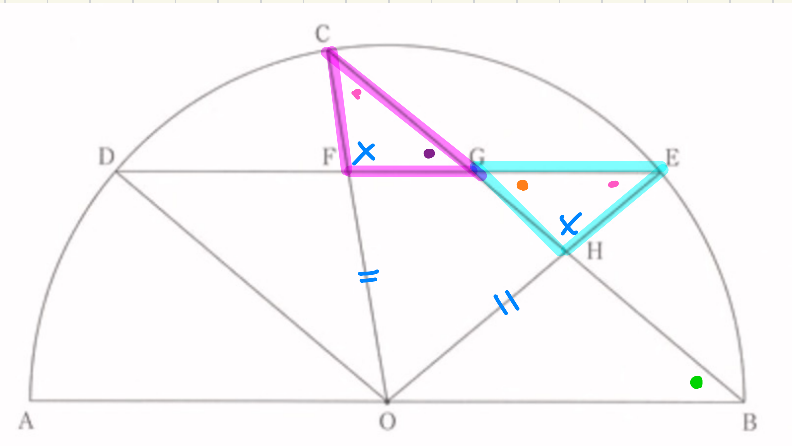
③, ④, ⑤ より

∠OCH = ∠OEF ―― ⑥

①, ②, ⑥ より1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

△OCH ≡ △OEF (証明終わり)

3. 難問



△CFG と △EHG において、

2. より △OCH ≡ △OEF なので、対応する辺, 角は等しいから、

OH = OF ―― ①

∠OCH = ∠OEF ⇒ ∠FCG = ∠HEG ―― ②

△OCB は二等辺三角形なので、

OC = OB ―― ③

∠OCB = ∠OBC ―― ④

DE // AB より錯角が等しいので、

∠OBC = ∠HGE ―― ⑤

対頂角は等しいので、

∠HGE = ∠CGF ―― ⑥

②.④.⑤.⑥より△CFGと△EHGは底角が等しい二等辺三角形である。よって

$$\underbrace{\angle CFG}_{180^\circ-\cdot-\cdot} = \underbrace{\angle EHG}_{180^\circ-\cdot-\cdot} \quad \text{—⑦}$$

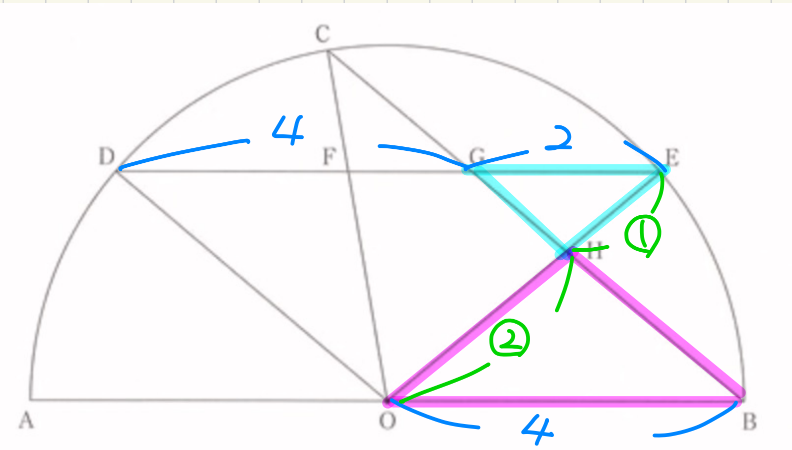
①,③より

$$\begin{aligned} CF &= OC - OF \\ EH &= OE - OH \end{aligned} \Rightarrow CF = EH \quad \text{—⑧}$$

②.⑦.⑧より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle CFG \equiv \triangle EHG$$

よって、△CFGの面積を求めるには、△EHGの面積を求めれば良い。



△EHGと△OHBにおいて、DE∥ABより錯角が等しいので、

$$\angle HEG = \angle HOB \quad \text{—⑨}$$

$$\angle HGE = \angle HBO \quad \text{—⑩}$$

⑨,⑩より2組の辺がそれぞれ等しいので

$$\triangle EHG \sim \triangle OHB$$

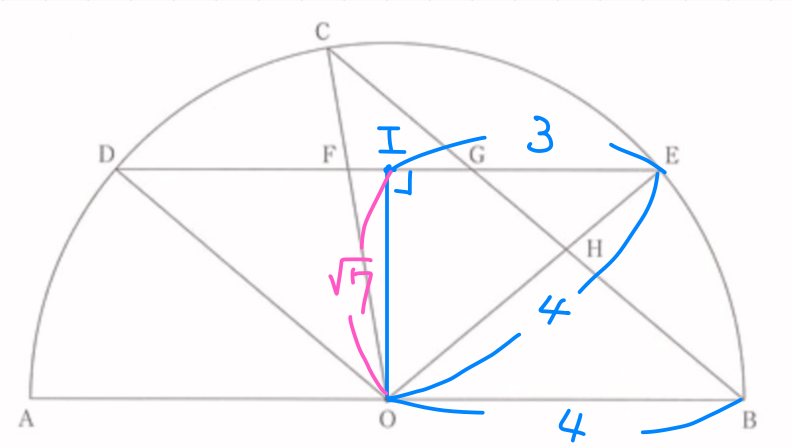
ここで、OB = 4cm (AB = 8より)。▱OBGDは平行四辺形なので、GD = 4cm, DE = 6cm より

$$\begin{aligned} GE &= 6 - 4 \\ &= 2\text{cm} \end{aligned}$$

よって、相似比は 2:4 = 1:2

よって.

$EH : OH = 1 : 2$ ——⑪



半径

点Oから DE に垂線を下ろした足を I とする。

OD = OE より △ODE は二等辺三角形なので.

DI = EI

⇒ I は DE の中点.

DE = 6 cm より EI = 3 cm.

また, OB = OE より. OE = 4 cm.

半径

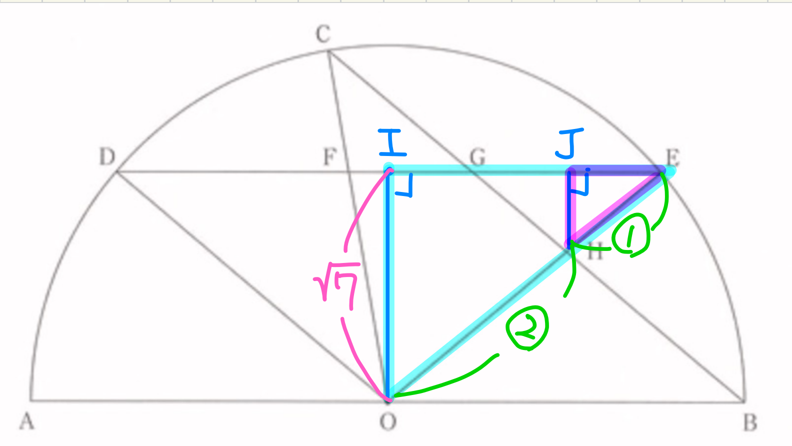
よって, △OIE で 三平方の定理より

$OI = \sqrt{4^2 - 3^2}$

$= \sqrt{16-9}$

$= \sqrt{7}$

$= \sqrt{7}$



点Hから DE に垂線を下ろした足を J とする.

△EJH と △EIO において.

共通だから

∠JEH = ∠IEO ——⑫

∠EJH = ∠EIO = 90° ——⑬

⑫,⑬ より 2組の角がそれぞれ等しいので.

△EJH ∽ △EIO

⑪ より EH : OH = 1 : 2 だから

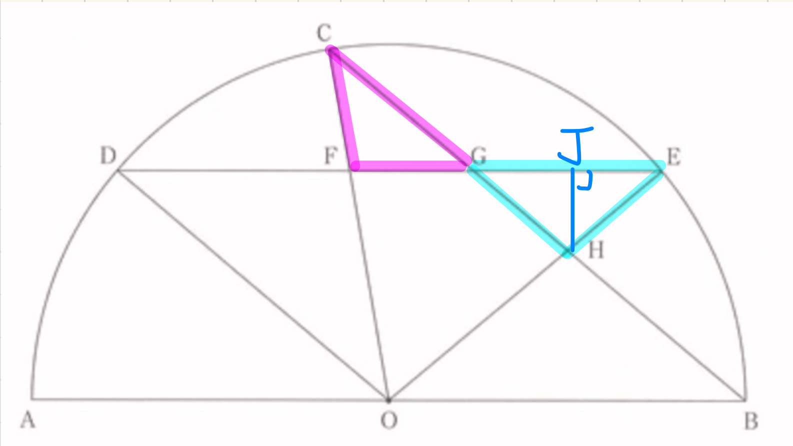
EH : EO = 1 : 3

よって、対応する辺の比は等しいから、

JH : IO = 1 : 3

IO = $\sqrt{7}$

$3JH = \sqrt{7} \Rightarrow JH = \dfrac{\sqrt{7}}{3}$



したがって、△EHGの面積は、

$\dfrac{1}{2} \times 2 \times \dfrac{\sqrt{7}}{3} = \dfrac{\sqrt{7}}{3}$

△CFG ≡ △EHG だから、△CFG の面積は、

$\dfrac{\sqrt{7}}{3}$ cm^2